

4. Складнев Н.Н. Научные основы оптимального проектирования строительных конструкций//Численные методы расчёта и оптимизации строительных конструкций: Сб. научн. тр. ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М., 1989. – 195 с.
5. Сейсмический риск и инженерные решения. Пер. с англ./Под ред. Ц. Ломнитца, Э. Розенблюта. – М.: Наука, 1981. – 375 с.
6. Райзер В.Д. Оптимизация надёжности конструкций и безопасность человека // Строительная механика и расчёты сооружений, 2009. – №6. – с. 54-58
7. Аугусти Г., Баратта А., Кашиати Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании/Пер. с англ. Ю.Д. Сухова. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.

УДК 624.011.1

Керимов Р.М., Муселемов Х.М., Устарханов О.М.

РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ НАГРУЗКОЙ

Kerimov R.M., Muselemov Kh.M., Ustarkhanov O.M.

CALCULATION OF SANDWICH STRUCTURES UNDER DYNAMIC LOAD CONCENTRATED LOAD

Работа посвящена теоретическим исследованиям расчета трехслойных конструкций (ТК) при динамическом нагружении сосредоточенной нагрузкой. По данным теоретическим исследованиям приведены графические и аналитические зависимости относительной толщины пробивания свободноармированного заполнителя (САЗ) от ее плотности и высоты дискретного пирамидального заполнителя, по которому в случае необходимости можно определить необходимую плотность САЗ для данной скорости попадания ударника.

Ключевые слова: *свободноармированный заполнитель, трехслойный, несущий слой, пробивание, пирамидальный заполнитель.*

Work is devoted to theoretical researches of calculation of the three-layer designs (TLD) at dynamic loading by the concentrated loading. On these theoretical researches graphic and analytical dependences of relative thickness of punching of freely reinforced filler (SAZ) on its density and height of discrete pyramidal filler

by which in case of need it is possible to determine the necessary density of SAZ for this speed of hit of the drummer are given.

Key words: freely reinforced filler, the three-layer, bearing layer, punching, pyramidal filler.

Введение. В статье рассматривается задача по определению напряженно-деформированного состояния трехслойной конструкции при динамическом нагружении сосредоточенной нагрузкой.

Рассматриваемая трехслойная конструкция состоит из тонких несущих слоев и заполнителя. Заполнитель представляет собой пирамиду, наполненную волокнистым материалом, которую назовем свободноармированным заполнителем (САЗ)

Для расчета деформаций ТК при ударе (без учета пробивания) можно использовать теорию удара по однослойной пластине (например, теорию Герца), которая эквивалентна по массово жесткостным характеристикам исследуемой трехслойной конструкции.

Можно использовать уравнения движения многослойной оболочки в операторной форме, которые приведены в [4], считая, что радиус многослойной оболочки $R \rightarrow \infty$:

$$\Delta_j(u_{o,K}) + \Delta_j(\varphi_K) + \Delta_j(v_{o,K}) + \Delta_j(\psi_K) + \Delta_j(\omega_{o,K}) = Q_{j,K}, \quad (1)$$

где: $K=3$ – число слоев в пакете;

$u_{o,K}, v_{o,K}, \omega_{o,K}$ – составляющие вектора перемещений точек срединной поверхности k -го несущего слоя;

$Q_{j,K}$ – вектор внешней нагрузки, приложенный к k -му несущему слою.

Номера индекса j у дифференциальных операторов соответствуют степеням свободы $u_{o,K}, \varphi_K, v_{o,K}, \psi_K, \omega_{o,K}$ – введенным для описания k -го несущего слоя.

Постановка задачи. Действия динамической сосредоточенной нагрузки трехслойной конструкции с пирамидальным сотовым заполнителем вследствие существенно различных характеристик элементов конструкций при скоростях нагружения более сотен м/с и кратковременности процесса можно разделить на несколько независимых этапов:

- при касании тела верхнего несущего слоя, во-первых, начинается процесс удара по трехслойной пластинке как единому целому. В ходе расчета этого процесса следует определить напряженно-деформированное состояние элементов пластинки при динамическом нагружении, при этом считается, что тело не изменяет своей формы;
- происходит процесс пробивания телом верхнего несущего слоя.

Пробиванию пластин конечной толщины уделяется большое внимание. В работах [1, 3] дан обстоятельный обзор теоретических аспектов проникно-

вения и пробивания и особенно применения линейной теории упругости к задачам пробивания тонких пластинок.

