

УДК 534.131

Профессор Е.Д. Чертов, доцент М.А. Васечкин,
доцент Е.В. Матвеева

(Воронеж. гос. ун-т. инж. технол.) кафедра технической механики. тел. (473)255-47-20
E-mail: vmax77@mail.ru

профессор. О.А. Носов

(Белгор. гос. технол. ун-т им. В. Г. Шухова) кафедра «Технологические комплексы,
машины и механизмы». тел. (472) 230-99-44
E-mail: lidart2@mail.ru

Professor E.D. Chertov, associate Professor M.A. Vasechkin,
associate professor E.V. Matveieva

(Voronezh state university of engineering technology) Department of technical mechanics.
phone (473) 255-37-51

E-mail: gnu_iniiish@mail.ru

Professor O.A. Nosov

(Belgorod, Russia, State Technological University by V.G. Shukhov)

Department of technological systems, equipment and machinery. phone (472) 230-99-44

E-mail: lidart2@mail.ru

Математическое моделирование квазистационарного режима запитывания несущего воздушного буфера

Mathematical modelling of quazisteady mode of bearing air buffer filling

Реферат. На сегодняшний день единственным способом устранения контакта с изделием в процессе изготовления является создание под его опорной поверхностью воздушного буферного слоя, образующегося за счет истечения рабочей среды сквозь отверстия перфорированных газораспределительных решеток форм. В статье предложен способ бесконтактного формирования изделий из композиционных материалов с помощью воздушного буфера. Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований гидрогазодинамических процессов, протекающих при отливке органоминерального композиционного материала на несущий воздушный буфер, выраженные в виде математического описания, реализующего оригинальные гипотезы, отраженные в выборе алгоритма преобразований и граничных условий. На основе полученной математической модели разработан алгоритм расчета оптимальных параметров транспортирующих систем с дискретно запитываемым газовым буфером. Предложен способ удержания полуфабриката на газовом буфере, позволяющий выравнивать поле давления под опорной поверхностью объекта удержания, за счёт использования в пневматических камерах устройств псевдооживленного зернистого материала. Применение данного способа позволяет исключить возможность возникновения контакта композиционного материала с рабочими поверхностями оборудования, а также существенно снизить затраты на производство пневматических устройств, улучшить эксплуатационные характеристики такого оборудования. Представленные зависимости позволили разработать методологию и реализацию инженерного расчета устройств для бесконтактной отливки композиционных материалов на воздушный буфер, полупромышленные и промышленные варианты которых были созданы и внедрены в производство.

Summary. Today the only way to eliminate contact with the product during the manufacturing process is to provide a support surface under its support surface air buffer layer formed due to the expiration of the working environment through holes perforated gas distribution grids forms. There proposed the method of contactless formation of products consisting of composite materials by the means of air buffer in the article. The results of theoretical and experimental investigations of hydro-gas-dynamic processes occurring when casting of organic- mineral composite material onto the bearing air buffer expressed in the form of mathematical description realizing original hypotheses reflected in the choice of transformation algorithm and limiting conditions are presented. On the base of obtained mathematical model the algorithm of calculation of optimum parameters of transporting systems with discretely powered gas buffer is developed. The method of deduction of a semi-finished product on the gas buffer, which allows to level the pressure field under the bearing surface of the deduction object due to the usage of devices of pseudo fluidized granular material in pneumatic chambers is offered. The application of this method allows to eliminate the possibility of contact between the composite material and the working surface of the equipment and also to reduce the cost of production of pneumatic devices, to improve operational characteristics of this equipment. Submitted depending allowed to develop the methodology and implementation of engineering calculation device for non-contact casting composite materials on air buffer, semi-industrial and industrial variants were created and put into production.

Ключевые слова: несущий воздушный буфер, композиционные материалы, колебательные процессы, зернистый материал.

Keywords: bearing air buffer, composite materials, oscillatory processes, granular material.

