

**PEMBESARAN CITRA WAJAH BERBASIS FUNGSI  
POLINOMIAL MENGGUNAKAN METODE  
KESALAHAN KUADRAT TERKECIL**

**SKRIPSI**

Oleh:

**QURIN AINUN  
NIM. 08650112**



**JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
2013**

**PEMBESARAN CITRA WAJAH BERBASIS FUNGSI POLINOMIAL  
MENGUNAKAN METODE KESALAHAN KUADRAT TERKECIL**

**SKRIPSI**

Diajukan Kepada:  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Untuk  
Memperoleh Gelar Sarjana Komputer (S.Kom)

Oleh:  
**QURIN AINUN**  
NIM. 08650112

**JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
2013**

**LEMBAR PERSETUJUAN**

**PEMBESARAN CITRA WAJAH BERBASIS FUNGSI POLINOMIAL  
MENGUNAKAN METODE KESALAHAN KUADRAT TERKECIL**

SKRIPSI

Oleh:

**QURIN AINUN**  
**NIM. 08650112**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:

Tanggal: 2 Juli 2013

Dosen Pembimbing I,

Dosen Pembimbing II,

Dr. Cahyo Crysdian  
NIP. 197404242009011008

Ririen Kusumawati, M.Kom  
NIP. 197203092005012002

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Teknik Informatika

Ririen Kusumawati, M.Kom  
NIP. 197203092005012002

**HALAMAN PENGESAHAN**

**PEMBESARAN CITRA WAJAH BERBASIS FUNGSI POLINOMIAL  
MENGUNAKAN METODE KESALAHAN KUADRAT TERKECIL**

**SKRIPSI**

**Oleh:  
Qurin Ainun  
NIM. 08650112**

Telah Dipertahankan Di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik Informatika (S.Kom)  
Tanggal: 9 Juli 2013

Susunan Dewan Penguji :	Tanda Tangan
1. Penguji Utama : Linda Salma Angreani, M.T NIP. 197708032009122005	(                    )
2. Ketua Penguji : Fresy Nugroho, M.T NIP. 197107222011011001	(                    )
3. Sekretaris Penguji : Dr. Cahyo Crysdiان NIP. 197404242009011008	(                    )
4. Anggota Penguji : Ririen Kusumawati, M.Kom NIP. 197203092005012002	(                    )

Mengesahkan,  
Ketua Jurusan Teknik Informatika

Ririen Kusumawati, M.Kom  
NIP. 197203092005012002

**PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Qurin Ainun  
NIM : 08650112  
Jurusan : Teknik Informatika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Penelitian : PEMBESARAN CITRA WAJAH BERBASIS FUNGSI  
POLINOMIAL MENGGUNAKAN METODE  
KESALAHAN KUADRAT TERKECIL

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 9 Juli 2013  
Yang membuat pernyataan,

Qurin Ainun  
NIM. 08650112

## MOTTO

**“What’s wrong with falling down?  
As long as I stand up again, I’ll be okay!”**

*Kitou Aya*



## PERSEMBAHAN

Ku persembahkan karya ini untuk:

*Seseorang yang tetap berjuang keras dalam kesabarannya,*

*IBU*

*Seseorang yang telah berjuang keras dalam melawan sakitnya,*

*ALMARHUM BAPAK*

Untuk semua kasih sayang, senyuman hangat, tangisan dalam suka & duka, segala nasihat, tawa & canda, kerja keras & semangat pantang menyerah, dan semua hal-hal yang mewarnai hidup ku ini, sampai kapanpun tak kan terlupakan,...

Ucapan “Terima Kasih” maupun “Aku Mencintai Kalian,”

tidaklah cukup untuk mengungkapkannya,

Setidaknya, biarlah ku berkata, “*Aku Bahagia...*” \(\^^)/

## KATA PENGANTAR

مَا يَفْعَلُ اللَّهُ بِعَذَابِكُمْ إِنْ شَكَرْتُمْ وَآمَنْتُمْ وَكَانَ اللَّهُ شَاكِرًا عَلِيمًا

“Mengapa Allah akan menyiksamu, jika kamu bersyukur dan beriman? Dan Allah adalah Maha Mensyukuri lagi Maha Mengetahui.” (QS An-Nisaa: 147)

Tiada ucapan yang lebih utama selain syukur Alhamdulillah kepada Allah SWT. Dialah yang tidak hanya Maha Pencipta, tetapi juga Al Wakil, Maha Mengurus. Dengan rahmat, karunia serta hidayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul “Pembesaran Citra Wajah Berbasis Fungsi Polinomial Menggunakan Metode Kesalahan Kuadrat Terkecil.”

Dalam penulisan skripsi ini, tentunya banyak pihak yang telah memberikan bantuan baik moril maupun materil. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada Bapak Prof. Dr. H. Mudjia Raharjo (Rektor UIN Maliki Malang), Ibu Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si (Dekan Fakultas Saintek), Ibu Ririen Kusumawati, M.Kom selaku Ketua Jurusan TI dan dosen pembimbing II yang telah memberikan masukan dan arahan. Dosen pembimbing I, Bapak Dr. Cahyo Crysdian yang telah banyak memberikan waktu, bimbingan, pencerahan, kesabaran serta motivasi dalam mengerjakan skripsi, terima kasih banyak. Serta seluruh dosen-dosen UIN Maliki Malang, khususnya dosen Teknik Informatika dan staf yang telah memberikan ilmu kepada penulis.

Ucapan terima kasih yang tiada tara juga penulis sampaikan kepada keluarga besar di Mojosari untuk semua dorongan semangat dan seluruh teman-teman yang banyak membantu di tengah kesibukannya. Untuk teman-teman kos



Mertojoyo Selatan (Marissa, Nafi, Fitri, Aiz, Lia, Zizah, Lusi), kos Rahmani (Mbak Fifi, Mbak Unin, Mbak Ima, Mbak Ruchul, Ulin, dll), Ti angkatan 08 (Ilma, Mbak Fina, Chindy, Lulik, Kieky, Warda, Namira, Ramlah, Windy, Asma, dll), Jhepret Club Photography (semua anggota, pengurus, dan alumni terutama untuk Naziel dan Nina), dan seluruh teman-teman yang tak bisa penulis sebutkan satu persatu, terima kasih untuk semuanya.

Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih jauh dari kesempurnaan, dan mengandung banyak kekurangan, sehingga dengan segala kerendahan hati penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca.

Malang, 05 Juli 2013

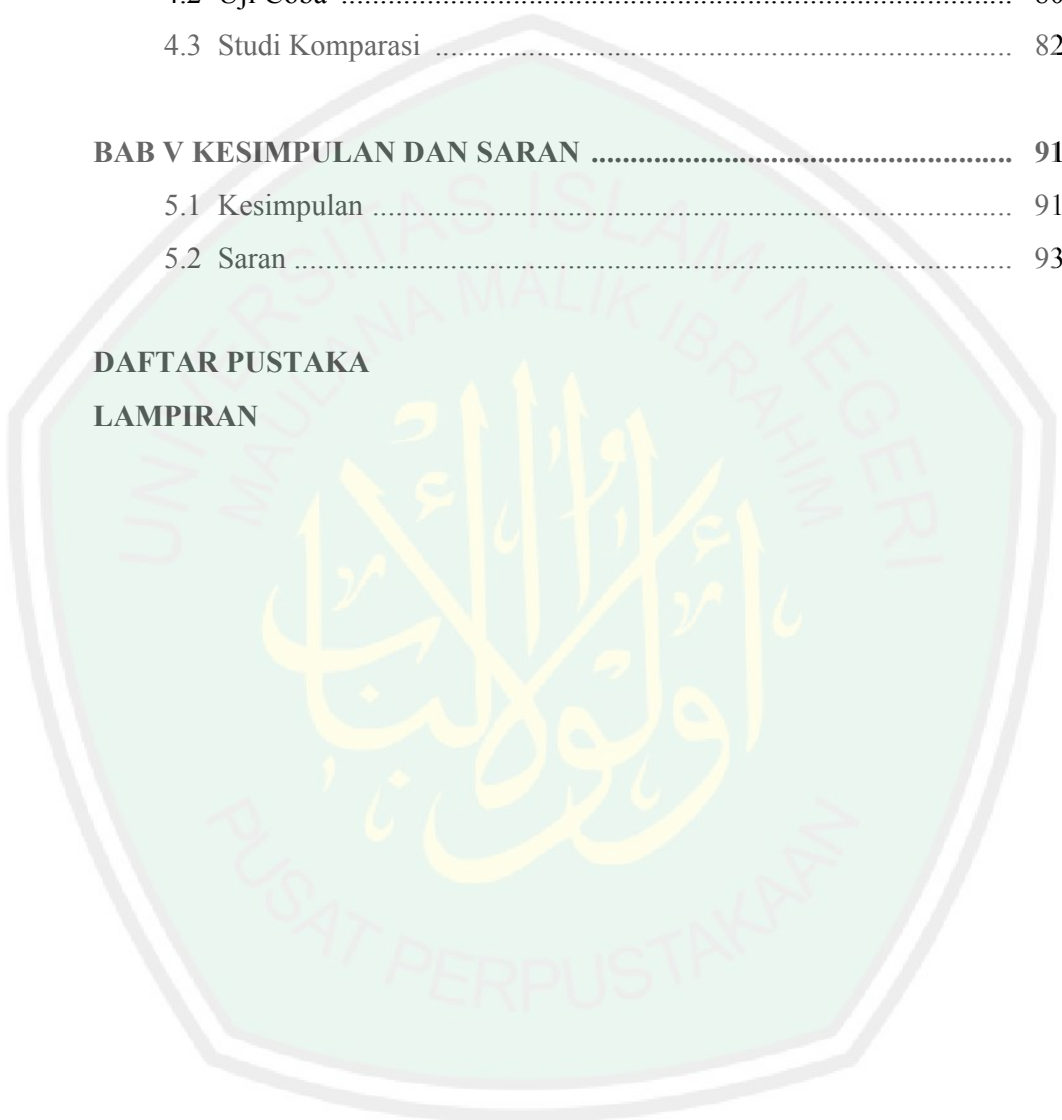
Penulis

**DAFTAR ISI**

Halaman Judul .....	i
Halaman Pengajuan .....	ii
Halaman Persetujuan .....	iii
Halaman Pengesahan .....	iv
Halaman Pernyataan .....	v
Motto .....	vi
Halaman Persembahan .....	vii
Kata Pengantar .....	viii
Daftar Isi .....	x
Daftar Gambar .....	xiii
Daftar Tabel .....	xv
Abstrak .....	xvi
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan Penelitian .....	4
1.5 Manfaat Penelitian .....	4
1.6 Metode Penelitian .....	5
1.7 Sistematika Penulisan .....	6
<b>BAB 11 TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>7</b>
2.1 Pengolahan Citra Digital .....	7
2.1.1 Dasar Citra Digital .....	7
2.1.2 Elemen-elemen Dasar Citra .....	9
2.1.3 Resolusi Citra .....	10
2.1.4 Konsep Citra <i>Grayscale</i> .....	12

2.1.5 Perbaikan Citra ( <i>Image Enhancement</i> ) .....	13
2.2 Metode Numerik .....	15
2.2.1 Pencocokan Kurva ( <i>Curve Fitting</i> ) .....	16
2.2.2 <i>Mean Square Error</i> .....	18
2.3 <i>Arithmetic Sequence</i> (Barisan Aritmatika) .....	18
2.4 <i>Zoom State of the Art</i> .....	19
2.5 Integrasi dalam Islam .....	21
<b>BAB III ANALISIS DAN PERANCANGAN .....</b>	<b>25</b>
3.1 Kebutuhan Sistem .....	25
3.1.1 Deskripsi Umum Pembesaran Citra .....	25
3.1.2 Usulan Pemecahan Masalah .....	25
3.1.2.1 Kesalahan Kuadrat Terkecil ( <i>Least Square Error</i> ) ....	26
3.1.2.2 <i>Least Square Error</i> dan <i>Arithmetic Sequence</i> .....	27
3.1.2.3 <i>Arithmetic Sequence</i> .....	27
3.2 Perancangan Sistem .....	28
3.2.1 Desain Input .....	28
3.2.2 Perancangan Proses .....	29
3.2.3 <i>Zoom Method Manual Calculation</i> .....	35
3.2.4 Desain Output .....	63
3.2.4.1 Hasil <i>Zoom</i> .....	63
3.2.4.2 Hasil <i>Post Processing</i> .....	63
3.2.5 Lingkungan Implementasi .....	64
3.2.6 <i>Interface Aplikasi</i> .....	65
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>66</b>
4.1 Implementasi Sistem .....	67
4.1.1 <i>Graphical User Interface</i> .....	67
4.1.2 Hasil Proses <i>Zoom</i> .....	69
4.1.2.1 Metode LSE ( <i>Least Square Error</i> / Kesalahan Kuadrat Terkecil) .....	69

4.1.2.2 Metode LSE dan <i>Arithmetic Sequence</i> .....	75
4.1.2.3 Metode <i>Arithmetic Sequence</i> .....	77
4.1.3 <i>Post Processing</i> .....	79
4.2 Uji Coba .....	80
4.3 Studi Komparasi .....	82
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN</b> .....	<b>91</b>
5.1 Kesimpulan .....	91
5.2 Saran .....	93
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	
<b>LAMPIRAN</b>	



## DAFTAR GAMBAR

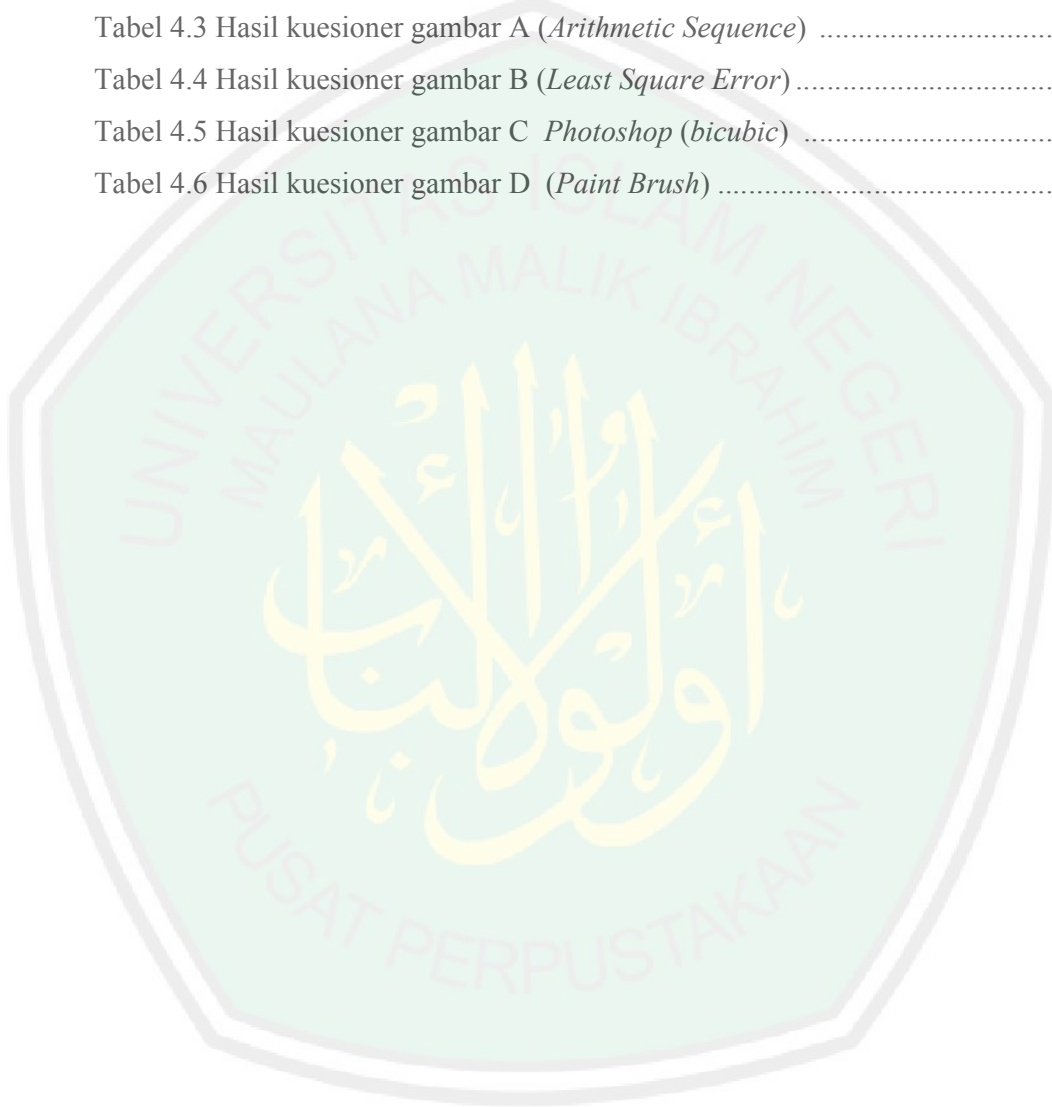
Gambar 2.1 Koordinat citra digital .....	8
Gambar 2.2 Resolusi piksel .....	11
Gambar 2.3 Citra <i>grayscale</i> .....	13
Gambar 3.1 Diagram blok desain sistem dengan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil.....	26
Gambar 3.2 Diagram blok desain sistem dengan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil & <i>Arithmetic Sequence</i> .....	27
Gambar 3.3 Diagram blok desain sistem dengan penghitungan <i>Arithmetic Sequence</i> .....	28
Gambar 3.4 Desain input aplikasi .....	29
Gambar 3.5 Desain <i>main process</i> aplikasi .....	30
Gambar 3.6 Diagram alir proses <i>zooming</i> dengan fungsi polinomial dalam metode Kesalahan Kuadrat Terkecil .....	31
Gambar 3.7 Diagram alir proses <i>zooming</i> dengan fungsi polinomial dalam metode Kesalahan Kuadrat Terkecil dan <i>Arithmetic Sequence</i> .....	33
Gambar 3.8 Diagram alir proses <i>zooming</i> dengan <i>Arithmetic Sequence</i> .....	34
Gambar 3.9 Desain <i>Output</i> aplikasi .....	63
Gambar 3.10 Rancangan <i>interface</i> aplikasi .....	65
Gambar 4.1 Tampilan utama .....	67
Gambar 4.2 Proses pencarian input citra .....	68
Gambar 4.3 Hasil input citra .....	68
Gambar 4.4 Hasil penghitungan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil .....	70
Gambar 4.5 Hasil penghitungan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil dengan <i>Arithmetic Sequence</i> .....	75
Gambar 4.6 Hasil metode <i>Arithmetic Sequence</i> .....	77
Gambar 4.7 Hasil dari proses ekualisasi histogram .....	79
Gambar 4.8 Perbandingan dengan $n = 1$ .....	81
Gambar 4.9 Perbandingan dengan $n = 2$ .....	81
Gambar 4.10 Perbandingan dengan $n = 3$ .....	81

Gambar 4.11 Perbandingan dengan $n = 4$ .....	81
Gambar 4.12 Perbandingan hasil <i>zooming</i> pada gambar 1 .....	83
Gambar 4.13 Skala pengukuran kualitas citra .....	89



## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Hasil pengujian MSE dari $n = 1$ sampai $n = 10$ .....	82
Tabel 4.2 Hasil studi komparasi dengan LSE.....	84
Tabel 4.3 Hasil kuesioner gambar A ( <i>Arithmetic Sequence</i> ).....	85
Tabel 4.4 Hasil kuesioner gambar B ( <i>Least Square Error</i> ).....	86
Tabel 4.5 Hasil kuesioner gambar C <i>Photoshop (bicubic)</i> .....	87
Tabel 4.6 Hasil kuesioner gambar D ( <i>Paint Brush</i> ).....	88



## ABSTRAK

Ainun, Qurin. 2013. 08650112 **Pembesaran Citra Wajah Berbasis Fungsi Polinomial Menggunakan Metode Kesalahan Kuadrat Terkecil**. Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pembimbing: (I) Dr. Cahyo Crysdiyan, (II) Ririen Kusumawati, M.Kom

---

**Kata Kunci:** *fungsi polinomial, kesalahan kuadrat terkecil (LSE), pembesaran citra*

Pembesaran diperlukan ketika objek yang akan diteliti dalam citra terlampau kecil. Namun, jika citra tersebut diperbesar banyak informasi yang hilang. Hal itu disebabkan oleh jarak antarpiksel semakin berjauhan. Jika citra wajah manusia ditelaah, maka nilai-nilai piksel penyusun citra tersebut memiliki bentuk fungsi polinomial. Oleh karena itu interpolasi fungsi polinomial berpotensi untuk memperjelas citra wajah manusia. Dengan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil atau *Least Square Error*, penelitian dilakukan dengan mencari fungsi polinomial pada citra wajah yang akan diperbesar. Dari fungsi tersebut bisa didapatkan nilai-nilai untuk mengisi nilai-nilai baru akibat citra yang diperbesar. Penghitungan fungsi dilakukan per 10 piksel setiap baris atau kolomnya. Jadi, dalam sebuah baris atau kolom akan didapatkan beberapa fungsi jika lebih dari 10 piksel yang kemudian fungsi tersebut akan digunakan saat citra mengalami pembesaran.



## ABSTRACT

Ainun, Qurin. 2013. 08650112. *Face Image Zooming Based Polynomial Function Using Least Square Error Method*. Department of Informatics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang.

Adviser: (I) Dr. Cahyo Crysdiyan, (II) Ririen Kusumawati, M.Kom

---

**Keyword:** *polynomial function, least square error (LSE), image zooming*

Zooming is needed when the object to be studied in the image is too small. However, if the image is enlarged a lot of information is lost. It is caused by the distance between the pixels apart. If the human face images are analyzed, then the values of image pixels have polynomial shape function. Therefore the polynomial interpolation function has the potential to detail the human face images. By Least Square Error, research carried out by finding a polynomial function of the facial image to be enlarged. The function can be obtained from the values to populate new values due to an enlarged image. Counting function performed by 10 pixels per row or column. So, in a row or column will get some function if more than 10 pixels. It is used to enlarge image.

## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Masih hangat dalam berita, bahkan masih terjadi saat ini, “Genk Motor” di berbagai daerah berulah. Ada yang tertangkap kamera *closed circuit television* (CCTV) merampok sebuah toko dengan membawa senjata tajam. Ada yang ugall-ugalan di jalan raya. Ada pula yang secara sadis, menganiaya warga tak bersalah sampai babak belur bahkan tewas. Dalam salah satu surat kabar ibukota mengkalkulasikan, dalam setahun kawanannya tersebut dapat menewaskan 60 orang, untuk daerah Jakarta saja. Namun, banyak pelaku yang tak terungkap, dikarenakan kebrutalan tersebut cenderung dilakukan secara berkelompok. Meskipun dengan CCTV didapatkan beberapa wajah pelakunya, tetap saja ada pelaku-pelaku lainnya yang tak tertangkap. Citra wajah pelaku yang terlihat kecil karena jauh dari kamera, membuatnya sulit untuk dikenali.

Penelitian ini tidak akan membahas tentang hukum tentunya. Akan tetapi menggarisbawahi tentang informasi yang didapatkan melalui media citra. Tentu semua ingin mendapatkan informasi yang akurat dari gambar yang merekam pada saat kejadian. Namun, apabila orang atau objek yang dicurigai terlalu kecil atau jauh, dibutuhkan pembesaran atau *zooming*. Masalah muncul, jika gambar yang dizoom, terkadang banyak informasi yang hilang yang disebabkan jarak antarpiksel semakin berjauhan. Padahal tujuan pembesaran citra adalah memperoleh tampilan/*view* yang baik, yaitu tidak mengalami pecah-pecah atau

terlihat kotak-kotak pada citra hasil pembesaran. Sehingga diperlukannya perbaikan citra (*image enhancement*).

Perbaikan citra dapat dilakukan dengan operasi geometri. Salah satunya adalah penskalaan, yaitu memberikan efek memperbesar atau memperkecil ukuran citra input sesuai dengan variabel penskalaan citranya. Ukuran baru hasil penskalaan didapat melalui perkalian antara ukuran citra input dengan variabel penskalaan. Proses pembesaran dapat dilakukan dengan metode interpolasi.

Interpolasi sebenarnya adalah suatu proses untuk menentukan harga suatu fungsi pada titik-titik posisi antara suatu sampel dengan sampel tetangganya. Hal ini dilakukan dengan menyusun fungsi kontinu melalui sampel-sampel masukan diskrit. Dengan demikian harga fungsi dapat diperoleh untuk setiap sembarang titik, tidak hanya harga fungsi pada titik sampel.

Ketelitian hasil penghitungan interpolasi atau lama waktu yang diperlukan untuk penghitungan dari suatu algoritma interpolasi sangat tergantung pada metode interpolasi yang digunakan. Dengan demikian metode interpolasi merupakan sasaran desain, analisis, dan evaluasi suatu algoritma interpolasi, yang membutuhkan pertimbangan antara sasaran ketelitian dan efisiensi.

Dengan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil, penelitian ini menawarkan penghitungan antarpiksel untuk menentukan fungsi citra wajah yang akan diperbesar. Sehingga akan didapat nilai-nilai yang mengisi nilai-nilai baru akibat citra yang diperbesar.

