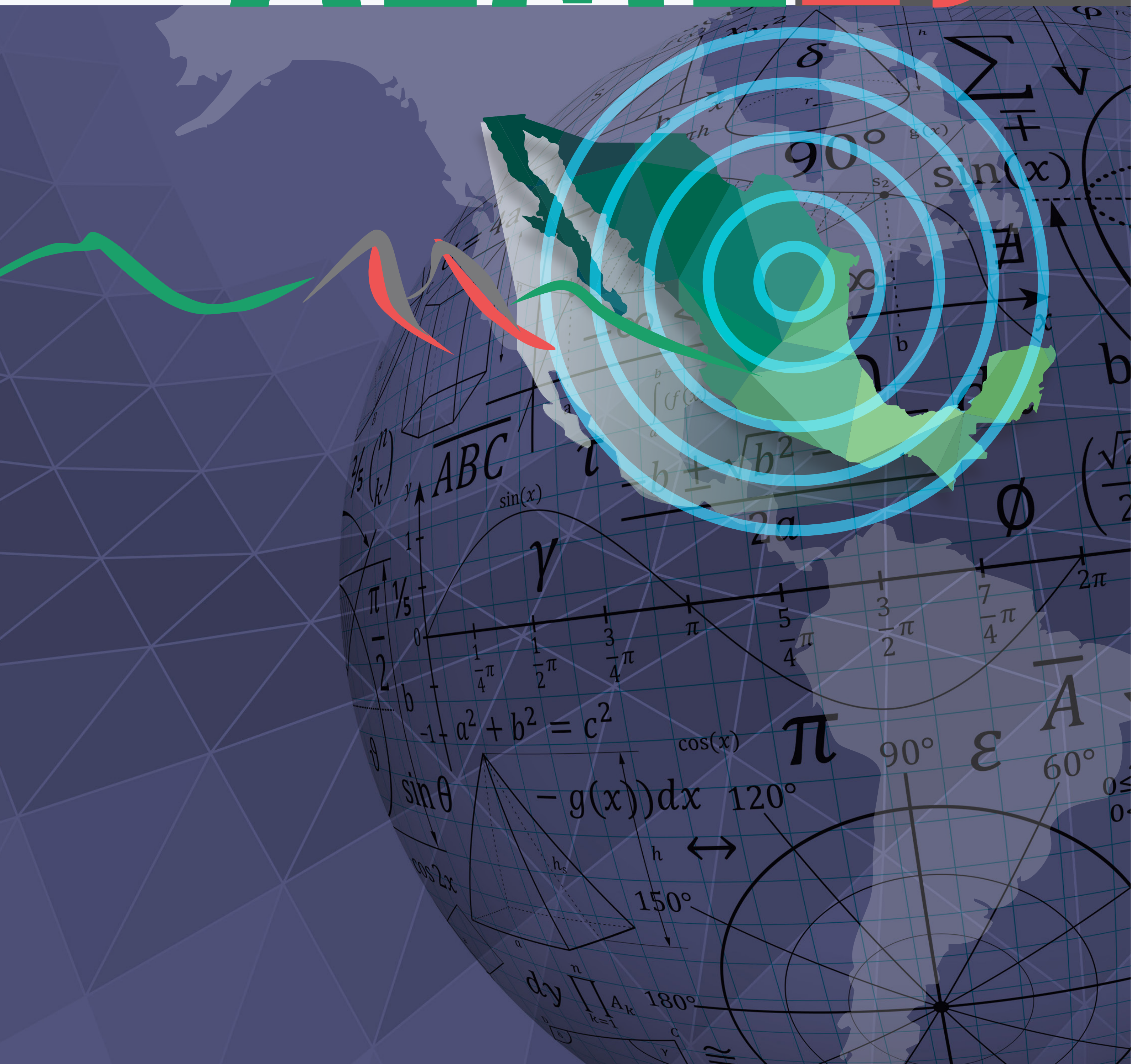
Clame Comite Latinoamericano de Matematica Educativa

Acta Latinoamericana de Matemática Educativa

VOLUMEN 29 » AÑO 2016 » ISSN 2448-6469

ALME 29



Coordinadora:

Eizabeth Mariscal (México)

Comité Latinoamericano de Matemática Educativa

Comité Editorial:

