

Desde el segundo semestre del 2007 se creó un espacio académico extraclase, sugerido por los estudiantes y dirigido a ellos, denominado *Semillero de Investigación: Los Apóstoles del Buen Gusto*, en el cual se pretende profundizar en el conocimiento de temas teóricos y prácticos que son impartidos durante los pregrados de la Facultad de Economía. Este grupo cuenta con el financiamiento del Fondo de Innovación Pedagógica de la Universidad del Rosario y el apoyo de la Facultad de Economía.

Su nombre —lejos de ser una copia del así denominado grupo de Cambridge (1820), del que fue ilustre representante Jhon Maynard Keynes— responde a una mezcla de conceptos vernáculos y científicos propios. Antes de convertirse en una iniciativa avalada por la Facultad, la profundización que buscaron sus integrantes fue hacia el análisis matemático y su guía fue el libro de Tom **Apostol**, de allí se desprende la primera parte del sustantivo. **Del Buen Gusto** rememora las tertulias presididas por Doña Manuela Sanz de Santamaría, en las que se reunían intelectuales neogranadinos de principios del siglo XIX a discutir autores clásicos, representantes de la nueva ciencia, y artículos cifrados en los periódicos extranjeros.

El Semillero de Investigación: Los Apóstoles del Buen Gusto, iniciativa abierta para estudiantes interesados en la investigación académica, busca asegurar que las discusiones trasciendan más allá de su simple planteamiento y por ello se han creado grupos de trabajo que profundizan temas particulares en reuniones periódicas. La serie *Documentos de trabajo de estudiantes* se creó como mecanismo de difusión de las investigaciones del Semillero y espera contar con el aporte de aquellos interesados en publicar sus trabajos, invitación que se extiende a todos los estudiantes universitarios que hayan sido finalistas en alguno de los Foros Nacionales Estudiantiles.

Los autores interesados pueden consultar la página web <http://losapostoles.awardspace.com/>
O comunicarse con el correo electrónico losapostoles@urosario.edu.co



Luis Jairo Acevedo Avendaño
Paul Andrés Rodríguez Lesmes

Panem et Circenses, ¿educación pública de calidad o redistribución?

Documento de trabajo de estudiantes No. **1**

Semillero de Investigación

Facultad de Economía



UNIVERSIDAD DEL ROSARIO
Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario - 1653



Panem et Circenses, ¿educación pública de
calidad o redistribución?

Efectos de la provisión de un bien privado y su
calidad por parte del sector público sobre el
crecimiento y la distribución del ingreso

Luis Jairo Acevedo Avendaño
Paul Andrés Rodríguez Lesmes

Universidad del Rosario
Facultad de Economía
Editorial Universidad del Rosario
Bogotá D.C.
2008

ACEVEDO AVENDAÑO, Luis Jairo

Panem et circenses, ¿educación pública de calidad o redistribución? Efectos de la provisión de un bien privado y su calidad por parte del sector público sobre el crecimiento y la distribución del ingreso / Luis Jairo Acevedo Avendaño y Paúl Andrés Rodríguez Lesmes.-Facultad de Economía.-Bogotá: Editorial Universidad del Rosario, 2008.

39 p.-(Documento de trabajo; 01)

Colombia - Educación pública / Educación - Aspectos económicos / Colombia - Política económica / Colombia - Crecimiento económico / Modelos de enseñanza / Colombia - Política educativa / I. Título.

338.9861 SCDD 20

Luis Jairo Acevedo Avendaño
Paul Andrés Rodríguez Lesmes
Editorial Universidad del Rosario

* Las opiniones de los artículos sólo comprometen a los autores y en ningún caso a la Universidad del Rosario. No se permite la reproducción total ni parcial sin la autorización de los autores.
Todos los derechos reservados.

Primera edición: abril de 2008
Impreso y hecho en Colombia
Printed and made in Colombia

Panem et Circenses, ¿educación pública de
calidad o redistribución?¹

Efectos de la provisión de un bien privado y su
calidad por parte del sector público sobre el
crecimiento y la distribución del ingreso

Luis Jairo Acevedo Avendaño²
Paul Andrés Rodríguez Lesmes³

Resumen

La utilización de la provisión de un bien privado por parte del sector público como política de redistribución del ingreso, es considerada una buena herramienta ante la falta de información sobre los agentes. No obstante, si se puede recaudar, a cierto costo, la información necesaria puede aplicarse un impuesto progresivo que mejore la eficiencia redistributiva de la política. Por otra parte, los costos sociales de sobreestimar esta herramienta pueden llegar a ser altos, dependiendo de las condiciones institucionales y del bien privado con el que se implementa la política. Si se tiene un orden institucional que no permite la discriminación por niveles de ingreso en la provisión del bien privado, necesariamente entra a operar la autoselección de los individuos como una relación inversa entre efecto redistributivo y calidad del bien privado. Si esta última tiene efectos sobre la acumulación de capital humano, también tendrá efectos sobre el crecimiento y la distribución

¹ Esta ponencia obtuvo el primer lugar en el VI Concurso de Ponencias de Estudiantes de Economía JESÚS ANTONIO BEJARANO, en el marco del XXII Congreso Nacional de Estudiantes de Economía, los días 2 al 5 de octubre de 2007 en Bucaramanga, Colombia; en el VII Foro de Estudiantes de Economía de la Escuela colombiana de Ingeniería Julio Garavito, realizado los días 27 y 28 de septiembre de 2007 en Bogotá, Colombia; y en el VI Foro de Estudiantes de Economía, Finanzas y Internacional en la Universidad Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario, realizado los días 8 y 9 de noviembre de 2007 en Bogotá, Colombia.

² Estudiante de sexto semestre del Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario.

³ Estudiante de sexto semestre del Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario.

del ingreso a largo plazo. Es por ello, que los gobiernos enfrentan un dilema entre apaciguar a corto plazo problemas de distribución y obtener beneficios políticos, y lograr un mayor crecimiento y equidad en el largo plazo.

Keywords : Provisión pública, calidad, bien privado, educación, crecimiento, impuestos, equidad, ingreso, capital humano.

JEL codes D3, D63, H42, I28, I38.

1. Introducción y motivación

La educación es un derecho inalienable de todas las personas, además obligatoria y gratuita en los niveles básicos (ONU 1948, Art.26, Num.1). De tal noción, emana la obligación del Estado Social de Derecho de asegurar la prestación del servicio educativo a todos los individuos que están bajo su potestad, y velar porque cualquier individuo pueda acceder a ella sin importar su condición. La opción más conocida es la prestación, por parte del sector público, del bien privado educación. Pero, la provisión de un bien privado por parte del sector público tiene una ventaja adicional: la capacidad de redistribuir el ingreso ante la falta de información (Besley and Coate 1991). No obstante, dadas las condiciones institucionales del Estado Social de Derecho, aprovecharse de esta capacidad puede terminar por consolidar la desigualdad en el tiempo; una política de este corte puede asimilarse con la máxima del escritor latino Juvenal: *Panem et Circenses* (pan y circo), donde sólo distracción y ninguna solución se le da a los ciudadanos menos privilegiados.

La educación es un bien privado muy interesante: es un bien rival al existir ‘cupos’ para asistir a clase, y es un bien fácilmente excluyente al cobrarse matrículas y pensiones, convirtiéndose en un bien privado. Es considerado un bien normal en cuanto a la calidad y tiempo de estudio. Además, según la teoría del capital humano, es un insumo en la acumulación de capital humano, generador de incrementos en productividad y determinante del nivel de ingreso a largo plazo (Schultz 1963; Romer 1986; Lucas 1988; Mankiw, Romer, and David 1992). No obstante, su importancia desborda el plano netamente de mercado y se extiende a todas las ciencias sociales.

