

# Análisis por elementos finitos de losas de edificación sometidas a punzonamiento

## *Finite element analysis of punching of reinforced concrete slabs*

### **Miguel NAVARRO MENARGUES**

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad de Alicante  
Investigador en Formación  
[miguel.navarro@ua.es](mailto:miguel.navarro@ua.es)

### **Salvador IVORRA CHORRO**

Dr. Ingeniero Industrial  
Universidad de Alicante  
Catedrático de Universidad  
[sivorra@ua.es](mailto:sivorra@ua.es)

### **Francisco de Borja VARONA MOYA**

Dr. Ingeniero Industrial  
Universidad de Alicante  
Profesor Colaborador  
[borja.varona@ua.es](mailto:borja.varona@ua.es)

### **F. Javier BAEZA DE LOS SANTOS**

Dr. Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad de Alicante  
Profesor Ayudante Doctor  
[fj.baeza@ua.es](mailto:fj.baeza@ua.es)

## **RESUMEN**

Uno de los principales problemas en las estructuras de edificación es el debido al punzonamiento en el encuentro losa-pilar. En el presente trabajo se expone un modelo numérico no lineal basado en método de los elementos finitos, y desarrollado en ABAQUS, para el análisis de la rotura por punzonamiento en losas de hormigón armado. El objeto es disponer de una herramienta de simulación que permita el estudio de forjados existentes, para la evaluación de su capacidad a punzonamiento y de un posible refuerzo. También el estudio de forjados de nueva construcción, donde se pueda optimizar la geometría y las cuantías.

## **ABSTRACT**

One of the main building structure problems is the phenomenon of punching in the slab-column connection. In this paper a nonlinear numerical model based on finite element method is exposed, and developed in ABAQUS, for the analysis of punching failure of reinforced concrete slabs. The goal is to achieve simulation tool that allows the study of existing slabs, to assess their ability to punching and a possible reinforcement. The study also concerns new constructions, where geometry and ratios can be optimized.

**PALABRAS CLAVE:** punzonamiento, hormigón armado, losas, no lineal, simulación numérica.

**KEYWORDS:** punching, reinforced concrete, slab, nonlinear, numerical simulation.

## **1. Introducción**

Los fallos por punzonamiento en forjados de edificación se producen de forma frágil, esto es, de forma brusca y sin previo aviso. Por tanto, sus consecuencias suelen ser mayoritariamente trágicas [1]. Un ejemplo de ello sucedió el 27 de noviembre de 2004 en Suiza [2]. Tras un incendio en un aparcamiento, la losa punzonó sobre un pilar, e inmediatamente el colapso se propagó a toda la estructura, ocasionando la muerte de siete bomberos. En este caso concreto, además del fuego, intervinieron otra serie de factores: una sobrecarga no prevista en cubierta, un cálculo demasiado sucinto a punzonamiento junto con la ausencia de armadura transversal, con lo que se limitaba la capacidad a deformación de la estructura notablemente. Se expone este ejemplo para

indicar que, desde el punto de vista de la seguridad frente al colapso, el punzonamiento representa el mecanismo resistente más importante dentro de una estructura convencional resuelta con losas macizas o forjados reticulares. Y que por tanto, merece que se aborde como tal, con un estudio exhaustivo y pormenorizado de todos los factores que tienen implicaciones en el mismo.

Existen diversas investigaciones consistentes en la realización de campañas experimentales para evaluar esta tipología de esfuerzo. Entre ellas destacan las realizadas en la Universidad de Waterloo por B. Adetifa y M.A. Polak [3]. En dicha campaña se construyó una losa de hormigón armado unida a una columna, prácticamente a escala real, para testear las cargas máximas de punzonamiento a las que podía ser sometida. Posteriormente se explica con mayor grado de detalle esta serie de ensayos.