Penentuan nilai atau ukuran juga tercantum dalam Al Qur'an. Allah telah menjadikan alam semesta dan semua yang ada didalamnya dengan penghitungan yang rumit dan teliti sebagaimana dalam QS Al Furqan ayat 2 berikut:

... وَخَلَقَ كُلَّ شَيْءٍ فَقَدَرَهُ تَقْدِيرًا

Artinya : "... dan Dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya."

Disebutkan pula pada QS Al Qamar ayat 49, Allah berfirman:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَاهُ بِقَدَرٍ

Artinya: *Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran*

Atas dasar gambaran-gambaran di atas, maka diajukan aktivitas penelitian yang berjudul, "Pembesaran Citra Wajah Berbasis Fungsi Polinomial Menggunakan Metode Kesalahan Kuadrat Terkecil."

## 1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah dalam skripsi ini, sebagai berikut:

1. Apakah fungsi polinomial dapat digunakan untuk proses pembesaran citra wajah?
2. Seberapa baik performansi aplikasi yang dibangun dibandingkan dengan aplikasi yang sudah ada?

### 1.3 Batasan masalah

Batasan masalah pada skripsi ini adalah:

1. Data yang diinputkan berupa image bertipe jpeg, gif, png, dan bmp.
2. Objek penelitian adalah citra wajah manusia.
3. Citra input yang digunakan dianggap bebas *noise*.
4. Ukuran citra input wajah di bawah 50 piksel (tinggi/lebar).

### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang akan dicapai dalam skripsi ini adalah:

1. Membuktikan bahwa fungsi polinomial dapat digunakan untuk proses pembesaran citra wajah.
2. Mengukur performansi fungsi polinomial dalam pembesaran citra wajah dengan aplikasi lain.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Dalam contoh kasus kriminal seperti yang dijelaskan di awal, meskipun wajah pelaku dapat tertangkap dalam kamera namun terkadang gambar wajah yang didapatkan sangat kecil. Hal tersebut disebabkan si pelaku berada jauh dari kamera yang membuatnya sulit dikenali. Jadi, diperlukan aplikasi pembesaran citra wajah yang dapat membantu permasalahan tersebut.

## 1.6 Metode Penelitian

### a. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan penggalian dan pengumpulan informasi terkait beberapa hal berikut: pengumpulan informasi tentang pengolahan citra digital (terutama bab *image enhancement*), pengumpulan informasi tentang metode Kesalahan Kuadrat Terkecil (untuk fungsi polinomial), dan pengumpulan informasi tentang pemrograman Matlab.

### b. Perancangan Sistem

Tahap-tahap yang meliputi bagian ini, sebagai berikut: merancang sistem, membuat desain sistem, dan penyempurnaan rancangan dan desain.

### c. Pembuatan Aplikasi

Pada tahap ini pembuatan aplikasi menggunakan aplikasi Matlab.

### d. Uji Coba dan Evaluasi

Setelah tahap pembuatan aplikasi selesai, maka akan dilanjutkan dengan tahap uji coba dan evaluasi, apakah sudah berjalan seperti apa yang diharapkan ataukah belum.

### e. Penyusunan Laporan

Penyusunan laporan skripsi merupakan dokumentasi dari keseluruhan pelaksanaan penelitian.

## **1.7 Sistematika Penulisan**

### **BAB I: PENDAHULUAN**

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

### **BAB II: TINJAUAN PUSTAKA**

Menjelaskan tentang teori yang menjadi dasar dan sebagai acuan penulisan laporan skripsi.

### **BAB III: ANALISIS DAN PERANCANGAN**

Bab ini menjelaskan tentang analisa yang dilakukan dalam merancang dan membuat sistem.

### **BAB IV: HASIL DAN PEMBAHASAN**

Bab ini membahas tentang implementasi dari aplikasi yang dibuat secara keseluruhan, melakukan pengujian terhadap aplikasi yang dibuat untuk mengetahui aplikasi tersebut telah dapat menyelesaikan permasalahan yang dihadapi sesuai dengan yang diharapkan, dan membandingkan aplikasi tersebut dengan aplikasi lain yang sudah ada sebelumnya.

### **BAB V: KESIMPULAN DAN SARAN**

Bab ini merupakan penutup, yang didalamnya berisi kesimpulan dari seluruh rangkaian penelitian serta saran yang diharapkan dapat bermanfaat untuk pengembangan pembuatan program aplikasi.

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Pengolahan Citra Digital

Pengolahan citra (*image processing*) merupakan suatu sistem di mana proses dilakukan dengan masukan berupa citra (*image*) dan hasilnya juga berupa citra (*image*). Menurut Basuki (2005:1) pengolahan citra mempunyai dua tujuan utama, sebagai berikut:

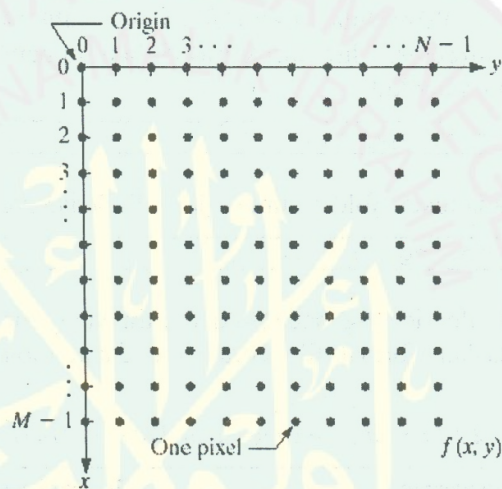
- a) Memperbaiki kualitas citra, di mana citra yang dihasilkan dapat menampilkan informasi secara jelas atau dengan kata lain manusia dapat melihat informasi yang diharapkan dengan menginterpretasikan citra yang ada.
- b) Mengekstraksi informasi ciri yang menonjol pada suatu citra, di mana hasilnya adalah informasi citra yang didapatkan manusia secara numerik atau dengan kata lain komputer (mesin) melakukan interpretasi terhadap informasi yang ada pada citra melalui besaran-besaran data.

##### 2.1.1 Dasar Citra Digital

Secara umum, pengolahan citra digital menunjuk pada pemrosesan gambar 2 dimensi menggunakan komputer. Dalam konteks yang lebih luas, pengolahan citra digital mengacu pada pemrosesan setiap data 2 dimensi. Putra (2009:19) menjelaskan, citra digital merupakan larik (array) yang berisi nilai-nilai real maupun kompleks yang direpresentasikan dengan deretan bit tertentu.



Suatu citra dapat didefinisikan sebagai fungsi  $f(x,y)$  berukuran M baris dan N kolom, dengan x dan y adalah koordinat spasial, dan amplitudo f di titik koordinat  $(x,y)$  dinamakan intensitas atau tingkat keabuan dari citra titik tersebut. Apabila nilai x, y, dan nilai amplitudo f secara keseluruhan berhingga (finite) dan bernilai diskrit maka dapat dikatakan bahwa citra tersebut adalah citra digital. Gambar berikut menunjukkan posisi koordinat citra digital.



Gambar 2.1 Koordinat citra digital (Prasetyo, 2011)

Citra digital dapat ditulis dalam bentuk matrik sebagai berikut.

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,M-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & \dots & f(N-1,M-1) \end{bmatrix}$$

Nilai pada suatu irisan antara baris dan kolom (pada posisi  $x,y$ ) disebut dengan *picture elements*, *image elements*, *pels*, atau *pixels*. Istilah terakhir (pixel) paling sering digunakan pada citra digital.

### 2.1.2 Elemen-elemen Dasar Citra

Elemen-elemen dasar citra menurut Wijaya (2007:27), yaitu:

a) **Kecerahan dan Kontras**

Kecerahan (*Brightness*) adalah intensitas yang terjadi pada satu titik citra.

Umumnya pada sebuah citra, kecerahan ini merupakan kecerahan rata-rata dari suatu daerah local. Untuk menentukan kepekaan kontras (*contrast sensitivity*) pada mata manusia dilakukan cara pengukuran sebagai berikut. Pada suatu bidang citra dengan intensitas sebesar  $B$ , perbesar intensitas obyek lingkaran sehingga intensitasnya menjadi  $B + \Delta B$ . Pertambahan intensitas ( $\Delta B$ ) ini dilakukan sampai mata manusia dapat mendeteksi perbedaan ini.

b) *Acuity*

*Acuity* kemampuan mata manusia untuk merinci secara detail bagian-bagian pada suatu citra (pada sumbu visual).

c) **Kontur**

Kontur merupakan keadaan pada citra dimana terjadi perubahan intensitas dari suatu titik ke titik tetangganya. Dengan perubahan intensitas inilah mata seseorang sanggup mendeteksi pinggiran atau kontur suatu benda.

d) **Warna (*color*)**

Warna adalah reaksi yang dirasakan oleh sistem visual mata manusia terhadap perubahan panjang gelombang cahaya. Setiap warna mempunyai panjang gelombang yang berbeda-beda. Warna merah memiliki panjang gelombang ( $\lambda$ ) yang paling tinggi, sedangkan warna violet mempunyai panjang gelombang ( $\lambda$ ) yang paling rendah.

e) Bentuk

Pada umumnya citra yang dibentuk oleh mata merupakan citra 2 dimensi, sedang obyek yang diamati adalah 3 dimensi

f) Tekstur

Pada hakikatnya sistem visual manusia tidak menerima informasi citra secara terpisah pada setiap titik, tetapi suatu citra dianggap sebagai suatu kesatuan. Dua buah citra tidak dapat disamakan hanya dengan satu parameter saja. Hal ini tampak nyata dalam bentuk tekstur (*texture*). Pada daerah yang berdekatan tekstur dua buah citra mudah dibedakan, namun bila letaknya berjauhan, tekstur kedua citra tersebut sukar dibedakan.

g) Waktu dan Pergerakan

Respon suatu sistem visual tidak hanya berlaku pada faktor ruang, tetapi juga pada faktor waktu. Sebagai contoh, bila citra-citra diam ditampilkan secara tepat, akan berkesan melihat citra yang bergerak.

h) Deteksi dan Pengenalan

Dalam mendeteksi dan mengenali suatu citra, ternyata tidak hanya sistem visual manusia saja yang bekerja, tetapi juga ikut melibatkan ingatan dan daya pikir manusia

### 2.1.3 Resolusi Citra

Merupakan tingkat detail suatu citra. Semakin tinggi resolusi citra, maka semakin tinggi pula tingkat detail dari citra tersebut (Putra, 2010:38). Satuan dalam pengukuran resolusi citra dapat berupa ukuran fisik (jumlah garis per mm/

jumlah garis per inchi) ataupun dapat juga berupa ukuran citra menyeluruh (jumlah garis per tinggi citra). Resolusi sebuah citra dapat diukur dengan berbagai cara sebagai berikut:

a) Resolusi Pksel

Resolusi piksel adalah penghitungan jumlah pixel dalam sebuah citra digital. Sebuah citra dengan tinggi N piksel dan lebar M piksel berarti memiliki resolusi sebesar  $M \times N$ . Resolusi piksel akan memberikan dua buah angka integer yang secara berurutan akan mewakili jumlah piksel lebar dan jumlah piksel tinggi dari citra tersebut.

Pengertian lainnya dari resolusi piksel adalah hasil perkalian jumlah piksel lebar dan tingginya, kemudian dibagi dengan 1 juta. Jenis resolusi piksel seperti ini sering kali dijumpai dalam kamera digital. Suatu citra yang memiliki lebar 2.048 piksel dan tinggi 1.536 piksel maka akan memiliki total piksel sebanyak  $2.048 \times 1.536 = 3.145.728$  piksel atau 3.1 mega piksel.



Gambar 2.2 Resolusi Pksel (Putra, 2010)

Penghitungan lainnya menyatakan dalam satuan piksel per inchi. Satuan ini menyatakan banyaknya piksel yang ada sepanjang 1 inchi baris dalam citra.

b) Resolusi Spasial

Menunjukkan seberapa dekat jarak setiap garis pada citra. Jarak tersebut tergantung dari sistem yang menciptakan citra tersebut. Resolusi spasial

menghasilkan jumlah piksel per satuan panjang. Resolusi spasial dari sebuah komputer adalah 72 hingga 100 garis per inci atau dalam resolusi piksel 72 hingga 100 ppi.

c) Resolusi Spektrum

Sebuah citra digital membedakan intensitas ke dalam beberapa spektrum. Citra multi spektrum akan memberikan spektrum atau panjang gelombang yang lebih baik untuk menampilkan warna

d) Resolusi Temporal

Resolusi temporal berkaitan dengan video. Suatu video merupakan kumpulan frame statis yang berupa citra yang berurutan dan ditampilkan secara tepat. Resolusi temporal memberikan jumlah frame yang dapat ditampilkan setiap detik dengan satuan *frame per second* (fps).

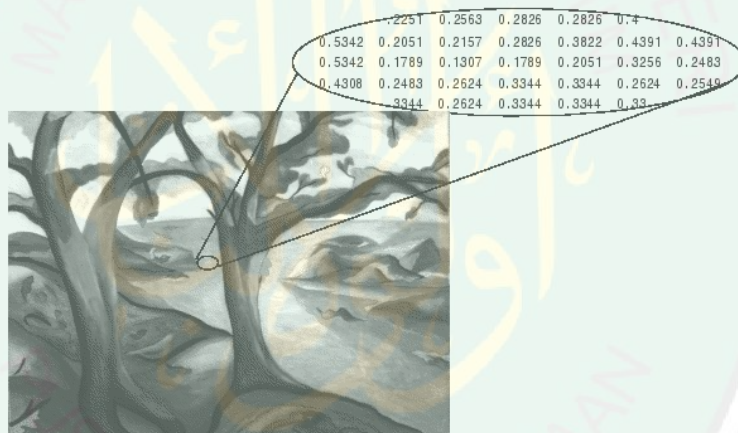
e) Resolusi Radiometrik

Resolusi ini memberikan nilai atau tingkat kehalusan citra yang dapat ditampilkan dan biasanya ditampilkan dalam satuan bit, contoh citra 8 bit dan citra 256 bit. Semakin tinggi resolusi radiometrik ini maka semakin baik perbedaan intensitas yang ditampilkan.

#### 2.1.4 Konsep Citra *Grayscale*

Citra *grayscale* merupakan citra digital yang hanya memiliki satu nilai kanal pada setiap pikselnya, dengan kata lain nilai bagian *Red = Green = Blue*. Nilai tersebut digunakan untuk menunjukkan tingkat intensitas (Putra, 2009:40). Warna yang dimiliki adalah warna dari hitam, keabuan, dan putih. Tingkatan

keabuan di sini merupakan warna abu-abu dengan berbagai tingkatan dari hitam hingga mendekati putih. Jumlah warna pada citra grey adalah 256, karena citra grey jumlah bitnya adalah 8, sehingga jumlah warnanya adalah  $2^8 = 256$ , nilainya berada pada jangkauan 0-255. Sehingga nilai intensitas dari citra grey tidak akan melebihi 255 dan tidak mungkin kurang dari 0. Model penyimpanannya adalah  $f(x,y) = \text{nilai intensitas}$ , dengan  $x$  dan  $y$  merupakan posisi nilai intensitas. Misalkan suatu citra dengan ukuran lebar= 512 dan tinggi= 512, maka jumlah byte yang diperlukan untuk penyimpanan citra. Grayscale =  $512 \times 512 \times 1 = 262,144 \text{ byte} = 0.262 \text{ MB}$



Gambar 2.3 Citra *Grayscale* (Matlab, 2008)

### 2.1.5 Perbaikan Citra (*Image Enhancement*)

Perbaikan citra bertujuan meningkatkan kualitas tampilan citra untuk pandangan manusia atau mengkonversi suatu citra agar memiliki format yang lebih baik sehingga citra tersebut menjadi lebih mudah diolah dengan komputer (Putra, 2009: 119).

a) Operasi Geometri Citra

Operasi geometri citra adalah proses perubahan hubungan spasial antara setiap piksel pada sebuah citra. Operasi geometri memetakan kembali piksel citra input dari posisi awal  $(x_1, y_1)$  ke posisi baru  $(x_2, y_2)$  pada citra output. Contoh proses yang tergolong operasi geometri adalah operasi penskalaan.

Penskalaan adalah sebuah operasi geometri yang memberikan efek memperbesar atau memperkecil ukuran citra input sesuai dengan variabel penskalaan citranya. Ukuran baru hasil penskalaan didapat melalui perkalian antara ukuran citra input dengan variabel penskalaan.

Proses penskalaan dengan memperkecil citra dapat dilakukan dengan menggunakan metode subsampling dan interpolasi. Proses pembesaran dapat dilakukan dengan metode pengulangan piksel (*pixel replication*) dan interpolasi.

b) Operasi Spasial (*Filtering*)

Pentapisan pada pengolahan citra biasa disebut dengan pentapisan spasial (*spatial filtering*). Pada proses pentapisan, nilai piksel baru umumnya dihitung berdasarkan piksel tetangga. Cara penghitungan nilai piksel baru tersebut dapat dikelompokkan menjadi 2, yaitu pertama, piksel baru diperoleh melalui kombinasi linier piksel piksel tetangga dan kedua, piksel baru diperoleh langsung dari salah satu nilai piksel tetangga. Proses penapisan spasial tidak dapat dilepaskan dari teori *kernel (mask)* dan konvolusi.

## 2.2 Metode Numerik

Metode analitik disebut juga metode sejati karena memberikan solusi sejati (*exact solution*) atau solusi yang sesungguhnya, yaitu solusi yang memiliki galat (*error*) sama dengan nol. Akan tetapi, metode analitik hanya unggul untuk sejumlah persoalan yang terbatas, yaitu persoalan yang memiliki tafsiran geometri sederhana serta berdimensi rendah. Padahal persoalan yang muncul dalam dunia nyata seringkali *non linier* serta melibatkan bentuk dan proses yang rumit. Akibatnya nilai praktis penyelesaian metode analitik menjadi terbatas. Bila metode analitik tidak dapat lagi diterapkan, maka solusi persoalan dapat dicari dengan menggunakan metode numerik.

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi penghitungan biasa seperti tambah, kurang, kali, dan bagi (Munir, 2003:5). Metode artinya cara, sedangkan numerik artinya angka. Jadi metode numerik secara harfiah berarti cara berhitung dengan menggunakan angka-angka.

Perbedaan utama antara metode numerik dengan metode analitik terletak pada dua hal. Pertama, solusi dengan menggunakan metode numerik selalu berbentuk angka. Sedangkan metode analitik biasanya menghasilkan solusi dalam bentuk fungsi matematik yang selanjutnya dapat dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka. Kedua, dengan metode numerik, hanya diperoleh solusi hampiran (*approximation*) atau solusi pendekatan. Namun solusi hampiran dapat dibuat seteliti yang diinginkan. Solusi hampiran jelas tidak tepat sama dengan



solusi sejati, sehingga ada selisih antara keduanya. Selisih inilah yang disebut dengan galat (*error*).

### 2.2.1 Pencocokan Kurva (*Curve Fitting*)

Menurut Triatmodjo (1996:61) di dalam praktik, sering dijumpai data diberikan dalam nilai diskrit atau tabel. Ada dua hal yang diharapkan dari data diskrit tersebut, yaitu:

1. Mencari bentuk kurva yang dapat mewakili data diskrit tersebut
2. Mengestimasi nilai data pada titik-titik di antara nilai-nilai yang diketahui

Kedua aplikasi tersebut dikenal sebagai *curve fitting*. Dibutuhkan suatu metode untuk mendapatkan kurva tersebut. Salah satu cara adalah membuat kurva yang meminimumkan perbedaan (selisih) antara titik-titik data dan kurva. Teknik untuk mendapatkan kurva tersebut dikenal dengan metode kuadrat terkecil.

Metode kuadrat terkecil mengasumsikan bahwa pencocokan kurva terbaik adalah kurva yang mempunyai nilai jumlah minimal dari selisih simpangan kuadrat (*least square error*) dari sekumpulan data yang telah tersedia. Misalnya data tersebut adalah  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ . Pencocokan kurva  $f(x)$  mempunyai selisih simpangan (*error*)  $d$  dari setiap titik data. Contohnya  $d_1 = y_1 - f(x_1), d_2 = y_2 - f(x_2), \dots, d_n = y_n - f(x_n)$ . Berdasarkan metode kuadrat terkecil, pencocokan kurva terbaik mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$E = d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 = a \text{ m i n i m u m}$$

Persamaan polinomial orde  $r$  mempunyai bentuk:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_r x^r$$

Jumlah kuadrat dari kesalahan adalah:

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \dots - a_r x_i^r)^2 \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) diturunkan terhadap tiap koefisien dari polinomial

$$\frac{\partial E}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \dots - a_r x_i^r) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \dots - a_r x_i^r) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_2} = -2 \sum_{i=1}^n x_i^2 (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \dots - a_r x_i^r) = 0$$

⋮

⋮

⋮

$$\frac{\partial E}{\partial a_r} = -2 \sum_{i=1}^n x_i^r (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - \dots - a_r x_i^r) = 0 \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) dapat ditulis dalam bentuk:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x & \sum x^2 & \dots & \sum x^r \\ \sum x & \sum x^2 & \sum x^3 & \dots & \sum x^{r+1} \\ \sum x^2 & \sum x^3 & \sum x^4 & \dots & \sum x^{r+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x^r & \sum x^{r+1} & \sum x^{r+2} & \dots & \sum x^{r+r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum xy_i \\ \sum x^2 y_i \\ \vdots \\ \sum x^r y_i \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dengan semua penjumlahan adalah dari  $i = 1$  sampai  $n$ . Dari persamaan tersebut akan dicari bilangan tak diketahui  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_r$ .

### 2.2.2 Mean Square Error

MSE adalah rata-rata kuadrat nilai kesalahan antara citra asli dengan citra hasil pengolahan. Misal  $I(x, y)$  adalah citra masukan dan  $\hat{I}(x, y)$  adalah citra keluaran, keduanya memiliki  $M$  baris dan  $N$  kolom, maka didefinisikan sebagai berikut:

$$MSE = \frac{\sum_x^M = \sum_y^N [I(x, y) - \hat{I}(x, y)]^2}{M N} \quad (2.4)$$

### 2.3 Arithmetic Sequence (Barisan Aritmatika)

Suatu barisan bilangan  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  dinamakan barisan bilangan aritmatika jika selisih dua suku yang berurutan selalu tetap. Selisih antara dua suku yang berurutan dinamakan beda ( $b$ ).

$$b = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_n - u_{n-1}$$

Untuk  $a$  = suku pertama, Rumus suku ke- $n$  adalah:

$$u_n = a + (n - 1)b \quad (2.5)$$

Jika yang diketahui nilai suku pertama  $a$ , suku terakhir  $u_{akhir}$  dan  $n_p$  adalah pembesarannya, maka untuk mendapatkan  $b$  dengan rumus berikut:

$$b = \frac{u_{akhir} - a}{n_p} \quad (2.6)$$

#### 2.4 *Zoom State of the Art*

Penelitian tentang *zooming* telah banyak dikembangkan sebelumnya. Berikut akan dijelaskan beberapa perkembangan penelitian tersebut sehingga dapat menjadi acuan dalam pengembangan aplikasi *zooming* pada penelitian ini.

##### a) *Image Interpolation Using Across-Scale Pixel Correlation* (2001)

Penelitian yang dilakukan oleh Tao Chen, Hong Ren Wu, dan Bin Qiu ini mengusulkan teknik dengan mengasumsikan bahwa korelasi piksel struktur lokal (atau region kecil) akan tetap sama di skala yang berbeda. Selain itu informasi *a priori* ini dapat diekstraksi dari data gambar yang tersedia atau diberikan yang memiliki skema sama (konten), tetapi resolusi berbeda. Interpolasi kemudian dicapai dengan memprediksi nilai-nilai piksel gambar yang tidak diketahui dengan menggunakan estimasi korelasi.