© Чертов Е.Д., Носов О.А., Васечкин М.А., Матвеева Е.В., 2014

В настоящее время в ряде отраслей промышленности, в частности при производстве элементов строительных конструкций и дорожных сооружений применяются изделия, получаемые методом свободного литья из современных композиционных материалов. Следует отметить, что последние до момента кондиционного застывания обладают повышенными адгезионными свойствами. При этом с целью повышения рентабельности производства в настоящее время используются твердые антиадгезионные покрытия или жидкие смазки. Однако, первые дорогостоящи и недостаточно долговечны, а вторые существенно влияют на поверхностные свойства изделий (в частности, затрудняют процессы окрашивания или нанесения люминесцентных покрытий). Между тем, существует возможность бесконтактно воздействовать на полуфабрикат, а, следовательно, не только полностью исключить адгезию, но и обеспечить оптимальные режимы обработки.

На сегодняшний день единственным способом устранения контакта с изделием в процессе изготовления является создание под его опорной поверхностью воздушного буферного слоя, образующегося за счет истечения рабочей среды сквозь отверстия перфорированных газораспределительных решеток форм [1, 2, 3].

Формование на воздушном буфере сопровождается сложными гидрогазодинамическими и колебательными процессами [4]. Особенности механики взаимодействия композиционного материала, обладающего сложным сочетанием реологических свойств, со струями воздуха в настоящее время изучены недостаточно.

Авторами предлагается один из подходов к математическому описанию процессов, протекающих при отливке на воздушный буфер, основанный на гипотезах, подтвержденных наблюдениями и экспериментами.

В общем случае движение газа в зазоре переменной толщины между двумя поверхностями можно описать системой Навье-Стокса и уравнением неразрывности.

Так как при удержании на несущем газовом буфере нетвердого тела толщина буфера является функцией не только времени, но и радиуса, то с учетом допущений, известных из теории газовой смазки, систему уравнений Навье-Стокса можно переписать в следующем виде:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial V_r}{\partial t} + \rho V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2}; \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r V_r)}{\partial r} = 0; \\ \frac{\partial p}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0; \end{cases} \quad (1)$$

где μ - динамическая вязкость газа, Па·с.

Выражение для определения скорости по высоте буферного слоя можно записать:

$$V_r = \frac{C_1}{r} (z^2 - hz). \quad (2)$$

Подставляя выражение для распределения скорости по высоте буферного слоя (2) в систему (1) и исключая плотность ρ , с учётом уравнения состояния газа получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial \rho_a}{\partial_a} \frac{z \dot{N}_1}{r} \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial \rho_a}{\partial_a} \frac{\dot{N}_1^2}{r} \left(\frac{z^2 - hz}{r} + \frac{z}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \\ \times (z^2 - hz) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2\mu C_1}{r}; \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{C_1}{r} \left((z^2 - hz) \frac{\partial p}{\partial r} + pz \frac{\partial h}{\partial r} \right) = 0; \end{cases} \quad (3)$$

где ρ_a - плотность воздуха при атмосферном давлении, кг/м³; p_a - атмосферное давление, Па; C_1 - произвольная постоянная, не зависящая от координаты r .

Или, усредняя по z :

$$\begin{cases} -\frac{\rho p_a}{p_a} \frac{h}{r} \frac{\partial(hC_1)}{\partial t} - \left(-\frac{h^4 \rho p_a}{30 p_a} \frac{C_1^2}{r} + \frac{h^3 \rho p_a}{12 p_a} \frac{C_1^2}{r} \right) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2\mu C_1}{r}; \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{C_1}{r} \left(-\frac{h^2}{6} \frac{\partial p}{\partial r} + p \frac{h}{2} \frac{\partial h}{\partial r} \right) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Система (4) является системой двух дифференциальных уравнений в частных производных относительно двух функций $p(r,t)$ и $h(r,t)$. Ее решение в явном виде аналитически невозможно. Кроме того, решение в таком виде не учитывает реологические свойства легкодеформируемой массы, что является значительным недостатком такого подхода к моделированию гидрогазодинамических процессов, происходящих в системе "цилиндрическое сопло - дискретно запитываемый буферный слой - легкодеформируемая масса".

