

Algebra Lineare e Geometria
Anno Accademico 2017-2018
Laurea in Astronomia

- 25-9-17** Richiami di logica, teoria degli insiemi, funzioni e strutture algebriche.
- 26-9-17** Definizione spazio vettoriale, esempi di spazi vettoriali, definizione di sottospazio vettoriale e sua caratterizzazione, definizione di span, definizione di combinazione lineare e di vettori linearmente indipendenti.
- 27-9-17** Caratterizzazione vettori linearmente indipendenti, lo span di vettori linearmente dipendenti non cambia scartando i vettori combinazione lineare degli altri, definizione di base, ogni elemento si può scrivere in modo unico come combinazione lineare di elementi di una base, teorema di esistenza di una base, teorema del completamento di una base.
- 29-9-17** Ogni base di uno spazio vettoriale ha la stessa cardinalità, definizione di dimensione, biezione tra spazio vettoriale di dimensione n ed \mathbb{R}^n fissata una base, i sottospazi di uno spazion vettoriale di dimensione finita hanno dimensione minore o uguale allo spazio, l'intersezione di due sottospazi è un sottospazio.
- 2-10-17** L'unione di sottospazi non è sempre un sottospazio, somma tra due sottospazi è un sottospazio, somma diretta e supplementare di un sottospazio, vettori applicati (vettori geometrici) sono uno spazio vettoriale (senza dimostrazione).
- 3-10-17** Matrici, definizione di matrice quadrata, triangolare, simmetrica e antisimmetrica, definizione di trasposta e di spazio delle righe e spazio delle colonne, definizione del prodotto tra matrici, proprietà del prodotto tra matrici (senza dimostrazione), caso matrici quadrate lo spazio delle matrici è un anello ma non un campo, introduzione dei sistemi lineari e dello spazio delle soluzioni di un sistema lineare, sistemi lineari equivalenti.
- 6-10-17** Esercizi su spazi vettoriali, esempi di sistemi lineari, matrice associata ad un sistema lineare, matrice incompleta e matrice completa, esempi di risoluzione di sistemi triangolari.
- 9-10-17** Operazioni sulle equazioni di un sistema, operazioni sulle righe della matrice completa, metodo di eliminazione di Gauss con esempi, definizione pivot e rango di una matrice, teorema di Rouché-Capelli, l'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo è un sottospazio vettoriale.

- 10-10-17** Caratterizzazione delle soluzioni di un sistema lineare, definizione applicazioni lineari, prime proprietà delle applicazioni lineari, esempi.
- 11-10-17** Applicazione lineare associata ad una matrice, nucleo e immagine di un'applicazione lineare, iniettività e suriettività caratterizzati da nucleo e immagine, i vettori di una base del dominio generano l'immagine, dimensione del nucleo più dimensione dell'immagine è uguale alla dimensione del dominio.
- 13-10-17** Isomorfismo di spazi vettoriali, inversa di un isomorfismo è isomorfismo, composizione di omomorfismi (applicazioni lineari) è un omomorfismo, matrice associata ad un'applicazione lineare, esempi.
- 16-10-17** Le colonne della matrice rappresentano le coordinate delle immagini dei vettori della base, la dimensione dell'insieme delle immagini è uguale al rango della matrice, la dimensione del nucleo è uguale a $n - \text{rank}$, una applicazione lineare è costituita da polinomi lineari omogenei, la composizione di due applicazioni equivale al prodotto delle matrici che le rappresentano, matrice del cambio di base, A invertibile sse ha rango massimo, similitudine tra matrici, fattorizzazione di Gauss metodo alternativo.
- 17-10-17** Definizione assiomatica del determinante con 4 proprietà, 5 conseguenze della funzione determinante a partire dalle 4 proprietà, calcolo del determinante di una matrice diagonale. (Stelle di Neutroni)
- 18-10-17** Calcolo del determinante di una matrice triangolare superiore, a meno di segno il determinante deve essere uguale al prodotto dei pivot, la funzione determinante se esiste è unica, minore di una matrice, formule di Laplace per il calcolo del determinante e quindi esistenza di tale funzione (senza dimostrazione), il determinante della matrice trasposta è uguale al determinante della matrice stessa, formula di Sarrus, teorema di Binet (cenno di dimostrazione).
- 20-10-17** Il determinante dell'inversa è l'inverso del determinante, matrici simili hanno lo stesso determinante, teorema di Cramer, sottomatrice di una matrice, teorema dei minori orlati.
- 23-10-17** Calcolo dell'inversa, esercizi su pivoting e minori orlati con parametri.
- 24-10-17** Esercizi su costruzione di applicazioni lineari.
- 25-10-17** Definizione autovalore e autovettore, definizione autospazio e dimostrazione che è un s.s.v., definizione molteplicità algebrica di una radice, gli autospazi sono in somma diretta.

27-10-17 Esercizi col Tutor.

30-10-17 Definizione polinomio caratteristico e calcolo di autovalori per una matrice, definizione molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore, molteplicità algebrica maggiore o uguale a quella geometrica, esempi di calcolo di autospazi.