La educación es fundamental en la formación de la personalidad, a nivel individual, y de la cultura, a nivel colectivo. Por ende, el Estado ve en la educación pública un elemento primordial para generar una base homogénea que universalice ciertos valores y principios entre sus ciudadanos. Tal es una de las razones para que se encuentre en la Declaración Universal de los Derechos Humanos que uno de los objetivos de la educación debe ser la paz, fomentando principios como el respeto y la tolerancia (ONU 1948, Art. 26, Num. 2). La educación es de tal manera uno de los pilares fundamentales de un orden social, siendo el sector educativo el segundo bastión para la conservación de una sociedad –después de la familia– (Colombia 1991). De tal manera,

la educación hace parte del núcleo de la identidad de una Nación. Las naciones, a través de la historia, han utilizado su sistema educativo para intentar generar las bases del Estado ante la diversidad cultural (Good and Teller 1969): el caso más interesante es el de EE.UU. que formado en su gran mayoría por inmigrantes, utilizó su sistema educativo para generar su identidad nacional (Friedman 1962)⁴. Por tal razón, se dice que “la educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social” (Colombia 1991). La educación es un bien privado que es además obligatorio, al menos en sus niveles básicos, dado que es esencial para el mismo individuo: los individuos a veces no saben lo que les conviene, y el Estado debe forzarlos en ciertas ocasiones (J.S Mill). Y finalmente, a mayores niveles de educación la calidad de vida del individuo tiende a mejorar notoriamente: desde asuntos básicos como salud y bienes de consumo, hasta, inclusive, la elección de pareja y formación de un hogar con hijos bien criados (Haveman and Wolfe 1984; Wolfe and Zuvekas 1995).

Vemos la importancia de la educación para sostener un orden social, y en especial, uno representativo y participativo como es la democracia el cual requiere de individuos al menos aptos para ejercer sus derechos políticos (Friedman 1962). Además, la sociedad obtiene ventajas como la reducción de la violencia: estudiar reduce la posibilidad de ingresar al mundo del crimen (Ehrlich 1975). Lo anterior es sumamente valioso cuando el límite entre lo lícito y lo ilícito es el hambre, y entre estudiar o no estudiar es el costo de oportunidad de trabajar y colaborar con la alimentación de una familia (Schultz 1963). De ahí que en cuanto a política, suele darse prioridad a la cobertura frente a la calidad de la educación.⁵

¿Qué tan relevante es la calidad de la educación? ¿Vale la pena invertir en mejorar la calidad de la educación, o sólo es un lujo? ¿Para el Estado, lo único que debe importar en sí es que todos se eduquen? Para responder a ello debemos hablar sobre las

⁴ En Colombia la importancia de la educación como base social es evidente durante el siglo XIX, cuando la facción política dominante imponía su *pensum*, y en el siglo XX, en los años treinta, donde la república liberal fortaleció notoriamente la educación pública con el objetivo de generar una identidad nacional (Rivas 1999).

⁵ Para mayor información sobre las diferentes perspectivas de la educación ver (Gradstein, Justman, and Meier 2005).

implicaciones de la calidad de la educación para el crecimiento económico y la distribución del ingreso. Posteriormente, entraremos a considerar por qué la política educativa orientada a cambiar la distribución del ingreso a corto plazo afecta la calidad de la educación dentro del marco institucional de un Estado Social de Derecho.

1.1. Crecimiento económico, distribución y educación

La teoría del capital humano, desarrollada inicialmente por Schultz y Becker en los años sesenta, asegura que la producción aumenta no sólo por la acumulación del capital, sino también por la acumulación del “capital humano”; aumento en la productividad laboral, no por cambio tecnológico, sino por aumento en las capacidades propias del individuo (cambia la ‘tecnología’ pero del individuo)(Krueger and Lindahl 2000; Gradstein, Justman, and Meier 2005). Un buen ejemplo de esta teoría es el modelo de crecimiento exógeno (Mankiw, Romer, and David 1992) desarrollado en los años noventa. Dicha variación del modelo de Solow afirma que no sólo se dan diferencias en el crecimiento por tasas de natalidad, ahorro, depreciación, o innovación tecnológica, también hay una diferencia importante y es “la tasa de ahorro” del capital humano. La noción del modelo es sencilla: en las mismas condiciones, el país con individuos mejor preparados y productivos tendrá un nivel de ingreso mayor. Como es evidente, un país con mejor calidad educativa suele tener personas mucho más productivas. La calidad de la educación termina entonces por generar diferencias entre las naciones: colabora para determinar cuáles naciones son pobres, y cuáles no.

Y lo mismo se repite entre los individuos de una misma nación. (Galor and Zeira 1993) desarrollaron un modelo de crecimiento endógeno en el cual se da una trampa de pobreza gracias a la imperfección del mercado crediticio (la indivisibilidad del capital humano y las tasas de interés elevan los costos de acumulación de capital humano). Plantean la existencia de un nivel de gasto mínimo para que se den ventajas de crecimiento en el ingreso gracias a la acumulación de capital humano. Debido a que individuos de menores recursos no logran ese nivel educativo, no podrán salir de la pobreza. La inequidad educativa se transforma en inequidad de ingreso.

Hasta el momento, todo apunta a que un Estado debe tener en cuenta la calidad de la educación para asegurar en el largo plazo, la

posibilidad de equidad entre las personas y naciones. Un país que decida invertir poco en educación se está condenando a la pobreza y a la desigualdad en el largo plazo.

2. Modelo de educación pública

La provisión de un bien privado por parte del sector público puede tener efectos redistributivos del ingreso. Si esto lo combinamos con una política propiamente redistributiva como lo es un impuesto progresivo, el efecto se puede mejorar. La idea es recaudar un impuesto para costear, la educación pública. Pero, para que haya redistribución, los ricos deben pagar más que los pobres, o el sistema educativo debe ser primordialmente para los pobres⁶. Con el fin de saber quiénes son ricos y quiénes pobres debe recaudarse información y eso tiene cierto costo. (Besley and Coate 1991) desarrollaron un modelo de equilibrio general en el cual concluyen que la redistribución del ingreso mediante un sistema educativo universal y con un impuesto único, puede generar redistribución del ingreso sin necesidad de saber quiénes son ricos y quiénes pobres: los individuos se autoseleccionan por la diferencia entre la calidad pública y la privada. El sistema es tan efectivo que inclusive puede ser eficiente (no se presentan pérdidas al cobrar el impuesto)⁷. A continuación tomaremos el modelo y aplicando un impuesto progresivo sencillo, e incluyendo el costo de la información, evaluaremos las implicaciones de buscar la redistribución del ingreso mediante esta política.

2.1. Modelo de equilibrio general

Consideremos la siguiente economía: hay dos únicos bienes, el bien privado en cuestión, y un numerario z (lo que no es bien privado). El bien privado es de consumo unitario (o cero si no consume) por cada consumidor (no se puede tomar medio cupo en un colegio por ejemplo) y tiene diferentes niveles de calidad q , de tal manera que

⁶ Lo primero es el ingreso progresivo, lo segundo puede darse (Besley and Coate 1991). Si se utilizan ambos métodos, la redistribución es mayor.

⁷ El nuevo equilibrio se mantiene sobre la misma frontera de posibilidades de utilidad.

$q \in [\underline{q}, \bar{q}] \vee q = 0$, donde \underline{q} es el nivel de calidad mínimo posible, y \bar{q} el máximo posible. La tecnología para producirlo es bastante sencilla: pq unidades de z se transforman en una unidad del bien privado de calidad q .

$$\text{Función de producción por unidad : } q = \frac{z}{p} \quad (1)$$

$$\text{Demanda condicionada por unidad : } z^c = pq \quad (2)$$

Tenemos dos clases de individuos, con un ingreso bajo y_L , y con un ingreso alto y_H tal que $y_H > y_L$. La proporción de los primeros individuos es γ_L , y por consiguiente $1 - \gamma_L$ es la proporción de los segundos. Asumimos que dichos individuos tienen las mismas preferencias del numerario y la calidad por simplicidad, y dichas preferencias son bien comportadas: la función es estrictamente cuasi-cóncava y ambos bienes son normales. De tal manera, se obtiene una frontera de posibilidades de utilidad (FPU) cóncava al origen.

$$u(q, z)$$

$$\begin{aligned} u_q &> 0 & u_z &> 0 \\ u_{qq} &< 0 & u_{zz} &< 0 \end{aligned} \quad (3)$$

En el equilibrio competitivo, los mercados se vacían y obtenemos un vector de precios que satisface a los productores del bien privado y a los dos tipos de consumidores. La economía con n individuos con utilidad $u(q, z)$, con demandas *marshallianas* $z_i^m(p, y_i)$ donde $i \in L, H$, estaría representada por las siguientes dos ecuaciones de mercados:

$$n\gamma_L z_L^m + n(1 - \gamma_L)z_H^m + z_T^c = n\gamma_L y_L + n(1 - \gamma_L)y_H \quad (4)$$

$$\gamma_L q_L^m + (1 - \gamma_L)q_H^m = q_T \quad (5)$$

Tendremos entonces en cuenta algunos resultados. En el equilibrio la utilidad indirecta debe cumplir con: $v(p, y_H) > v(p, y_L)$, los individuos de mayor ingreso obtienen una utilidad mayor que sus pares menos afortunados. Dicho resultado hace parte de la FPU como resultado del primer teorema del bienestar.