Рассмотрим отдельный коаксиально расположенный фрагмент легкодеформируемой массы с площадью опорной поверхности dA ,

находящийся на газовом буферном слое (рисунок 1). На него действуют следующие силы: сила тяжести цилиндра mg ; результирующая сил давления со стороны буферного слоя PdA (где A - площадь опорной поверхности фрагмента); сила трения между соседними цилиндрами, направленная в сторону, противоположную движению элементарного цилиндра $F_{тр}$.

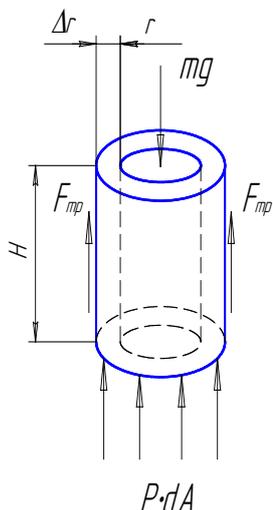


Рисунок 1. Расчетная схема

Выражение для определения силы, действующей на отдельный коаксиально расположенный фрагмент со стороны буферного слоя, можно записать в следующем виде:

$$F = -ch,$$

где c – коэффициент жёсткости буферного слоя, Н/м; h – высота буферного слоя, м.

Рассматривая несущий газовый буфер под опорной поверхностью легкодеформируемой массы как систему, обладающую упругими и вязкостными свойствами, можно записать выражение для определения силы, действующей со стороны буферного слоя на отдельный фрагмент объекта удержания:

$$F = -cz = -2C\dot{z}.$$

Показатель демпфирования, учитывающий вязкостные свойства газов, в этом случае можно записать в виде:

$$C = \mu\pi R,$$

где R – радиус удерживаемого объекта, м.

Жесткость легкодеформируемой массы определяется следующим образом:

$$c = 2\rho\pi R. \quad (5)$$

Так как давление в газовом буферном слое не является постоянной величиной, то выражение (5) примет вид:

$$c = 2(p_{cp} + \Delta p)\pi R, \quad (6)$$

где p_{cp} – среднее давление в буферном слое, равное давлению при стационарном удержании твердого тела на некоторой высоте, равной стационарной толщине слоя в момент времени $t=0$, Па; Δp – отклонение давления в буферном слое от стационарного значения за счёт изменения расхода воздуха, Па.

Запишем отклонение давления от стационарного значения, обозначив его как некоторую вынуждающую силу:

$$F_{bc} = \Delta p\pi Rz = \frac{\rho Q_{cp}^2}{\eta S_{cp}} \sin(\omega t),$$

где Q_{cp} – средний расход газа через сопло за один период перекрытия, м³/с; S_{cp} – среднее значение открытой площади сопла в случае дискретного запитывания, м²; ω – частота дискретности запитывания, с⁻¹.

Жесткость буфера и отклонение давления изменяются в зависимости от радиуса. Учитывая зависимость давления под опорной поверхностью твердого тела от текущего радиуса, предположим экспоненциальный вид распределения давления в несущем газовом буфере под опорной поверхностью легкодеформируемой массы. Тогда выражения для жесткости буфера и вынуждающей силы, обусловленной отклонением давления в буферном слое от стационарного значения за счет изменения расхода газа в буфере, можно записать в виде:

$$c = 2\rho\pi R \ln\left(\frac{R}{r}\right), \quad (7)$$

$$F_{bc} = \frac{\rho Q_{cp}^2}{\eta S_{cp}} \sin(\omega t) \ln\left(\frac{R}{r}\right). \quad (8)$$

На отдельный коаксиально расположенный фрагмент действует также сила трения со стороны соседних фрагментов. Она учитывает реологические свойства полуфабриката и обусловлена наличием возникающих при течении легкодеформируемых масс касательных напряжений:

$$F_{тр} = \tau\pi H, \quad (9)$$

где τ - напряжение сдвига фрагментов материала легкодеформируемой массы, Па; H - высота отдельного коаксиально расположенного фрагмента, м.