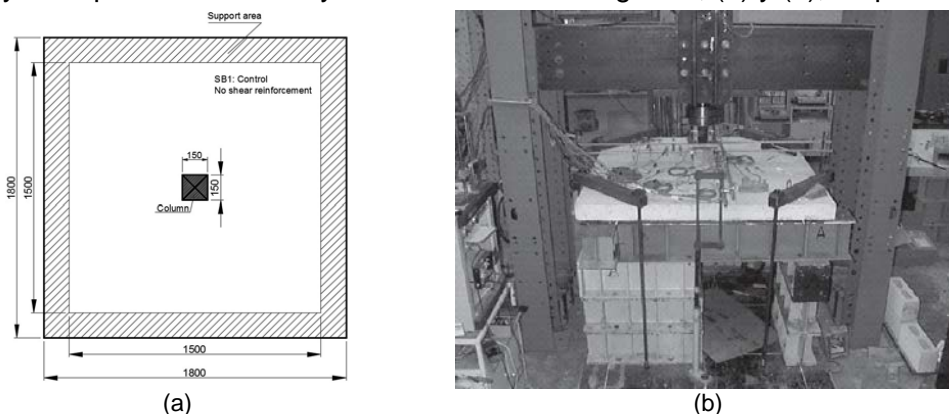
También son dignos de reseñar las campañas experimentales llevadas a cabo por A. Muttoni [4], donde se evaluaron distintos parámetros geométricos y mecánicos que intervienen en el punzonamiento.

El objeto del presente artículo es la propuesta de un modelo numérico que prediga correctamente el comportamiento a punzonamiento de una losa de edificación de hormigón armado. Para ello se compara la curva carga-desplazamiento calculada con la obtenida en los ensayos experimentales. Asimismo, en el desarrollo del artículo se incluye un análisis de sensibilidad respecto a diferentes parámetros que afectan al resultado.

## 2. Campaña experimental de referencia

Para el diseño del modelo numérico expuesto en el presente artículo y su posterior calibración, se han utilizado los ensayos realizados en la Universidad de Waterloo por B. Adetifa y M.A. Polak [3]. Dichos ensayos consisten en la reproducción mediante modelos a escala real de conexiones forjado-pilar ejecutados con hormigón armado. La muestra representa parte de un sistema continuo forjados-pilares, propios de la edificación occidental convencional, y en este caso delimitado únicamente por las líneas de contraflecha alrededor del pilar.

Las dimensiones de los forjados son de 1800 x 1800 x 120 mm, mientras que la sección transversal del pilar es de 150 x 150 mm. Asimismo, el pilar tiene una altura de 150 mm milímetros tanto desde la cara inferior del forjado como desde la cara superior. Las características geométricas y la disposición del ensayo se muestran en la figura 1, (a) y (b), respectivamente.



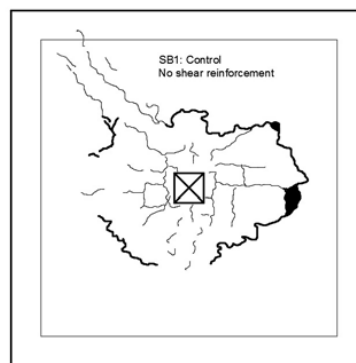
**Figura 1: Geometría de la muestra de ensayo y disposición experimental del mismo [3]**

Por lo que respecta a los materiales, el hormigón empleado tiene una resistencia a compresión de 44 MPa y una resistencia a tracción de 2.13 MPa. Por su parte, el acero tiene un límite elástico de 455 MPa.

En el forjado se dispone de una parrilla superior y una parrilla inferior de armado, ambas con barras 10M (100 mm<sup>2</sup> de sección transversal). Las barras situadas en la zona de compresión (cara superior) tienen una separación de 200 mm; las barras situadas en la zona de tracción (cara inferior) tienen una separación de 100 mm. Se presenta por tanto idéntica capacidad a flexión en ambas direcciones. El recubrimiento para las dos parrillas de armado es de 20 mm. En cuanto al pilar, tiene un armado con cuatro barras 20M (300 mm<sup>2</sup> de sección transversal) y cuatro estribos 8M (50 mm<sup>2</sup> de sección transversal). El recubrimiento para la armadura del pilar es también de 20 mm.