##### b) *A Locally Adaptive Zooming Algorithm for Digital Images* (2002)

S. Battiato, G. Gallo, dan F. Stanco mengusulkan metode yang memperhitungkan informasi tentang diskontinuitas atau variasi *sharp luminance* dengan menggandakan citra masukan. Hal ini diwujudkan dengan prosedur iterasi

nonlinear dari citra yang diperbesar dan bisa diimplementasikan dengan sumber daya komputasi terbatas. Algoritma ini bekerja pada citra monokromatik, citra RGB dan citra *Bayer data* yang diperoleh dari CCD / CMOS sensor kamera.

c) Metode Interpolasi Linear *Fuzzy* Tersesuaian untuk Pembesaran Citra (2011)

Metode yang digunakan dalam penelitian Deni Purwanti ini adalah *Fuzzy-Adapted Linear Interpolation* (FALI). Metode tersebut merupakan hasil pengembangan dari metode interpolasi linear pada umumnya. Dimana jarak Euclidean dalam skema interpolasi linear digantikan dengan jarak baru yang diperoleh dari proses *Fuzzy Inference System* (FIS), berpedoman *Fuzzy Rule Base System* (FRBS) yang telah ditentukan. Dengan proses awal menghitung gradien lokal dari tiap-tiap piksel citra yang akan dibesarkan. Gradien lokal akan diproses dengan FIS sebagai variabel premis.

d) *Proximal Interpolation in Image Zooming Using Advanced Neighborhood Algorithm* (2012)

Penelitian menggunakan algoritma interpolasi yang disebut *curvature interpolation method* (CIM), yang efektif pada citra pembesaran dan mudah diimplementasikan. Paper yang diajukan S. Shiny dan Agnes Anto ini menggunakan interpolasi proksimal dengan melibatkan region tetangga juga. Untuk mengurangi *artifacts* interpolasi, citra yang dihasilkan dibangun dengan menggabungkan lengkungan terinterpolasi sebagai daya penggerak, bukan langsung menginterpolasi citra itu sendiri. Algoritma ini menghitung setiap output

pixel dengan mengambil nilai dari setiap pixel input dan mendistribusikan ke piksel output bersesuaian  $3 \times 3$  *neighborhood*.

e) *Image Zooming and Multiplexing Techniques based on K-Space Transformation* (2012)

Metode *zoom* yang diperkenalkan dalam paper A. Ammar, E.M. Saad, I. Ashour dan M. Elzorkany didasarkan pada teknik transformasi *K-Space*. Metode ini dikenal dalam bidang citra medis, terutama di *Magnetic Resonance Imaging* (MRI). Dimana *k-space* adalah memori sementara dari informasi frekuensi spasial dalam dua atau tiga dimensi dari citra. Metode yang diusulkan memperkenalkan teknik pembesaran citra dengan faktor *zoom* tinggi, sedikit citra pembesaran *artifacts* dan masalah. Transformasi gambar untuk *K-Space* domain dilakukan dengan melakukan dua invers transformasi Fourier ortogonal satu sama lain. Tujuan utama dari skema yang diusulkan adalah untuk mencapai faktor *zoom* tinggi tanpa banyak berpengaruh pada kualitas citra.

## 2.5 Integrasi dalam Islam

Allah SWT berkali-kali mengingatkan manusia untuk melihat, merenung, dan mengambil kesimpulan dengan menggunakan akal karena itulah yang membedakannya dengan makhluk lainnya. Dengan tegas dinyatakan dalam ayat 9 QS Az Zumar sebagai berikut :

...قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ إِنَّمَا يَتَذَكَّرُ أُولُو الْأَلْبَابِ ﴿١٩٠﴾

Artinya: "... Katakanlah: 'Adakah sama orang-orang yang mengetahui dengan orang-orang yang tidak mengetahui?' Sesungguhnya orang yang berakallah yang dapat menerima pelajaran."

Disebutkan juga dalam QS Ali Imran ayat 190:

إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَاخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَآيَاتٍ لِأُولِي الْأَلْبَابِ

Artinya: "Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal"

Diriwayatkan dari Aisyah, ketika ayat ini diturunkan kepada Nabi SAW, beliau segera bangkit dan bersembahyang. Dan ketika waktu salat fardhu telah tiba, Bilal pun datang untuk mengumandangkan adzan. Namun sebelum sempat melantungkannya, ia mendengar Nabi SAW sedang menangis, lalu Bilal menghampirinya dan bertanya: "Wahai Rasulullah, mengapa engkau menangis? Padahal engkau telah dijamin oleh Allah untuk menghapuskan segala dosa-dosamu yang telah berlalu ataupun yang akan datang?" Nabi SAW menjawab: "Ya Bilal, tidak bolehkah aku menjadi seorang hamba yang pandai bersyukur? Pada malam ini Allah SWT menurunkan sebuah ayat kepadaku." Nabi SAW melanjutkan: "Sungguh merugi orang-orang yang membacanya namun tidak bertafakkur (merenunginya)."

Purwanto (2012:58) menjelaskan bahwa indra dan akal memungkinkan manusia menyibak misteri dan realitas alam semesta. Mulanya indra melakukan pengamatan suatu fenomena, kemudian akal melakukan analisis, abstraksi, serta

mengkonstruksi teori tentang fenomena tersebut. Hasilnya, ilmu pengetahuan yang dianut dan diterima hampir semua orang.

Meskipun indra merupakan input yang canggih, namun masih memiliki keterbatasan. Sebagai contoh, dalam permasalahan skripsi ini, indra penglihatan, mata, tidak mampu untuk melihat objek atau benda yang terlampau kecil. Namun Allah SWT telah berfirman dalam QS Al Insyirah ayat 5-6:

فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٥﴾ إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٦﴾

Artinya: "... Karena Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."

Dua kali Allah SWT menegaskan bahwa sesudah kesulitan ada kemudahan. Penyebutan kata 'kesulitan' dalam dua ayat itu dengan bentuk *definite noun* (kata yang telah tertentu, menggunakan *alif* dan *lam*) menunjukkan bahwa keduanya adalah satu jenis. Disebutkannya *yusr* (kemudahan) dengan bentuk *indefinite noun* (kata yang tak tertentu) menunjukkan bahwa itu terjadi secara berulang-ulang. Sehingga satu kesulitan, tidak akan mengalahkan kemudahan yang lebih banyak. Kata "sesudah" dalam terjemahan di atas bukanlah arti harfiah, sebab kata *ma'a* artinya "bersama". Zamahsyari menyatakan bahwa penggunaan perkataan *ma'a*, untuk memberi kesan yang kuat bahwa jarak antara kesukaran dengan kemudahan itu amat dekat sehingga seperti bersama-sama.

Akal melengkapi indra. Akal yang akan membantu indra menyelesaikan keterbatasannya dengan produknya yang berupa ilmu pengetahuan dan teknologi. Untuk permasalahan di atas, penulis menawarkan solusi dengan penghitungan polinomial yang terdapat dalam metode Kesalahan Kuadrat Terkecil. Dengan



metode ini, penelitian dilakukan dengan penghitungan antarpiksel untuk menentukan fungsi citra wajah yang akan diperbesar sehingga akan didapat nilai-nilai yang mengisi nilai-nilai baru akibat citra yang diperbesar.



## BAB III

### ANALISIS DAN PERANCANGAN

Dalam bab ini akan memberikan gambaran secara umum analisis dan perancangan sistem dalam penelitian “*Pembesaran Citra Wajah Berbasis Fungsi Polinomial Menggunakan Metode Kesalahan Kuadrat Terkecil.*”

#### 3.1 Kebutuhan Sistem

##### 3.1.1 Deskripsi Umum Pembesaran Citra

Pada subbab ini akan membahas mengenai deskripsi dari sistem yang dirancang dan dibangun. Tujuan penelitian ini adalah membuat suatu aplikasi yang dapat mengurangi banyaknya informasi yang hilang karena proses pembesaran atau *zooming*. Proses *zooming* dimulai dengan input data berupa citra berukuran kecil dengan ekstensi \*.jpg, \*.gif, \*.png, atau \*.bmp. Kemudian pengguna menginputkan parameter untuk pembesaran. Lalu didapatkan citra hasil. Namun citra tersebut biasanya mengalami pecah-pecah atau terlihat kotak-kotak dikarenakan jarak antarpiksel semakin berjauhan.

##### 3.1.2 Usulan Pemecahan Masalah

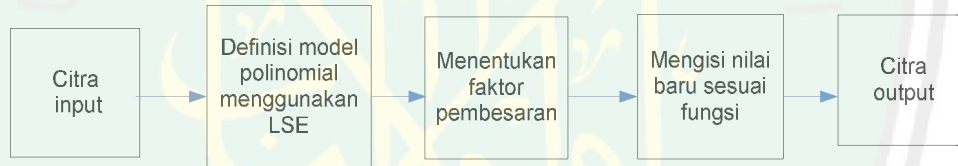
Untuk mengatasi permasalahan banyaknya informasi yang hilang akibat gambar mengalami pecah-pecah, diperlukan metode untuk menghitung jarak antarpiksel yang baru didapat dari hasil pembesaran tersebut. Metode-metode yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah:

### 3.1.2.1 Kesalahan Kuadrat Terkecil (*Least Square Error*)

Penghitungan metode ini dengan menggunakan fungsi polinomial dalam metode Kesalahan Kuadrat Terkecil.

$$E = d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 \quad (3.1)$$

Penelitian dimulai dengan mencari nilai fungsi dari citra awal. Penghitungan fungsi dilakukan per 10 piksel setiap baris atau kolomnya. Jadi, dalam sebuah baris atau kolom akan didapatkan beberapa fungsi jika lebih dari 10 piksel. Kemudian fungsi tersebut akan digunakan saat gambar mengalami pembesaran. Desain sistemnya secara umum digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 3.1** Diagram blok desain sistem dengan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil

Namun terdapat kekosongan nilai piksel ketika terjadi pembesaran antara piksel 10 ke piksel 11, dan kelipatannya. Karena dalam area tersebut, piksel yang baru didapat tidak termasuk fungsi yang disamping kanan maupun kirinya. Untuk itu penghitungan fungsi dimulai dari setengah barisan fungsi awal, dengan rumus:

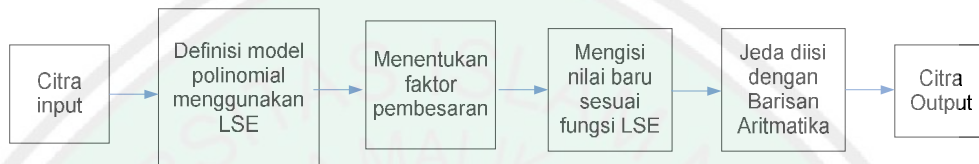
$$b2 = c e i t \left( \frac{b a r i s a n}{2} \right) \quad (3.2)$$

Misal dalam per 10 baris piksel, maka penghitungan untuk mengisi piksel 10 dan 11 dimulai dari piksel 5 sampai 14.

### 3.1.2.2 Least Square Error dan Arithmetic Sequence

Metode lain yang ditawarkan untuk mengisi kekosongan tersebut adalah dengan *Arithmetic Sequence* (Barisan Aritmatika).

$$u_n = a + (n - 1)b \quad (3.3)$$



**Gambar 3.2** Diagram blok desain sistem dengan metode Kesalahan Kuadrat Terkecil & Barisan Aritmatika

Penghitungan akan melibatkan piksel 10 sebagai  $a$  dan 11 sebagai  $u_{a k h i r}$  untuk mencari nilai  $b$ , sehingga dapat ditentukan nilai  $u_n$ . Nilai  $b$  didapatkan dengan penghitungan:

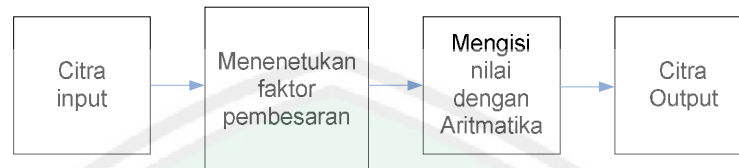
$$b = \frac{u_{a k h i r} - a}{n_p} \quad (3.4)$$

Nilai  $n_p$  adalah pembesaran yang terjadi.

### 3.1.2.3 Arithmetic Sequence

Penelitian kemudian ditambahkan dengan metode *Arithmetic Sequence* sepenuhnya. Dengan persamaan (3.4) dapat ditentukan nilai  $b$ . Dalam penghitungan metode ini, piksel pertama dan kedua dianggap sebagai suku awal dan suku akhir, maka ketika terjadi pembesaran, antara suku awal dan suku akhir akan dicari nilai-nilai yang ada diantaranya melalui penjumlahan dengan nilai beda perpikselnya ( $b$ ).

Desain sistemnya secara umum digambarkan dalam diagram blok berikut:



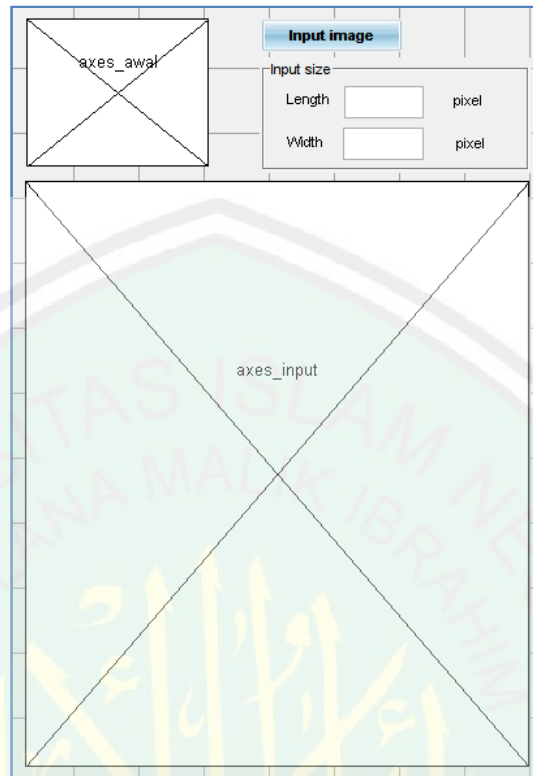
**Gambar 3.3** Diagram blok desain sistem dengan penghitungan *Arithmetic Sequence*

## 3.2 Perancangan Sistem

Perancangan dilakukan dengan analisis sebagai dasarnya. Berikut akan dibahas mengenai arsitektur dan proses yang terjadi dalam aplikasi *zooming* yang dibangun.

### 3.2.1 Desain Input

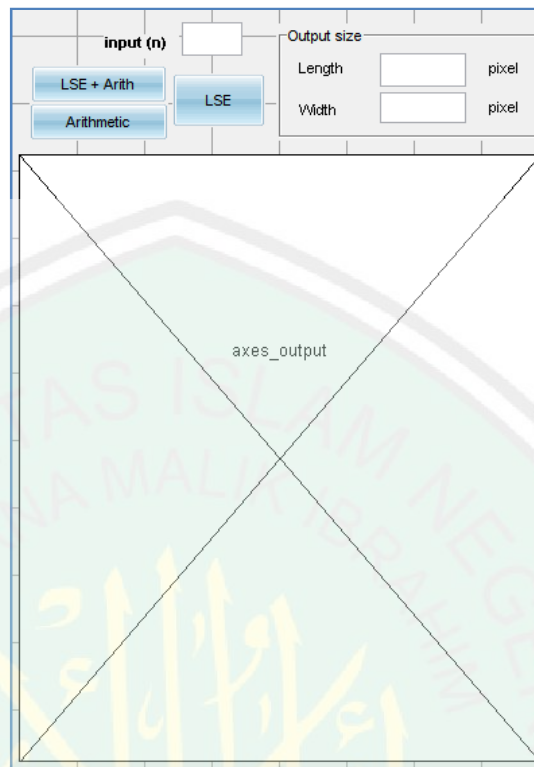
Input file adalah citra wajah manusia grayscale yang sudah dianggap bebas dari *noise* dan beresolusi kecil. Jenis citra memiliki ekstensi \*.jpg, \*.gif, \*.png, atau \*.bmp. Input didapatkan dengan menekan button *input image*. Ukuran citra input ditampilkan dalam panel *input size*, meliputi panjang dan lebarnya dalam satuan piksel (baris dan kolom citra). Citra ditampilkan pada *figure* kecil di sampingnya dan *figure 1* yang terletak dibawahnya. Pada bagian tengah nantinya juga dilakukan input nilai  $n$ , yang merupakan nilai pembesaran matriks citra.



**Gambar 3.4** Desain input aplikasi

### 3.2.2 Perancangan Proses

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, maka terhadap citra input dapat dilakukan 3 proses. Pada Gambar 3.5 terdapat 3 *button* yang menunjukkan pengaplikasian masing-masing proses. Mula-mula menginputkan  $n$  (nilai pembesaran), kemudian memilih proses *zooming* dari 3 pilihan tersebut. Pada panel *output size*, ditampilkan ukuran matriks gambar setelah terjadi pembesaran, meliputi panjang dan lebarnya.

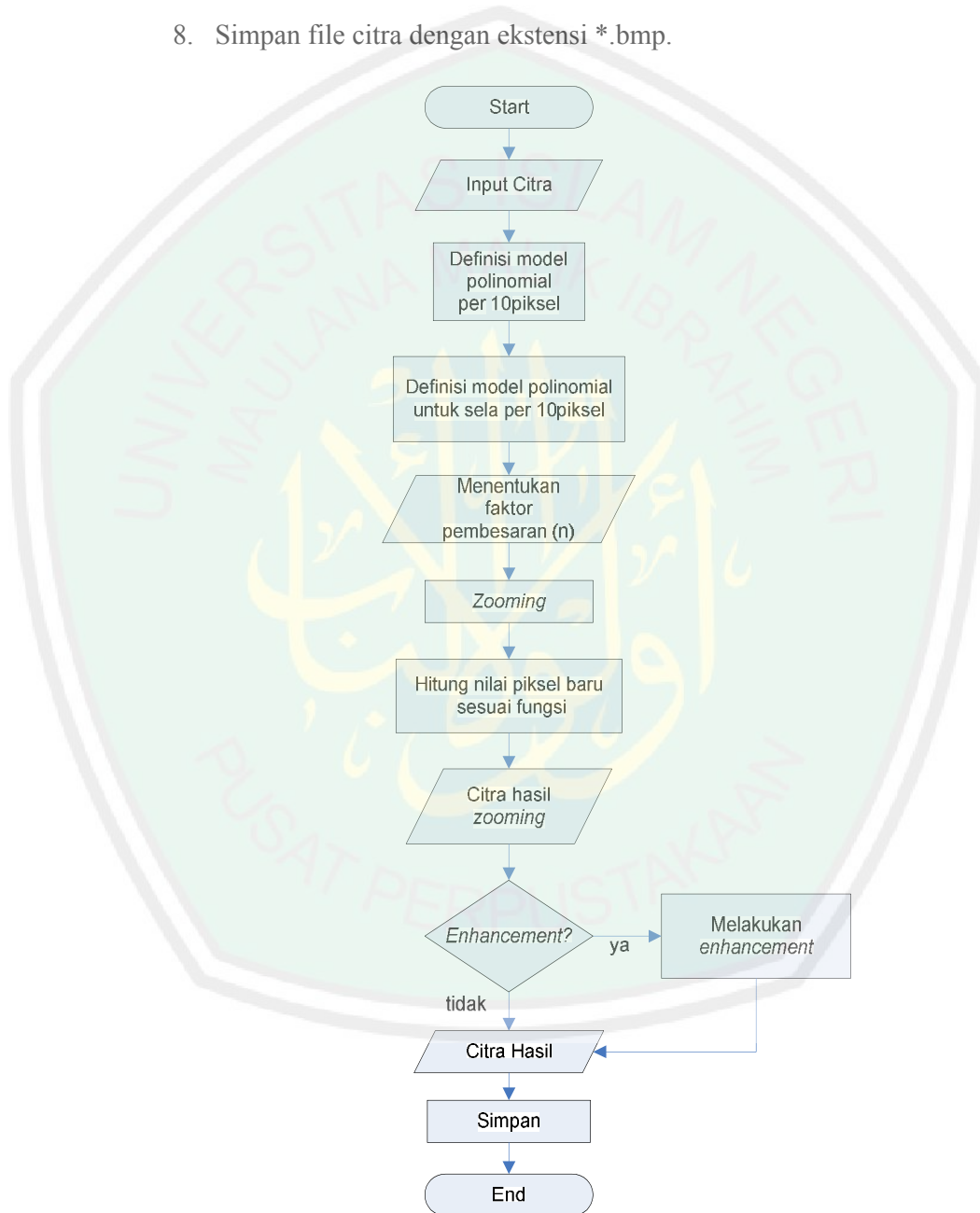


**Gambar 3.5** Desain *main process* aplikasi

Langkah masing-masing proses dalam setiap metode dijelaskan sebagai berikut:

- a. Langkah-langkah pengembangan aplikasi *zooming* menggunakan fungsi polinomial dalam LSE:
  1. Menginputkan file citra wajah beresolusi kecil.
  2. Definisi model polinomial menggunakan LSE per 10 piksel setiap baris dan kolomnya.
  3. Definisi model polinomial menggunakan LSE untuk sela per 10 piksel.
  4. Menentukan faktor pembesaran ( $n$ ).
  5. Melakukan proses *zooming*.

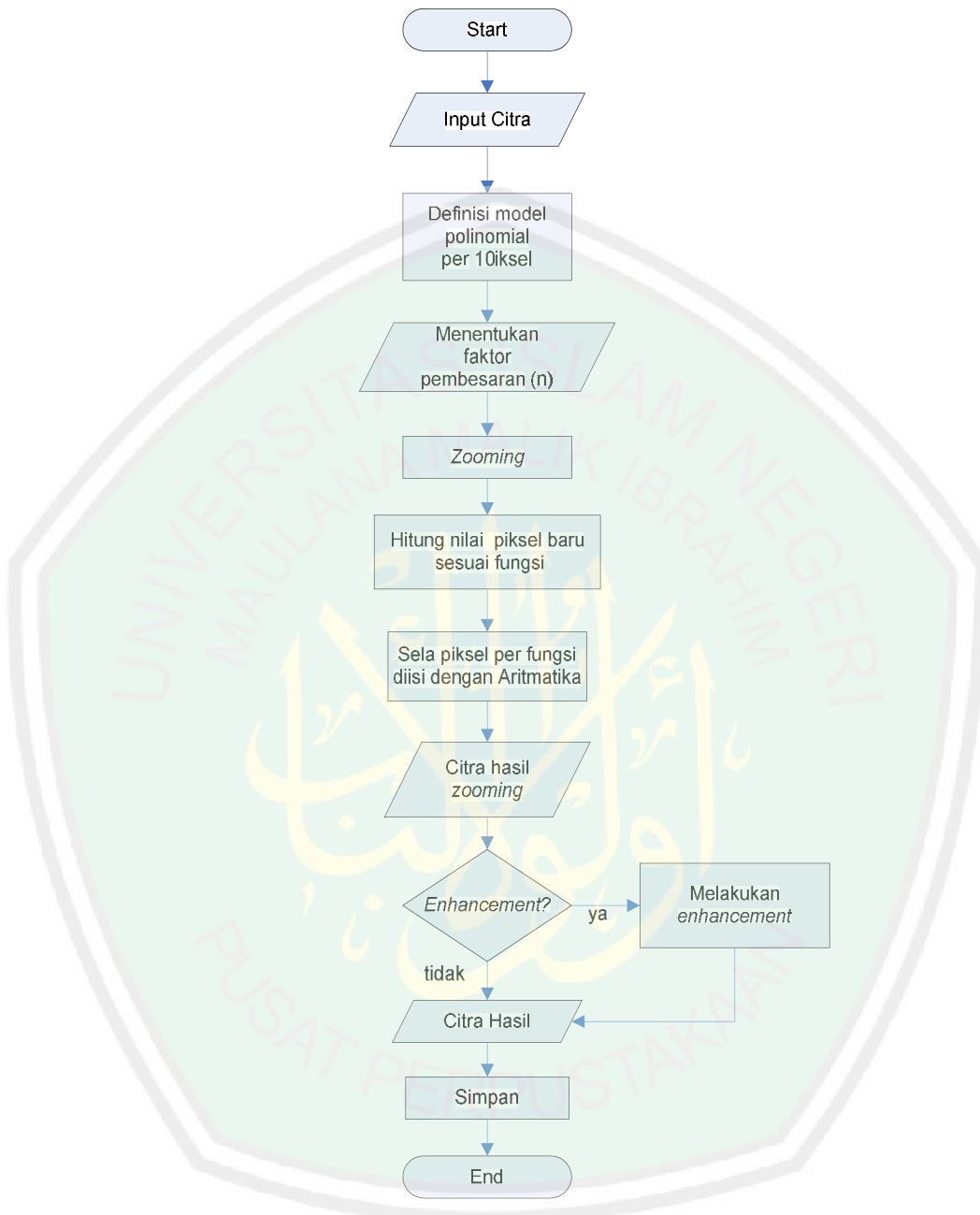
6. Menghitung nilai piksel baru dengan fungsi polinomial pada langkah 2.
7. Melakukan *enhancement* dengan *filtering* (*low pass*, *high pass*, *gauss*), konvolusi, atau ekualisasi histogram.
8. Simpan file citra dengan ekstensi \*.bmp.