Для расчета пробоя тонкой пластины можно использовать зависимость полных механических энергий пробоя от формы головки тела, изложенную в работе [2]:

для конической формы:

$$W = \pi t_0 R^2 \left[\rho \left(\frac{v_0 R}{L} \right)^2 + \frac{1}{2} \sigma_T \right]; \quad (2)$$

для стрелчатой формы:

$$W = \pi t_0 R^2 \left[1,86 \rho \left(\frac{v_0 R}{L} \right)^2 + \frac{1}{2} \sigma_T \right]. \quad (3)$$

Здесь t_0 - толщина несущего слоя;

R - радиус ударника;

v_0 - начальная скорость удара;

ρ - плотность материала несущего слоя;

L - длина головки ударника;

σ_T - предел текучести материала несущего слоя.

Параметры несущего слоя в ТК рассматриваемого типа, как правило, таковы, что сосредоточенная динамическая нагрузка в виде твердого тела легко проходит через несущий слой и не деформируется. При этом определяется только потеря скорости ударяющего тела при пробивании.

После пробивания верхнего несущего слоя происходит внедрение летящего тела в САЗ.

Эксперименты показали, что при малых плотностях заполнитель очень слабо сопротивляется движению несущего слоя по нормали к срединной поверхности и активно начинает сопротивляться лишь после внедрения всего летящего тела в свободноармированный заполнитель, поэтому, если пробивание несущего слоя происходит при малых прогибах, увеличение плотности при этом очень незначительное, и внедряется в свободноармированный заполнитель лишь очень малая часть тела (до конуса пробивания).

Исходя из вышесказанного, можно рассматривать процесс внедрения летящего тела в свободноармированный заполнитель отдельно от пробоя несущих слоев. При этом в заполнителе возникают волновые процессы, причем динамическая система состоит из существенно деформированной среды (САЗ) и движущегося тела.

Начальная скорость ударяющего тела в данном процессе равна скорости в момент окончания пробивания верхнего несущего слоя. При движении летящего тела в заполнителе возможно исчерпание его кинетической энергии на некотором расстоянии от верхнего несущего слоя. Однако возможно и пробивание всего слоя заполнителя.

В ходе расчета при этом следует определить: напряженно-деформированное состояние САЗ; величину потери скорости тела в ходе его движения; временные характеристики процесса.

При расчете принимается, что летящее тело не деформируется, что вполне допустимо в случае использования летящего тела, изготовленных из тугоплавких материалов и движущихся со скоростью 100-500 м/сек. В случае использования ударников из пластических материалов (например, свинец, медь, олово) не учет деформирования приведет к снижению расчетных характеристик динамической прочности конструкций.

В случае, если ударник не потеряет полностью кинетическую энергию, то при достижении им нижнего несущего слоя начинается процесс пробивания этого слоя. Этот процесс аналогичен рассмотренному в начале касания ударником верхнего несущего слоя трехслойной конструкции.

Как отмечалось выше, при взаимодействии ударяющего тела и некоторого объема САЗ, заключенного между несущими слоями и стенками дискретного заполнителя, в момент касания ударника ($t=0$) в САЗ возникает ударная волна, определяющая напряженно-деформированное состояние объема САЗ. Если бы физико-механические характеристики САЗ были таковы, что внедрение ударяющего тела было значительно, а вызываемые в процессе ударной волны напряжения не превосходили предел упругости, решение задачи прочности САЗ при известных физико-механических характеристиках могло бы быть сведено к задаче Лемба [7], в которой исследуются волновые процессы в упругом пространстве, возникающие на границе среды при действии некоторого нестационарного потенциала, сосредоточенного в пространстве источника. Однако, вследствие того, что САЗ обладает весьма малыми значениями приведенных модулей упругости, при взаимодействии с ударником в САЗ возникают очень большие нелинейные деформации. А возникновение больших деформаций вызывает и нелинейное изменение плотности САЗ в соответствии с полученными выше зависимостями.

Авторам неизвестны методики расчета процесса динамического деформирования среды при таких условиях. Поэтому предлагается модель деформирования такой среды, которая позволяет получить приближенные зависимости расчета [8].