2.2. Modelo con provisión pública del bien privado

Acorde con la esencia del Estado Social de Derecho, el sector público y el privado pueden coexistir: tendremos una calidad fija de la educación del gobierno q_g . Según nuestra tecnología, el costo de cada unidad será $p q_g$, por lo que el coste será de $n p q_g$. Pero además, se incurre en un costo marginal asociado a la recolección de la información sobre el ingreso de cada individuo c . De tal manera que el coste total será de $n(p q_g + c)$.

Para asumir el gasto, se crea un impuesto progresivo en el cual los de ingreso alto pagarán T_H , y los de bajo T_L . De tal manera, $n \gamma_L T_L + n(1 - \gamma_L) T_H = n(p q_g + c)$. Los individuos con menor ingreso costearán una proporción α_L del bien privado, mientras que los de mayor ingreso darán $1 - \alpha_L$. Para que sea progresivo, es necesario que los de escasos recursos costeen menos de lo que les correspondería si pagasen lo estricto para autofinanciar la provisión del bien privado: $\alpha_L < \gamma_L$. Es claro que la distribución progresiva con un impuesto de suma fija puede no ser nada progresiva (si: $\frac{T_L}{y_L} > \frac{T_H}{y_H}$), pero, al no ser relevante en el resultado, asumiremos que las proporciones son *ad hoc*. De tal manera, obtenemos que los impuestos para cada individuo deben ser:

$$\begin{aligned} T_H &= \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (p q_g + c) \\ T_L &= \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (p q_g + c) \end{aligned} \quad (6)$$

Pero si además queremos que la provisión sólo sea para los de menor ingreso, utilizando el bien privado para aumentar el efecto redistributivo, tendremos que el coste del sistema será $n \gamma_L p q_g + n c$, y los impuestos óptimos:

$$\begin{aligned} T_H &= \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (p q_g \gamma_L + c) \\ T_L &= \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (p q_g \gamma_L + c) \end{aligned} \quad (7)$$

Tendremos que tener en cuenta que la política tiene sentido sólo si el entregarle este servicio a los pobres termina aumentando su utilidad (que según nuestro supuesto de igualdad de funciones de utilidad, es un aumento en sus ingresos). Si se logra realizar una redistribución efectiva, a través de un empobrecimiento de los ricos mayor que el

empobrecimiento de los pobres, es difícil que la medida sea socialmente aceptada. Por tal razón, la restricción de participación sería aquella que mejore la utilidad de los pobres con respecto a su estado anterior a la intervención estatal⁸:

$$v(p, y_L) \leq u(q_g, y_H - T_L) \quad (8)$$

Utilizaremos un último aspecto antes de hablar de la calidad y la redistribución, la compensación monetaria. Representará la valoración que le dan los individuos a la intervención del Estado: cuánto dinero debería transferirse para que se alcance el mismo nivel de utilidad que el generado por la implementación del bien privado gratuito. La transferencia del Estado puede ser negativa si se percibe como menor al recaudo para costear la política (que será lo que ocurrirá normalmente con los individuos de mayor ingreso). Puede verse como lo que en efecto consume -el gasto $e(p, u(q, z))$ -, menos lo que monetariamente tiene $-y - T_L$.

$$\begin{aligned} m(q_g) v(p, y_i + m(q_g)) &= u(q_g, y_i - T_i) \\ m(q_g) &= e(p, u(q_g, y_i - T_i)) - y_i \end{aligned} \quad (9)$$

A partir del segundo teorema del bienestar, sabemos que al redistribuir las dotaciones de ingreso llegaríamos a un punto eficiente (se encuentre en la FPU). Por tal razón, cada individuo de bajo ingreso debe recibir un $m(q_g)$ máximo de pq_g (que sería eficiente), el valor del producto entregado⁹. Ese punto óptimo lo llamaremos q^* . Incluyendo el sector público, y restando los impuestos, podemos entonces reformar nuestro mercado y plantearlo de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} n\gamma_L z_L^m + n(1 - \gamma_L) z_H^m + z_T^c + cn \\ = n\gamma_L (y_L - T_L) + n(1 - \gamma_L) (y_H - T_L) \\ \gamma_L q_L^m + (1 - \gamma_L) q_H^m = q_{Tp} + q_{Tg} \end{aligned} \quad (10)$$

⁸ (Besley and Coate 1991) utilizaron una restricción de participación que comparaba la utilidad con el bien privado, y la utilidad indirecta con el ingreso menos el impuesto, $u(q_g, y_L - T_L) > v(p, y_L - T_L)$. No obstante, al hablar de implementar o no una política, aumentar el yugo de la pobreza para conseguir una mayor equidad no parece ser muy coherente en cuanto al objetivo moral perseguido.

⁹ Así el costo para el Estado haya sido mayor a pq_g , al individuo le bastaría esa suma para conseguir el nivel de calidad q_g .

Una vez reformado nuestro modelo, vamos a definir una medida de redistribución social ψ , que medirá la diferencia entre las variaciones de los ingresos bajos y altos de la economía. Entre mayor sea el coeficiente, mayor será la redistribución relativa (los pobres verán su ingreso crecer más que el de los ricos).

$$\psi = \frac{y'_L}{y_L} \gamma_L - \frac{y'_H}{y_H} (1 - \gamma_L) \quad (11)$$

Con estos conceptos analizaremos diferentes formas de implementación de la educación pública, y los efectos de usar cada una de ellos con fines redistributivos en el corto plazo.

3. Modelos de educación pública

La educación pública es un componente de lo que se denomina “componente social”, esencial en un Estado moderno. El origen de este tipo de Estado se remonta a la República de Weimar alemana, y se enfatiza en el mundo capitalista con la gran depresión y el asistencialismo de la época como respuesta a la miseria y el fantasma del comunismo. No obstante, la educación pública es muy anterior, y tiene su origen con la consolidación de los Estados Nacionales, que veían en ella una fuente de homogenización y unificación cultural importante. La educación pública universal y gratuita fue implantada en varias naciones, como en EE.UU. para “civilizar” e integrar a los inmigrantes (Schultz 1963). En Colombia se intentó realizar esta tarea en numerosas ocasiones, pero fue modesto el avance durante el siglo XIX. Uno de los modelos fue la creación de un sistema nacional educativo completamente controlado por el Gobierno: se expropiaron escuelas, colegios y universidades al clero (y los pocos seculares que existían) para generar dicho sistema¹⁰. Este sistema no fue muy efectivo y sólo hasta el siglo XX se crearía un sistema público bien organizado, pero respetando las instituciones privadas. A continuación analizaremos ambos modelos y veremos los efectos redistributivos de cada uno de ellos.

¹⁰ Como el caso del Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario.

3.1. Educación nacional completamente pública

La educación controlada por el Estado es propia de gobiernos con una tendencia más colectivista que individualista, orientados hacia el socialismo. En estos casos sólo existe la calidad brindada por el Gobierno, subvencionada por el mismo, pero con la posibilidad de impuestos progresivos. Basados en lo anterior, abordaremos el modelo con esta clase de restricciones institucionales. Empezaremos con los ingresos de los individuos: ambos tipos de ciudadanos pagan su contribución [que subsidia la educación para todos, ver ecuación (6)], y ambos recibirían el bien privado; por consiguiente, definiremos sus ingresos basados en la compensación monetaria (que claramente no es igual para ambos individuos gracias a la existencia de un impuesto discriminado). Ver ecuación (9)). Los ingresos serían:

$$\begin{aligned} y'_L &= y_L + m_L(q_g) \\ y'_H &= y_H + m_H(q_g) \end{aligned} \quad (12)$$

Asumiremos máxima eficiencia, de tal manera que ambas compensaciones son equivalentes a $pq_g^* - T_i$ y nos encontramos en la misma FPU. Tomando nuestro coeficiente de distribución ψ con esta condición,

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \{pq_g^* (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L + y_L (1 - \alpha_L))\} - 1 \quad (13)$$

En esta ecuación podemos encontrar algunas propiedades básicas. La primera, la redistribución es mayor si es mayor la calidad de la educación; al ser más costoso dar una buena educación, el impuesto debe ser mayor y, como los ricos pagan este tipo de educación, su ingreso disminuye más.

$$\frac{\partial \psi}{\partial q_g^*} = \frac{1}{y_L y_H} p (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) > 0 \quad (14)$$