**Gambar 3.6** Diagram alir proses *zooming* dengan fungsi polinomial dalam LSE.



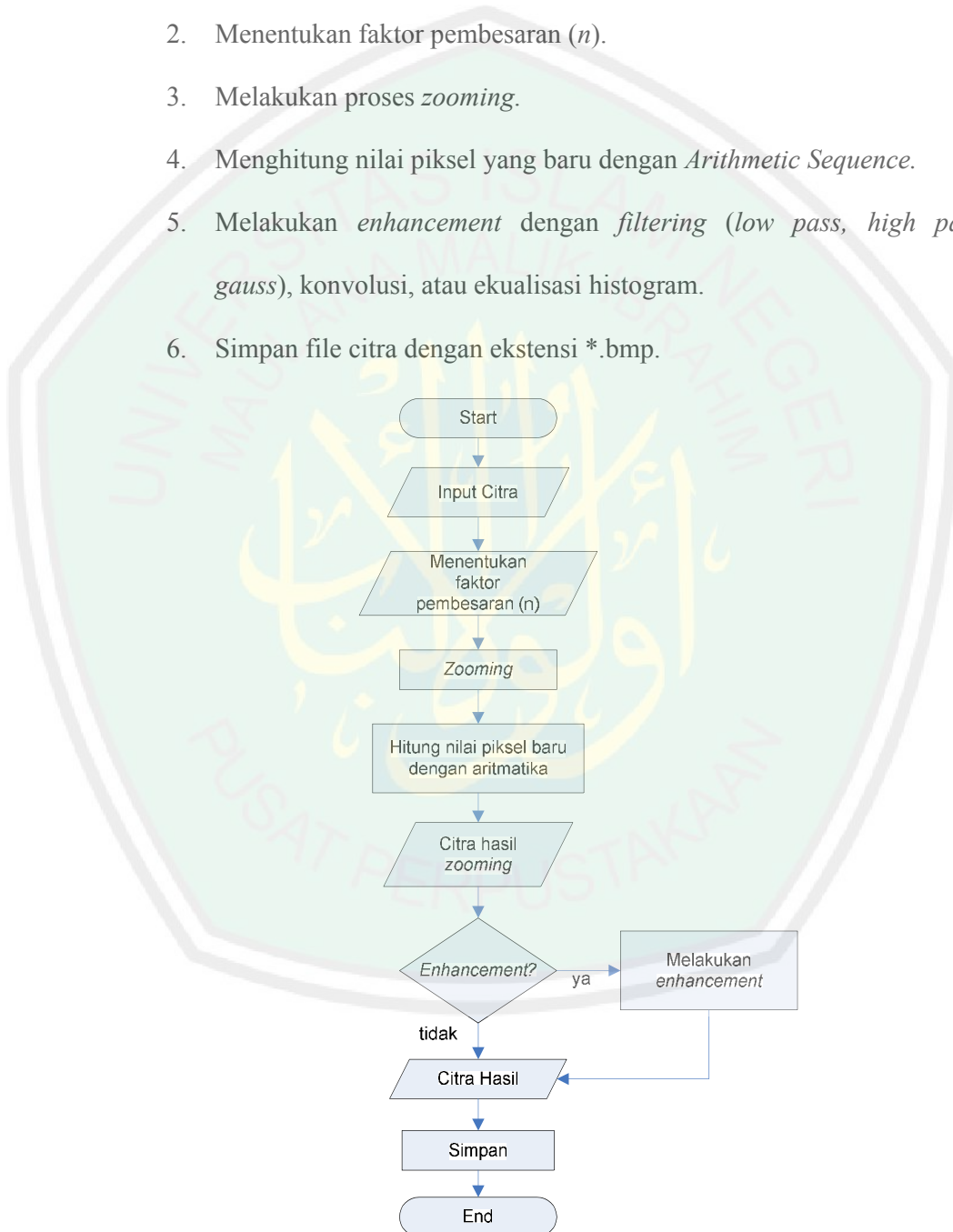
- b. Langkah-langkah pengembangan aplikasi *zooming* menggunakan fungsi polinomial dalam LSE dan *Arithmetic Sequence*:
1. Menginputkan file citra wajah beresolusi kecil.
  2. Definisi model polinomial menggunakan LSE per 10 piksel setiap baris dan kolomnya.
  3. Menentukan faktor pembesaran ( $n$ ).
  4. Melakukan proses *zooming*.
  5. Menghitung nilai piksel baru dengan fungsi polinomial pada langkah 2.
  6. Mengisi sela nilai piksel dari fungsi polinomial dengan *Arithmetic Sequence*.
  7. Melakukan *enhancement* dengan *filtering* (*low pass, high pass, gauss*), konvolusi, atau ekualisasi histogram.
  8. Simpan file citra dengan ekstensi \*.bmp.



**Gambar 3.7** Diagram alir proses *zooming* dengan fungsi polinomial dalam LSE dan *Arithmetic Sequence*

c. Langkah-langkah pengembangan aplikasi *zooming* menggunakan *Arithmetic Sequence*:

1. Menginputkan file citra wajah beresolusi kecil.
2. Menentukan faktor pembesaran ( $n$ ).
3. Melakukan proses *zooming*.
4. Menghitung nilai piksel yang baru dengan *Arithmetic Sequence*.
5. Melakukan *enhancement* dengan *filtering* (*low pass*, *high pass*, *gauss*), konvolusi, atau ekualisasi histogram.
6. Simpan file citra dengan ekstensi \*.bmp.



**Gambar 3.8** Diagram alir proses *zooming* dengan *Arithmetic Sequence*

### 3.2.3 Zoom Method Manual Calculation

Sebagai gambaran penghitungan manual setiap metode, akan dijelaskan dengan contoh soal matriks sederhana sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 6 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrik A mengalami pembesaran ( $n=3$ ), tentukan nilai-nilai matrik A yang baru!

Penyelesaian:

a. LSE (*Least Square Error*/Kesalahan Kuadrat Terkecil)

Untuk penghitungan LSE, bentuk polinomial yang digunakan dalam skripsi ini adalah orde 6. Sedangkan penghitungan fungsi per 10 piksel baris/kolomnya. Namun penghitungan fungsi tersebut mengakibatkan terjadi pemotongan matriks. Jika matriks gambar bukan kelipatan 10 untuk baris/kolomnya, maka sisa baris/kolom yang bukan kelipatan 10 tersebut akan diabaikan. Misal matriks citra input berukuran  $54 \times 42$  piksel, matriks yang dihitung dalam fungsi tersebut  $50 \times 40$  piksel. Dalam contoh soal yang diajukan ini, digunakan polinomial orde 2 dengan penghitungan fungsi per 3 elemen baris/kolomnya. Penurunan persamaan LSE (3.1) sebagai berikut:

$$E = \sum_{i=1}^n [y_i - (a x^2 + b x + c)]^2$$

$$E = \sum_{i=1}^n [y_i^2 - 2y_i(a x^2 + b x + c) + (a x^2 + b x + c)^2]^2$$

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i^2 - 2a x_i y_i - 2b x_i y_i - 2c y_i + a^2 x_i^4 + 2a b x_i^3 + 2a c x_i^2 + b^2 x_i^2 + 2b c x_i + c^2) \quad (3.5)$$

Untuk mendapatkan kesalahan ( $E$ ) terkecil,

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0, \frac{\partial E}{\partial b} = 0, \frac{\partial E}{\partial c} = 0$$

Dari persamaan (3.7) dapat diuraian sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a} &= \sum_{i=1}^n (0 - 2x_i^2 y_i - 0 - 0 + 2a x_i^4 + 2b x_i^3 + 2c x_i^2 + 0 + 0 + 0) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a} &= \sum_{i=1}^n (a x_i^4 + b x_i^3 + c x_i^2 - x_i^2 y_i) = 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial b} &= \sum_{i=1}^n (0 - 0 - 2x_i y_i - 0 + 0 + 2a x_i^3 + 0 + 2b x_i^2 + 2c x_i + 0) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b} &= \sum_{i=1}^n (a x_i^3 + b x_i^2 + c x_i - x_i y_i) = 0 \\ a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial E}{\partial c} = \sum_{i=1}^n (0 - 0 - 0 - 2y_i + 0 + 0 + 2a x_i^2 + 0 + 2b x_i + 2c) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial c} = \sum_{i=1}^n (a x_i^2 + b x_i + c - y_i) = 0$$

$$a \sum_{i=1}^n x^4 + b \sum_{i=1}^n x^3 + n c = \sum_{i=1}^n y \tag{3.8}$$

Persamaan (3.6), (3.7), dan (3.8) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x^4 & \sum_{i=1}^n x^3 & \sum_{i=1}^n x^2 \\ \sum_{i=1}^n x^3 & \sum_{i=1}^n x^2 & \sum_{i=1}^n x \\ \sum_{i=1}^n x^2 & \sum_{i=1}^n x & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x^2 y_i \\ \sum_{i=1}^n x y_i \\ \sum_{i=1}^n y \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Nilai  $a, b$ , dan  $c$  dapat diperoleh dengan *Gauss Jordan*.

Langkah selanjutnya menentukan fungsi per 3 elemen setiap baris/kolom matrik. Terdapat dua proses penghitungan yaitu horizontal yang kemudian dilengkapi secara vertikal. Tahap awal menghitung secara horizontal (per baris).

✓ Baris [2 3 4]

$x$	1	2	3	6
$y$	2	3	4	7
$x^2$	1	4	9	14
$x^3$	1	8	27	36
$x^4$	1	16	81	98
$x y$	2	6	6	14
$x^2 y$	2	12	18	32

Matriks yang diperbesar berdasarkan persamaan (3.9)

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 32 \\ 36 & 14 & 6 & 14 \\ 14 & 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$y = -x^2 + 4x - 1 \tag{3.10}$$

✓ Baris [4 6 1]

$x$	1	2	3	6
$y$	4	6	1	11
$x y$	4	12	3	19

$x^2y$	4	24	9	37
--------	---	----	---	----

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 37 \\ 36 & 14 & 6 & 19 \\ 14 & 6 & 3 & 11 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3.5 \\ 0 & 1 & 0 & 12.5 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$y = -3.5x^2 + 12.5x - 15 \quad (3.11)$$

✓ Baris [4 1 0]

$x$	1	2	3	6
$y$	4	1	0	5
$x_j$	4	2	0	6
$x^2y$	4	4	0	8

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 8 \\ 36 & 14 & 6 & 6 \\ 14 & 6 & 3 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

$$y = x^2 - 6x - 9 \quad (3.12)$$

✓ Baris [2 3 3]

$x$	1	2	3	6
$y$	2	3	3	8
$x_j$	2	6	9	17
$x^2y$	2	12	27	41

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 41 \\ 36 & 14 & 6 & 17 \\ 14 & 6 & 3 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 1 & 0 & 2.5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = -0.5x^2 + 2.5x \quad (3.13)$$

✓ Baris [1 2 4]

$x$	1	2	3	6
$y$	1	2	4	7
$x_j$	1	4	12	17
$x^2y$	1	8	36	45

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 45 \\ 36 & 14 & 6 & 17 \\ 14 & 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$y = 0.5x^2 - 0.5x + 1 \quad (3.14)$$

✓ Baris [6 3 0]

$x$	1	2	3	6
$y$	6	3	0	9
$x^2$	6	6	0	12
$x^2y$	6	12	0	18

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 18 \\ 36 & 14 & 6 & 12 \\ 14 & 6 & 3 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

$$y = -3x + 9 \quad (3.15)$$

Untuk mengisi kolom ke 8 dan 9, penghitungan fungsi dimulai dari pertengahan barisan elemen didepannya dengan pembulatan ke atas (dalam matlab menggunakan fungsi *ceil*), seperti dalam persamaan (3.2):

$$b2 = \text{ceil}\left(\frac{3}{2}\right) = 2$$

Jadi, penghitungan fungsi dimulai dari kolom 2 sampai 4 input awal.

✓ Baris 1 [3 2 4]

$x$	1	2	3	6
$y$	3	2	4	9
$x^2$	3	4	12	19
$x^2y$	3	8	36	47

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 47 \\ 36 & 14 & 6 & 19 \\ 14 & 6 & 3 & 9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 1 & 0 & -5.5 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$y = 1.5x^2 - 5.5x + 7 \quad (3.16)$$

✓ Baris 2 [1 0 2]

$x$	1	2	3	6
$y$	1	0	2	3
$x^2$	1	0	6	7
$x^2y$	1	0	18	19



$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 19 \\ 36 & 14 & 6 & 7 \\ 14 & 6 & 3 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 1 & 0 & -5.5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$y = 1.5x^2 - 5.5x + 5 \quad (3.17)$$

✓ Baris 3 [2 4 6]

$x$	1	2	3	6
$y$	2	4	6	12
$x^2$	2	8	18	28
$x^2y$	2	16	54	72

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 72 \\ 36 & 14 & 6 & 28 \\ 14 & 6 & 3 & 12 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y = 2x \quad (3.18)$$

Karena yang dilakukan pada tahap ini pembesaran horizontal, maka yang mengalami pembesaran adalah kolom terlebih dahulu, dengan penghitungan:

$$k o l o m_{\text{baru}} = k o l o m_{\text{lama}} \cdot n - n + 1 \quad (3.19)$$

$$= 6 \cdot 3 - 3 + 1 = 16$$

$$A_h = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai  $x$  pada  $A$  sama dengan  $x$  pada  $A_h$ , maka nilai  $x$  baru hasil pembesaran, dapat diperoleh dengan rumus:

$$x = \frac{\text{posisi kolom}}{n} \quad (3.20)$$

Jadi, misal untuk mencari  $x$  pada kolom 2, jika  $n = 3$

$$x = \frac{2 + 3 - 1}{3} = \frac{4}{3}$$

Tahap berikutnya, mengisi nilai  $x$  untuk mendapatkan  $y$  berdasarkan persamaan (3.10) sampai (3.15).

$$1. \quad y = -x^2 + 4x - 1$$

$$(1,2) = -\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{4}{3}\right) - 1 = 2.5556$$

$$(1,3) = -\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{5}{3}\right) - 1 = 2.8889$$

$$(1,5) = -\left(\frac{7}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{7}{3}\right) - 1 = 2.8889$$

$$(1,6) = -\left(\frac{8}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{8}{3}\right) - 1 = 2.5556$$

$$2. \quad y = -3.5x^2 + 12.5x - 5$$

$$(1,11) = -3.5\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 12.5\left(\frac{4}{3}\right) - 5 = 5.4444$$

$$(1,12) = -3.5\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 12.5\left(\frac{5}{3}\right) - 5 = 6.1111$$

$$(1,14) = -3.5\left(\frac{7}{3}\right)^2 + 12.5\left(\frac{7}{3}\right) - 5 = 5.1111$$

$$(1,15) = -3.5\left(\frac{8}{3}\right)^2 + 12.5\left(\frac{8}{3}\right) - 5 = 3.4444$$

$$3. \quad y = x^2 - 6x + 9$$

$$(2,2) = \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{4}{3}\right) + 9 = 2.7778$$

$$(2,3) = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{5}{3}\right) + 9 = 1.7778$$

$$(2,5) = \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{7}{3}\right) + 9 = 0.4444$$

$$(2,6) = \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{8}{3}\right) + 9 = 0.1111$$

$$4. \quad y = -0.5x^2 + 2.5x$$

$$(2,11) = -0.5\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 2.5\left(\frac{4}{3}\right) = 2.4444$$

$$(2,12) = -0.5 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2.5 \left(\frac{5}{3}\right) = 2.7778$$

$$(2,14) = \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 5 \left(\frac{7}{3}\right) = 3.1111$$

$$(2,15) = \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 5 \left(\frac{8}{3}\right) = 3.1111$$

$$5. \quad y = 0.5x^2 - 0.5x + 4$$

$$(3,2) = 0.5 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 0.5 \left(\frac{4}{3}\right) + 4 = 1.2222$$

$$(3,3) = 0.5 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 0.5 \left(\frac{5}{3}\right) + 4 = 1.5556$$

$$(3,5) = 0.5 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 0.5 \left(\frac{7}{3}\right) + 4 = 2.5556$$

$$(3,6) = 0.5 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 0.5 \left(\frac{8}{3}\right) + 4 = 3.2222$$

$$6. \quad y = -3x + 9$$

$$(3,11) = -3 \left(\frac{4}{3}\right) + 9 = 5$$

$$(3,12) = -3 \left(\frac{5}{3}\right) + 9 = 4$$

$$(3,14) = -3 \left(\frac{7}{3}\right) + 9 = 2$$

$$(3,15) = -3 \left(\frac{8}{3}\right) + 9 = 1$$

Matriks yang merupakan hasil dari pembesaran horizontal  $A_h =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2.5556 & 2.8889 & 3 & 2.8889 & 2.5556 & 2 & 0 & 0 & 4 & 5.4444 & 6.1111 & 6 & 5.1111 & 3.4444 & 1 \\ 4 & 2.7778 & 1.7778 & 1 & 0.4444 & 0.1111 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2.4444 & 2.7778 & 3 & 3.1111 & 3.1111 & 3 \\ 1 & 1.2222 & 1.5556 & 2 & 2.5556 & 3.2224 & 4 & 0 & 0 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Sebelum menentukan nilai  $x$  pada kolom 8 dan 9, tentukan dulu posisi kolom dalam fungsi yang baru ( $k_2$ ).

$$k_2 = k_{olom} \cdot a_{\tau n} * (b_2 - 1) \quad (3.21)$$

$$k_2 = 8 - 3 * (2 - 1) = 5$$

Berdasarkan rumus (3.20), nilai  $x$  untuk kolom 8:

$$x = \frac{5 + 3 - 1}{3} = \frac{7}{3}$$

Berikut penghitungan pada kolom 8 dan 9.

$$1. \quad y = 1.5^2 - 5.5x + 7$$

$$(1,8) = 1.5 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 5.5 \left(\frac{7}{3}\right) + 7 = 2.3333$$

$$(1,9) = 1.5 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 5.5 \left(\frac{8}{3}\right) + 7 = 3$$

$$2. \quad y = 1.5^2 - 5.5x + 5$$

$$(2,8) = 1.5 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 5.5 \left(\frac{7}{3}\right) + 5 = 0.3333$$

$$(2,9) = 1.5 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 5.5 \left(\frac{8}{3}\right) + 5 = 1$$

$$3. \quad y = 2x$$

$$(3,8) = 2 \left(\frac{7}{3}\right) = 4.6667$$

$$(3,9) = 2 \left(\frac{8}{3}\right) = 5.3333$$

Hasil dari pembesaran horizontal dengan *Least Square Error*,  $A_h =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2.556 & 2.889 & 3 & 2.889 & 2.556 & 2 & 2.333 & 3 & 4 & 5.444 & 6.111 & 6 & 5.111 & 3.444 & 1 \\ 4 & 2.778 & 1.778 & 1 & 0.444 & 0.111 & 0 & 0.333 & 1 & 2 & 2.444 & 2.778 & 3 & 3.111 & 3.111 & 3 \\ 1 & 1.222 & 1.556 & 2 & 2.556 & 3.224 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dilanjutkan penghitungan secara vertikal, masih menggunakan pembesaran matriks dari persamaan (3.9).

✓ Kolom 1

$x$	1	2	3	6
$y$	2	4	1	7
$x_j$	2	8	3	13
$x^2y$	2	16	9	26

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 26 \\ 36 & 14 & 6 & 13 \\ 14 & 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2.5 \\ 0 & 1 & 0 & 9.5 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$y = -2.5x^2 + 9.5x - 5 \quad (3.22)$$

✓ Kolom 2

$x$	1	2	3	6
$y$	2.5556	2.7778	1.2222	6.5556
$x^2$	2.5556	5.5556	3.6666	11.7778
$x^3$	2.5556	11.1112	10.9998	24.6666

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 24.6666 \\ 36 & 14 & 6 & 11.7778 \\ 14 & 6 & 3 & 6.5556 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.8889 \\ 0 & 1 & 0 & 2.8889 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5556 \end{bmatrix}$$

$$y = -0.8889x^2 + 2.8889x + 0.555 \quad (3.23)$$

✓ Kolom 3

$x$	1	2	3	6
$y$	2.8889	1.7778	1.5556	6.2223
$x^2$	2.8889	3.5556	4.6666	11.1113
$x^3$	2.8889	7.1112	14.0004	24.0005

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 24.0005 \\ 36 & 14 & 6 & 11.1113 \\ 14 & 6 & 3 & 6.2223 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.4444 \\ 0 & 1 & 0 & -2.4444 \\ 0 & 0 & 1 & 4.8889 \end{bmatrix}$$

$$y = 0.4444x^2 - 2.4444x + 4.8889 \quad (3.24)$$

✓ Kolom 4

$x$	1	2	3	6
$y$	3	1	2	6
$x^2$	3	2	6	11
$x^3$	3	4	18	25

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 25 \\ 36 & 14 & 6 & 11 \\ 14 & 6 & 3 & 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Gor}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 1 & 0 & -6.5 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$y = 1.5x^2 - 6.5x - 8 \quad (3.25)$$

✓ Kolom 5

$x$	1	2	3	6
$y$	2.8889	0.4444	2.5556	5.8889
$x \downarrow$	2.8889	0.8888	7.6668	11.4445
$x^2y$	2.8889	1.7776	23.0004	27.6669

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 27.6669 \\ 36 & 14 & 6 & 11.4445 \\ 14 & 6 & 3 & 5.8889 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2.2778 \\ 0 & 1 & 0 & -9.2778 \\ 0 & 0 & 1 & 9.8889 \end{bmatrix}$$

$$y = 2.2778x^2 - 9.2778x + 9.8889 \quad (3.26)$$

✓ Kolom 6

$x$	1	2	3	6
$y$	2.5556	0.1111	3.2222	5.8889
$x \downarrow$	2.5556	0.2222	9.6666	12.4444
$x^2y$	2.5556	0.4444	28.9998	31.9998

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 31.9998 \\ 36 & 14 & 6 & 12.4444 \\ 14 & 6 & 3 & 5.8889 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2.7778 \\ 0 & 1 & 0 & -10.7778 \\ 0 & 0 & 1 & 10.5556 \end{bmatrix}$$

$$y = 2.7778x^2 - 10.7778x + 10.5556 \quad (3.27)$$

✓ Kolom 7

$x$	1	2	3	6
$y$	2	0	4	6
$x \downarrow$	2	0	12	14
$x^2y$	2	0	36	38

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 38 \\ 36 & 14 & 6 & 14 \\ 14 & 6 & 3 & 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{bmatrix}$$

$$y = 3x^2 - 11x + 10 \quad (3.28)$$

✓ Kolom 8

$x$	1	2	3	6
$y$	2.3333	0.3333	4.6667	7.3333
$x \downarrow$	2.3333	0.6666	14.0001	17
$x^2y$	2.3333	1.3332	42.0003	45.6668

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 45.6668 \\ 36 & 14 & 6 & 17 \\ 14 & 6 & 3 & 7.3333 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3.1667 \\ 0 & 1 & 0 & -11.5 \\ 0 & 0 & 1 & 10.6667 \end{bmatrix}$$

$$y = 3.1667x^2 - 11.5x + 10.6667 \quad (3.29)$$

✓ Kolom 9

$x$	1	2	3	6
$y$	3	1	5.3333	9.3333
$x_j$	3	2	15.9999	20.9999
$x^2y$	3	4	47.9997	54.9997

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 54.9997 \\ 36 & 14 & 6 & 20.9999 \\ 14 & 6 & 3 & 9.3333 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3.1667 \\ 0 & 1 & 0 & -11.5 \\ 0 & 0 & 1 & 11.3333 \end{bmatrix}$$

$$y = 3.1667x^2 - 11.5x + 11.3333 \quad (3.30)$$

✓ Kolom 10

$x$	1	2	3	6
$y$	4	2	6	12
$x_j$	4	4	18	26
$x^2y$	4	4	44	56

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 56 \\ 36 & 14 & 6 & 26 \\ 14 & 6 & 3 & 12 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \end{bmatrix}$$

$$y = 3x^2 - 11x + 12 \quad (3.31)$$

✓ Kolom 11

$x$	1	2	3	6
$y$	5.4444	2.4444	5	12.8888
$x_j$	5.4444	4.8888	15	25.3332
$x^2y$	5.4444	9.7776	45	60.222

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 60.222 \\ 36 & 14 & 6 & 25.3332 \\ 14 & 6 & 3 & 12.8888 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2.7778 \\ 0 & 1 & 0 & -11.3333 \\ 0 & 0 & 1 & 14 \end{bmatrix}$$

$$y = 2.7778x^2 - 11.3333x + 14 \quad (3.32)$$

✓ Kolom 12

$x$	1	2	3	6
$y$	6.1111	2.7778	4	12.8889
$x^2$	6.1111	5.5556	12	23.6667
$x^2y$	6.1111	11.1112	36	53.2223

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 53.2223 \\ 36 & 14 & 6 & 23.6667 \\ 14 & 6 & 3 & 12.8889 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2.2778 \\ 0 & 1 & 0 & -10.1667 \\ 0 & 0 & 1 & 14 \end{bmatrix}$$

$$y = 2.2778x^2 - 10.1667x + 14 \quad (3.33)$$

✓ Kolom 13

$x$	1	2	3	6
$y$	6	3	3	12
$x^2$	6	6	9	21
$x^2y$	6	12	27	45

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 45 \\ 36 & 14 & 6 & 21 \\ 14 & 6 & 3 & 12 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 1 & 0 & -7.5 \\ 0 & 0 & 1 & 12 \end{bmatrix}$$

$$y = 1.5x^2 - 7.5x + 12 \quad (3.34)$$

✓ Kolom 14

$x$	1	2	3	6
$y$	5.1111	3.1111	2	10.2222
$x^2$	5.1111	6.2222	6	17.3333
$x^2y$	5.1111	12.4444	18	35.5555

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 35.5555 \\ 36 & 14 & 6 & 17.3333 \\ 14 & 6 & 3 & 10.2222 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.4444 \\ 0 & 1 & 0 & -3.3333 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$y = 0.4444x^2 - 3.3333x + 8 \quad (3.35)$$

✓ Kolom 15

$x$	1	2	3	6
$y$	3.4444	3.1111	1	7.5555
$x^2$	3.4444	6.2222	3	12.6666
$x^2y$	3.4444	12.4444	9	24.8888



$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 24.8888 \\ 36 & 14 & 6 & 12.6666 \\ 14 & 6 & 3 & 7.5555 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.8889 \\ 0 & 1 & 0 & 2.3333 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$y = -0.8889x^2 + 2.3333x + 2 \quad (3.36)$$

✓ Kolom 16

$x$	1	2	3	6
$y$	1	3	0	4
$x^2$	1	6	0	7
$x^2y$	1	12	0	13

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 13 \\ 36 & 14 & 6 & 7 \\ 14 & 6 & 3 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2.5 \\ 0 & 1 & 0 & 9.5 \\ 0 & 0 & 1 & -6 \end{bmatrix}$$

$$y = -2.5x^2 + 9.5x - 6 \quad (3.37)$$

Melengkapi pembesaran horizontal, pada pembesaran vertikal yang mengalami pembesaran adalah baris, dengan penghitungan:

$$\begin{aligned} \text{baris} &= \text{baris} \times n - n + 1 \\ &= 3 * 3 - 3 + 1 = 13 \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$A_h = \begin{bmatrix} 2 & 2.556 & 2.889 & 3 & 2.889 & 2.556 & 2 & 2.333 & 3 & 4 & 5.444 & 6.111 & 6 & 5.111 & 3.444 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2.778 & 1.778 & 1 & 0.444 & 0.111 & 0 & 0.333 & 1 & 2 & 2.444 & 2.778 & 3 & 3.111 & 3.111 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.222 & 1.556 & 2 & 2.556 & 3.224 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Menentukan nilai  $x$  dapat menggunakan rumus (3.20), mengubah posisi kolom menjadi posisi baris seperti berikut:

$$x = \frac{\text{posisi baris} + 1}{n} \quad (3.39)$$

Tahap berikutnya, mengisi nilai  $x$  untuk mendapatkan  $y$  berdasarkan persamaan (3.22) sampai (3.37).