Adriana Engler	(Argentina)	Lorenzo Contreras	(México)
Anabelle Castro	(Costa Rica)	Luis Arturo Serna	(México)
Analida Ardilla	(Panamá)	Luis Manuel Cabrera	(México)
Cariño Ruiz	(México)	María García	(México)
Carlos Oropeza	(México)	Mariangela Borelo	(Italia)
Claudia Flores	(México)	Mayra Murillo	(Panamá)
Claudia Lara	(Guatemala)	Milton Rosa	(Brasil)
Daniela Pagés	(Argentina)	Mónica Olave	(Uruguay)
Gabriela Buendía	(México)	Nora Inés Lerman	(Argentina)
Javier Lezama	(México)	Sandra Castillo	(Venezuela)
José David Zaldívar	(México)	Soledad Montoya	(Chile)
José Isaac Sánchez	(México)	Verónica Molfino	(Uruguay)

Diseño:

Gabriela Sánchez Téllez

Publicación oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, CLAME, A.C.

www.clame.org.mx

Derechos reservados © 2016. CLAME A.C.

Edición del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. – México

ISSN: 2448-6469

Se autoriza la reproducción total o parcial, previa cita a la fuente:

Autor(es) (2016). Nombre del artículo. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 29. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Consejo Directivo

Claudia M. Lara Galo - Presidente
Elizabeth Mariscal Vallarta - Tesorera
Cecilia R. Crespo Crespo - Secretaria
Ángela M. Martín - Vocal Caribe
Edison de Faria - Vocal Centroamérica
Marcela Ferrari Escolá - Vocal Norteamérica
Patricia Lestón - Vocal Sudamérica

Consejo consultivo

Egbert Agard
Ricardo Cantoral
Fernando Cajas
Guadalupe de Castillo
Evarista Matías
Rosa María Farfán
Teresita Peralta
Gustavo Martínez Sierra

Comisión de admisión

Santa Daysi Sánchez
Christiane Ponteville
Marger da Conceição Ventura Viana

Comisión de promoción académica

Edison de Faria
Yolanda Serres
Leonora Díaz Moreno
Mayra Castillo
Javier Lezama

Comité internacional de RELME

Analida Ardila (Panamá)
Blanca Peralta (Colombia)
Blanca Rosa Ruiz Hernández (México)
Claudia María Lara Galo (Guatemala)
Claudia Rodríguez Muñoz (México)
Luis Roberto Moreno (Panamá)
Ruth Rodríguez Gallegos (México)

Comité Científico de Evaluación

Ademir Basso	Brasil
Adlai Ralph Detoni	Brasil
Agustín Grijalva Monteverde	México
Alejandro Lois	Argentina
Alejandro Miguel Rosas Mendoza	México
Alfonso Escorza Morales	México
Alma Rosa Pérez Trujillo	México
Ana Rosa Corica	Argentina
Astrid Marlene Morales Soto	Chile
Bertha Ivonne Sánchez Luján	México
Blanca Ruiz Hernández	México
Catalina Navarro Sandoval	México
Cecilia Crespo Crespo	Argentina
Cecilia Elguero	México
Claudia Leticia Méndez Bello	México
Claudia Lisete Oliveira Groenwald	Brasil
Crisólogo Dolores Flores	México
Cristina Mercedes Camós	Argentina
Daniela Reyes–Gasperini	Argentina
Elena Nesterova	México
Elisa Silvia Oliva	Argentina
Elpidio López Arias	Cuba
Elsa Caridad Ramírez García	Cuba
Enrique Javier Gómez Otero	México
Eugenio Carlos Rodríguez	Cuba