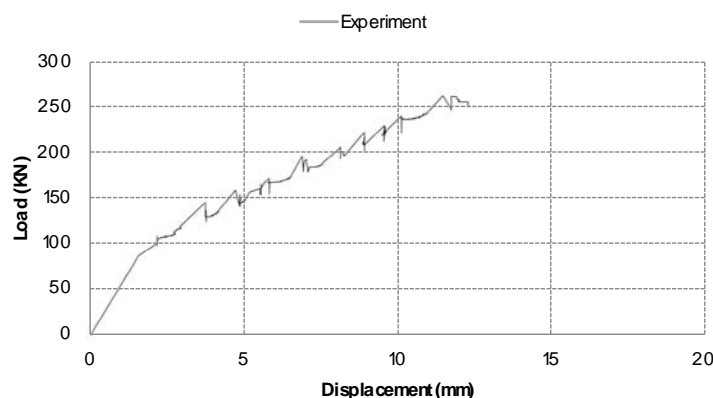
En cuanto a las condiciones de contorno, el forjado está simplemente apoyado en sus cuatro caras sobre almohadillas de neopreno, configurando unas luces reales de 1500 x 1500 mm.

La carga se transmite a través del pilar y en sentido vertical hacia abajo, hasta que se alcanza el fallo, en este caso por punzonamiento y adoptando un comportamiento frágil. Debe observarse que la configuración experimental está al revés si se compara con una estructura real, para una mayor facilidad en la ejecución del ensayo. La forma de rotura se indica en la figura 2.



**Figura 2: Rotura por punzonamiento de la muestra de la campaña experimental [3]**

En el ensayo se registra la relación entre la carga aplicada y el desplazamiento en el centro de la cara inferior del pilar. La curva experimental carga-desplazamiento y los valores de rotura se representan en la figura 3:



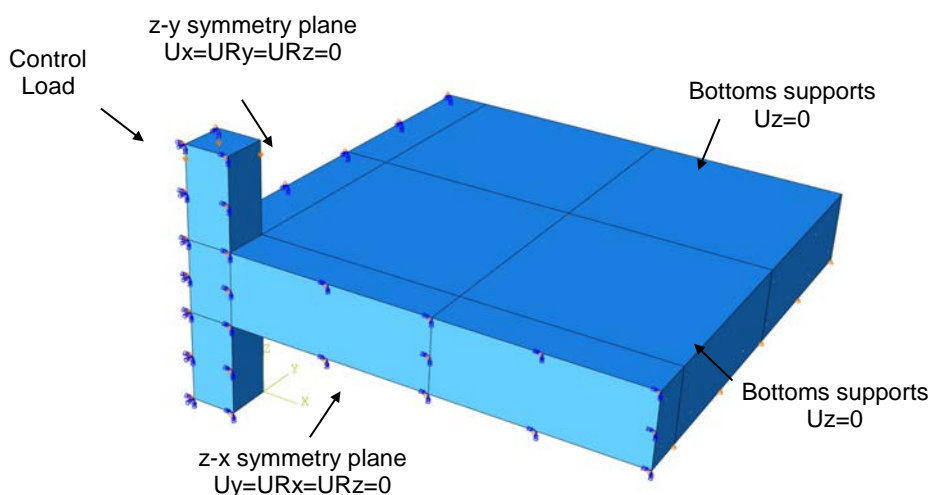
**Figura 3: Curva carga-desplazamiento correspondiente a la campaña experimental base [3]**

### 3. Características del modelo numérico

El modelo numérico se ha desarrollado con el software ABAQUS, basado en el Método de los Elementos Finitos. Este programa puede simular adecuadamente la no linealidad tanto del acero como del hormigón, y se ha usado habitualmente para simular el comportamiento de estructuras de hormigón armado por autores como Y.T. Obaidat [5] y O. Mirza [6].

Con el objeto de simular los ensayos experimentales realizados por B. Adetifa y M.A. Polak [3], se ha modelizado una porción de losa con un pilar central sometido a una carga axial en dicho pilar, implicando por tanto un esfuerzo de punzonamiento en la losa. En las simulaciones numéricas la muestra se ha limitado a las luces reales entre apoyos en el ensayo experimental correspondiente. Debido a la simetría tanto en la geometría como en la carga, únicamente se ha modelizado un cuarto de la conexión losa-pilar.