✓ Kolom 1  $y = -2.5x^2 + 9.5x - 5$

$$(2,1) = -2.5 \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 9.5 \left(\frac{4}{3}\right) - 5 = 3.2222$$

$$(3,1) = -2.5 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 9.5 \left(\frac{5}{3}\right) - 5 = 3.8889$$

$$(5,1) = -2.5 \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 9.5 \left(\frac{7}{3}\right) - 5 = 3.5556$$

$$(6,1) = -2.5 \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 9.5 \left(\frac{8}{3}\right) - 5 = 2.5556$$

✓ Kolom 2  $y = -0.8889x^2 + 2.8889x - 0.5556$

$$(2,2) = -0.8889 \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 2.8889 \left(\frac{4}{3}\right) - 0.5556 = 2.8272$$

$$(3,2) = -0.8889 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2.8889 \left(\frac{5}{3}\right) - 0.5556 = 2.9012$$

$$(5,2) = -0.8889 \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 2.8889 \left(\frac{7}{3}\right) - 0.5556 = 2.4568$$

$$(6,2) = -0.8889 \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2.8889 \left(\frac{8}{3}\right) - 0.5556 = 1.9383$$

✓ Kolom 3  $y = 0.4444x^2 - 2.4444x + 4.8889$

$$(2,3) = 0.4444 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 2.4444 \left(\frac{4}{3}\right) + 4.8889 = 2.4198$$

$$(3,3) = 0.4444 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 2.4444 \left(\frac{5}{3}\right) + 4.8889 = 2.0494$$

$$(5,3) = 0.4444 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 2.4444 \left(\frac{7}{3}\right) + 4.8889 = 1.6049$$

$$(6,3) = 0.4444 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 2.4444 \left(\frac{8}{3}\right) + 4.8889 = 1.5309$$

✓ Kolom 4  $y = 1.5x^2 - 6.5x - 8$

$$(2,4) = 1.5 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 6.5 \left(\frac{4}{3}\right) - 8 = 2$$

$$(3,4) = 1.5 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 6.5 \left(\frac{5}{3}\right) - 8 = 1.3333$$

$$(5,4) = 1.5 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 6.5 \left(\frac{7}{3}\right) - 8 = 1$$

$$(6,4) = 1.5 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 6.5 \left(\frac{8}{3}\right) - 8 = 1.3333$$

✓ Kolom 5  $y = 2.2778x^2 - 9.2778x + 9.8889$

$$(2,5) = 2.2778 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 9.2778 \left(\frac{4}{3}\right) + 9.8889 = 1.5679$$

$$(3,5) = 2.2778 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 9.2778 \left(\frac{5}{3}\right) + 9.8889 = 0.7531$$

$$(5,5) = 2.2778 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 9.2778 \left(\frac{7}{3}\right) + 9.8889 = 0.6420$$

$$(6,5) = 2.2778 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 9.2778 \left(\frac{8}{3}\right) + 9.8889 = 1.3457$$

✓ Kolom 6  $y = 2.7778x^2 - 10.7778x + 10.5556$

$$(2,6) = 2.7778 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 10.7778 \left(\frac{4}{3}\right) + 10.5556 = 1.1235$$

$$(3,6) = 2.7778 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 10.7778 \left(\frac{5}{3}\right) + 10.5556 = 0.3086$$

$$(5,6) = 2.7778 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 10.7778 \left(\frac{7}{3}\right) + 10.5556 = 0.5309$$

$$(6,6) = 2.7778 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 10.7778 \left(\frac{8}{3}\right) + 10.5556 = 1.5679$$

✓ Kolom 7  $y = 3x^2 - 11x + 10$

$$(2,7) = 3 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{4}{3}\right) + 10 = 0.6667$$

$$(3,7) = 3 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{5}{3}\right) + 10 = 0$$

$$(5,7) = 3 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{7}{3}\right) + 10 = 0.6667$$

$$(6,7) = 3 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{8}{3}\right) + 10 = 2$$

✓ Kolom 8  $y = 3.1667x^2 - 11.5x + 10.6667$

$$(2,8) = 3.1667 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{4}{3}\right) + 10.6667 = 0.9630$$

$$(3,8) = 3.1667 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{5}{3}\right) + 10.6667 = 0.2963$$

$$(5,8) = 3.1667 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{7}{3}\right) + 10.6667 = 1.0741$$

$$(6,8) = 3.1667 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{8}{3}\right) + 10.6667 = 2.5185$$

✓ Kolom 9  $y = 3.1667x^2 - 11.5x + 11.3333$

$$(2,9) = 3.1667 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{4}{3}\right) + 11.3333 = 1.6296$$

$$(3,9) = 3.1667 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{5}{3}\right) + 11.3333 = 0.9630$$

$$(5,9) = 3.1667 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{7}{3}\right) + 11.3333 = 1.7407$$

$$(6,9) = 3.1667 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 11.5 \left(\frac{8}{3}\right) + 11.3333 = 3.1852$$

✓ Kolom 10  $y = 3x^2 - 11x + 12$

$$(2,10) = 3 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{4}{3}\right) + 12 = 2.6667$$

$$(3,10) = 3 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{5}{3}\right) + 12 = 2$$

$$(5,10) = 3 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{7}{3}\right) + 12 = 2.6667$$

$$(6,10) = 3 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{8}{3}\right) + 12 = 4$$

✓ Kolom 11  $y = 5.4444x^2 + 2.4444x + 5$

$$(2,11) = 5.4444 \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 2.4444 \left(\frac{4}{3}\right) + 5 = 3.8272$$

$$(3,11) = 5.4444 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2.4444 \left(\frac{5}{3}\right) + 5 = 2.8272$$

$$(5,11) = 5.4444 \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 2.4444 \left(\frac{7}{3}\right) + 5 = 2.6790$$

$$(6,11) = 5.4444 \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2.4444 \left(\frac{8}{3}\right) + 5 = 3.5309$$

✓ Kolom 12  $y = 6.1111x^2 + 2.7778x + 4$

$$(2,12) = 6.1111 \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 2.7778 \left(\frac{4}{3}\right) + 5 = 4.4938$$

$$(3,12) = 6.1111 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 2.7778 \left(\frac{5}{3}\right) + 5 = 3.3827$$

$$(5,12) = 6.1111 \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 2.7778 \left(\frac{7}{3}\right) + 5 = 2.6790$$

$$(6,12) = 6.1111 \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2.7778 \left(\frac{8}{3}\right) + 5 = 3.0864$$

✓ Kolom 13  $y = 6x^2 + 3x + 3$

$$(2,13) = 6 \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{4}{3}\right) + 3 = 4.6667$$

$$(3,13) = 6 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{5}{3}\right) + 3 = 3.6667$$

$$(5,13) = 6 \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{7}{3}\right) + 3 = 2.6667$$

$$(6,13) = 6 \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{8}{3}\right) + 3 = 2.6667$$

✓ Kolom 14  $y = 5.1111x^2 + 3.1111x + 2$

$$(2,14) = 5.1111 \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{4}{3}\right) + 5 = 4.3457$$

$$(3,14) = 5.1111 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{5}{3}\right) + 5 = 3.6790$$

$$(5,14) = 5.1111 \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{7}{3}\right) + 5 = 2.6420$$

$$(6,14) = 5.1111 \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{8}{3}\right) + 5 = 2.2716$$

$$\checkmark \quad \text{Kolom 15} \quad y = 3.4444x^2 + 3.1111x + 1$$

$$(2,15) = 3.4444 \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{4}{3}\right) + 1 = 3.5309$$

$$(3,15) = 3.4444 \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{5}{3}\right) + 1 = 3.4198$$

$$(5,15) = 3.4444 \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{7}{3}\right) + 1 = 2.6049$$

$$(6,15) = 3.4444 \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 3.1111 \left(\frac{8}{3}\right) + 1 = 1.9012$$

$$\checkmark \quad \text{Kolom 16} \quad y = x^2 + 3x$$

$$(2,16) = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{4}{3}\right) = 2.2222$$

$$(3,16) = \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{5}{3}\right) = 2.8889$$

$$(5,16) = \left(\frac{7}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{7}{3}\right) = 2.5556$$

$$(6,16) = \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 3 \left(\frac{8}{3}\right) = 1.5556$$

Hasil akhir matriks pembesaran dengan *Least Square Error*,  $A_b =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2.556 & 2.889 & 3 & 2.889 & 2.556 & 2 & 2.333 & 3 & 4 & 5.444 & 6.111 & 6 & 5.111 & 3.444 & 1 \\ 3.222 & 2.827 & 2.412 & 2 & 1.568 & 1.124 & 0.667 & 0.963 & 1.630 & 2.667 & 3.828 & 4.492 & 4.667 & 4.346 & 3.531 & 2.222 \\ 3.889 & 2.901 & 2.049 & 1.333 & 0.753 & 0.309 & 0 & 0.230 & 0.963 & 2 & 2.828 & 3.383 & 3.667 & 3.667 & 3.420 & 2.889 \\ 4 & 2.778 & 1.778 & 1 & 0.444 & 0.111 & 0 & 0.333 & 1 & 2 & 2.444 & 2.778 & 3 & 3.111 & 3.111 & 3 \\ 3.556 & 2.457 & 1.778 & 1 & 0.642 & 0.531 & 0.667 & 1.074 & 1.074 & 2.667 & 2.679 & 2.679 & 2.667 & 2.642 & 2.605 & 2.556 \\ 2.556 & 1.938 & 1.605 & 1 & 1.346 & 1.568 & 2 & 2.519 & 3.185 & 4 & 3.531 & 3.531 & 2.667 & 2.272 & 1.901 & 1.556 \\ 1 & 1.222 & 1.556 & 2 & 2.556 & 3.222 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

b. LSE dan *Arithmetic Sequence*

Solusi lain untuk mengisi kolom ke 8 dan 9 adalah menggunakan *Arithmetic Sequence*. Untuk memenuhi persamaan (3.3) dan (3.4), kolom ke 7 dan 10 sebagai  $a$  dan  $u_{akhir}$ . Dalam penghitungan metode ini, kedua cara akan dikombinasikan. Mulanya penghitungan horizontal dengan *Least Square Error*, kemudian jeda antar fungsi diisi dengan *Arithmetic Sequence*. Berikut penghitungan *Arithmetic Sequence*:

✓ Baris 1

$$(1,8) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 2.6667$$

$$(1,9) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 3.3333$$

✓ Baris 2

$$(2,8) = 0 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 0}{3} \right) = 0.6667$$

$$(2,9) = 0 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 0}{3} \right) = 1.3333$$

✓ Baris 3

$$(3,8) = 4 + (2 - 1) \left( \frac{6 - 4}{3} \right) = 4.6667$$

$$(3,8) = 4 + (3 - 1) \left( \frac{6 - 4}{3} \right) = 5.3333$$

Dilanjutkan dengan penghitungan LSE untuk pembesaran vertikalnya.

Dimulai dari mencari fungsi perkolomnya.

✓ Kolom 8

$x$	1	2	3	6
$y$	2.6667	0.6667	4.6667	8.0001
$x \cdot y$	2.6667	1.3334	14.0001	18.0002
$x^2 y$	2.6667	2.6668	43.0003	47.3338

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 47.3338 \\ 36 & 14 & 6 & 18.0002 \\ 14 & 6 & 3 & 8.0001 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 10.6667 \end{bmatrix}$$

$$y = 3x^2 - 11x + 10.6667 \quad (3.40)$$

✓ Kolom 9

$x$	1	2	3	6
$y$	3.3333	1.3333	5.3333	9.9999
$x \cdot y$	3.3333	2.6666	15.9999	21.9998
$x^2 y$	3.3333	5.3332	47.9997	56.6662

$$\begin{bmatrix} 98 & 36 & 14 & 56.6662 \\ 36 & 14 & 6 & 21.9998 \\ 14 & 6 & 3 & 9.9999 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gauss Jordan}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & 1 & 11.3333 \end{bmatrix}$$

$$y = 3x^2 - 11x + 11.3333 \quad (3.41)$$

Mengisi nilai dari persamaan (3.40) dan (3.41)

✓ Kolom 8  $y = 3x^2 - 11x + 10.6667$

$$(2,8) = 3 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{4}{3}\right) + 10.6667 = 1.3333$$

$$(3,8) = 3 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{5}{3}\right) + 10.6667 = 0.6667$$

$$(5,8) = 3 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{7}{3}\right) + 10.6667 = 1.3333$$

$$(6,8) = 3 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{8}{3}\right) + 10.6667 = 2.6667$$

✓ Kolom 9  $y = 3x^2 - 11x + 11.3333$

$$(2,9) = 3 \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{4}{3}\right) + 11.3333 = 2$$

$$(3,9) = 3 \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{5}{3}\right) + 11.3333 = 1.3333$$

$$(5,9) = 3 \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{7}{3}\right) + 11.3333 = 2$$

$$(6,9) = 3 \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 11 \left(\frac{8}{3}\right) + 10.6667 = 1.3333$$

Hasil akhir matriks pembesaran dengan LSE dan Arith,  $A_b =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2.556 & 2.889 & 3 & 2.889 & 2.556 & 2 & 2.667 & 3.333 & 4 & 5.444 & 6.111 & 6 & 5.111 & 3.444 & 1 \\ 3.222 & 2.827 & 2.412 & 2 & 1.568 & 1.124 & 0.667 & 1.333 & 2 & 2.667 & 3.828 & 4.492 & 4.667 & 4.346 & 3.531 & 2.222 \\ 3.889 & 2.901 & 2.049 & 1.333 & 0.753 & 0.309 & 0 & 0.667 & 1.333 & 2 & 2.828 & 3.383 & 3.667 & 3.667 & 3.420 & 2.889 \\ 4 & 2.778 & 1.778 & 1 & 0.444 & 0.111 & 0 & 0.667 & 1.333 & 2 & 2.444 & 2.778 & 3 & 3.111 & 3.111 & 3 \\ 3.556 & 2.457 & 1.778 & 1 & 0.642 & 0.531 & 0.667 & 1.333 & 2 & 2.667 & 2.679 & 2.679 & 2.667 & 2.642 & 2.605 & 2.556 \\ 2.556 & 1.938 & 1.605 & 1 & 1.346 & 1.568 & 2 & 2.667 & 3.333 & 4 & 3.531 & 3.531 & 2.667 & 2.272 & 1.901 & 1.556 \\ 1 & 1.222 & 1.556 & 2 & 2.556 & 3.222 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



c. *Arithmetic Sequence*

Mencari nilai pembesaran dengan barisan aritmatika menggunakan rumus (3.3) dan (3.4). Berikut matriks  $A$ , dimana  $n_p=3$ , sehingga mengalami perubahan baris dan kolom. Dengan menggunakan penghitungan (3.19) dan (3.38), maka didapat ukuran matriks  $A_b=7 \times 16$

$$A_b = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

✓ Baris 1

$$(1,2) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 2}{3} \right) = 2.3333$$

$$(1,3) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 2}{3} \right) = 2.6667$$

$$(1,5) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 3}{3} \right) = 2.6667$$

$$(1,6) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 3}{3} \right) = 2.3333$$

$$(1,8) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 2.6667$$

$$(1,9) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 3.3333$$

$$(1,11) = 4 + (2 - 1) \left( \frac{6 - 4}{3} \right) = 4.6667$$

$$(1,12) = 4 + (3 - 1) \left( \frac{6 - 4}{3} \right) = 5.3333$$

$$(1,14) = 6 + (2 - 1) \left( \frac{1 - 6}{3} \right) = 4.3333$$

$$(1,15) = 6 + (3 - 1) \left( \frac{1 - 6}{3} \right) = 2.6667$$

✓ Baris 4

$$(4,2) = 4 + (2 - 1) \left( \frac{1 - 4}{3} \right) = 3$$

$$(4,3) = 4 + (3 - 1) \left( \frac{1 - 4}{3} \right) = 2$$

$$(4,5) = 1 + (2 - 1) \left( \frac{0 - 1}{3} \right) = 0.6667$$

$$(4,6) = 1 + (3 - 1) \left( \frac{0 - 1}{3} \right) = 0.3333$$

$$(4,8) = 0 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 0}{3} \right) = 0.6667$$

$$(4,9) = 0 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 0}{3} \right) = 1.3333$$

$$(4,11) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 2}{3} \right) = 2.3333$$

$$(4,12) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 2}{3} \right) = 2.6667$$

$$(4,14) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 3}{3} \right) = 3$$

$$(4,15) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 3}{3} \right) = 3$$

✓ Baris 7

$$(7,2) = 1 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 1}{3} \right) = 1.3333$$

$$(7,3) = 1 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 1}{3} \right) = 1.6667$$

$$(7,5) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 2.6667$$

$$(7,6) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 3.3333$$

$$(7,8) = 4 + (2 - 1) \left( \frac{6 - 4}{3} \right) = 4.6667$$

$$(7,9) = 4 + (3 - 1) \left( \frac{6 - 4}{3} \right) = 5.3333$$

$$(7,11) = 6 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 6}{3} \right) = 5$$

$$(7,12) = 6 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 6}{3} \right) = 4$$

$$(7,14) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{0 - 3}{3} \right) = 2$$

$$(7,15) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{0 - 3}{3} \right) = 1$$

Matriks yang merupakan hasil dari pembesaran horizontal  $A_b =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2.333 & 2.667 & 3 & 2.667 & 3.333 & 2 & 2.667 & 3.333 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 4.333 & 2.667 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0.667 & 0.333 & 0 & 0.667 & 1.333 & 2 & 2.333 & 2.667 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.333 & 1.667 & 2 & 2.667 & 3.333 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dilanjutkan dengan penghitungan vertikal, sebagai berikut:

✓ Kolom 1

$$(2,1) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 2.6667$$

$$(3,1) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{4 - 2}{3} \right) = 3.3333$$

$$(5,1) = 4 + (2 - 1) \left( \frac{1 - 4}{3} \right) = 3$$

$$(6,1) = 4 + (3 - 1) \left( \frac{1 - 4}{3} \right) = 2$$

✓ Kolom 2

$$(2,2) = 2.3333 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 2.3333}{3} \right) = 2.5556$$

$$(3,2) = 2.3333 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 2.3333}{3} \right) = 2.7778$$

$$(5,2) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{1.3333 - 3}{3} \right) = 2.4444$$

$$(6,2) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{1.3333 - 3}{3} \right) = 1.8889$$

✓ Kolom 3

$$(2,3) = 2.6667 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 2.6667}{3} \right) = 2.4444$$

$$(3,3) = 2.6667 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 2.6667}{3} \right) = 2.2222$$

$$(5,3) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{1.6667 - 2}{3} \right) = 1.8889$$

$$(6,3) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{1.6667 - 2}{3} \right) = 1.7778$$

✓ Kolom 4

$$(2,4) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{1 - 3}{3} \right) = 2.3333$$

$$(3,4) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{1 - 3}{3} \right) = 1.6667$$

$$(5,4) = 1 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 1}{3} \right) = 1.3333$$

$$(6,4) = 1 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 1}{3} \right) = 1.6667$$

✓ Kolom 5

$$(2,5) = 2.6667 + (2 - 1) \left( \frac{0.6667 - 2.6667}{3} \right) = 2$$

$$(3,5) = 2.6667 + (3 - 1) \left( \frac{0.6667 - 2.6667}{3} \right) = 1.3333$$

$$(5,5) = 0.6667 + (2 - 1) \left( \frac{2.6667 - 0.6667}{3} \right) = 1.3333$$

$$(6,5) = 0.6667 + (3 - 1) \left( \frac{2.6667 - 0.6667}{3} \right) = 2$$

✓ Kolom 6

$$(2,6) = 2.3333 + (2 - 1) \left( \frac{0.3333 - 2.3333}{3} \right) = 1.6667$$

$$(3,6) = 2.3333 + (3 - 1) \left( \frac{0.3333 - 2.3333}{3} \right) = 1$$

$$(5,6) = 0.3333 + (2 - 1) \left( \frac{0 - 0.3333}{3} \right) = 1.3333$$

$$(6,6) = 0.3333 + (3 - 1) \left( \frac{0 - 0.3333}{3} \right) = 2.3333$$

## ✓ Kolom 7

$$(2,7) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{0 - 2}{3} \right) = 1.3333$$

$$(3,7) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{0 - 2}{3} \right) = 0.6667$$

$$(5,7) = 0 + (2 - 1) \left( \frac{4 - 0}{3} \right) = 1.3333$$

$$(6,7) = 0 + (3 - 1) \left( \frac{4 - 0}{3} \right) = 2.6667$$

## ✓ Kolom 8

$$(2,8) = 2.6667 + (2 - 1) \left( \frac{0.6667 - 2.6667}{3} \right) = 2$$

$$(3,8) = 2.6667 + (3 - 1) \left( \frac{0.6667 - 2.6667}{3} \right) = 1.3333$$

$$(5,8) = 0.6667 + (2 - 1) \left( \frac{4.6667 - 0.6667}{3} \right) = 2$$

$$(6,8) = 0.6667 + (3 - 1) \left( \frac{4.6667 - 0.6667}{3} \right) = 3.3333$$

## ✓ Kolom 9

$$(2,9) = 3.3333 + (2 - 1) \left( \frac{1.3333 - 3.3333}{3} \right) = 2.6667$$

$$(3,9) = 3.3333 + (3 - 1) \left( \frac{1.3333 - 3.3333}{3} \right) = 2$$

$$(5,9) = 1.3333 + (2 - 1) \left( \frac{5.3333 - 0.3333}{3} \right) = 2.6667$$

$$(6,9) = 1.3333 + (3 - 1) \left( \frac{5.3333 - 0.3333}{3} \right) = 4$$

## ✓ Kolom 10

$$(2,10) = 4 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 4}{3} \right) = 3.3333$$

$$(3,10) = 4 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 4}{3} \right) = 2.6667$$

$$(5,10) = 2 + (2 - 1) \left( \frac{6 - 2}{3} \right) = 3.3333$$

$$(6,10) = 2 + (3 - 1) \left( \frac{6 - 2}{3} \right) = 4.6667$$

✓ Kolom 11

$$(2,11) = 4.6667 + (2 - 1) \left( \frac{2.3333 - 4.6667}{3} \right) = 3.8889$$

$$(3,11) = 4.6667 + (3 - 1) \left( \frac{2.3333 - 4.6667}{3} \right) = 3.1111$$

$$(5,11) = 2.3333 + (2 - 1) \left( \frac{5 - 2.3333}{3} \right) = 3.2222$$

$$(6,11) = 2.3333 + (3 - 1) \left( \frac{5 - 2.3333}{3} \right) = 4.1111$$

✓ Kolom 12

$$(2,12) = 5.3333 + (2 - 1) \left( \frac{2.6667 - 5.3333}{3} \right) = 4.4444$$

$$(3,12) = 5.3333 + (3 - 1) \left( \frac{2.6667 - 5.3333}{3} \right) = 3.5556$$

$$(5,12) = 2.6667 + (2 - 1) \left( \frac{4 - 2.6667}{3} \right) = 3.1111$$

$$(6,12) = 2.6667 + (3 - 1) \left( \frac{4 - 2.6667}{3} \right) = 3.5556$$

✓ Kolom 13

$$(2,13) = 6 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 6}{3} \right) = 5$$

$$(3,13) = 6 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 6}{3} \right) = 4$$

$$(5,13) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 3}{3} \right) = 3$$

$$(6,13) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 3}{3} \right) = 3$$

✓ Kolom 14

$$(2,14) = 4.3333 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 4.3333}{3} \right) = 3.8889$$

$$(3,14) = 4.3333 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 4.3333}{3} \right) = 3.4444$$

$$(5,14) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{2 - 3}{3} \right) = 2.6667$$

$$(6,14) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{2 - 3}{3} \right) = 2.3333$$

✓ Kolom 15

$$(2,15) = 2.6667 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 2.6667}{3} \right) = 2.7778$$

$$(3,15) = 2.6667 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 2.6667}{3} \right) = 2.8889$$

$$(5,15) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{1 - 3}{3} \right) = 2.3333$$

$$(6,15) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{1 - 3}{3} \right) = 1.6667$$

✓ Kolom 16

$$(2,16) = 1 + (2 - 1) \left( \frac{3 - 1}{3} \right) = 1.6667$$

$$(3,16) = 1 + (3 - 1) \left( \frac{3 - 1}{3} \right) = 2.3333$$

$$(5,16) = 3 + (2 - 1) \left( \frac{0 - 3}{3} \right) = 2$$

$$(6,16) = 3 + (3 - 1) \left( \frac{0 - 3}{3} \right) = 1$$

Hasil akhir matriks pembesaran dengan *Arithmetic Sequence*,  $A_b =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2.333 & 2.667 & 3 & 2.667 & 3.333 & 2 & 2.667 & 3.333 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 4.333 & 2.667 & 1 \\ 2.667 & 2.556 & 2.444 & 2.333 & 2 & 1.667 & 1.333 & 2 & 2.667 & 3.333 & 3.889 & 4.444 & 5 & 3.889 & 2.778 & 1.667 \\ 3.333 & 2.778 & 2.222 & 1.667 & 1.333 & 1 & 0.667 & 1.333 & 2 & 2.667 & 3.111 & 3.556 & 4 & 3.444 & 2.889 & 2.333 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0.667 & 0.333 & 0 & 0.667 & 1.333 & 2 & 2.333 & 2.667 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 2.444 & 1.889 & 1.333 & 1.333 & 1.333 & 1.333 & 2 & 2.667 & 3.333 & 3.222 & 3.111 & 3 & 2.667 & 2.333 & 2 \\ 2 & 1.889 & 1.778 & 1.667 & 1.667 & 2 & 3.333 & 3.333 & 4 & 4.667 & 4.111 & 3.556 & 3 & 2.333 & 1.667 & 1 \\ 1 & 1.333 & 1.667 & 2 & 2.667 & 3.333 & 4 & 4.667 & 5.333 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Citra akhir yang didapatkan oleh ketiga cara tersebut, akan diuji dengan penghitungan *Mean Square Error (MSE)*.