Evelia Reséndiz Balderas	México
Flor Monserrat Rodríguez Vásquez	México
Francisco Cordero	México
Gisela Montiel Espinosa	México
Héctor Alejandro Silva Crocci	Chile
Hipólito Hernández Pérez	México
Isabel Tuyub Sánchez	México
Jaime Mena Lorca	Chile
Jorge Iván Ávila Contreras	Chile
Juan Adolfo Álvarez Martínez	México
Judith Alejandra Hernández Sánchez	México
Karla Margarita Gómez Osalde	México
Leopoldo Zúñiga Silva	México
Leticia Sosa Guerrero	México
Lianggi Luis Espinoza Ramírez	Chile
Lidia Beatriz Esper	Argentina
Lilia López Vera	México
Liliana Milevicich	Argentina
Liliana Suárez Téllez	México
Luis Roberto Moreno Chandler	Panamá
Luis Roberto Pino-Fan	Chile
Malva Alberto	Argentina
Marcela Ferrari Escolá	México
Marcela Parraguez González	Chile
Marcelino González Maitland	México
Marger da Conceição Ventura Viana	Brasil
Maria del Socorro Valero Cazarez	México
María Esther Magali Méndez Guevara	México
María Guadalupe Ordaz Arjona	México
María Inés Ciancio	Argentina
María Nubia Soler Álvarez	Colombia
María Patricia Colin Uribe	México
Mariana Talamonti Baldasarre	Argentina
Marlene Alves Dias	Brasil
Marta Inés Marcilla	Argentina

Mayra Anaharely Sarai Báez Melendres	México
Miriam Martínez Vázquez	México
Mirta Débora Chan	Argentina
Mónica García Zatti	Argentina
Mónica Lorena Micelli	Argentina
Patricia Lestón	Argentina
Rebeca Flores García	México
Ricardo Cantoral Uriza	México
Rosa Araceli Rotaeche Guerrero	México
Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre	Perú
Rosa Isela Vázquez Camacho	México
Rosa María Farfán Márquez	México
Silvia Guadalupe Maffey García	México
Susana Beatriz Mercau	Argentina
Teresa Claudia Braicovich	Argentina
Teresa Cristina Ochoviet Filgueiras	Uruguay
Víctor Larios Osorio	México
Yolanda Serres Voisin	Venezuela

EVALUANDO LA COMPETENCIA DE ANÁLISIS EPISTÉMICO DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Juan D. Godino, Belén Giacomone, Miguel R. Wilhelmi, Teresa F. Blanco, Ángel Contreras
Universidad de Granada (España), Universidad Nacional de La Plata (Argentina), Universidad Pública de Navarra (España), Universidad de Santiago (España), Universidad de Jaén (España).
jgodino@ugr.es, belen.giacomone@gmail.com, miguelr.wilhelmi@unavarra.es, teref.blanco@usc.es, afuente@ujaen.es

Palabras clave: formación de profesores, competencia de análisis epistémico, enfoque ontosemiótico

Key words: teachers' training, competence of epistemic analysis, onto-semiotic approach

RESUMEN: En el marco de un proyecto de innovación e investigación para el desarrollo de competencias de análisis didáctico del profesor de matemáticas, se ha diseñado una intervención formativa para un grupo de estudiantes de un máster para profesores de secundaria. El diseño contempla la lectura y discusión de un documento en el que se presentan nociones básicas del análisis de objetos y procesos implicados en la práctica matemática, distinguiendo las relaciones dialécticas entre objetos ostensivos y no ostensivos, así como el estudio y discusión de ejemplos ilustrativos de dicho análisis. En esta comunicación presentamos los resultados de la fase de evaluación y análisis retrospectivo de dicho diseño formativo, basada en la resolución de una tarea matemática, seguida del análisis de los objetos y significados puestos en juego por los estudiantes en la realización de la misma. Los resultados revelan algunos hechos didácticos significativos relativos a la faceta cognitiva del proceso didáctico implementado.

ABSTRACT: As part of a research and innovation project for the development of competences of didactic analysis of math teacher, we have designed a training session for a group of students of a master for secondary teachers. The design includes the reading and discussion of a document in which are presented basic notions of analysis of objects and processes involved in mathematical practice, distinguishing the dialectical relations between ostensive and non-ostensive objects, and the study and discussion of illustrative examples that analysis. In this paper we present the results of the evaluation and retrospective analysis phase of the design mentioned, that it's based on solving a mathematical task, followed by analysis of objects and meanings brought into play by students in completing it. The results show some significant didactical facts regarding the cognitive aspect of the didactic process implemented.

INTRODUCCIÓN

En Godino, Giacomone, Wilhelmi, Blanco y Contreras (2015a) se describen las dos primeras fases de un diseño formativo en el cual se destaca el papel de los lenguajes visuales y analíticos en la constitución de los objetos matemáticos. Asimismo, este diseño está orientado al desarrollo de la competencia de análisis epistémico y cognitivo de profesores de matemáticas.