Для определения напряжений сдвига, возникающих в процессе течения легкодеформируемых масс, удобно использовать степенной закон Освальда де Вила:

$$\tau = \tau_0 \left| \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right|^{n(t)} ;$$

или

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{dp}{dz}, \quad (10)$$

где τ_0 – напряжение трения легкодеформируемой массы, Па; $\dot{\gamma}_0$ – скорость сдвига в приведенном состоянии, c^{-1} ; $\dot{\gamma}$ – тензор скоростей сдвига, c^{-1} ; $n(t)$ – индекс течения; $\frac{dp}{dz}$ – градиент давления по оси z , Па/м.

С учетом (10) выражение (9) можно переписать следующим образом:

$$F_{тр} = \frac{2\pi r K_K}{\Delta r^{n(t)}} |z|^{n(t)} (rH + (r + \Delta r)(H - \Delta H)), \quad (11)$$

где K_K – коэффициент консистенции.

Уравнение движения отдельного коаксиально расположенного фрагмента под действием сил, действующих со стороны буферного слоя, и сил, возникающих внутри объекта удержания, можно записать следующим образом:

$$m\ddot{z} + C\dot{z} + cz = F_{вс} + F_{тр}, \quad (12)$$

где m – масса фрагмента, кг.

С учетом уравнений (6), (7), (8) и (11) выражение (12) примет вид:

$$m\ddot{z} + 2\mu\pi r \dot{z} + \pi r \ln\left(\frac{R}{r}\right) z = F_{вс} \sin(\omega t) \ln\left(\frac{R}{r}\right) + \frac{2\pi r K_K}{\Delta r^{n(t)}} |z|^{n(t)} (rH + (r + \Delta r)(H - \Delta H)) \quad (13)$$

Полученное уравнение описывает изменение толщины несущего газового буфера, образованного под опорной поверхностью легкодеформируемой массы при его дискретном запитывании, от начального стационарного значения. Характер зависимости говорит о том, что оно справедливо при значении текущего радиуса $r \neq 0$. Кроме того, решением уравнения является непрерывная периодическая функция $z(t,r)$, возрастающая с увеличением времени t и радиуса r . Таким образом, можно сделать следующий вывод: в зависимости от реологических свойств полуфабриката можно подобрать значения расхода газа в буферном слое и частоты дискретности запитывания буферного слоя ω , при которых $z(t,r)$ будет принимать минимальные значения.

В рамках анализа полученных моделей несущих и транспортирующих систем необходимо найти оптимальные параметры функционирования вышеопределенной системы, с этой целью разработан алгоритм расчета оптимальных параметров транспортирующих систем с дискретно запитываемым газовым буфером,

блок-схема которого представлена на рисунке 2. Это необходимо для того, чтобы получить конкретные значения частоты дискретности запитывания буфера для оптимальной работы устройств с газовым буферным слоем, в зависимости от параметров объекта удержания. Следует отметить, что решение подобной задачи с использованием аналитически полученной модели невозможно, оно проводилось с помощью регрессионных уравнений, составленных в результате обработки массива решений уравнения (13) по методике, изложенной в работе [5].

Для решения задачи оптимизации параметров несущих и транспортирующих систем, при которых значение расстояния между осями отверстий распределительной решетки a_w имеет максимум, условие оптимизации можно сформулировать следующим образом:

$$a_w = \frac{1}{2}(x, c_n x) + (d_n x) \rightarrow \max,$$

где $n=1$, $x = (x_1, x_2, x_3)$, $-1 \leq x_i \leq 1$ ($i = 1, 2, 3$); c_n – матрица; d_n – векторы, составленные из соответствующих коэффициентов регрессионных уравнений.

Для решения задачи многокритериальной оптимизации можно воспользоваться симплексным методом. Сравнивая значения опытов в начальных точках, найдем минимальное значение функции отклика. Исключая этот опыт из рассмотрения, введем в рассмотрение опыт в новой точке, симметричной исключенной, относительно противоположной стороны многоугольника. Эта процедура повторяется в течение всего процесса оптимизации, в результате чего симплекс “движется” по области определения функции, если достигнут экстремум оптимальности, то дальнейшее движение симплекса прекращается. При этом любой новый шаг будет возвращать симплекс в предыдущую точку факторного пространства (таблица 1).