### 3.2.4 Desain Output

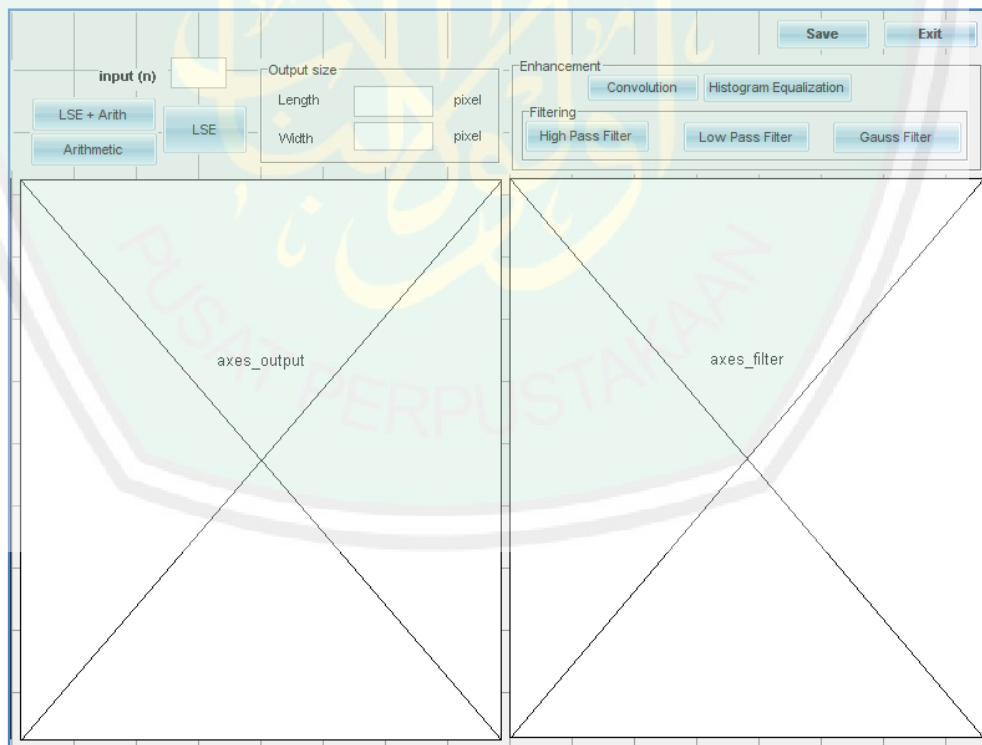
Desain output aplikasi *zooming* meliputi:

#### 3.2.4.1 Hasil Zoom

Adalah hasil dari proses *zooming* dengan menginputkan nilai  $n$  dan memilih salah satu *button* metode yang ditawarkan. Kemudian ditampilkan pada *axes\_output*.

#### 3.2.4.2 Hasil *Post Processing*

Ketika proses *zooming* selesai dilakukan, output yang dihasilkan dari aplikasi ini dapat diperbaiki dengan proses *enhancement* (perbaikan). Meliputi *filtering* (*low pass*, *high pass*, *gauss*), konvolusi, dan histogram ekualisasi. Kemudian, citra akhir disimpan dengan format \*.bmp.



**Gambar 3.9** Desain *Output* aplikasi



### 3.2.5 Lingkungan Implementasi

Lingkungan implementasi meliputi lingkungan perangkat keras serta perangkat lunak.

#### A. Lingkungan Perangkat Keras

Perangkat keras yang digunakan dalam mengembangkan aplikasi pembesaran gambar dan uji cobanya memiliki spesifikasi sebagai berikut:

1. Processor Intel (R) Pentium (R) Dual CPU T3400 @2.16GHz
2. Memory 2048 RAM
3. Hardisk 250 GB
4. LCD 12.1”
5. Mouse

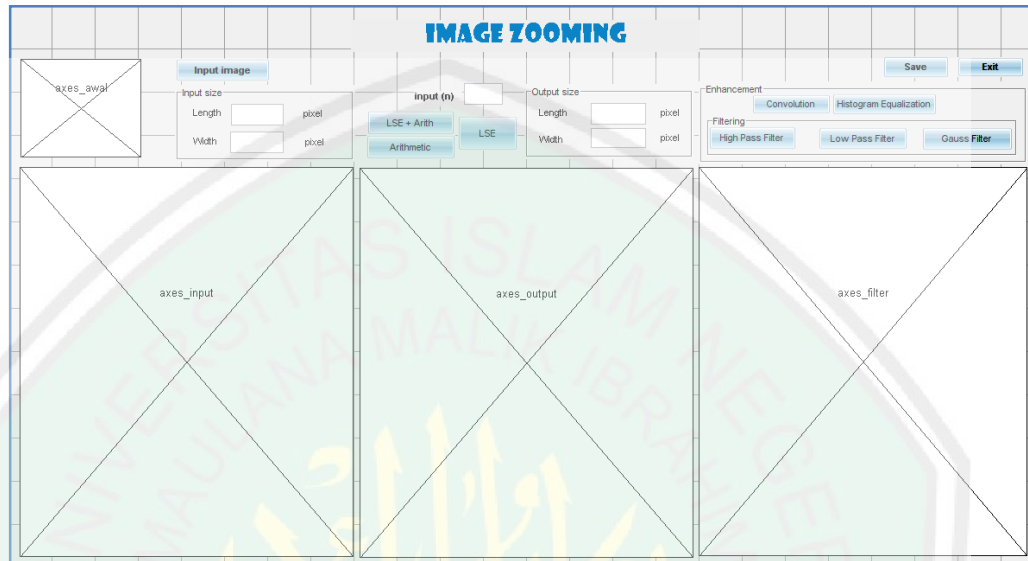
#### B. Lingkungan Perangkat Lunak

Perangkat lunak yang digunakan dalam mengembangkan aplikasi pembesaran gambar dan uji cobanya memiliki spesifikasi sebagai berikut:

1. Sistem Operasi Windows 7 Ultimate 32 bit
2. Matlab 2008a
3. Microsoft Excel 2007
4. Microsoft Word 2007
5. Microsoft Visio 2003

### 3.2.6 Interface Aplikasi

Rancangan antar muka aplikasi *zooming*



Gambar 3.10 Rancangan *interface* aplikasi

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai implementasi dari hasil perancangan yang telah dibuat dan pengaplikasian setiap metode dalam pembesaran citra. Dimana terdapat penghitungan untuk mendapatkan nilai-nilai piksel baru dari rumus-rumus pada setiap metode tersebut. Disadari atau tidak, sebenarnya semua yang ada di alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah SWT dengan ukuran yang cermat dan teliti, penghitungan yang tepat, dan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi. Disebutkan dalam QS Al Furqan ayat 2 berikut:

... وَخَلَقَ كُلَّ شَيْءٍ فَقَدَرَهُ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

Artinya : “... dan Dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya.”

Disebutkan pula dalam QS Al Qamar ayat 49 sebagai berikut:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَاهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

Artinya: “Sesungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran.”

Semua yang ada di alam ini ada ukurannya, ada penghitungannya, ada rumusnya, atau ada persamaannya. Ahli matematika atau fisika tidak membuat suatu rumus sedikit pun, melainkan hanya menemukan rumus atau persamaan. Rumus-rumus yang ada sekarang bukan diciptakan manusia, tetapi sudah

disediakan. Manusia hanya menemukan dan menyimbolkan dalam bahasa matematika (Abdusysykir, 2007: 80).

#### 4.1 Implementasi Sistem

Implementasi sistem merupakan proses transformasi rancangan sistem ke pembuatan sampai pada pengujian sistem.

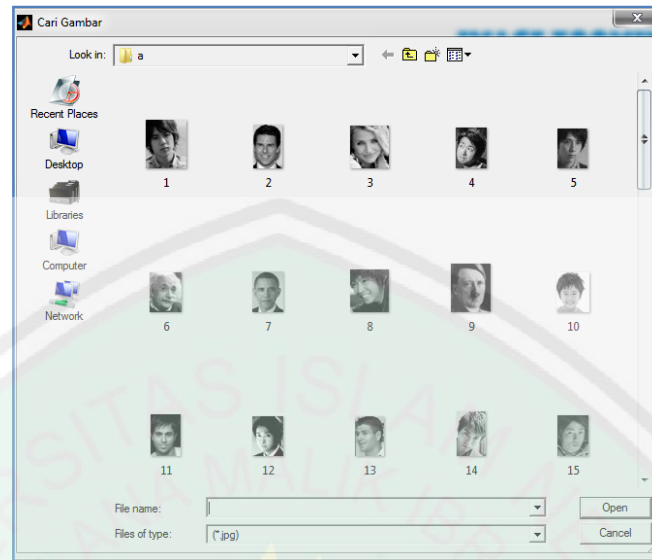
##### 4.1.1 Graphical User Interface

Saat aplikasi pertama kali dijalankan, tampilan awalnya sebagai berikut:



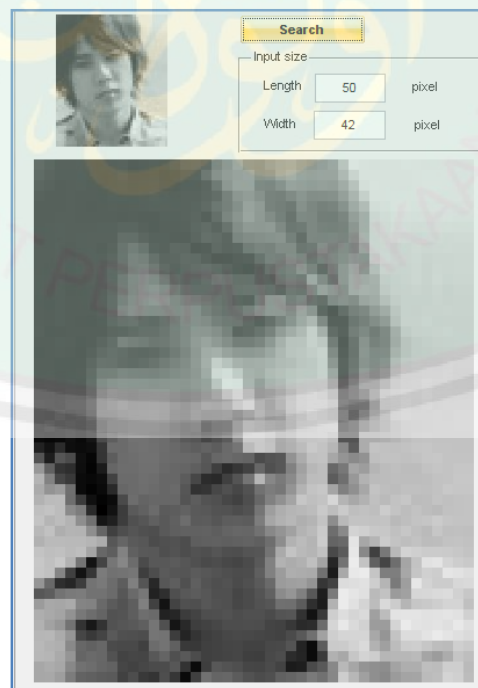
Gambar 4.1 Tampilan utama

Input citra diperoleh dengan menekan tombol *input image*, kemudian memilih citra dengan resolusi kecil seperti tampak pada Gambar 4.2.



**Gambar 4.2** Proses pencarian input citra

Citra selanjutnya ditampilkan pada *figure* kecil dan *figure 1* yang terletak dibawahnya. Keduanya mempunyai ukuran yang sama. Ukuran citra juga ditampilkan pada panel *input size* meliputi panjang dan tinggi citra.



**Gambar 4.3** Hasil input citra

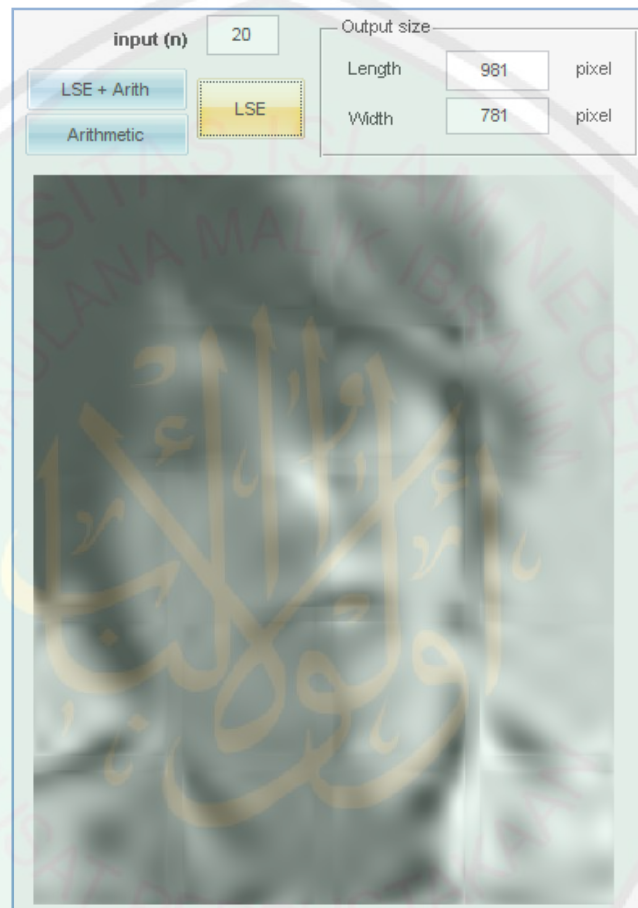
#### 4.1.2 Hasil Proses *Zoom*

Hasil *zooming* dapat diperoleh dengan penghitungan tiga metode yaitu Kesalahan Kuadrat Terkecil/*Least Square Error* (LSE), LSE dengan *Arithmetic Sequence*, dan *Arithmetic Sequence*. Dimulai dengan memasukkan nilai  $n$ , yang merupakan nilai pembesaran matriks. Sebagai contoh, diinputkan  $n = 20$ , maka untuk mendapatkan gambar hasil ada tiga pilihan.

##### 4.1.2.1 Metode LSE (*Least Square Error*/ Kesalahan Kuadrat Terkecil)

Merupakan metode awal yang ditawarkan dalam skripsi ini. Dengan polinomial orde 6 dan mengambil per 10 piksel dalam setiap fungsi yang dihitung pada baris dan kolomnya, diharapkan akan menghasilkan gambar yang baik. Namun terdapat kekosongan nilai piksel ketika terjadi pembesaran antara piksel 10 ke piksel 11, dan kelipatannya. Karena dalam area tersebut, piksel yang baru didapat tidak termasuk fungsi yang di samping kanan maupun kirinya. Sehingga dilakukan penghitungan fungsi kembali pada setengah barisan di depannya. Misal untuk pengambilan per 10 piksel dalam setiap fungsi, maka penghitungan fungsi dimulai dari setengah barisan piksel tersebut (mulai piksel ke 5). Dari fungsi tersebut, nilai piksel baru hasil pembesaran antara piksel 10 ke 11 dan kelipatannya dapat dihitung. Gambar 4.4 menunjukkan hasil *zooming* dengan metode LSE. Gambar tersebut memperlihatkan bahwa pembesaran di antara sela fungsi menimbulkan citra seperti terkotak-kotak. Penghitungan fungsi baru untuk mengisi sela tersebut ternyata belum dapat mengatasi permasalahan. Fungsi LSE sendiri dapat digunakan untuk pembesaran citra sampai tak terbatas. Namun,

komputer yang diujikan hanya mampu sampai mengalami 190 kali pembesaran, dengan *physical memory* (RAM) 2038 MB. Ukuran citra input yang diujikan tersebut 52x40 piksel dan ukuran pembesarannya menjadi 9311x7411 piksel.



Gambar 4.4 Hasil penghitungan LSE

Penghitungan pada metode LSE dimulai dari mencari fungsi perbaris/kolom dengan *Source* sebagai berikut:

```
function x=rumus_poly(j,orde)
[m n]=size(j);
A=zeros(ordes+1);
p=1;
iia=orde*2;
iic=orde;
%----- membuat matrik -----
```

```

while p <= (orde+1) && iia >= 0 && iic >= 0
    q=1;
    iib=iia;
    %----- matrik A -----
    while q <= (orde+1) && iib >= 0
        for k=1:n
            A(p,q)=A(p,q)+k^iib;
        end

        q=q+1;
        iib=iib-1;
    end
    %----- matrik B -----
    B(p,1)=0;
    for k=1:n
        B(p,1)=B(p,1)+k^iic*j(1,k);
    end
    iic=iic-1;
    p=p+1;
    iia=iia-1;
end
%----- augmentasi matrik A dan B -----
[baris kolom]= size(A);
for i=1:baris
    A(i,baris+1)=B(i);
end
%----- mencari nilai Ax=B -----
Q = rref(A);
[cc dd]=size(Q);
%----- membuat matrik/vektor x -----
for aa=1:cc
    x(1,aa)=Q(aa,dd);
end

```

Kemudian dilanjutkan dengan mengisi piksel-piksel baru dengan fungsi yang telah dihasilkan dengan kode sebagai berikut:

```

function xx=rumus3(n,deret,orde,im)

im=im2double(im);
[r_im c_im] = size(im);
b2 = ceil(deret/2);
%----- Ukuran Matriks im Baru -----
jumR = fix(r_im/deret) ;
jumC = fix(c_im/deret) ;
r_new = jumR*deret;
c_new = jumC*deret;
%----- MENGHITUNG HORIZONTAL -----
%----- Rumus Horizontal -----
zz_a = [];
zz_b = [];
for i=1:r_new
    for j = 1:deret:c_new

```



```

        j2 = j + (deret-1);
        jj = j + b2 -1;
        jj2= j + (deret-1)+ b2 -1;
        ma=im(i,j:jj2);
        rumus_a = rumus_poly(ma,orde);
        zz_a=[zz_a;rumus_a];
        if jj2 > c_new
            break
        end
        mb = im(i,jj:jj2);
        rumus_b = rumus_poly(mb,orde);
        zz_b = [zz_b; rumus_b];
    end
end
[ra ca]=size(zz_a);
[rb cb]=size(zz_b);

%----- Matriks Zeros Horizontal -----
x=zeros(r_new,c_new*n-n+1);
[r_x c_x]=size(x);
%----- Input Nilai dalam Matriks Z -----
Rderet=deret*n-n+1;
Rn=deret*n;
zLoop_a = 1;

for i=1:r_x
    j_awal = 1; jLoop = Rderet; m=n-1;
    while j_awal <= (jLoop + m) & jLoop <= c_x & zLoop_a <= ra

        za = zz_a(zLoop_a,1:end);
        for j = j_awal:jLoop+m
            if j > c_x
                break;
            end
            k = mod(j,Rn);
            if k==0
                k = Rn;
            end
            if k <= Rderet
                for q = 1:length(za)
                    p = length(za)-q;
                    x(i,j) = x(i,j)+za(q)*((k+n-1)/n)^p;
                end
            end
        end
        j_awal = j_awal + Rn;
        jLoop = jLoop + Rderet;
        zLoop_a = zLoop_a + 1;
        m = m + n-1;
    end
end

%----- Melengkapi Horizontal yang kosong -----
zLoop_b = 1;
for i = 1:r_x

```

```

j_awal=1; jLoop2=Rn;
while j_awal <= jLoop2 & jLoop2 <=c_x & zLoop_b <= rb
    zb = zz_b(zLoop_b,1:end);
    for j=j_awal:jLoop2
        k=mod(j,Rn);
        if (k==0)
            k=Rn;
        end
        if k > Rderet
            k2 = k - n*(b2-1);
            for q = 1:length(zb)
                p = length(zb)-q;
                x(i,j) = x(i,j)+zb(q)*((k2+n-1)/n)^p;
            end
        end
        end
        j_awal = j_awal+Rn;
        jLoop2 = jLoop2+Rn;
        zLoop_b = zLoop_b + 1;
    end
end
%----- MENGHITUNG VERTIKAL -----
%----- Rumus Vertikal -----
vv_a = [];
vv_b = [];
for j=1:c_x

    for i = 1:deret:r_x
        i2 = i + (deret-1);
        ii = i + b2 -1;
        ii2= i + (deret-1)+ b2 -1;

        ma=x(i:i2,j);
        ma_v =transpose(ma);
        rumus_a = rumus_poly(ma_v,orde);
        vv_a=[vv_a;rumus_a];

        if ii2 > r_x
            break
        end

        mb=x(ii:ii2,j);
        mb_v =transpose(mb);
        rumus_b = rumus_poly(mb_v,orde);
        vv_b = [vv_b; rumus_b];
    end
end
[ra_v ca_v]=size(vv_a);
[rb_v cb_v]=size(vv_b);

% ----- Matriks Zeros Vertikal -----
xx=zeros(r_new*n-n+1,c_new*n-n+1);
[r_xx c_xx]=size(xx);

%----- Input Nilai dalam Matriks xx -----

```

```

vLoop_a = 1;

for j=1:c_xx
    i_awal = 1; iLoop = Rderet; m=n-1;
    while i_awal <= (iLoop + m) & iLoop <= r_xx & vLoop_a <= ra_v

        va = vv_a(vLoop_a,1:end);
        for i = i_awal:iLoop+m
            if i > r_xx
                break;
            end
            k = mod(i,Rn);
            if k==0
                k = Rn;
            end
            if k <= Rderet
                for q = 1:length(va)
                    p = length(va)-q;
                    xx(i,j) = xx(i,j)+va(q)*((k+n-1)/n)^p;
                end
            end
            i_awal = i_awal + Rn;
            iLoop = iLoop + Rderet;
            vLoop_a = vLoop_a + 1;
            m = m + n-1;
        end
    end
end
%----- Melengkapi Vertikal yang kosong -----
vLoop_b = 1;
for j = 1:c_xx

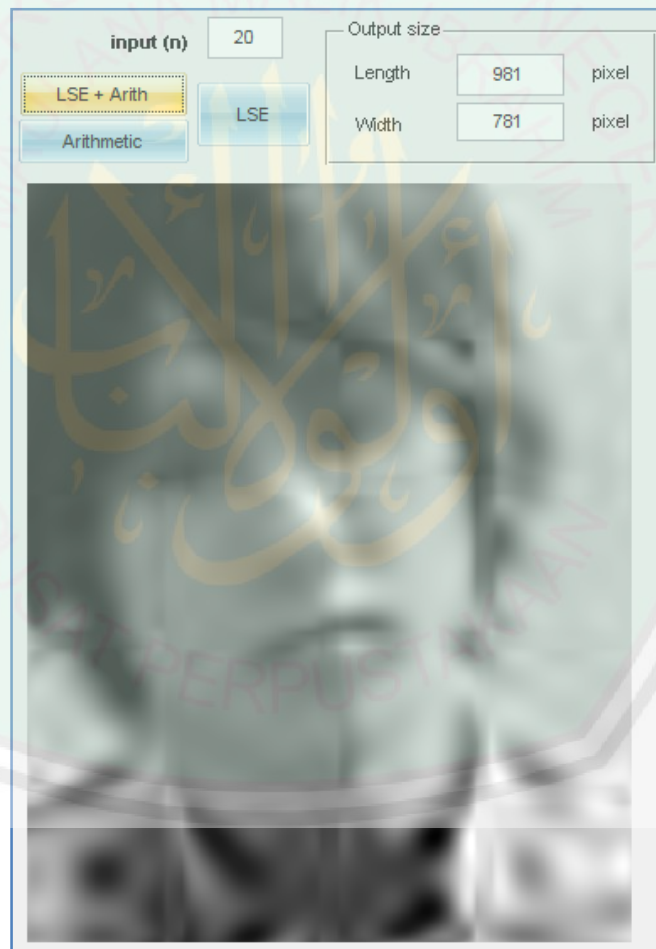
    i_awal=1; iLoop2=Rn;
    while i_awal <= iLoop2 & iLoop2 <=r_xx & vLoop_b <= rb_v
        vb = vv_b(vLoop_b,1:end);
        for i=i_awal:iLoop2

            k=mod(i,Rn);
            if (k==0)
                k=Rn;
            end
            if k > Rderet
                k2 = k - n*(b2-1);
                for q = 1:length(vb)
                    p = length(vb)-q;
                    xx(i,j) = xx(i,j)+vb(q)*((k2+n-1)/n)^p;
                end
            end
            i_awal = i_awal+Rn;
            iLoop2 = iLoop2+Rn;
            vLoop_b = vLoop_b + 1;
        end
    end
end
end
end

```

#### 4.1.2.2 Metode LSE + *Arithmetic Sequence*

Penyelesaian lain untuk mendapatkan nilai di antara jeda fungsi adalah dengan *Arithmetic Sequence* (Barisan Aritmatika). Awalnya citra dihitung dengan fungsi polinomial dalam *Least Square Error*, kemudian jeda antar fungsi dihitung dengan *Arithmetic Sequence*. Gambar 4.5 menunjukkan hasil penghitungan dengan metode *Least Square Error* dan *Arithmetic Sequence*. Gambar tersebut juga memperlihatkan citra seperti terkotak-kotak.