Непрерывная среда по аналогии с работами [4] заменяется некоторой дискретной структурой, образуемой объемной решеткой, грани которой проведены параллельно осям координат X , Y , Z . Число элементов решетки определяется из условий получения достаточного для практики точного расчета.

В центрах элементов решетки помещаются сосредоточенные в точке массы, равные массе САЗ в объеме элемента решетки. Массы соединены между собой невесомыми квазиупругими элементами, передающими нормальные N_i и касательные N_{ij} усилия со стороны соседних масс.

Предполагается, что ударник массой M взаимодействует с центральной массой, находящейся в первом слое элементов решетки. В момент $t=0$ все массы находятся в покое, импульс ударника равен MV_0 .

Весь процесс деформирования разбивается на равные дискретные промежутки времени. Число промежутков определяется физическими константами САЗ и геометрическими размерами объема деформирования. После взаимодействия с ударником масса взаимодействующего элемента становится равна суммарной массе этого элемента и ударяющего тела, а скорость элемента в конце первого промежутка времени определяется из условия закона сохранения импульса.

Зная приращения координат и скорости элемента, определяются его ускорение и силы, действующие со стороны всех соседних элементов. Граничные условия на границе объема принимают нулевыми в любой момент времени.

Значение величин взаимодействующих сил и жесткостей упругих элементов позволяет определить перемещение всех элементов решетки.

По величине перемещения определяются уплотнение всех элементов среды, новое значение плотности ρ в каждой точке и новые значения всех жесткостей, используя зависимости между плотностью и модулями САЗ.

Зная величину вектора суммарной силы, действующей на нулевой элемент, определяем ускорение этого элемента в момент $t = t_1$. Далее, процесс расчета повторяется. Величины усилий, возникающих между элементами, позволяют определить напряжения σ в каждом элементе.

Следует ожидать, что максимальные напряжения при условии прекращения процесса деформирования до взаимодействия прямой и отраженной волн деформации будут возникать на границах между нулевыми и соседними элементами, поэтому на каждом шаге расчета проверяется прочность САЗ в нулевой ячейке решетки.

В случае, если напряжение в нулевой ячейке достигнет предельного, то нулевой элемент исключается из счета, ударник со скоростью, равной скорости в момент разрушения, начинает взаимодействовать с первым элементом, находящимся на оси симметрии решетки. Процесс счета начинается сначала, но при этом жесткости связей между массами равны жесткостям, достигнутым к моменту разрушения нулевого элемента. При этом осуществляется контроль прочности уже первого элемента. Счет продолжается до момента остановки ударника, либо до разрушения всех элементов на оси, что означает пробивание объема САЗ. Скорость летящего тела в момент пробивания является исходной скоростью для определения взаимодействия с нижним несущим слоем.

Предлагаемая схема описывает процесс деформирования поверхности САЗ, локальное уплотнение, распространение ударной волны деформации по объему САЗ и разрушение САЗ. В схеме не учтены процессы трения между САЗ и ударяющим телом, термодинамические процессы разрушения САЗ, деформирование стенок ячейки, в которой помещено волокно.

На рис. 1 показан вид расчетной схемы для пирамидального заполнителя и вид основания пирамиды.

Ввиду симметрии формы пирамидального заполнителя в расчетные параметры модели вводилась ее четвертая часть (на рис. 1 она заштрихована).