Т а б л и ц а 1

Матрица опытов исходного симплекса в кодированных переменных

Номер опыта	X ₁	X ₂	X ₃	Функция отклика
1	k ₁	k ₂	k ₃	Y ₁
2	-R ₁	k ₂	k ₃	Y ₂
3	0	-R ₂	k ₃	Y ₃
4	0	0	-R ₃	Y ₄

Величины, входящие в таблицу 1, можно рассчитать по формулам:

$$k_i = \sqrt{\frac{1}{2i(i+1)}},$$

$$R_j = i \cdot k_j,$$

где i – номер фактора в матрице планирования.

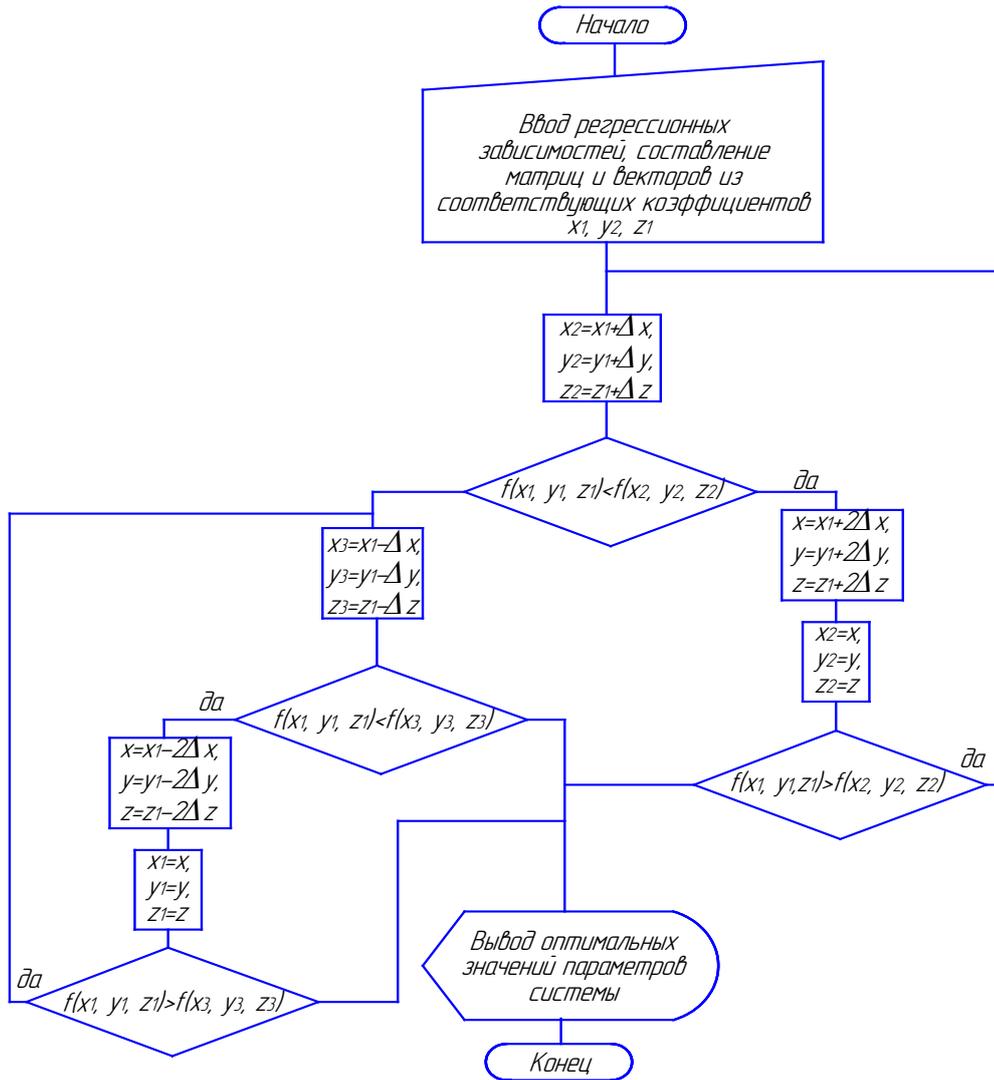


Рисунок 2. Алгоритм расчета оптимальных параметров транспортирующих систем с дискретно запитываемым буферным слоем