El cuarto de forjado presenta por tanto apoyos simples en sus dos bordes exteriores. En sus bordes interiores se han aplicado las condiciones de simetría pertinentes. El ensayo se realiza mediante control por desplazamiento, aplicando un desplazamiento que se incrementa linealmente a lo largo del tiempo hasta alcanzar un valor máximo de 20 mm. Todo ello queda recogido en la figura 4.



**Figura 4: Geometría y condiciones de contorno del modelo**

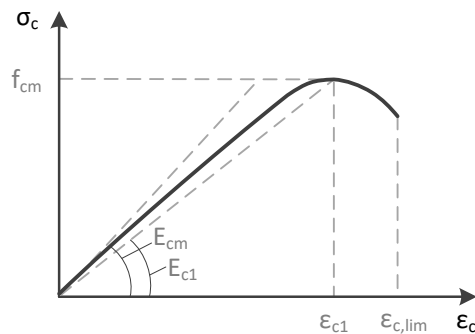
Por lo que respecta a los materiales, para el hormigón se ha empleado el modelo Concrete Damaged Plasticity de ABAQUS [7]. En este modelo se asume que el hormigón presenta dos posibles modos de fallo que son la fisuración y el aplastamiento. El modelo es una modificación del criterio de Drucker-Prager [8], basándose en el criterio de Lubliner [9] e incorpora las modificaciones propuestas por Lee y Fenves [10] para considerar la evolución de las resistencias a compresión y a tracción. Con tensiones principales no nulas en más de una dirección, la relación tensión-deformación del material se define en la Eq. (1):

$$\Sigma = \frac{(1-D)D_0^{el}}{(\varepsilon - \varepsilon^{pl})} \quad (1)$$

donde  $D$  es la matriz de deformaciones,  $D_0^{el}$  es la matriz de deformaciones elástica inicial,  $\varepsilon$  es la deformación total y  $\varepsilon_{pl}$  es la deformación plástica.

Para el acero se ha optado por un modelo bilineal, con una primera rama elástica hasta alcanzar el propio límite elástico del material, y una segunda rama plástica hasta alcanzar la resistencia a rotura. Se aplica el criterio de plastificación de von Mises.

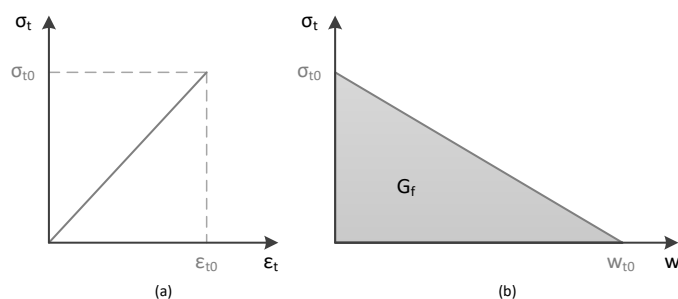
El comportamiento constitutivo del hormigón a compresión es el propugnado por el Código Modelo CEB [11], y se representa en la figura 5.



**Figura 5: Comportamiento constitutivo del hormigón a compresión según el Código Modelo CEB [11]**

donde  $\sigma_c$  es la tensión de compresión,  $\epsilon_c$  es la deformación del hormigón,  $f_{cm}$  es la resistencia característica del hormigón a compresión,  $\epsilon_{c1}$  es la deformación correspondiente a la máxima tensión a compresión,  $\epsilon_{c,lim}$  es la deformación límite,  $E_{cm}$  es el módulo de elasticidad tangente y  $E_{c1}$  es el módulo de elasticidad secante.