La segunda propiedad es que el efecto cae si la proporción que pagan los pobres aumenta. Lo cual es intuitivo porque dicha proporción es la que determina el efecto distributivo del impuesto.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \alpha_L} = \frac{1}{y_L y_H} (-pq_g (y_H + y_L) - c(y_H - y_L)) < 0 \quad (15)$$

Con respecto a la proporción de pobres en la economía, el efecto es creciente. Aunque parezca contradictorio, este efecto se debe a la forma en que el impuesto progresivo genera la redistribución basado en este parámetro.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \gamma_L} = \frac{1}{y_L y_L} p q_g^* (y_H + y_L) > 0 \quad (16)$$

Finalmente, el efecto con respecto al costo de información es ambiguo: depende de la ponderación de los impuestos y de la diferencia de ingresos. Lo que nos dice esta ecuación es que la relación entre el ingresos debería ser menor que la relación entre participación en la financiación, si se desea que el aumento del costo de información beneficie la redistribución. Si ocurre lo contrario, el costo de información adicional será pagado en mayor cuantía por los pobres que por los ricos (al caer el índice de redistribución):

$$\frac{\partial \psi}{\partial c} = \frac{(1 - \alpha_L)}{y_H} - \frac{\alpha_L}{y_L} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial c} > 0 \text{ si } \frac{(1 - \alpha_L)}{\alpha_L} > \frac{y_H}{y_L} \quad (18)$$

Vemos cómo un aumento en la calidad, termina mejorando la redistribución, inclusive, en el corto plazo. Para ahondar más en el proceso redistributivo, supongamos que se elige un nivel de calidad tal que se logra la máxima equidad. Bajo ese precepto, los ingresos deberían igualarse. Manteniendo el supuesto de la máxima eficiencia, obtendremos el nivel de consumo de cada individuo en educación.

$$y_L - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (p q_g + c) + p q_g = y_H - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (p q_g + c) + p q_g \quad (19)$$

$$p q_g^* = \frac{(y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L}{\gamma_L - \alpha_L} - c$$

Encontramos entonces que el nivel de gasto en educación debería ser mayor¹¹ si la desigualdad es mayor; mayor, si es mayor la proporción que debe pagar un individuo de ingreso bajo (la caída en distribución por impuesto se debe compensar con transferencia del bien privado); menor si es mayor el costo de información (al destinarse mayores

¹¹ Nótese que dada la función de utilidad, puede aumentarse q hasta el infinito. No obstante, el transpaso de una mayor cantidad de recursos a la educación no garantiza que su calidad aumentará indefinidamente (Schultz 1963).

recursos para este rubro, el impuesto está redistribuyendo más al ser mayor la contribución de los acaudalados). (Ver ecuaciones (20)).

$$\begin{aligned}\frac{\partial pq_g^*}{\partial(y_H - y_L)} &= \frac{(1 - \gamma_L)\gamma_L}{\gamma_L - \alpha_L} > 0 \\ \frac{\partial pq_g^*}{\partial\alpha_L} &= \frac{(1 - \gamma_L)\gamma_L}{(\gamma_L - \alpha_L)^2} > 0 \\ \frac{\partial pq_g^*}{\partial c} &= -1 < 0\end{aligned}\quad (20)$$

Si vemos el efecto total de redistribución máximo, reemplazando el nivel de gasto máximo en el coeficiente de distribución, obtenemos que depende positivamente del diferencial de ingreso y negativamente del costo de la información. Tanto mayor sea la equidad, cuanto mayor debió ser la redistribución; entre más dinero se ‘pierda’ recaudando información, menor redistribución se da.

$$\psi_{MaxEq} = \frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L(y_H + y_L) - c[y_H\gamma_L - y_L(1 - \gamma_L)] \right\} - 1 \quad (21)$$

3.2. Educación mixta

Bajo la idea de la igualdad moral y material básica en el Estado Social de Derecho, surge la posibilidad de establecer una educación con un nivel de calidad mínimo para que los ciudadanos tengan posibilidad de supervivencia y crecimiento, pensando tanto en el corto como en el largo plazo. Una fórmula del Estado para establecer dicha igualdad material es conformar un sistema educativo subsidiado dirigido a la población más desfavorecida, dejando a las libres fuerzas del mercado el establecimiento de un nivel de calidad óptimo para la población con altos ingresos. Para financiar el sistema de educación subsidiado a los pobres, se hace indispensable el establecimiento de un impuesto progresivo.

Para generar la redistribución, luego del impuesto progresivo, el Estado ofrecerá una compensación para la población de menores ingresos, la cual debe estar representada en la calidad de la educación que el Estado brindará y en el que dichos agentes invertirán en menor

proporción de manera directa. A continuación, veremos los ingresos disponibles de los individuos, donde solamente los de menor ingreso tienen una compensación monetaria positiva, porque será a ellos a quienes va dirigida la política. Además, se aprecia que los impuestos sólo cubren la provisión del bien a la población de menores recursos [(ver ecuación (7))].

$$\begin{aligned} y'_L &= y_L - \frac{\alpha_L}{\gamma_L}(pq_g\gamma_L + c) + pq_g \\ y'_H &= y_H - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L}(pq_g\gamma_L + c) \end{aligned} \quad (22)$$

Se puede observar que, para la población de mayores ingresos no existirá transferencia alguna por parte del Estado, y ellos mismos tendrán la posibilidad de elegir un nivel de calidad de la educación que maximice su nivel de utilidad. La manera en que veremos la existencia de un efecto positivo de la redistribución es analizando la magnitud de la variación en el gasto de los agentes con altos y bajos ingresos. Aplicando las nuevas condiciones a nuestro modelo, obtenemos el coeficiente de redistribución.

$$\psi = \frac{1}{y_H y_L} \{pq_g^* \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) - c (y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L))\} - 1 \quad (23)$$

El comportamiento del coeficiente de redistribución es igual al del caso público nacional. Es directamente proporcional a la calidad implementada por el Gobierno (ver ecuación (24)). El comportamiento con respecto a la proporción de la calidad de la educación financiada por los agentes de bajos ingresos es inverso (ver ecuación (25)). Es creciente con respecto a la proporción poblacional (ver ecuación (26)), por la forma del impuesto progresivo, y el efecto del costo de información es ambiguo (ver ecuación (27)). Para mayor información retomar la sección 2).

$$x \frac{\partial \psi}{\partial q_g^*} = \frac{1}{y_H y_L} p \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) > 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \alpha_L} = \frac{1}{y_H y_L} (-pq_g^* \gamma_L (y_H + y_L) - c (y_H - y_L)) < 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \gamma_L} = \frac{1}{y_H y_L} (pq_g^* (1 - \alpha_L) (y_H + y_L)) > 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial c} = \frac{(1 - \alpha_L)}{y_H} - \frac{\alpha_L}{y_L} \quad (27)$$

Si deseamos una total redistribución, se deben igualar los ingresos, y además se termina igualando la calidad de educación recibida por ambos sectores de la población así como el consumo del numerario z (al tener el mismo ingreso pueden obtener la misma cesta, y la obtendrán dado que poseen las mismas preferencias).

$$\begin{aligned} y_L - \frac{\alpha_L}{\gamma_L}(pq_g^* \gamma_L + c) + pq_g^* &= y_H - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L}(pq_g \gamma_L + c) \\ pq_g^* &= \frac{(y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L - c(\gamma_L - \alpha_L)}{(1 - \alpha_L)\gamma_L} \end{aligned} \quad (28)$$

Observamos además que un aumento del diferencial de los ingresos implica que el costo de la educación subsidiada también ha de aumentar, dado que es necesario transferir más del bien privado a los de menor ingreso para llegar a la igualdad. También, si hay una mayor proporción de personas de ingresos bajos que financian la educación estatal el costo de dicha educación será mucho mayor. Con respecto al costo de información, el resultado es predecible: entre mayor sea el costo de disminuir la asimetría de información, entonces el costo de la educación subsidiada será mucho mayor.

$$\begin{aligned} \frac{\partial pq_g^*}{\partial (y_H - y_L)} &= \frac{1 - \gamma_L}{1 - \alpha_L} > 0 \\ \frac{\partial pq_g^*}{\partial \alpha_L} &= \frac{(y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L^2 + c\gamma_L(1 - \gamma_L)}{(1 - \alpha_L)^2\gamma_L^2} > 0 \\ \frac{\partial pq_g^*}{\partial c} &= \frac{\gamma_L - \alpha_L}{(1 - \alpha_L)\gamma_L} > 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Si reemplazamos el costo de máxima redistribución en el factor de redistribución, obtendremos el valor de máxima equidad. Como se observa, la ecuación del factor de distribución máximo depende exclusivamente de los parámetros de ingreso y de la proporción de pobres y ricos dentro del total de ciudadanos. Con una condición de primer orden del factor de redistribución con respecto al diferencial de ingresos, nos damos cuenta que en realidad el mayor grado de redistribución dependerá de la magnitud del costo de la información.

$$\begin{aligned} \psi = \frac{1}{y_H y_L} \{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)(y_H + y_L)\gamma_L \\ - c(y_H \gamma_L - y_L(1 - \gamma_L)) \} - 1 \end{aligned} \quad (30)$$

Puede verse que el resultado es el mismo que para el caso de la educación nacional completamente pública (ver ecuación (21)). La explicación es sencilla: dado que en ambos casos se llegó a la máxima redistribución, ahora los ingresos son iguales, tanto de ricos como de pobres, y como en ambos casos se empezó con la misma diferencia de ingresos, la redistribución total debe ser la misma de forma independiente del método adoptado para realizarla¹². No obstante, lo que no es igual es la calidad en cada caso, dado que en uno de ellos debe aumentarse para lograr la misma transferencia que en la otra, como veremos al comparar los dos modelos (ver).