При конструировании оборудования для удержания, транспортирования и взвешивания легкодеформируемой массы на буферном слое предъявляются повышенные требования к подбору диаметра отверстий газораспределительной решетки и расстоянию между их центральными осями, что в свою очередь влияет на равномерность распределения давления в буфере.

В настоящее время равномерное распределение давления в газовом буферном слое, а следовательно, и удержание на нем легкодеформируемой массы обеспечивается использованием для изготовления несущей поверхности устройств дорогостоящих материалов с хаотично ориентированными часто расположенными порами.

Кроме того, в ряде случаев необходимо оперативно изменять расход рабочей среды, что не представляется возможным в связи с большими объемами пневматических камер таких устройств.

Решить данные проблемы позволяет способ удержания полуфабриката на газовом буферном слое, применение которого позволит исключить возможность возникновения эффекта “пневмозахвата”, при этом существенно снизить затраты на производство пневматических устройств; улучшить эксплуатационные характеристики такого оборудования [6].

Пусть внутренний объем камеры 1 с газораспределительной решеткой частично заполнен зернистым материалом 2 (рисунок 3). Газ, поступая в камеру 1 и проходя через отверстия газораспределительной решетки при установившемся течении среды, приводит зернистый материал 2 в состояние кипящего слоя, при этом размеры и форма каналов, образовавшихся в толще зернистого слоя, меняются с настолько большой скоростью, что поле давления в буферном слое под опорной поверхностью объекта удержания 3 допустимо считать однородным.

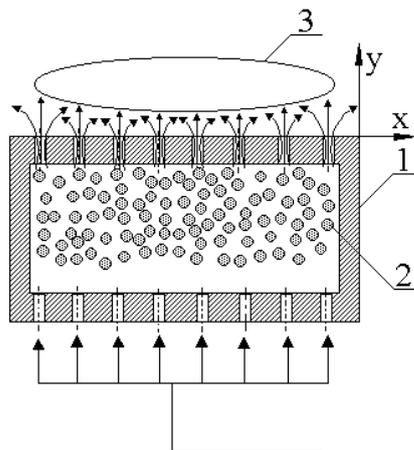


Рисунок 3. Способ удержания легкодеформируемой массы на буферном слое: 1 – пневмокамера; 2 – зернистый материал; 3 – легкодеформируемая масса

В основе методики синтеза подобных устройств лежит алгоритм расчета расхода газа Q , необходимого для удержания полуфабриката, представленный на рисунке 2.

Давление газа в буферном слое между опорной поверхностью объекта удержания и газораспределительной решетки камеры можно считать постоянным по направлению осей X и Y , если выполняется условие:

$$U_{\text{ч}} \geq U_c,$$

где U_c - скорость оживающего агента на выходе из кипящего слоя, м/с; $U_{\text{ч}}$ – усредненная скорость частиц, м/с.

Эти величины связаны между собой зависимостями:

$$\begin{cases} U_{\text{чх}} = U_{\text{сх}} + K \frac{\partial p_f}{\partial x}; \\ U_{\text{чy}} = U_{\text{сy}} + K \frac{\partial p_f}{\partial y}. \end{cases}$$

где p_f – осредненное давление среды в кипящем слое, Па.

Коэффициент пропорциональности:

ЛИТЕРАТУРА

1 Пат. №2301534, RU, А 23 G 51/03. Устройство для отливки корпусов конфет с оперативным управлением / Носов О.А., Носова Е.В., Васечкин М.А., Павловский М.Ю.; № 2006114232/13; Заявл. 25.04.2006; Опубл. 27.06.2007, Бюл. №18.