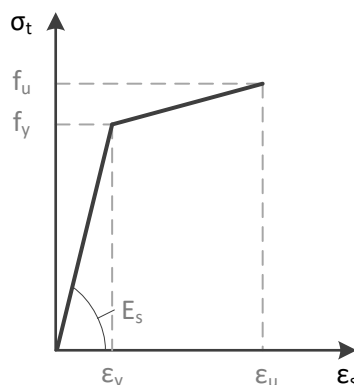
Para el comportamiento uniaxial del hormigón en tracción se ha escogido el modelo constitutivo basado en la energía de fractura propugnado por Hillerborg (figura 6) [12].



**Figura 6: Comportamiento constitutivo del hormigón a tracción. Modelo de Hillerborg: (a) previo a la fisuración; y (b) reblandecimiento tras la formación de fisuras [12]**

donde  $\sigma_t$  es la tensión de compresión,  $\epsilon_c$  es la deformación del hormigón,  $w$  es el ancho de fisura y  $G_f$  es la energía de fractura.

Para el acero se ha elegido como comportamiento constitutivo, en consonancia con el modelo de ABAQUS considerado para su modelización, el diagrama definido en el Eurocódigo 2 [13]. Se trata de un diagrama bilineal simétrico respecto del origen, constituido por dos ramas, una elástica y una plástica, como se indica en la figura 7:



**Figura 7: Comportamiento constitutivo del acero según el Eurocódigo 2 [13]**

donde  $\sigma_s$  es la tensión del acero,  $\epsilon_s$  es la deformación del acero,  $f_y$  es el límite elástico del acero,  $\epsilon_y$  es la deformación correspondiente al límite elástico,  $f_u$  es la tensión máxima del acero y  $\epsilon_u$  es la deformación correspondiente a la tensión máxima.

En la tabla 1 se recogen los parámetros adoptados para la definición del modelo *Concrete Damaged Plasticity*.

Ángulo de dilatancia $\psi$	Excentricidad $\epsilon$	Viscosidad $\mu$	Parámetro de forma $K_c$	Compr. máx. uniaxial/biaxial
Variable	0.1	Variable	1.16	0.667

**Tabla 1: Parámetros del modelo *Concrete Damaged Plasticity***

Se ha realizado una comparativa de la influencia de dos variables del modelo *Concrete Damaged Plasticity*. Por un lado, se han realizado cálculos con ángulos de dilatancia de 30, 35 y 40°. Por otro lado, se han realizado cálculos con valores de viscosidad de 0,0001 y 0,00001.

Al tratarse de un problema no lineal, se ha querido comprobar asimismo la idoneidad de utilizar un procedimiento de análisis estático o dinámico (cuasi-estático), realizando por tanto cálculos con ambos tipos de procedimientos.

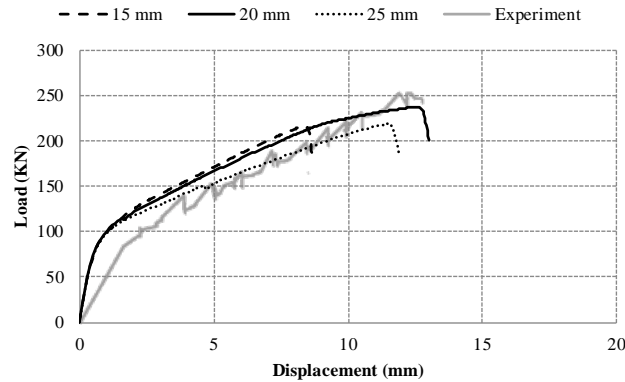
El contacto entre hormigón y acero se ha supuesto perfectamente adherente, práctica habitual en el estudio de piezas de hormigón armado analizadas globalmente.

Para el mallado del hormigón se han utilizado elementos hexaédricos de 8 nodos con integración reducida (C3D8R), mientras que para el acero se han empleado elementos lineales de 2 nodos (T3D2). Se ha realizado un análisis de sensibilidad con respecto al tamaño de malla, realizando cálculos con valores de 15, 20 y 25 mm.

Al igual que en el caso experimental, el modelo numérico se ha diseñado por el método de control por desplazamiento, esto es, imponiendo una velocidad de desplazamiento constante para la aplicación de la carga. De esta forma se minimizan los problemas de convergencia que implicarían una solución de control por carga.