**Gambar 4.5** Hasil penghitungan LSE dengan Arith

Berikut *source code* penambahan *Arithmetic Sequence* dalam LSE :

```

%----- Melengkapi Horizontal yang kosong -----
for i = 1:r_x
    j_awal=1; jLoop=Rderet; m=n-1;
    while j_awal <= (jLoop + m) & jLoop <= c_x
        for j=j_awal:jLoop+m

            if j > c_x
                break;
            end

            k=mod(j,Rn);
            if k==0
                k=Rn;
            end

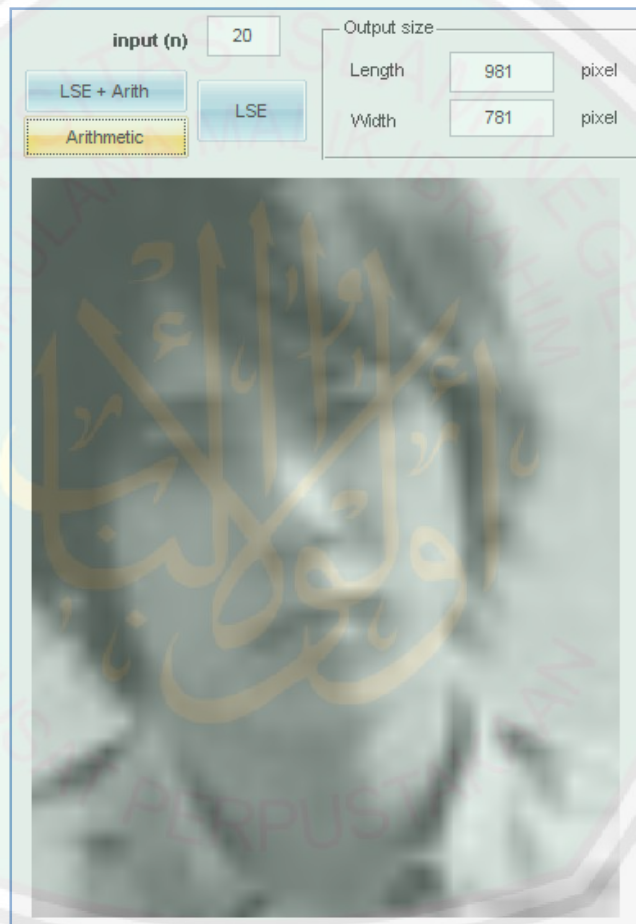
            if k > Rderet
                j2 = jLoop+m-(n-1);
                x(i,j)=x(i,j2)+((x(i,j2+n)-x(i,j2))/n)*(j-j2);
            end
        end
        j_awal =j_awal + Rn;
        jLoop =jLoop + Rderet;
        m = m + n-1;
    end
end

% ----- Melengkapi Vertikal -----
for j = 1:c_xx
    i_awal=1; iLoop=Rderet; m=n-1;
    while i_awal <= (iLoop+m) & iLoop <= r_xx
        for i=i_awal:iLoop+m
            if i > r_xx
                break;
            end
            k=mod(i,Rn);
            if k==0
                k=Rn;
            end
            if k > Rderet
                i2 = iLoop+ m-(n-1);
                xx(i,j)=xx(i2,j)+((xx(i2+n,j)-xx(i2,j))/n)*(i-
i2);
            end
        end
        i_awal = i_awal + Rn;
        iLoop =iLoop + Rderet;
        m = m+n-1;
    end
end
end

```

#### 4.1.2.3 Metode *Arithmetic Sequence*

Penelitian lalu dilanjutkan dengan metode *Arithmetic Sequence*. Piksel-piksel baru hasil pembesaran dihitung dengan *Arithmetic Sequence* sepenuhnya. Gambar 4.6 menunjukkan hasil penghitungan metode. Gambar yang dihasilkan terlihat lebih baik dari dua metode sebelumnya.



Gambar 4.6 Hasil metode *Arithmetic Sequence*

Untuk kode programnya sebagai berikut:

```
function xx=rumus2(n,deret,im)

im=im2double(im);
[r_im c_im]=size(im);
%----- Ukuran Matriks im Baru -----
jumR = fix(r_im/deret);
```

```

jumC = fix(c_im/deret);
r_new = jumR*deret;
c_new = jumC*deret;

%----- Membuat Matriks Kosong -----
xx=zeros(r_new*n-n+1,c_new*n-n+1);

%----- Mengisi Kosong-kosong -----
for i = 1:r_new
    for j=1:c_new
        xx(i*n-n+1,j*n-n+1)=im(i,j);
    end
end
[r_x c_x]=size(xx);
%----- Vertikal -----
for i = 1:n:r_x
    j_awal=1; jLoop=n+1;
    while j_awal <= jLoop & jLoop <= c_x

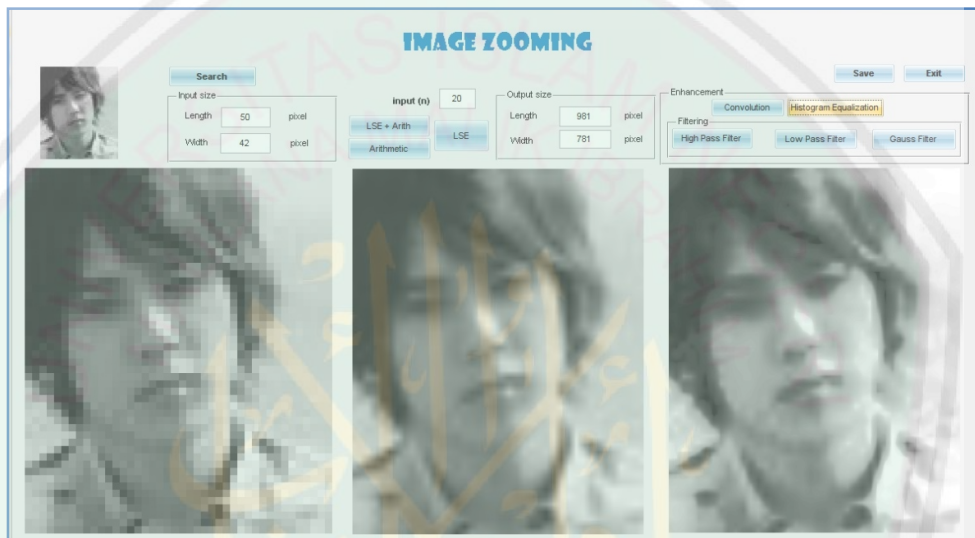
        for j=j_awal:jLoop
            k=mod(j,n);
            if k == 0
                k = n;
            end
            if k ~= 1
                xx(i,j)=xx(i,j_awal)+((xx(i,jLoop)-
xx(i,j_awal))/n)*(k-1);
            end
        end
        j_awal=j_awal+n;
        jLoop=jLoop+n;
    end
end
%----- Horizontal -----
for j=1:c_x

    i_awal=1; iLoop=n+1;
    while i_awal <= iLoop & iLoop <= r_x
        for i=i_awal:iLoop
            k=mod(i,n);
            if k==0
                k=n;
            end
            if k ~= 1
                xx(i,j)=xx(i_awal,j)+((xx(iLoop,j)-
xx(i_awal,j))/n)*(k-1);
            end
        end
        i_awal= i_awal+n;
        iLoop = iLoop+n;
    end
end
end

```

### 4.1.3 Post Processing

Merupakan proses *finishing* untuk perbaikan citra (*Enhancement*) yang sudah didapatkan dari hasil penghitungan. Perbaikan dapat dilakukan dengan berbagai pilihan, seperti pada *button* yang tersedia, meliputi *filtering* (*high pass filter*, *low pass filter*, *Gauss filter*), konvolusi, dan ekualisasi histogram.



Gambar 4.7 Hasil dari proses ekualisasi histogram

Pilihan-pilihan dalam proses *finishing* sebagai berikut beserta kode programnya:

#### 1. *Filtering*

Untuk *filtering* terdapat tiga pilihan, yaitu:

##### *High pass filter*

```
h = [-1 -1 -1; -1 9 -1; -1 -1 -1];
hasilfilter = imfilter(hasilzoom,h);
```

##### *Low pass filter*

```
h = [1/9 1/9 1/9; 1/9 1 1/9; 1/9 1/9 1/9];
hasilfilter_low = imfilter(hasilzoom,h);
```



*Gauss filter*

```

h = [0.0029 0.0131 0.0215 0.0131 0.0029;
     0.0131 0.0585 0.0965 0.0585 0.0131;
     0.0215 0.0965 0.1592 0.0965 0.0215;
     0.0131 0.0585 0.0965 0.0585 0.0131;
     0.0029 0.0131 0.0215 0.0131 0.0029];
hasilfilter gauss = imfilter(hasilzoom,h);

```

2. *Convolution*

```

k=[1 -1 1;-1 4 -1;1 -1 1];
konvolusi = imfilter(hasilzoom,k);

```

3. *Histogram equalization*

```

histo = histeq(hasilzoom);

```

**4.2 Uji Coba**

Rangkaian uji coba telah dilakukan untuk menilai performasi aplikasi.

Salah satu cara mengukur performasinya dengan *Mean Square Error* (MSE).

$$MSE = \frac{\sum_x^M \sum_y^N [(x,y) - \hat{I}(x,y)]^2}{M N} \quad (4.1)$$

Semakin kecil nilai kesalahannya, maka semakin baik aplikasi tersebut.

Uji coba yang dilakukan menggunakan input citra lingkaran berukuran 42x43.




Dengan penghitungan per 10 piksel, maka ukuran matriks menjadi 40x40.

*Arithmetic Sequence* sebenarnya tidak mengalami pemotongan tersebut. Namun,

untuk mengetahui perbandingannya dengan LSE, telah dilakukan pemotongan

ukuran matriks. Berikut hasil uji coba:

$n = 1$

LSE	LSE +Arith	<i>Arithmetic</i>
		
MSE = 0.003169	MSE = 0.003169	MSE = 0

**Gambar 4.8** Perbandingan dengan  $n = 1$

$n = 2$

LSE	LSE +Arith	<i>Arithmetic</i>
		
MSE = 0.019669	MSE = 0.019677	MSE = 0.015951




**Gambar 4.9** Perbandingan dengan  $n = 2$

$n = 3$

LSE	LSE +Arith	<i>Arithmetic</i>
		
MSE = 0.0239461	MSE = 0.023951	MSE = 0.022412

**Gambar 4.10** Perbandingan dengan  $n = 3$

$n = 4$

LSE	LSE +Arith	<i>Arithmetic</i>
		
MSE = 0.0261232	MSE = 0.026127	MSE = 0.022414

**Gambar 4.11** Perbandingan dengan  $n = 4$

**Tabel 4.1** Hasil pengujian MSE dari  $n = 1$  sampai  $n = 10$ 

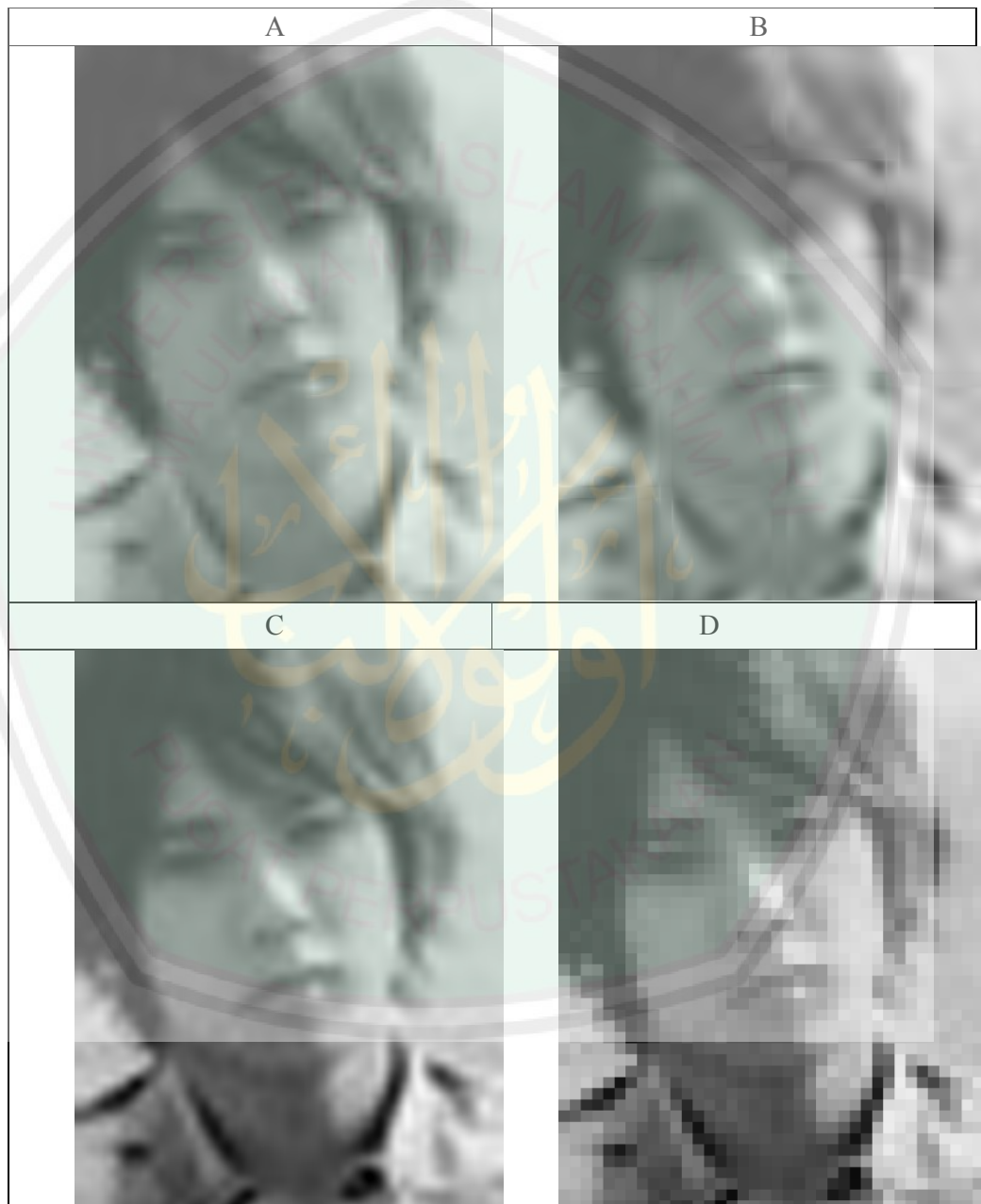
$n$	LSE	LSE + Arith	Arith
1	0.00316925	0.00316925	0
2	0.019669	0.0196777	0.0159509
3	0.0239461	0.0239507	0.0201822
4	0.0261232	0.0261265	0.0224136
5	0.02746	0.0274604	0.0238204
6	0.0284199	0.0284205	0.0248252
7	0.0290745	0.0290725	0.0255253
8	0.0295471	0.0295467	0.026031
9	0.0299389	0.0299373	0.0264518
10	0.0302309	0.0302286	0.0267636

Penghitungan *Least Square Error* dilakukan dengan polinomial orde 6 dan mengambil 10 piksel tiap fungsinya. Metode LSE untuk  $n = 1$  sampai  $n = 6$  lebih baik dibandingkan dengan LSE + Arith. Untuk  $n = 7$  ke atas, ternyata LSE + Arith memiliki hasil yang lebih baik dibandingkan LSE. Namun dari hasil MSE *Arithmetic Sequence* mempunyai hasil MSE yang lebih baik dibandingkan kedua metode tersebut.

### 4.3 Studi Komparasi

Pada bagian ini dilakukan perbandingan hasil aplikasi (*Least Square Error* dan *Arithmetic Sequence*) dengan aplikasi lain yang sudah ada menggunakan MSE. Digunakan aplikasi *Photoshop* dan *Paint Brush (Microsoft)* sebagai pembanding. Penyebaran angket juga dilakukan untuk menguji kualitas aplikasi. Dengan empat gambar yang dibandingkan, responden memilih hasil

gambar terbaik dari pilihan tersebut. Metode yang digunakan tidak dituliskan, sehingga responden memilih sesuai dengan apa yang dilihatnya. Citra ditampilkan dengan  $n = 20$ . (Gambar selengkapnya ditampilkan pada halaman lampiran)



Gambar 4.12 Perbandingan hasil *zooming* pada gambar 1

Keterangan:

- Gambar A: *Arithmetic Sequence*
- Gambar B: *Least Square Error*
- Gambar C: *Photoshop*
- Gambar D: *Paint Brush*

**Tabel 4.2** Hasil studi komparasi dengan LSE

No Gambar	Arith	LSE	<i>Photoshop</i>	<i>Paint Brush</i>
1	0.00605455	0.00735489	0.00397422	0.00560894
2	0.00632902	0.00737302	0.0041201	0.00577812
3	0.0101535	0.0115948	0.00657715	0.00863384
4	0.0037591	0.00443176	0.00254777	0.00360134
5	0.0089205	0.0103455	0.00716605	0.00912037
6	0.0174764	0.0199658	0.00990601	0.013463
7	0.00879542	0.0102501	0.00614402	0.00817122
8	0.00577124	0.00680369	0.00408943	0.0052221
9	0.0116094	0.0138805	0.00907711	0.0120059
10	0.00611606	0.0072133	0.00391581	0.00583283
$\Sigma$	<b>0.08498519</b>	<b>0.09921336</b>	<b>0.05751767</b>	<b>0.07743766</b>

Dari Tabel 4.2 tampak bahwa gambar yang dihasilkan *Photoshop* mempunyai nilai terkecil. Dengan  $\Sigma$ error *Photoshop* = 0.057, maka persentase *Photoshop* terhadap LSE =  $\left| \frac{0.057}{0.099} \right| \times 100\% = 42.026\%$ . Sedangkan persentase *Arithmetic* terhadap LSE =  $\left| \frac{0.085}{0.099} \right| \times 100\% = 14.34\%$  dan persentase *Paint Brush* terhadap LSE =  $\left| \frac{0.077}{0.099} \right| \times 100\% = 21.95\%$ . Metode pembesaran yang digunakan sebagai *default* aplikasi *Photoshop* adalah *Bicubic* (*Photoshop*, 2007).

Nilai MSE *Paint Brush* ternyata lebih kecil dibandingkan LSE dan *Arithmetic Sequence*. Padahal, tampak jika gambar A dan B menghasilkan gambar yang lebih baik. Untuk menguji pendapat dari penulis tersebut, maka dilakukan juga penyebaran angket yang menampilkan keempat gambar. Pengukurannya dengan *Rating Scale*, data mentah yang diperoleh berupa angka, kemudian diartikan dalam pengertian kualitatif (Sugiyono, 1997:79). Berikut hasil penelitian dari penyebaran angket.

**Tabel 4.3** Hasil kuesioner gambar A (*Arithmetic Sequence*)

No responden	Jawaban responden untuk item gambar										Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	3	3	4	3	4	3	3	3	3	3	32
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	31
4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
6	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	32
7	4	3	3	4	3	3	3	3	3	3	32
8	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	31
9	4	3	4	4	4	4	3	3	3	3	35
10	4	3	3	3	3	3	3	4	3	3	32
11	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	39
12	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
13	3	4	3	3	4	3	3	3	3	3	32
14	3	4	3	3	3	3	4	3	3	3	32
15	4	4	3	4	3	3	4	3	3	3	34
16	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30

17	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	30
18	3	4	4	3	4	3	4	4	3	4	35
19	3	4	4	3	3	3	3	3	3	3	32
20	4	3	3	4	3	3	3	3	3	4	33
Jumlah											642

**Tabel 4.4** Hasil kuesioner gambar B (*Least Square Error*)

No responden	Jawaban responden untuk item gambar										Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	21
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
3	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	18
4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
5	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	12
6	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	12
7	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	18
8	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11
9	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
11	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	21
12	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
13	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	21
14	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	13
15	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	15
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
17	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
18	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	19
19	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20

20	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
Jumlah											351

**Tabel 4.5** Hasil kuesioner gambar C *Photoshop (bicubic)*

No responden	Jawaban responden untuk item gambar										Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	4	4	2	4	3	4	4	4	4	4	37
2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40
3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	39
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40
5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40
6	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	38
7	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4	38
8	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	39
9	3	4	3	3	3	3	4	4	4	4	35
10	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	38
11	3	4	3	3	3	3	3	3	3	3	31
12	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40
13	4	2	4	4	3	4	4	4	4	4	37
14	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	39
15	3	3	4	3	4	4	3	4	4	4	36
16	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40
17	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	40
18	4	3	3	4	3	4	3	3	4	3	34
19	4	3	3	4	4	4	4	4	4	4	38
20	3	4	4	3	4	4	4	4	4	3	37
Jumlah											756



**Tabel 4.6** Hasil kuesioner gambar D (*Paint Brush*)

No responden	Jawaban responden untuk item gambar										Jumlah
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
3	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	12
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
5	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	18
6	2	2	2	2	1	1	2	2	2	2	18
7	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	12
8	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	19
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
14	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	17
15	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	15
16	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	20
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
18	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	11
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
20	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	12
Jumlah											254

Skala pengukuran merupakan seperangkat aturan yang diperlukan untuk mengkuantifikasikan data dari pengukuran suatu variabel. Dengan skala pengukuran, variabel yang diukur akan termasuk gradasi mana dari suatu alat ukur (Sugiyono, 1997:65). Pengukuran hasil angket ini menggunakan skala interval.

Skala interval memiliki semua karakteristik skala ordinal (mengkategorikan dan mengurutkan). Perbedaannya, skala interval memiliki satuan skala, atau satuan pengukuran yang standar dan jarak antarkategori dapat diketahui (Martono, 2010:56).

Responden 20 orang yang semuanya adalah mahasiswa UIN Maliki Malang dari berbagai jurusan. Skor tertinggi tiap pilihan adalah 4 dan jumlah gambar adalah 10. Jumlah skor kriterium =  $4 \times 10 \times 20 = 800$  (Sangat Baik).

Jadi, interval kualitas:

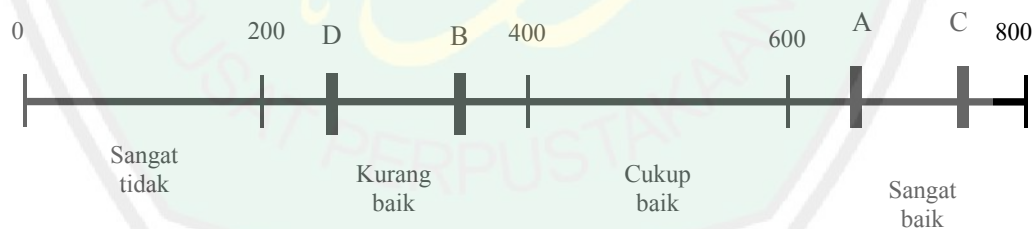
Sangat Tidak Baik = 0 – 200

Kurang Baik = 201 – 400

Cukup Baik = 401 – 600

Sangat Baik = 601 – 800

Jumlah skor hasil kuesioner pada gambar A = 642, gambar B = 351, gambar C = 756, dan gambar D = 254.