3.2.1. Educación mixta restringida

Un caso extremo que puede surgir a la hora de implantar subsidios a los individuos con ingresos bajos, es aquel Estado Social de Derecho con una información perfecta sobre los ciudadanos que están bajo su potestad y con un sistema jurídico que lo respalde para controlar la entrada de individuos con ciertas características al sistema educativo que ofrece. Cuando nos referimos a la perfecta información del Estado acerca de sus ciudadanos, estamos hablando de un conocimiento perfecto y claro de quiénes tienen ingresos altos y quiénes tienen ingresos bajos. Esto le permite al Gobierno establecer impuestos diferenciados, además de la capacidad de identificar el grupo al que pertenece cada individuo que intenta entrar al sistema estatal; y apoyándose en el sistema jurídico, decidir si permite o no que este individuo acceda a dicho bien. Este sistema se muestra como el más eficiente, ya que no obliga al Estado a establecer brechas de calidad generando una posible afección negativa sobre los individuos de bajos ingresos, como es susceptible que ocurra en la educación mixta de autoselección. Sería el sistema más eficiente en cuanto permitiría hacer una mejor redistribución del ingreso, evitando pérdidas de eficiencia. Además permite el pluralismo en la educación dado que los individuos con altos niveles de ingreso no se encontrarían sometidos a un único tipo de educación, como el ofrecido por el Estado, sino que podrían escoger entre las diversas gamas de educación que el mercado les ofrezca.

¹² Así como para ir de Bogotá a Medellín se puede tomar un automóvil, avión, u otros medios más exóticos, aún así la distancia recorrida es siempre la misma.

3.2.2. Educación mixta universal (autoselección)

Uno de los principales problemas del Estado a la hora de establecer subsidios de un bien privado como la educación, es la carencia de información y de normatividad para dirigir su política a la población más desfavorecida y que realmente necesita de la asistencia. Para solucionar el problema de la entrada de individuos que no necesitan del subsidio a la educación, surge la teoría de autoselección de los individuos, en la cual se establecen unos intervalos de calidad que garantizan la entrada de los individuos con ingresos bajos al sistema educativo estatal y no generan incentivos a los de ingresos altos para entrar al sistema público. Pero este no es un caso imaginario, en muchos países existe información acerca de los individuos que tienen altos ingresos y de quienes no los tienen; sin embargo, no están en capacidad de discriminar a los integrantes de un sector determinado para evitar su entrada al sistema establecido por el Estado debido a las restricciones institucionales. Pero la información inicial puede ser de vital importancia a la hora de establecer los impuestos, debido a que permite el establecimiento de impuestos diferenciados y, a la larga, progresivos.

$$\begin{aligned}
 v(p, y_H - T_H) &\geq u(q_g, y_H - T_H) \\
 v(p, y_H - T_H) &\geq v(p, y_H + m(q_g)) \\
 y_H - T_H &\geq y_H + m(q_g) \\
 -T_H &\geq m(q_g)
 \end{aligned} \tag{31}$$

En conjunto con la restricción de participación, podemos obtener un intervalo $[q_{min}, q_{max}]$, donde la cota inferior es la condición de entrada del “pobre”, y la superior la de no entrada del “rico” (nótese que $m(q_{max}) = 0$ en tal caso). Debemos analizar si el punto óptimo q^* se encuentra dentro del intervalo, de lo contrario, no lograremos eficiencia. El otro asunto a considerar respecto al intervalo es la limitación de la capacidad redistributiva: vimos que la redistribución es creciente en cuanto a la calidad (ecuación (24)), pero la existencia de una cota superior limita el efecto. No obstante, la calidad máxima se ve limitada por otra situación, y es el diferencial de ingresos; la calidad para máxima redistribución es creciente en dicho diferencial (ver ecuación (29)). Si no puede llegarse sino hasta cierto punto de calidad, entonces no puede llegarse al punto de máxima equidad que

depende del diferencial (ver ecuación 30). Lo peor es que la calidad máxima es decreciente respecto a ese diferencial: si el diferencial aumenta se requiere una calidad mayor para conseguir cierto nivel de redistribución, los impuestos deben aumentar y por ello son los ricos los que más ven reducido su ingreso (por el impuesto progresivo); la compensación monetaria sería mayor ahora para un nivel de educación pública dado (al reducirse el ingreso, se ‘valora’ más el mismo bien. Ver ecuación 9), por lo que para cumplir la condición de una “compensación sin incentivos a entrar” (ver ecuación 31), se necesita reducir el q_{max} . De esta manera, a mayor diferencia de ingreso, menor poder redistributivo se tiene, y menor calidad es prestada. Claramente, la diferencia en ingresos podría ser tal, que no pudiese darse prácticamente ninguna clase de redistribución.

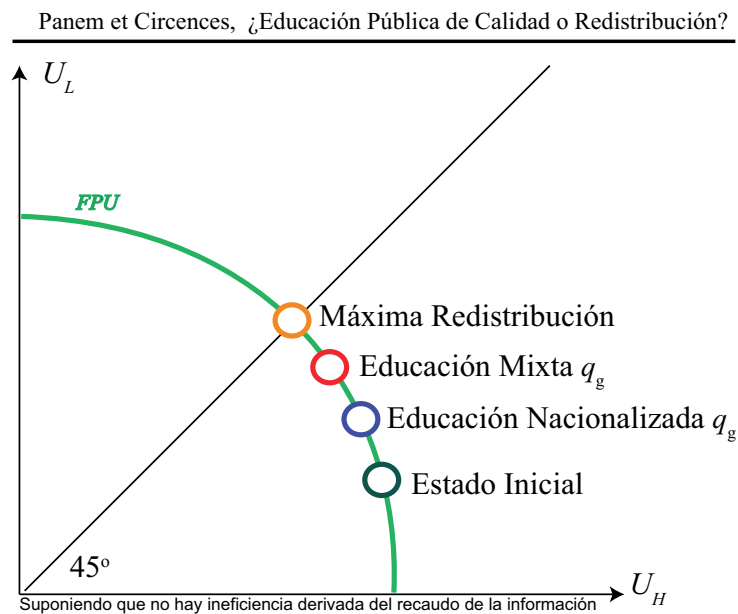
3.3. Modelos de educación pública y efectos redistributivos

Analizados, ya los efectos redistributivos de los modelos, entraremos a compararlos. Para ello debemos tener en cuenta tanto factores institucionales (como restricciones legales, culturales, etc.) como factores de eficiencia. Es claro que los modelos identifican diferentes percepciones ideológicas, y su imposición no depende puramente de los efectos de mercado, no obstante, realizaremos esta comparación para seguir el hilo que planteamos inicialmente.