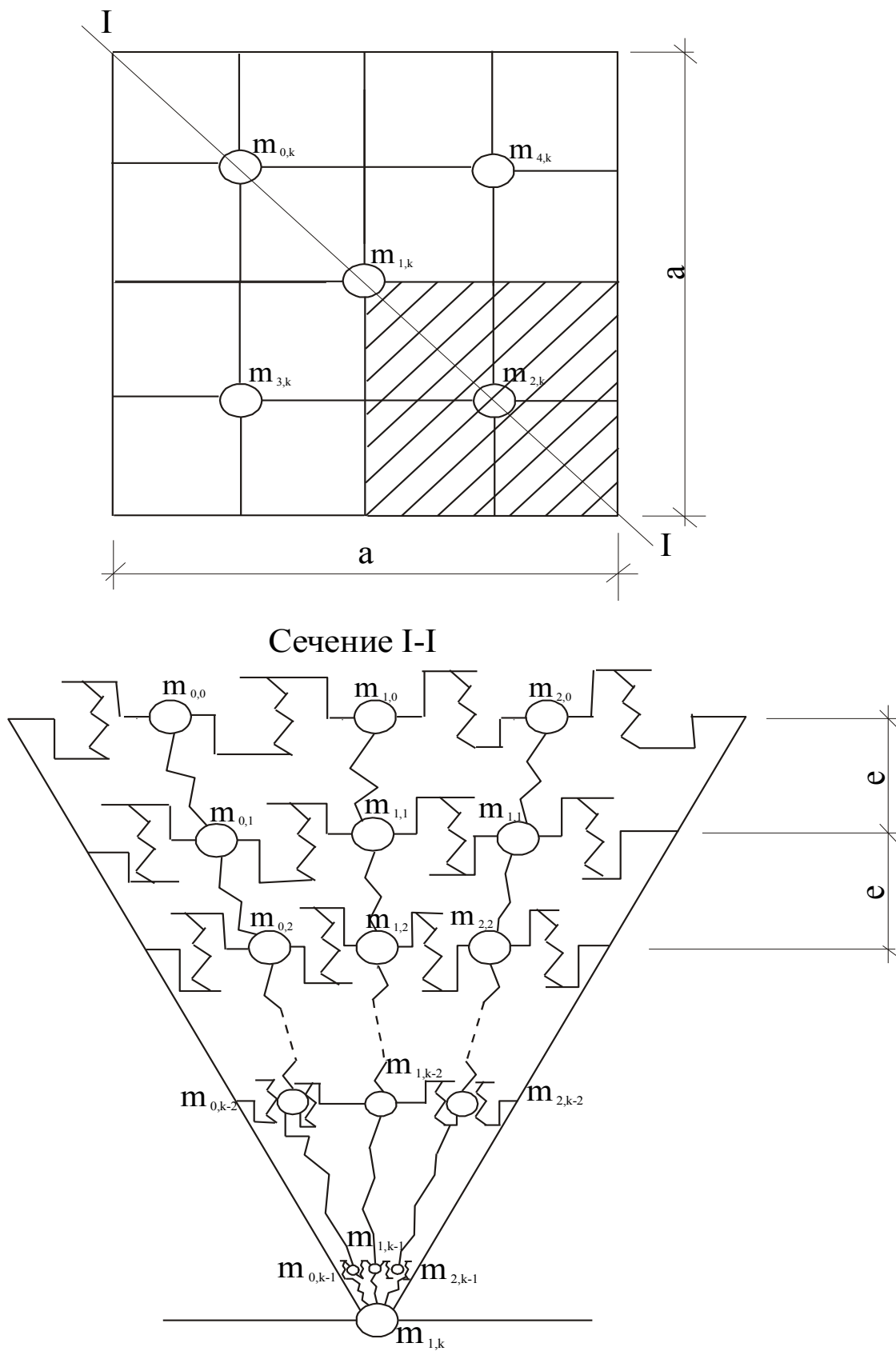
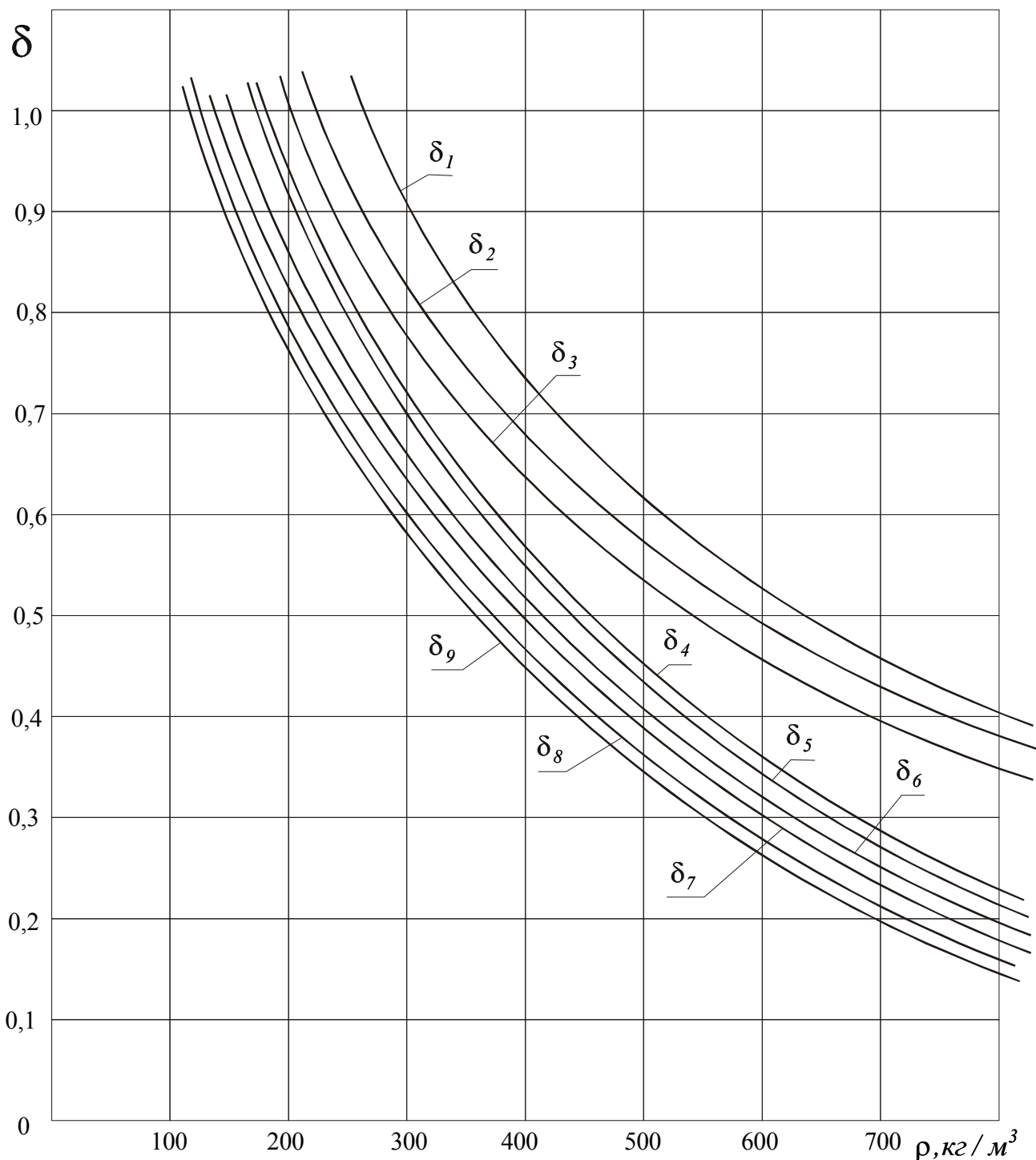