#### 4. Resultados

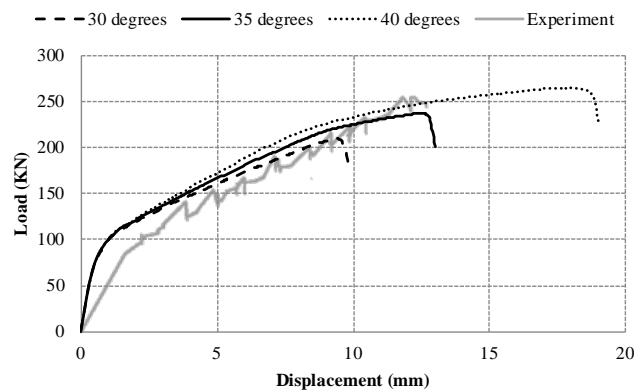
En primer lugar, se ha abordado un análisis de sensibilidad para conocer el impacto del tamaño de malla en la fiabilidad de los resultados numéricos. Los resultados se exponen en la figura 8:



**Figura 8: Curvas carga-desplazamiento para distintos tamaños de malla**

Se observa que para un tamaño de malla pequeño (15 mm) la carga máxima alcanzada (216 KN) es sensiblemente inferior a la obtenida en la campaña experimental (253 KN). Asimismo, el desplazamiento en rotura (8.40 mm) también es notablemente inferior al logrado en los ensayos (12.2 mm). Para un tamaño de malla grande (25 mm) la carga máxima alcanzada (218 KN) también es inferior a la obtenida en la campaña experimental. El desplazamiento en rotura (11.5 mm) también es inferior al de los ensayos. Finalmente, para un tamaño de malla medio (20 mm) se consigue una óptima aproximación al resultado experimental, tanto en el valor de la carga alcanzada (237 KN), como en el del desplazamiento en rotura (12.5 mm).

En segundo lugar, dado que el hormigón es un material que presenta una rotura frágil que implica una considerable variación de volumen por tensiones inelásticas, la dilatancia se convierte en uno de los parámetros que más influencia alberga en la confiabilidad de la simulación numérica. Los resultados de los cálculos con distintos valores del ángulo de dilatancia se muestran en la figura 9:



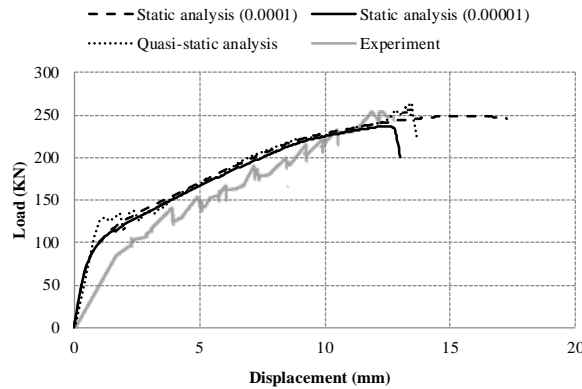
**Figura 9: Curvas carga-desplazamiento para distintos ángulos de dilatancia**

Se advierte que para un ángulo de dilatancia pequeño (30°) la muestra presenta una menor carga alcanzada (209 KN) y un menor desplazamiento en rotura (9.4 mm) que los concomitantes de los ensayos experimentales. Para un ángulo de dilatancia elevado (40°) se sobrevalora la capacidad resistente del hormigón, alcanzando una carga en rotura de 265 KN y un desplazamiento en rotura de 17.7 mm. Por último, para un valor del ángulo de dilatancia intermedio (35°) la aproximación a los resultados experimentales es elevada.