En primera instancia, compararemos los coeficientes de redistribución ψ en ambos casos. Tomaremos las ecuaciones 13 y 23 que son las correspondientes a analizar. La idea es evaluar si al tener dos economías similares, y se implantara un sistema educativo mixto en una, y completamente público en otra, en cuál de los dos se presentaría una mayor redistribución (suponiendo la misma calidad $-q_g^*$ en ambas naciones).

$$\begin{aligned}
 & \psi_{Mixta} : \psi_{Nacional} \\
 & pq_g^* (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) : pq_g^* \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) \\
 & 1 : \gamma_L \tag{32} \\
 & 1 > \gamma_L \\
 & \psi_{Mixta} > \psi_{Nacional}
 \end{aligned}$$

El resultado es que la educación mixta permite realizar una mayor redistribución a corto plazo, sin importar el nivel de calidad pública seleccionada (sólo debe cumplir con la restricción de participación. Ver ecuación 8). El resultado es bastante intuitivo: al sólo dársele a los de menores recursos, estos son los que podrían recibir una monetarización de esa educación, y conseguir así un ingreso mayor. En el otro caso, los ricos reciben también alguna monetarización, lo que suaviza el efecto progresivo del impuesto. No obstante, tendremos que entrar a realizar una salvedad importante: el sistema sólo es completamente factible si es discriminado el acceso; si el acceso es por autoselección, es muy probable que el q^* no se encuentre en el rango si la desigualdad es considerable, y que ni siquiera se pueda dar una buena redistribución (ver el caso en el apartado educación mixta universal). De tal manera, tenemos que el caso de mayor redistribución es la educación mixta diferenciada, posteriormente la completamente pública; y finalmente, la mixta universal.



Ante la implantación de un sistema educativo público con calidad q_g^* , vemos cómo una educación en un modelo mixto de presentación (público privado) tiene efectos redistributivos mayores que los de una educación completamente pública.

Fuente: cálculos del autor.

Por último, debemos considerar la viabilidad de las políticas. Dentro del marco de un Estado Social de Derecho, un sistema completamente nacionalizado de educación puede atentar contra las libertades individuales básicas, su sistema de creencias, al imponer un factor cultural único sobre la sociedad. Esta clase de inconvenientes se han dado reiteradamente en algunas naciones, e incluso, hoy en día se presentan conflictos por este aspecto¹³ sin necesidad de ser la educación pública una imposición. Ante tal situación, lo más usual es un sistema mixto entre educación pública y privada. El sistema debe ante todo garantizar la entrada de los individuos de menores recursos, los que no puedan acceder al sistema por sus propios medios, pero debería estar en capacidad para soportar a todo aquel que desee ingresar al sistema. El problema es ante todo presupuestario: como fue mencionado en la introducción, el costo de la educación va más allá de salarios de los pedagogos, planta física, o libros; incluye el tiempo y el costo de oportunidad. La carga educativa es un rubro importante, y para lograr una cobertura universal (así no se utilizara) se necesitaría una cantidad considerable de recursos. La carga impositiva debería ser muy alta en países con ingresos no muy elevados, y sus efectos van directamente sobre el consumo y el ahorro, partes fundamentales del motor económico, particularmente, en una sociedad liberal que se basa en el sector privado. No obstante, la diferenciación es un elemento legal bastante útil, y permite generar la distribución del ingreso a corto y largo plazo.

¹³ En varios países desarrollados está prohibido utilizar símbolos religiosos en las instituciones educativas.

4. Conclusiones

Un Estado Social de Derecho tiene en sus manos la opción de utilizar un sistema educativo mixto, prestación privada y pública del servicio, para generar un efecto redistributivo a corto y largo plazo. Legalmente puede diferenciar entre individuos de diferente ingreso y cobrar el impuesto según esta base, puede además gravar otras actividades para generar así un recaudo progresivo de los fondos educativos. No obstante, los costos de un sistema universal de alta calidad son muy altos para algunas naciones, sin contar con las disputas clásicas sobre diversidad cultural, por lo que la orientación del sistema es básicamente la de cubrir los sectores de menores recursos. El método más común es la autoselección de los individuos: los de mayor ingreso eligen un sistema privado con sus propias exigencias (un nivel de calidad que consideran superior, y normalmente de mayor costo), y los demás utilizan el sistema público.

Cuando los resultados hacen a la población inferir un nivel de calidad público y privado similar, la única forma de sostener el sistema es restringir el acceso y diferenciar las tarifas, dado que la tendencia va a llevar a los individuos a cambiarse al sistema público. La redistribución que se daba antes, es mucho más difícil de conseguir en este nuevo escenario. De tal manera, las restricciones institucionales como el estamento legal y político (nada fácil sería incrementar drásticamente los impuestos), las tradiciones y el *status quo* (aunque vieran bien el aumento de los recursos educativos, no aceptarían fácilmente una presión alta sobre los ingresos familiares que han tenido tradicionalmente), impiden realizar una diferenciación completa, por lo que asumir una política redistributiva con la educación puede llevar a utilizar un modelo de autoselección, que resulta nocivo para la calidad educativa, y por ende, el crecimiento de largo plazo. Es claro, como vimos, que esta distribución es inferior a la que se conseguiría en los otros modelos educativos, y que a mayor grado de desigualdad, menor será la distribución.

Es de esa forma que una política que no tenga en cuenta la calidad de la educación, y que sea diseñada netamente con fines redistributivos, no siendo plenamente eficiente, sólo constituye una especie de “contentillo”, “satisfacción social” temporal que sacrifica la eficiencia, no sólo crecimiento sino también equidad, en el corto y largo

plazo. Para utilizar adecuadamente a la educación como un medio redistributivo, debe tenerse en cuenta no sólo su función como bien privado transferible, sino también su función como generador de capital humano. Es recomendable no tomar la educación en el sentido de la redistribución a corto plazo como objetivo principal, sino la generación de una calidad alta (siendo esta viable) que asegure una mayor equidad y eficiencia en el largo plazo.

Es bastante tentativa la utilización de la educación en políticas de redistribución del ingreso y estabilidad del orden del sistema socio-económico, dada la capacidad de cohesión social que presenta la prestación pública de este servicio, genera una base social incluyente esencial para el sostenimiento del Estado Social de Derecho. No obstante, debe tenerse en cuenta aquella capacidad de cohesión, y hacer el sistema totalmente inclusivo para permitir un crecimiento general; no sólo de la economía, sino de la calidad de los ciudadanos de un Estado. De tal manera se evitará la aparición de esta clase de políticas, meramente del tipo “panem et circenses”, donde la inequidad perdurará en el tiempo, tanto entre los individuos como entre las naciones.

5. Recomendaciones

Se hace indispensable realizar inversión por parte del Estado en sistemas eficaces y eficientes para la recolección de la información, pues un sistema con una asimetría de información pequeña tiene la posibilidad de implantar sistemas de subsidios en bienes esenciales como la educación de una manera mucha más precisa y efectiva. Además, que la reducción en los costos de la adquisición de dicha información abarata el costo de financiamiento de un sistema de educación pública.

Es de vital importancia desarrollar mecanismos efectivos para lograr la posible discriminación en el sector educativo según ingresos, evitando “injusticias” en cuanto a matrículas, que distorsionan los propósitos del sistema educativo. No debe llegarse al extremo de una total “nacionalización” que impida el actuar del sector privado y su proceso de innovación, cohartando las libertades individuales. Por otra parte, no es bueno dejar un bien esencial como la educación a las libres fuerzas del mercado por la alta exclusividad que podría llegar a tener, dejando por fuera a los individuos con bajos ingresos y de esta manera retrasar el crecimiento de la economía.

Como futuras líneas de investigación, sería interesante probar el modelo con herramientas econométricas para corroborar empíricamente los efectos de la alta calidad educativa en la redistribución, tanto a corto como a largo plazo. Si se quisiera complementar el modelo teórico, y convertirlo en un modelo del cual obtener predicciones cuantitativas, basados en datos reales, se necesitaría:

- Tener en cuenta los rendimientos decrecientes que tiene la calidad de la educación respecto al gasto en ese rubro: no por invertir más, se logra siempre conseguir una mayor calidad (o las mejoras pueden ser casi insignificantes). De esta manera se lograría hallar puntos óptimos de calidad para diseñar políticas económicas.
- Para lograr óptimos, es necesario tener en cuenta el comportamiento intertemporal de las decisiones de los individuos, y los efectos sobre el crecimiento de la producción.
- La redistribución se mide en el trabajo como mayores incrementos en el ingreso de un grupo con respecto a otro, pero para

ahondar en este tema debería abordarse más como capacidad adquisitiva. Los individuos pueden tener menores o mayores ventajas de la educación según su herencia, por lo que una función de utilidad similar es un supuesto fuerte. Por tal motivo, un modelo para uso predictivo debe tener en cuenta las diferencias al menos grupales de las preferencias.

6. Anexo matemático

A continuación se encuentra el modelo explicado en forma matemática para complementar el contenido del artículo a todo aquel que le guste la rigurosidad formal que ofrece esta disciplina¹⁴.