Рисунок 1 - Расчетная схема пирамидального заполнителя



$$\begin{aligned}
 \delta_1 &= \frac{407,4}{x^{1,07}} \quad (c=5\text{см}; \quad v=340\text{м/с}); \delta_2 = \frac{426,6}{x^{1,07}} \quad (c=5\text{см}; \quad v=370\text{м/с}); \delta_3 = \frac{533}{x^{1,1}} \quad (c=5\text{см}; \quad v=400\text{м/с}); \\
 \delta_4 &= \frac{217}{x^{1,05}} \quad (c=7\text{см}; \quad v=340\text{м/с}); \delta_5 = \frac{407,4}{x^{1,13}} \quad (c=7\text{см}; \quad v=370\text{м/с}); \delta_6 = \frac{257}{x^{1,055}} \quad (c=7\text{см}; \quad v=400\text{м/с}); \\
 \delta_7 &= \frac{150,3}{x^{1,01}} \quad (c=8\text{см}; \quad v=340\text{м/с}); \delta_8 = \frac{263}{x^{1,09}} \quad (c=8\text{см}; \quad v=370\text{м/с}); \delta_9 = \frac{229}{x^{1,07}} \quad (c=8\text{см}; \quad v=400\text{м/с}).
 \end{aligned}$$

Рисунок 2 - Звисимость относительной толщины ($\bar{\delta} = h_{\text{пред}} / h_{\text{проб}}$) пробивания САЗ от его плотности и скорости ударяющегося тела

Уравнения движения элемента САЗ при принятых допущениях имеют известный вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Считая, что плоская волна распространяется в направлении оси Z, движение элемента САЗ можно описать уравнением:

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Перейдем к конечным приращениям:

$$\frac{\Delta \tau_{xz}}{\Delta x} + \frac{\Delta \tau_{yz}}{\Delta y} + \frac{\Delta \sigma_z}{\Delta z} = \rho \frac{\Delta^2 W}{\Delta t^2}. \quad (6)$$