En tercer lugar, con el objeto de evitar los problemas de convergencia en el cálculo, se han desarrollado dos procedimientos de cálculo: por un lado, la definición de un parámetro de viscosidad  $\mu$  en ABAQUS/Standard bajo un procedimiento estático; y por otro lado, la solución a



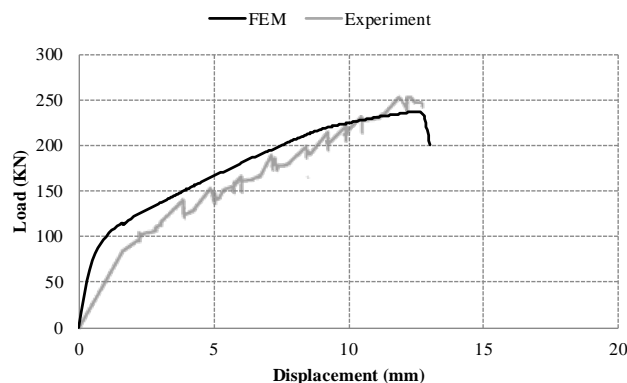
través de ABAQUS/Explicit mediante un procedimiento dinámico cuasi-estático, es decir, con un ratio de velocidad de carga muy bajo. Además, en el procedimiento estático se ha distinguido entre dos valores de viscosidad para conocer su influencia. Los resultados se presentan en la figura 10:



**Figura 10: Curvas carga desplazamiento para distintos tipos de análisis y viscosidad**

Se subraya el hecho de que con un valor de viscosidad de 0.0001 los resultados numéricos se alejan notablemente de los experimentales, puesto que en este caso la viscosidad provoca un aumento no deseado de la resistencia del hormigón (249 KN y 15.4 mm en rotura). En cambio para un valor de viscosidad de 0.00001 la afinidad con los resultados de los ensayos es notable. Del mismo modo, los resultados calculados mediante el procedimiento cuasi-estático son muy similares a los experimentales, si bien presentan una distorsión mayor en el inicio de la rama plástica y también en la final sobrevaloración de los valores en la zona de rotura (262 KN y 13.40 mm).

La figura 11 representa la comparativa final entre los resultados obtenidos mediante la simulación numérica y los ensayos experimentales. La simulación presenta una rotura frágil, como se produce en el ensayo. Además de ello, se comprueba que la simulación exhibe una respuesta más rígida que el ensayo, que va disminuyendo a medida que aumenta el desplazamiento; esto puede ser debido a una micro-fisuración previa en el forjado de muestra SB1 previa a su ensayo. Las cargas y los desplazamientos últimos, tanto de la simulación como del ensayo experimental se presentan en la tabla 2.



**Figura 11: Comparativa de las curvas carga-desplazamiento obtenidas en la simulación numérica frente a la campaña experimental**

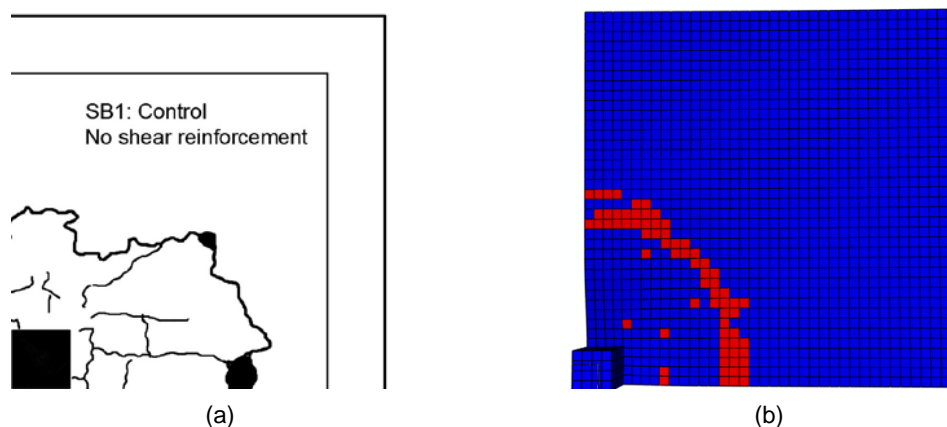


Forjado	FEM		Experimental	
	Carga de rotura (KN)	Desplazamiento en rotura (mm)	Carga de rotura (KN)	Desplazamiento en rotura (mm)
SB1	237	12.5	253	12.2

**Tabla 2: Resultados de la simulación numérica y de la campaña experimental**

Como se comprueba, el ajuste propuesto con el modelo descrito en el presente artículo es óptimo, presentando un error en carga del 1,58% y un error en desplazamiento del 1,68%.