2 Носов О.А., Носова Е.В., Щербakov Д.С., Елисеев О.Н. Автоматизированный участок формования корпусов помадных конфет // Автоматизация и современные технологии. 2005. № 5. С. 9-12.

3 Носов О.А., Матвеева Е.В., Стоянова Н.В. Бесконтактное формование помадных

$$K_{\text{пр}} = \frac{1}{\eta_i} \sqrt{\frac{(\rho_3 - \rho)g(1 - \varepsilon)H_0}{\Delta P_p}},$$

где ε - порозность зернистого слоя; ρ_3 – плотность материала сферических зерен, кг/м³; η_i - коэффициент расхода газа через зернистый слой; H_0 – высота зернистого слоя в момент начала псевдооживания, м; ΔP_p – гидродинамическое сопротивление газораспределительной решетки, Па;

Скорость оживающего агента:

$$U_c = K_{\text{пр}} \sqrt{\frac{2p_f}{\rho}}.$$

Давление в пневмокамере:

$$P_k = P_a + \Delta P_0 + \Delta P_c + \Delta P_p,$$

где P_a – атмосферное давление, Па; ΔP_c - гидродинамическое сопротивление пористого слоя, Па; ΔP_0 – избыточное давление среды в буферном слое, Па.

Расход среды на удержание объекта:

$$Q = \pi \eta_i R_0^2 \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_a}},$$

где R_0 – радиус объекта, находящегося над отверстиями газораспределительной решетки, м.

Для определения величины расхода газа Q , необходимого для удержания легкодеформируемого материала, используются параметры оживающего агента и зернистого слоя.

Представленные зависимости позволили разработать методологию и реализацию инженерного расчета устройств для бесконтактной отливки композиционных материалов на воздушный буфер, полупромышленные и промышленные варианты которых были созданы и внедрены в производство.

конфет. Воронеж: Изд-во Воронеж. гос. ун-та инж. технол., 2011. 78с.

4 Васечкин М.А., Матвеева Е.В., Проскурин А.В. Моделирование волновых процессов в несущей газовой прослойке // Автоматизация и современные технологии. 2011. № 11. С. 7-10.

5 Афанасьева Н.Ю. Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента: учеб. пособие для вузов. М.: КНОРУС, 2013. 330 с.

6 Носов О.А., Васечкин М.А., Рыжкова Е.А. Новый подход к проектированию бесконтактных транспортирующих систем // Автоматизация и современные технологии. 2013. № 3. С. 25-29.

REFERENCES

1 Nosov O.A., Nosova E.V., Vasechkin M.A., Pavlovskii M.Iu. Ustroistvo dlia otlivki korpusov konfet s operativnym upravleniem [The device for casting of shells for candies with operational management]. Patent RF, no. 2301534, 2007. (In Russ.).

2 Nosov O.A., Nosova E.V., Shcherbakov D.S., Eliseev O.N. Automated area for formation of shells for fondant candies. *Avtomatizatsiia i sovremennye tekhnologii*. [Automation and modern technologies], 2005, no. 5, pp. 9-12. (In Russ.).

3 Nosov O.A., Matveyeva E.V., Stoyanova N.V. Beskontaktnoe formovanie pomadnykh konfet [Contactless formation of fondant candies]. Voronezh, Izdatel'stvo VGUIT, 2011. 78 p. (In Russ.).

4 Vasechkin M.A., Matveeva E.V., Proskurin A.V. Modelling of wave processes in the bearing gas layer. *Avtomatizatsiia i sovremennye tekhnologii*. [Automation and modern technologies], 2011, no. 11, pp. 7-10. (In Russ.).

5 Afanasyeva N.Iu. Vychislitel'nye i eksperimental'nye metody nauchnogo eksperimenta [Calculating and experimental methods of scientific experiment], Moscow, KNORUS, 2013. 330 p. (In Russ.).

6 Nosov O.A., Vasechkin M.A., Ryzhkova E.A. New approach to design of contactless transporting systems. *Avtomatizatsiia i sovremennye tekhnologii*. [Automation and modern technologies], 2013, no. 3, pp. 25-29. (In Russ.).