**Gambar 4.13** Skala pengukuran kualitas citra

Berdasarkan hasil skala pengukuran, maka dapat diketahui bahwa:

1. 80,25% menyatakan Gambar A sangat baik ( $642/800 = 80,25\%$ )
2. 43,875% menyatakan Gambar B kurang baik ( $351/800 = 43,875\%$ )

3. 94,5% menyatakan Gambar C sangat baik ( $756/800 = 94,5\%$ )
4. 31,75% menyatakan Gambar D kurang baik ( $254/800 = 31,75\%$ )

Meskipun Gambar B dan D sama-sama dalam interval kurang baik, skor Gambar B lebih baik dibandingkan Gambar D. Demikian pula pada Gambar A dan C. Keduanya dalam interval sangat baik, namun Gambar C memiliki skor yang lebih baik dari Gambar A. Hasil dari penyebaran angket yang dilakukan ternyata responden memilih hasil aplikasi *Photoshop* yang terbaik, dengan nilai 94,5%. Hal ini juga sesuai dengan penghitungan MSE. Metode *Arithmetic Sequence* juga dinilai baik dengan 80,25%. Sedangkan *Least Square Error* mendapat nilai 43,875%, lebih baik dibandingkan aplikasi *Paint Brush* yang mendapat nilai 31,75%.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Dari rangkaian penelitian yang dilakukan, dari latar belakang sampai uji coba aplikasi, dapat disimpulkan bahwa:

1. Fungsi LSE dapat digunakan untuk pembesaran citra sampai tak terbatas. Namun, dengan komputer yang diujikan, RAM 2038 MB, pembesaran dapat dilakukan sampai 190 kali. Ukuran citra input yang diujikan tersebut 52x40 piksel dan ukuran hasil pembesaran menjadi 9311x7411 piksel. Pada penelitian ini, pembuatan aplikasi pembesaran gambar berbasis fungsi polinomial pada LSE dilakukan dengan polinomial orde 6 dan mengambil 10 piksel setiap fungsinya. Citra input yang diujikan berukuran 50 piksel ke bawah. Penghitungan fungsi per 10 piksel ternyata menimbulkan permasalahan. Karena terjadi pemotongan piksel citra yang bukan kelipatan 10 dan citra yang dihasilkan seperti terkotak-kotak. Hal itu disebabkan antara piksel 10 ke 11 dan kelipatannya terdapat jeda yang kemudian dibuat fungsi polinomial pada setengah barisan piksel di depan sampai setengah di belakangnya untuk mengisi kekosongan tersebut. Karena citra yang dihasilkan kurang baik, maka digunakan juga metode *Arithmetic Sequence* untuk mengisi jeda antar fungsi. Namun, citra yang dihasilkan juga terlihat masih seperti terkotak-kotak. Metode *Arithmetic Sequence* kemudian digunakan untuk penghitungan piksel secara

keseluruhan dan menghasilkan citra yang lebih baik dibandingkan dua metode yang telah disebutkan sebelumnya.

2. Untuk mengetahui seberapa baik performasi aplikasi yang dibangun dilakukan studi komparatif hasil aplikasi (*Least Square Error* dan *Arithmetic Sequence*) dengan aplikasi lain yang sudah ada menggunakan *Mean Square Error* (MSE). Digunakan aplikasi *Photoshop* (Metode pembesaran yang digunakan sebagai *default* aplikasi *Photoshop* adalah *Bicubic*) dan *Paint Brush* (*Microsoft*) sebagai pembanding. Dari pengujian MSE, gambar yang dihasilkan *Photoshop* mempunyai nilai terkecil. Nilai MSE *Paint Brush* ternyata lebih kecil dibandingkan *Arithmetic Sequence* dan LSE. Padahal, tampak jika gambar hasil kedua metode tersebut menghasilkan gambar yang lebih baik. Untuk menguji pendapat dari penulis tersebut, maka dilakukan juga penyebaran angket yang menampilkan keempat gambar. Pengukurannya dengan *Rating Scale*. Responden 20 orang yang semuanya adalah mahasiswa UIN Maliki Malang dari berbagai jurusan. Hasil dari penyebaran angket yang dilakukan ternyata responden memilih hasil aplikasi *Photoshop* yang terbaik, dengan nilai 94,5%. Hal ini juga sesuai dengan penghitungan MSE. Metode *Arithmetic Sequence* juga dinilai baik dengan 80,25%. Sedangkan *Least Square Error* mendapat nilai 43,875%, lebih baik dibandingkan aplikasi *Paint Brush* yang mendapat nilai 31,75%.

## 5.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan yang diperoleh, ternyata terdapat banyak kekurangan pada metode Kesalahan Kuadrat Terkecil (LSE). Citra yang dihasilkan seperti terkotak-kotak dan terjadi pemotongan matriks. Metode *Arithmetic Sequence* menghasilkan citra yang lebih baik jika dibandingkan LSE. Untuk penelitian ke depannya, sebagai pengembangan aplikasi ini adalah mencari solusi lain untuk mengatasi kekurangan-kekurangan pada LSE dan memperbaiki performansi pada *Arithmetic Sequence*.



## DAFTAR PUSTAKA

- Abdusysykir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN-Malang Press.
- Ammar, M. dkk. 2012. *Image Zooming and Multiplexing Techniques based on K-Space Transformation*. International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition. Vol. 5, No. 4, December, 2012
- Basuki, Ahmad. 2005. *Pengolahan Citra Digital Menggunakan Visual Basic*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Battiato, S. dkk. 2002. *A Locally Adaptive Zooming Algorithm for Digital Images*. Image Vision and Computing Journal – Elsevier Science. Inc. -Vol. 20, Issue 11, pp. 805-812, September 2002
- Chen, Tao. dkk. 2000. *Image Interpolation Using Across-Scale Pixel Correlation*. Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001. Proceedings. (ICASSP '01). 2001 IEEE International Conference on (Volume:3 )
- Martono, Nanang. *Metode Penelitian Kuantitatif: Analisis Isi dan Analisis Data Sekunder*. Jakarta: RajaGrafindo Persada.
- Munir, Rinaldi. 2008. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.
- Prasetyo, Eko. 2011. *Pengolahan Citra Digital dan Aplikasinya Menggunakan Matlab*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Purwanti, Deni. 2011. *Metode Interpolasi Linear Fuzzy Tersesuaikan untuk Pembesaran Citra*. Undergraduate Thesis of Mathematics, ITS, RSMa 511.313 Pur m, 2011
- Purwanto D.Sc, Agus. 2011. *Ayat-Ayat Semesta: Sisi-Sisi Al-Qur'an yang terlupakan*. Bandung: Mizan.
- Putra, Darma. 2010. *Pengolahan Citra Digital*. Yogyakarta: Andi Offset
- Shiny, S. dan Agnes Anto. 2012. *Proximal Interpolation in Image Zooming Using Advanced Neighborhood Algorithm*. International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT) ISSN: 2249 – 8958, Volume-1, Issue-5, June 2012.
- Stroud, K.A. 2003. *Matematika Teknik: Jilid 2*. Jakarta: Erlangga.
- Sugiyono. 1993. *Metode Penelitian Administrasi*. Bandung: Alfabeta.

Triatmodjo, Bambang. 1992. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.

Wijaya, Marvin Ch dan Agus Priyono. 2007. *Pengolahan Citra Digital Menggunakan Matlab*. Bandung: Informatika.





Jurusan / Fakultas : Physics / Saunstek.  
Jenis Kelamin : ~~Laki~~ / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (3) b (2) c (4) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (2) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : P. IPS / Tarbiyah  
Jenis Kelamin : ~~Laki~~ / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (4) b (3) c (2) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (4) b (2) c (3) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : Teknik Informatika / Saitelek  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

- 1. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 2. a (5) b (2) c (4) d (1)
- 3. a (5) b (2) c (4) d (1)
- 4. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 5. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 6. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 7. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 8. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 9. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 10. a (5) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : PAI / Ilmu Tarbiyah dan Keguruan  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

- 1. a (4) b (2) c (3) d (1)
- 2. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 3. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 4. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 5. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 6. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 7. a (3) b (2) c (4) d (1)
- 8. a (3) b (1) c (4) d (2)
- 9. a (3) b (1) c (4) d (2)
- 10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : Teknik Arsitektur / SAINTEK  
Jenis Kelamin : ~~Laki~~ / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (4) b (1) c (3) d (2)
2. a (4) b (1) c (3) d (2)
3. a (3) b (1) c (4) d (2)
4. a (3) b (1) c (4) d (2)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (1) c (4) d (2)
8. a (3) b (2) c (4) d (2)
9. a (3) b (1) c (4) d (2)
10. a (3) b (1) c (4) d (2)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : TI / Sainstek  
Jenis Kelamin : Laki - laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (1) c (4) d (2)
2. a (3) b (1) c (4) d (2)
3. a (3) b (1) c (4) d (2)
4. a (3) b (1) c (4) d (2)
5. a (3) b (2) c (4) d (2)
6. a (3) b (1) c (4) d (2)
7. a (3) b (1) c (4) d (2)
8. a (3) b (1) c (4) d (2)
9. a (3) b (1) c (4) d (2)
10. a (3) b (1) c (4) d (2)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : PAI / Tarbiyah  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (4) b (2) c (3) d (1)
2. a (3) b (1) c (4) d (2)
3. a (3) b (1) c (4) d (2)
4. a (3) b (1) c (4) d (2)
5. a (3) b (1) c (4) d (2)
6. a (3) b (1) c (4) d (2)
7. a (3) b (1) c (4) d (2)
8. a (3) b (1) c (4) d (2)
9. a (3) b (1) c (4) d (2)
10. a (3) b (1) c (4) d (2)

Terima kasih atas partisipasinya (^^)

Jurusan / Fakultas : PAI / Tarbiyah  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (4) b (2) c (3) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (3) b (2) c (4) d (1)
4. a (4) b (2) c (3) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (1) c (4) d (2)
9. a (3) b (1) c (4) d (2)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^^)

Jurusan / Fakultas : MTK / Sain  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a ~~(1)~~ b (2) c (3) d (1)
2. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)
3. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)
4. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)
5. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)
6. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)
7. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)
8. a ~~(4)~~ b (2) c (3) d (1)
9. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)
10. a (3) b (2) c ~~(4)~~ d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas :  
Jenis Kelamin : Laki - laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (1) b ~~(4)~~ c (2) d (1)
2. a (3) b (3) c ~~(4)~~ d (4)
3. a (4) b (2) c (3) d (4)
4. a (4) b (2) c (3) d (4)
5. a (4) b (2) c (3) d (4)
6. a (4) b (2) c (5) d (4)
7. a (3) b (2) c (4) d (4)
8. a (3) b (2) c (4) d (4)
9. a (3) b (2) c (4) d (4)
10. a (3) b (2) c (4) d (4)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : PGMI / Tarbiyah  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (3) b (3) c (4) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : T. Informatika / Saitek  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (4) b (3) c (2) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (4) b (2) c (3) d (1)
4. a (4) b (2) c (3) d (1)
5. a (4) b (2) c (3) d (1)
6. a (4) b (2) c (3) d (1)
7. a (4) b (2) c (3) d (1)
8. a (4) b (2) c (3) d (1)
9. a (4) b (3) c (3) d (1)
10. a (4) b (2) c (3) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : **BSA**

Jenis Kelamin : **Laki-laki / Perempuan**

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (4) b (2) c (3) d (1)
3. a (3) b (2) c (4) d (1)
4. a (3) b (1) c (4) d (2)
5. a (3) b (1) c (4) d (2)
6. a (3) b (1) c (4) d (2)
7. a (2) b (1) c (4) d (2)
8. a (3) b (1) c (4) d (2)
9. a (3) b (1) c (4) d (2)
10. a (3) b (1) c (4) d (2)

Terima kasih atas partisipasinya (^^)

Jurusan / Fakultas : **Ekonomi**

Jenis Kelamin : **Laki-laki / Perempuan**

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (4) b (3) c (2) d (1)
3. a (3) b (2) c (4) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (4) b (2) c (3) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^^)

16

Jurusan / Fakultas : TI / Sains dan Teknologi  
Jenis Kelamin : Laki - laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (1) c (4) d (2)
2. a (3) b (1) c (4) d (2)
3. a (3) b (1) c (4) d (2)
4. a (3) b (1) c (4) d (2)
5. a (3) b (1) c (4) d (2)
6. a (3) b (1) c (4) d (2)
7. a (3) b (1) c (4) d (2)
8. a (3) b (1) c (4) d (2)
9. a (3) b (1) c (4) d (2)
10. a (3) b (1) c (4) d (2)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

15

Jurusan / Fakultas : PAI / Tarbiyah  
Jenis Kelamin : Laki - laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (4) b (1) c (3) d (2)
2. a (4) b (2) c (3) d (1)
3. a (3) b (2) c (4) d (1)
4. a (4) b (2) c (3) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (4) b (1) c (3) d (2)
8. a (3) b (1) c (4) d (2)
9. a (3) b (1) c (4) d (2)
10. a (3) b (1) c (4) d (2)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)



Jurusan / Fakultas : Manajemen / Ekonomi

Jenis Kelamin : Laki - laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (4) b (2) c (3) d (1)
3. a (4) b (2) c (3) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (4) b (2) c (3) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (4) b (2) c (3) d (1)
8. a (4) b (1) c (3) d (2)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (4) b (2) c (3) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : Teknik / Sainstek

Jenis Kelamin : Laki - laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (3) b (2) c (4) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : Teknik Informatika  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (4) b (2) c (3) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (5) b (2) c (4) d (1)
4. a (4) b (2) c (3) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (3)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (4) b (2) c (3) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : Matematika / Sains dan Teknologi  
Jenis Kelamin : Laki-laki / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (4) b (2) c (3) d (1)
3. a (4) b (2) c (3) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Lampiran I (Gambar-gambar yang diujikan pada penyebaran angket)

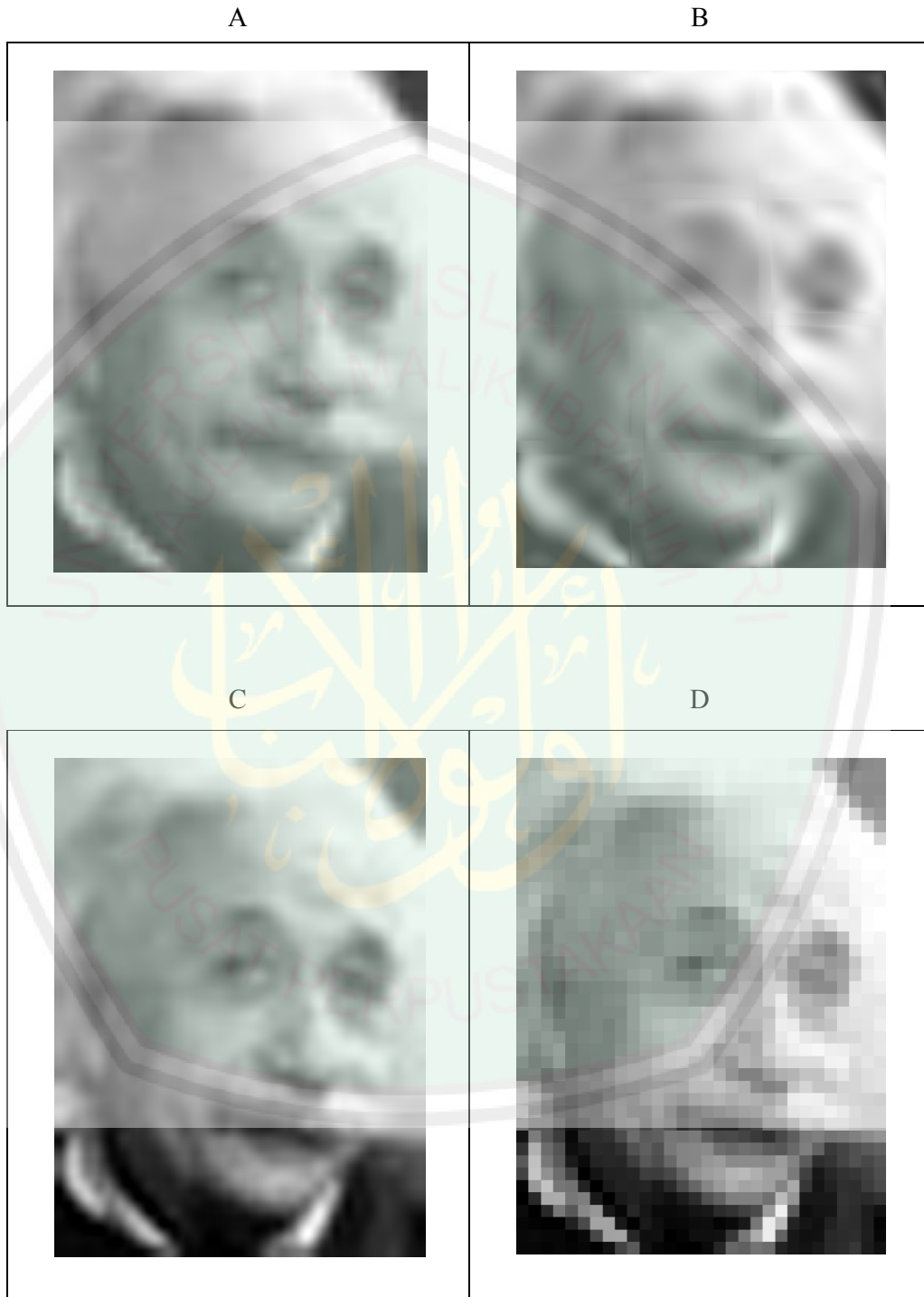
Gambar 1



Gambar 2



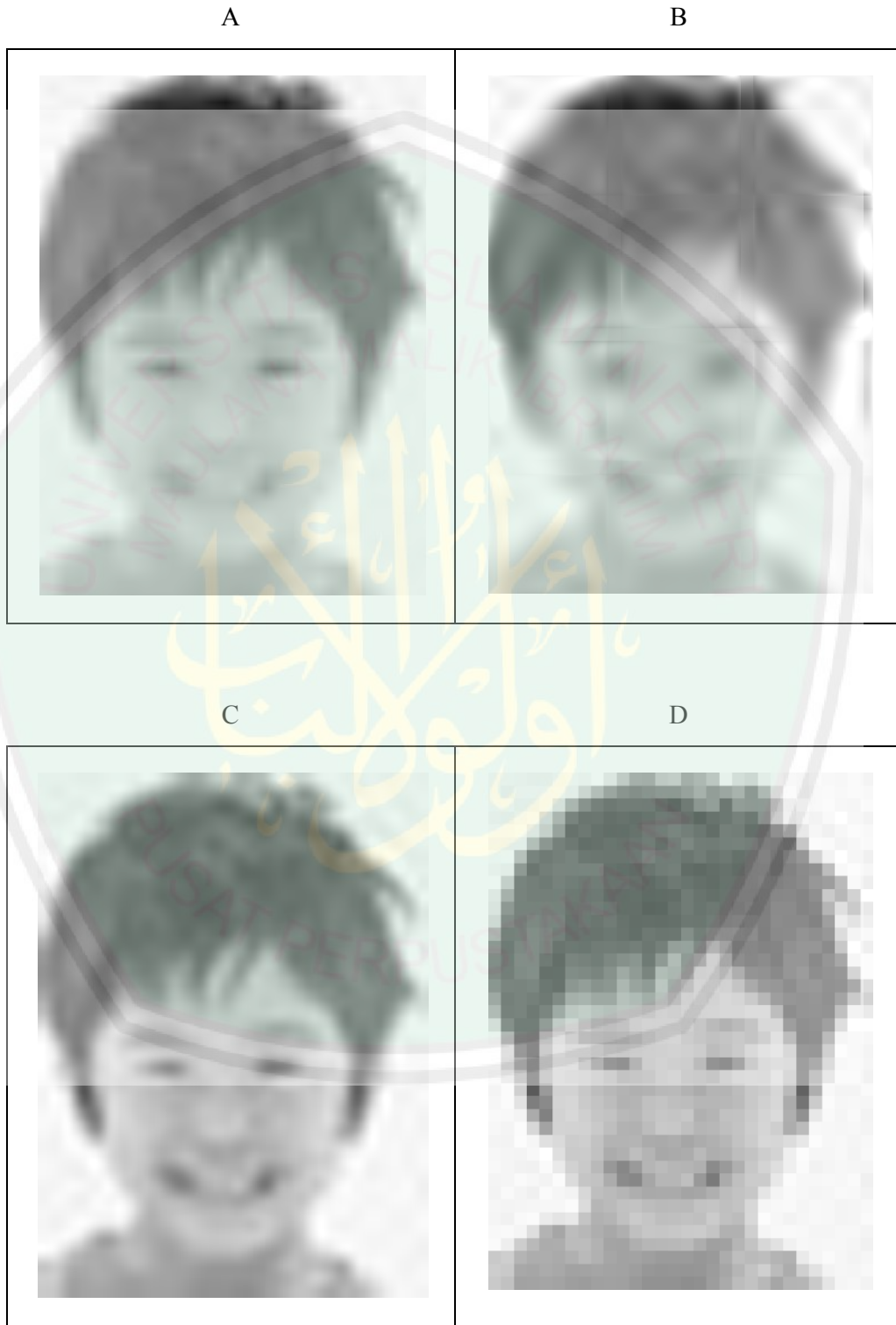
Gambar 3



Gambar 4



Gambar 5



Gambar 6





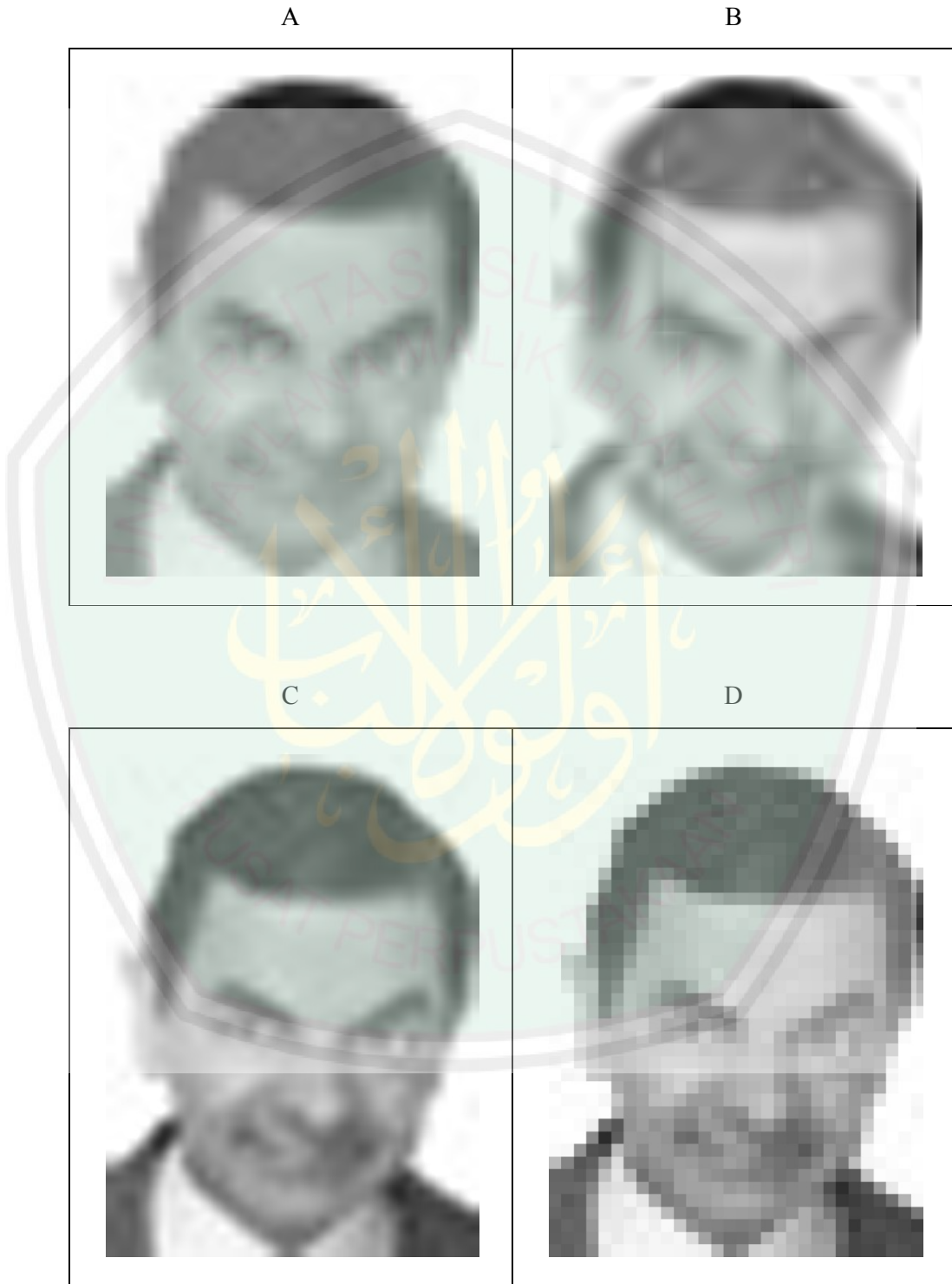
Gambar 7



Gambar 8



Gambar 9



Gambar 10





Lampiran II (Angket-angket yang disebar)

2

Jurusan / Fakultas : Physics / Saunstek.  
Jenis Kelamin : ~~Laki-laki~~ / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (3) b (2) c (4) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (3) b (2) c (4) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)

Jurusan / Fakultas : P. Ips / Tariyah  
Jenis Kelamin : ~~Laki-laki~~ / Perempuan

Urutkan gambar dari yang terbaik ke terburuk menurut Anda dengan mengisi angka 4, 3, 2, dan 1 di samping pilihan a, b, c dan d !

1. a (3) b (2) c (4) d (1)
2. a (3) b (2) c (4) d (1)
3. a (4) b (3) c (2) d (1)
4. a (3) b (2) c (4) d (1)
5. a (4) b (2) c (3) d (1)
6. a (3) b (2) c (4) d (1)
7. a (3) b (2) c (4) d (1)
8. a (3) b (2) c (4) d (1)
9. a (3) b (2) c (4) d (1)
10. a (3) b (2) c (4) d (1)

Terima kasih atas partisipasinya (^\_^)