Запишем уравнение в усилиях:

$$\frac{s \Delta \tau_{xz}}{\Delta x} + \frac{s \Delta \tau_{yz}}{\Delta y} + \frac{s \Delta \sigma_z}{\Delta z} = \rho \cdot s \cdot \frac{\Delta^2 W}{\Delta t^2}, \quad (7)$$

где s – площадь сечения элемента САЗ, или

$$\frac{\Delta N_{xz}}{\Delta x} + \frac{\Delta N_{yz}}{\Delta y} + \frac{\Delta N_z}{\Delta z} = \rho \cdot s \cdot \frac{\Delta^2 W}{\Delta t^2}. \quad (8)$$

Так как рассматривается система, симметричная относительно оси нагружения, уравнение может быть преобразовано к виду:

$$\frac{\Delta N_{xz}}{\Delta x} + \frac{\Delta N_z}{\Delta y} = \rho \cdot s \cdot \frac{\Delta^2 W}{\Delta t^2}. \quad (9)$$

Если $\Delta x = \Delta z = \Delta l$, то

$$\Delta N_{xz} + \Delta N_z = \Delta l \cdot \rho \cdot s \cdot \frac{\Delta^2 W}{\Delta t^2}. \quad (10)$$

Здесь $\Delta l \cdot s \cdot \rho = m$ – масса элемента.

Результаты эксперимента и их обсуждение. После постановки характеристик волокнистого заполнителя таких, как модуль упругости, модуль сдвига [5,6] и др. САЗ, а также характеристик ударяющего тела, в полученные уравнения, описывающие движение элементарной массы при попадании в ее летящего тела, получим дифференциальные уравнения второго порядка с

$$\left. \begin{aligned} \ddot{Z} &= F(t, Z, \dot{Z}); \\ Z(0) &= 0; \\ \dot{Z}(0) &= V_0. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{граничными условиями, ко-} \\ \text{торые можно записать в ви-} \\ \text{де:} \end{array}$$

Движение САЗ рассчитывалось методом Эйлера с пересчетом. На рис. 2 приведены графические и аналитические зависимости относительной толщины пробивания САЗ от ее плотности и высоты дискретного пирамидального заполнителя, по которому можно определить необходимую плотность САЗ для данной скорости попадания летящего тела.

Вывод.

1. Сравнение теоретических данных с экспериментальными приведенными в работе [9] показало, что расхождение между ними составляет (12-16)%.
2. Предложенная модель расчета ТК от действия динамической сосредоточенной нагрузки позволяет получить систему дифференциальных уравнений, которая достаточно точно определяет НДС рассматриваемой ТК.

Библиографический список:

1. Витман Ф.Ф., Златин Н.А. О процессе соударения деформируемых тел и его моделирование // ЖТФ, 1963. 982с.
2. Гольдсмит В. Удар. Литературы по строительству. М.: 1965. 448 с.
3. Зукас Дж. А., Николас Т., Свифт Х.Ф., Грещук Л.Б., Курран Д.Р. Динамика удара: Пер. с англ. М.: «Мир», 1985. 296с.
4. Кобелев В.Н., Потопахин В.А. Динамика многослойных оболочек // Ростов. Изд-ва. Ростовского университета, 1985. 160с.
5. Кобелев В.Н., Батдалов М.М., Устарханов О.М., Новиков В.Н. «Экспериментальные исследования модуля сдвига свободноармированного заполнителя» Известия вузов СССР МАШИНОСТРОЕНИЕ, №2-1986 г.
6. Кобелев В.Н., Батдалов М.М., Устарханов О.М., Новиков В.Н. «Экспериментальные исследования модулей упругости свободно армированного заполнителя» Известия высших учебных заведений МАШИНОСТРОЕНИЕ, №4-1985 г.
7. Смирнов В.И., Соболев С.Л. О применении нового метода к изучению упругих колебаний в пространстве при наличии осевой симметрии//тр. Сейсмического института АН СССР. №29, М., 1983. С31.-40.
8. Устарханов О М. Напряженно-деформированное состояние волокнистого материала при динамическом ударе. Научно-тематический сборник. Махачкала. 1995.С.135-140.
9. Устарханов О.М. «Вопросы прочности трехслойных конструкций с регулярным дискретным заполнителем»: Дисс. д-ра техн наук. - Ростов-на-Дону. 2000.