Por otro lado, además de realizar una calibración cuantitativa, se ha considerado conveniente también llevar a cabo una calibración cualitativa. Para ello, se incluye la figura 12, donde se representa en el modelo numérico el patrón de fisuración en la cara de tracción, que como se aprecia, es muy similar al observado experimentalmente.



**Figura 12: Patrón de fisuración en la cara de tracción para el ensayo experimental (a) y para la simulación numérica (b)**

## 5. Conclusiones

Se ha presentado un modelo numérico mediante elementos finitos con el software ABAQUS para reproducir el estudio del punzonamiento en losas de edificación.

El aspecto que reviste una mayor dificultad en la modelización de estructuras de hormigón armado es precisamente la elección del modelo de comportamiento del hormigón. Para ello se ha utilizado el modelo Concrete Damaged Plasticity, realizando una investigación de la influencia de diversas variables en la fiabilidad de los resultados: tamaño de malla, ángulo de dilatancia y viscosidad. Además, se ha comprobado que un procedimiento estático con regularización viscosa arroja mejores resultados que un procedimiento dinámico cuasi-estático.

La comparativa de los resultados de carga y desplazamiento en rotura entre la simulación y el ensayo experimental muestra una óptima correlación. La diferencia más significativa entre ambos resultados es la mayor rigidez del modelo, especialmente durante las fases iniciales de carga. Esto podría corregirse introduciendo parámetros que simularan la microfisuración del hormigón previa a la realización del ensayo por factores externos como pudieran ser la retracción, histórico de cargas anteriores, etc.

## Agradecimientos

El presente estudio ha podido ser llevado a cabo gracias a la colaboración de la Universidad Politécnica de Valencia, por la cesión de su licencia de software de ABAQUS.

## Referencias

- [1] J. Kunz, M. Fernández Ruiz, A. Muttoni. (2008). Enhanced safety with post-installed punching shear reinforcement. *Tailor Made Concrete Structures – Walraven & Stoelhors* (eds). Taylor & Francis Group, London
- [2] Fernandez-Ruiz, M, Muttoni, A., Kunz, J. Strengthening of flat slabs against punching shear using post-installed shear reinforcement (2010) *ACI Structural Journal*, 107 (4), pp. 434-442.
- [3] Adetifa, B., Polak, M.A. Retrofit of slab column interior connections using shear bolts (2005) *ACI Structural Journal*, 102 (2), pp. 268-274.
- [4] Lips, S., Fernández-Ruiz, M., Muttoni, A. 426 Experimental investigation on punching strength and deformation capacity of shear-reinforced slabs (2012) *ACI Structural Journal*, 109 (6), pp. 889-900.
- [5] Obaidat, Y.T., Heyden, S., Dahlblom, O. The effect of CFRP and CFRP/concrete interface models when modelling retrofitted RC beams with FEM (2010) *Composite Structures*, 92 (6), pp. 1391-1398.
- [6] Mirza, O., Uy, B. Behaviour of headed stud shear connectors for composite Steel concrete beams at elevated temperatures (2009) *Journal of Constructional Steel Research*, 65 (3), pp. 662-674.
- [7]. (s.f.). ABAQUS. 2014. ABAQUS/Standard Version 6.14 User's Manual: Volumes I-III. Pawtucket, Rhode Island: Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.
- [8] D.C. Drucker, Prager, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, 10, 157-165.
- [9] Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., Oñate, E. A plastic-damage model for concrete (1989) *International Journal of Solids and Structures*, 25 (3), pp. 299-326.
- [10] Lee, J., Fenves, G.L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures (1998) *Journal of Engineering Mechanics*, 124 (8), pp. 892-900.
- [11] Federation for Structural Concrete (FIB). (2013). *Model Code for Concrete Structures 2010*.
- [12] Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements (1976) *Cement and Concrete Research*, 6 (6), pp. 773-781.
- [13] European Committee for Standardization (CEN). (2004). *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*.