6.1. Conceptos

6.1.1. Compensación monetaria

(Besley and Coate 1991) utilizan en su modelo una compensación monetaria que hace referencia a la variación compensada. Vamos a redefinir en este trabajo dicha compensación, incluyendo dentro del mismo el efecto negativo del impuesto. El objeto de este cambio es evaluar la política como una transferencia (positiva o negativa) de recursos de un tipo de agente al otro, de tal manera que se consiga una cesta específica.

$$\begin{aligned} m(q_g) &: v(p, y_i + m(q_g)) = u(q_g, y_i - T_i) \\ m(q_g) &= e(p, u_i(q_g, y_i - T_i)) - y_i \end{aligned}$$

Cuando sea eficiente, la compensación será la transferencia monetaria que me de un ingreso capaz de alcanzar la misma cesta de utilidad. El ingreso requerido para alcanzar la cesta $u(q_g, y_i - T_i)$ es $pq_g + 1 \cdot (y_i - T_i)$, de tal manera que:

$$\begin{aligned} y_i + m(q_g) &= pq_g + y_i - T_i \\ m(q_g) &= pq_g - T_i \end{aligned}$$

6.1.2. Coeficiente de redistribución de la sociedad

Este coeficiente hace referencia a la redistribución del ingreso total de la sociedad: el cambio en los ingresos de los dos grupos ponderados por su participación en el total poblacional de los individuos.

$$\psi = \frac{y'_L}{y_L} \gamma_L - \frac{y'_L}{y_L} (1 - \gamma_L)$$

¹⁴ Agradecemos al profesor Jorge Andrés Zambrano por sus valiosos comentarios y sugerencias al respecto de los conceptos empleados.

6.2. Educación nacional pública

Ingresos

$$\begin{aligned} y'_L &= y_L + m_L(q_g) \\ y'_H &= y_H + m_H(q_g) \end{aligned}$$

Definimos entonces ψ como el factor de redistribución. Hay redistribución si

$$\psi = \frac{y_L + m_L(q_g)}{y_L} \gamma_L - \frac{y_H + m_H(q_g)}{y_H} (1 - \gamma_L) > 0$$

Desarrollamos el coeficiente

$$\psi = \frac{y_L + m_L(q_g)}{y_L} \gamma_L - \frac{y_H + m_H(q_g)}{y_H} (1 - \gamma_L)$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ y_L y_H \gamma_L + y_H \gamma_L m_L(q_g) - y_L y_H (1 - \gamma_L) - y_L (1 - \gamma_L) m_H(q_g) \right\}$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ y_H \gamma_L m_L(q_g) - y_L (1 - \gamma_L) m_H(q_g) \right\} - 1$$

La compensación eficiente sería $m(q_i) = pq_g - T_i$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ y_H \gamma_L (pq_g - T_L) - y_L (1 - \gamma_L) (pq_g - T_H) \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ y_H \gamma_L \left(pq_g^* - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (pq_g^* + c) \right) - y_L (1 - \gamma_L) \left(pq_g^* - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (pq_g^* + c) \right) \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ pq_g^* (y_H \gamma_L - y_H \alpha_L - y_L (1 - \gamma_L) + (1 - \alpha_L) y_L) - y_H \alpha_L c + y_L (1 - \alpha_L) c \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ pq_g^* (y_H (\gamma_L - \alpha_L) + y_L (\gamma_L - \alpha_L)) - c(y_H \alpha_L + y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ pq_g^* (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L + y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

Miremos las propiedades del factor de redistribución

$$\psi = \frac{1}{y_L y_L} \left\{ pq_g^* (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L + y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial c} = \frac{(1 - \alpha_L)}{y_H} - \frac{\alpha_L}{y_L}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \alpha_L} = \frac{1}{y_L y_H} (-pq_g (y_H - y_L) - c(y_H - y_L)) < 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial q_g^*} = \frac{1}{y_L y_H} p (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) > 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \gamma_L} = \frac{1}{y_L y_L} pq_g^* (y_H + y_L) > 0$$

¿Y si queremos máxima equidad? Igualamos los ingresos disponibles

$$y_H + m_H (q_g) = y_L + m_L (q_g)$$

$$y_H + pq_g - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (pq_g + c) = y_L + pq_g - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (pq_g + c)$$

$$y_H - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (pq_g + c) = y_L - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (pq_g + c)$$

$$pq_g \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right) = y_H - y_L - c \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right)$$

$$pq_g = \frac{(y_H - y_L) - c \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right)}{\left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right)}$$

$$pq_g = \frac{(y_H - y_L) - c \frac{\gamma_L - \alpha_L}{(1 - \gamma_L) \gamma_L}}{\frac{\gamma_L - \alpha_L}{(1 - \gamma_L) \gamma_L}}$$

$$pq_g = \frac{(y_H - y_L) (1 - \gamma_L) \gamma_L}{\gamma_L - \alpha_L} - c$$

Ahora evaluamos sus propiedades.

$$pq_g = \frac{(y_H - y_L)(1 - y_L)\gamma_L}{\gamma_L - \alpha_L} - c$$

$$\frac{\partial pq_g}{\partial (y_H - y_L)} = \frac{(1 - \gamma_L)\gamma_L}{\gamma_L} \geq 0$$

$$\frac{\partial pq_g}{\partial \alpha_L} = \frac{(1 - \gamma_L)\gamma_L}{(\gamma_L - \alpha_L)} \geq 0$$

$$\frac{\partial pq_g}{\partial c} = -1 \leq 0$$

Reemplazamos este costo dentro del coeficiente de redistribución:

$$\psi =$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ \left[\frac{(y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L}{\gamma_L - \alpha_L} - c \right] (\gamma_L - \alpha_L)(y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L - y_L(1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L(y_H + y_L) - c(\gamma_L - \alpha_L)(y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L - y_L(1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L(y_H + y_L) - c[(\gamma_L - \alpha_L)(y_H + y_L) + y_H \alpha_L - y_L(1 - \alpha_L)] \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L(y_H + y_L) - c[y_H(\gamma_L - \alpha_L + \alpha_L) - y_L(1 - \alpha_L + \alpha - \gamma_L)] \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L(y_H + y_L) - c[y_H \gamma_L - y_L(1 - \gamma_L)] \right\} - 1$$

6.3. Educación mixta subsidiada a los pobres

Ingresos

$$y'_L = y_L + m_L(q_g)$$

$$y'_H = y_H + m_H(q_g)$$

Invocamos nuestro factor ψ , si $pq_g - m(q_L) = 0$.

$$\psi = \frac{y_L + m_L(q_g)}{y_L} \gamma_L - \frac{y_H + m_H(q_g)}{y_H} (1 - \gamma_L) > 0$$

$$\psi = \frac{pq_g^* - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (pq_g^* \gamma_L + c)}{y_L} \gamma_L - \frac{-\frac{1-\alpha_L}{1-\gamma_L} (pq_g^* \gamma_L + c)}{y_H} (1 - \gamma_L)$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \{y_H \gamma_L m_L(q_g) - y_L (1 - \gamma_L) m_H(q_g)\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_L y_H} \left\{ y_H \gamma_L \left(pq_g^* - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (pq_g^* \gamma_L + c) \right) - y_L (1 - \gamma_L) \left(-\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (pq_g^* \gamma_L + c) \right) \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_H y_L} \left\{ pq_g^* \gamma_L (y_H) - (pq_g^* \gamma_L + c) (y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_H y_L} \left\{ pq_g^* \gamma_L (y_H - y_H \alpha_L + y_L (1 - \alpha_L)) - c (y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_H y_L} \left\{ pq_g^* \gamma_L (y_H (1 - \alpha_L) + y_L (1 - \alpha_L)) - c (y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\psi = \frac{1}{y_H y_L} \left\{ pq_g^* \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) - c (y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

Observemos las propiedades del factor de redistribución social.

$$\begin{aligned}\psi &= \frac{1}{y_H y_L} \{pq_g^* \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L))\} - 1 \\ \frac{\partial \psi}{\partial c} &= \frac{(1 - \alpha_L)}{y_H} - \frac{\alpha_L}{y_L} \\ \frac{\partial \psi}{\partial q_g^*} &= \frac{1}{y_H y_L} p \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) > 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial \alpha_L} &= \frac{1}{y_H y_L} (-pq_g^* \gamma_L (y_H + y_L) - c(y_H - y_L)) < 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial \gamma_L} &= \frac{1}{y_H y_L} (pq_g^* (1 - \alpha_L) (y_H + y_L)) > 0\end{aligned}$$