31-10-17 Endomorfismo semplice e matrice diagonalizzabile, correlazione tra i due concetti, condizione necessaria e sufficiente affinché un endomorfismo sia diagonalizzabile, se f ha n autovalori distinti allora è diagonalizzabile, definizione prodotto scalare, definizione spazio euclideo, esempio del prodotto scalare standard su \mathbb{R}^n .

2-11-17 Definizione di norma indotta da un prodotto scalare, proprietà della norma, definizione di distanza tra due vettori, di angolo tra due vettori e di ortogonalità tra due vettori, vettori non nulli e ortogonali sono linearmente indipendenti, associazione di una matrice ad un prodotto scalare, definizione di base ortonormale, la matrice associata ad un prodotto scalare rispetto ad una base ortonormale è la matrice identità.

3-11-17 Esercizi col Tutor

6-11-17 Definizione di ortogonale di un vettore e di ortogonale di un sottospazio con dimostrazione che sono sottospazi vettoriali, caratterizzazione dell'ortogonale di un sottospazio mediante una base, significato geometrico del prodotto scalare tra due vettori (visti come i coefficienti da attribuire ad una base ortonormale), ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.

7-11-17 Esistenza di una base ortonormale, completamento di vettori ortonormali ad una base ortonormale, dimensione dell'ortogonale di un sottospazio, definizione isometrie vettoriali o endomorfismi unitari, caratterizzazione endomorfismi unitari.

8-11-17 Definizione matrici ortogonali, determinante ed autovalori di matrici ortogonali, caratterizzazione degli endomorfismi unitari su \mathbb{R}^2 , definizione endomorfismo simmetrico e caratterizzazione con matrice simmetrica, definizione di matrice diagonalizzabile ortogonalmente ed equivalenza con avere una base ortonormale di autovettori, se una matrice è diagonalizzabile ortogonalmente allora è simmetrica.

10-11-17 Teorema spettrale, esercizi col Tutor.

13-11-17 Descrizione rette vettoriali in \mathbb{R}^2 , forma parametrica e forma cartesiana, descrizioni rette generiche nel piano, forma parametrica e forma cartesiana,

i coefficienti delle variabili nella forma cartesiana è la direzione ortogonale alla retta, giacitura di una retta, equazione retta passante per due punti, equazione parametrica e cartesiana di un piano in \mathbb{R}^3 .

14-11-17 Equazione parametrica e cartesiana di una retta in \mathbb{R}^3 , passaggio da equazioni parametriche a cartesiane, definizione di parallelismo, di incidenza e di essere sghembi tra piani e rette, esempi.

15-11-17 Non esistono rette sghembe in un piano, due rette sono sghembe se e solo se non esiste un piano che le contiene, definizione di rette ortogonali, definizione di retta e piano ortogonali, possibili posizioni reciproche retta-retta, retta-piano e piano-piano.

17-11-17 Test di Autovalutazione e correzione.

20-11-17 Fascio proprio e improprio di rette, fascio proprio ed improprio di piani, tre piani appartengono ad uno stesso fascio se e solo se la loro matrice associata non ha rango massimo, esercizi di geometria.

21-11-17 (parte di teoria facoltativa) Definizione di traslazione, definizione di affinità, un'affinità preserva la struttura di retta e di piano, definizione di isometria come composizione di traslazione e endomorfismo unitario, esercizi.

22-11-17 Esercizi.

28/29/30-11-17 Coniche:

definizione di conica, distinzione tra classificazione affine ed euclidea, associare una matrice simmetrica ad una conica, definizione conica a centro e distinzione tra coniche degeneri e non degeneri. Classificazione euclidea delle coniche (con dimostrazione) e classificazione affine delle coniche (con dimostrazione), studio dell'ellisse, dell'iperbole e della parabola con relative caratterizzazioni mediante fuochi e direttrici.

1-12-17 Esercizi col Tutor.

5/6/7-12-17 Quadriche:

definizione di quadrica, associare una matrice simmetrica ad una quadrica, distinzione tra quadriche degeneri e non degeneri. Classificazione affine delle quadriche (solo cenni di dimostrazione) e studio delle seguenti quadriche: ellissoide reale, iperboloide ad una falda, cono reale, iperboloide a due falde, paraboloido ellittico, paraboloido iperbolico, cilindro ellittico, cilindro iperbolico, cilindro parabolico. Esercizi sulla classificazione di una conica/quadrica data.

13/14/15/18-12-17 Numeri complessi:

definizione, operazioni e dimostrazione che è un campo, piano di Gauss, coniugato, norma. Definizione di argomento e di argomento principale. Scrittura trigonometrica e definizione ed uso della scrittura esponenziale. Teorema di De Moivre sulla moltiplicazione di due numeri complessi. Radici n-esime dell'unità e radici n-esime di un numero complesso qualunque. Teorema fondamentale dell'algebra (senza dim) e scrittura in irriducibili di un polinomio a coefficienti complessi. Un polinomio di secondo grado a coefficienti reali e senza radici ammette due radici complesse una la coniugata dell'altro. Scrittura in irriducibili di un polinomio a coefficienti reali. Esercizi col Tutor.