¿Y si queremos máxima equidad?

$$\begin{aligned}y_H + m_H(q_g) &= y_L + m_L(q_g) \\ y_H - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (pq_g^* \gamma_L + c) &= y_L + pq_g^* - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} (pq_g^* \gamma_L + c) \\ pq_g^* \gamma_L \left[\frac{\alpha_L}{\gamma_L} - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{1}{\gamma_L} \right] &= (y_L - y_H) + c \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right) \\ pq_g^* \gamma_L \left[\frac{\alpha_L}{\gamma_L} - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{1}{\gamma_L} \right] &= (y_L - y_H) + c \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right) \\ pq_g^* \gamma_L &= \frac{(y_H - y_L) - c \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right)}{\frac{1}{\gamma_L} + \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} - \frac{\alpha_L}{\gamma_L} \right)} \\ pq_g^* \gamma_L &= \frac{(y_H - y_L) - c \left(\frac{\gamma_L - \alpha_L}{(1 - \gamma_L) \gamma_L} \right)}{\frac{1}{\gamma_L} + \left(\frac{\gamma_L - \alpha_L}{(1 - \gamma_L) \gamma_L} \right)} \\ pq_g^* &= \frac{(y_H - y_L) (1 - \gamma_L) \gamma_L - c(\gamma_L - \alpha_L)}{(1 - \alpha_L) \gamma_L}\end{aligned}$$

Donde:

$$pq_g^* = \frac{(y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L - c(\gamma_L - \alpha_L)}{(1 - \alpha_L)\gamma_L}$$

$$\frac{\partial pq_g^*}{\partial (y_H - y_L)} = \frac{1 - \gamma_L}{1 - \alpha_L} > 0$$

$$\frac{\partial pq_g^*}{\partial c} = -\frac{\gamma_L - \alpha_L}{(1 - \alpha_L)\gamma_L} < 0$$

$$\frac{\partial pq_g^*}{\partial \alpha_L} = \frac{(y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L^2 + c\gamma_L(1 - \gamma_L)}{(1 - \alpha_L)^2\gamma_L^2} > 0$$

Reemplazando el pq_L^* en el ψ .

$$\psi_{MaxEq} =$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ \frac{(y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L - c(\gamma_L - \alpha_L)}{(1 - \alpha_L)\gamma_L} \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ ((y_H - y_L)(1 - \gamma_L)\gamma_L - c(\gamma_L - \alpha_L))(y_H + y_L) - c(y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)(y_H + y_L)\gamma_L - c(y_H + y_L)(\gamma_L - \alpha_L) - c(y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)(y_H + y_L)\gamma_L - c((y_H + y_L)(\gamma_L - \alpha_L) + (y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L))) \right\} - 1$$

$$\frac{1}{y_H y_L} \left\{ (y_H - y_L)(1 - \gamma_L)(y_H + y_L)\gamma_L - c(y_H \gamma_L - y_L (1 - \gamma_L)) \right\} - 1$$

6.4. Educación mixta universal (con autoselección)

En este caso cualquier individuo puede acceder legalmente al sistema sin mayor restricción. Para sólo cubrir la de los pobres, es necesario que los individuos se autoseleccionen: una restricción de incentivos que evite que un rico se haga pasar por pobre, y una de participación para que se de algún beneficio por entrar al pobre.

6.4.1. Restricción de incentivos

$$v\left(p, y_H - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (pq_g \gamma_L + c)\right) \geq u\left(q_g, y_H - \frac{1 - \alpha_L}{1 - \gamma_L} (pq_g \gamma_L + c)\right)$$

Basados en la restricción de participación, el valor mínimo que puede tomar la compensación debe ser:

$$\begin{aligned} v(p, y_H - T_H) &\geq u(q_g, y_H - T_H) \\ v(p, y_H - T_H) &\geq v(p, y_H + m(q_g)) \\ y_H - T_H &\geq y_H + m(q_g) \\ -T_H &\geq m(q_g) \end{aligned}$$

6.4.2. Restricción de participación

La restricción que utilizan (Besley and Coate 1991) muestra cómo un individuo puede optar por entrar al sistema si le es rentable hacerlo frente a no hacerlo.

$$v(p, y_L - T_L) \leq u(q_g, y_L - T_L)$$

Pero para lograr una política con fines redistributivos socialmente válidos (redistribuir no es empobrecer más a los ricos que a los pobres), es necesario redefinir la restricción de la forma:

$$v(p, y_L) \leq u(q_g, y_H - T_L)$$

El valor máximo

$$\begin{aligned}
 v(p, y_H - T_H) &\geq u(q_g, y_H - T_H) \\
 v(p, y_H - T_H) &\geq v(p, y_H + m(q_g)) \\
 y_H - T_H &\geq y_H + m(q_g) \\
 -T_H &\geq m(q_g)
 \end{aligned}$$

6.4.3. Comparación entre los ψ

$\psi_{Mixta} : \psi_{Nacional}$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{y_L y_L} \left\{ pq_g^* (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) \right. \\
 &\quad \left. - c (y_H \alpha_L + y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1 : \\
 &\frac{1}{y_H y_L} \left\{ pq_g^* \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) \right. \\
 &\quad \left. - c (y_H \alpha_L - y_L (1 - \alpha_L)) \right\} - 1 \\
 &\quad pq_g^* (\gamma_L - \alpha_L) (y_H + y_L) : pq_g^* \gamma_L (1 - \alpha_L) (y_H + y_L) \\
 &\quad 1 : \gamma_L \\
 &\quad 1 > \gamma_L \\
 &\psi_{Mixta} > \psi_{Nacional}
 \end{aligned}$$

Bibliografía

- Besley, Timothy, and Stephen Coate. 1991. "Public Provision of Private Goods and the Redistribution of Income." *The American Economic Review*, Sep, 979–984.
- Colombia. 1991. Constitución Política.
- Ehrlich, I. 1975. Chapter On the relation between Education and Crime of *Education, Income, and Human Behavior*, 313–338. New York: McGraw-Hill.
- Friedman, Milton. 1962. *Capitalismo y Libertad*. 1966. Edited by Rialp. Madrid, España.: Rialp.
- Galor, Oded, and Joseph Zeira. 1993. "Income Distribution and Macroeconomics." *The Review of Economic Studies*, Jan, 35–52.
- Good, H. G., and J. D. Teller. 1969. *A History of Western Education*. 3. London: Maxmillan.
- Gradstein, Mark, Moshe Justman, and Volker Meier. 2005. *The Political Economy of Education. Implications for Growth and Inequality*. The CESifo Book Series. Edited by Hans-Werner Sinn. London, England.: The MIT Press.
- Haveman, Robert H., and Barbara L. Wolfe. 1984. "Schooling and Economic Well-Being: The Role of Nonmarket Effects." *The Journal of Human Resources* 19 (3): 377–407.
- Krueger, Alan B., and Mikael Lindahl. 2000. Chapter Education for growth in Sweden and the world of *Education Matters*, edited by David Colander, Christian A. Johnson, and Mark Blaug. Northampton. Massachusetts. USA: Edward Elgar.
- Lucas, Robert E. 1988. "ON THE MECHANICS OF ECONOMIC DEVELOPMENT." *Journal of Monetary Economics* 1 (22): 3–42 (Feb).
- Mankiw, N. Gregory, David Romer, and N. Weil David. 1992. "A Contribution to the Empirics of Economic Growth." *The Quarterly Journal of Economics*, May, 407–437.
- Meltzer, Allan H., and Scott F. Richard. 1981. "A Rational Theory of the Size of Government." *The Journal of Political Economy* 89 (5): 914–927 (Oct).

- ONU. 1948. Declaración Universal De Los Derechos Humanos.
- Rivas, 'Angela. 1999. "La Educación y el Sueño de la República Liberal: Tres Intelectuales Maestros en el Proyecto de Hacerse Nación." *Revista de Estudios Sociales*, pp. 97–103.
- Romer, Paul M. 1986. "Increasing Returns and Long-Run Growth." *The Journal of Political Economy* 94 (5): 1002–1037 (Oct).
- Schultz, Theodore W. 1963. *Valor Economico De La Educacion*. 1968. Translated by Sonia Tancredi. México DF. México: Unión Tipográfica Editorial Hispano-Americana.
- Spence, Michael. 1973. "Job Market Signaling." *The Quarterly Journal of Economics* 87 (3): 355–374 (Aug).
- Wolfe, Barbara, and Samuel Zuvekas. 1995, May. Nonmarket Outcomes of Schooling.