En el trabajo citado, partimos del supuesto que el reconocimiento explícito de los objetos y procesos implicados en las prácticas matemáticas es una competencia que el profesor debería desarrollar. Esta competencia permite al docente comprender los procesos de aprendizaje matemático, diseñar y gestionar tales procesos y valorarlos con estándares de idoneidad previamente fijados.

El diseño formativo se orienta al logro de dos objetivos: en primer lugar, caracterizar la visualización y el razonamiento diagramático (VRD) y analizar su papel en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; en segundo lugar, identificar y describir los objetos y procesos implicados en tareas matemáticas mediante visualización y razonamiento diagramático.

Los contenidos didáctico – matemáticos implicados son: conocimientos puestos en juego en la conceptualización y uso de diagramas y recursos manipulativos, que impliquen procesos de visualización y de razonamiento diagramático. Asimismo, se propone la siguiente metodología instruccional:

1) Lectura y discusión del texto: Godino, Giacomone, Wilhelmi, Blanco, y Contreras (2015b).
2) En equipos de 3-4, resolver tareas similares a la descrita en la sección 3.2 e identificar los conocimientos matemáticos movilizados en su resolución, distinguiendo los lenguajes visual y analítico, así como los objetos no ostensivos implicados.
3) Presentación y discusión de resultados.

Este diseño ha sido aplicado a un grupo de 50 estudiantes del Máster en Educación Secundaria de la Universidad de Granada como parte de la asignatura “Innovación docente e iniciación a la investigación educativa en Matemáticas”. En este trabajo describimos algunos resultados significativos relativos a la faceta cognitiva de la trayectoria didáctica implementada, esto es, indicadores de los conocimientos y comprensiones logrados por los estudiantes como resultado de la acción formativa.

PROBLEMA, MARCO TEÓRICO Y MÉTODO

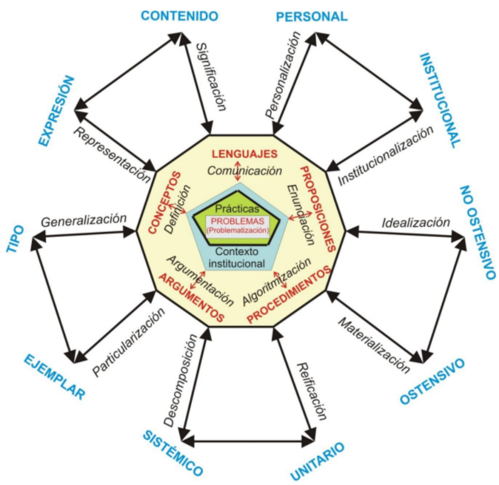
El planteamiento del problema está apoyado en el modelo de conocimiento del profesor de matemáticas descrito en Godino (2009) como “conocimiento didáctico - matemático” (CDM), el cual desarrolla otros modelos existentes, en particular el MKT (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001; Hill, Ball y Schilling, 2008), mediante la aplicación de las herramientas conceptuales y metodológicas propuesta por el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007; Font, Godino y Gallardo, 2013).

Se considera que para la enseñanza de las matemáticas, el docente debe: por un lado, tener el nivel de competencia matemática suficiente para llevar a cabo la práctica matemática en la etapa donde imparte; por otro lado, poder analizar y valorar la actividad matemática de los alumnos, identificando los objetos y significados movilizados, con el fin de enriquecer su desempeño y mejorar su competencia profesional. Este análisis permite al docente prever conflictos de significados y establecer distintas posibilidades de institucionalización de los conocimientos matemáticos implicados (Godino et al., 2007), valorando su eficacia y su coste.

En el marco del EOS una práctica matemática es toda acción, o secuencia de acciones, realizada en el seno de una institución (o por una persona determinada) para resolver una cierta clase de situaciones problemas. Se entiende como *análisis epistémico* de una práctica matemática el reconocimiento de los objetos y procesos (significación, generalización, …) que se ponen en juego en su realización. Tal reconocimiento supone la manifestación de un conocimiento (relación entre objetos). Los tipos de objetos se clasifican en las siguientes seis categorías, los cuales a su vez pueden ser analizados a partir de cinco puntos de vista duales como se muestra en la figura 1:

- Lenguajes: términos, expresiones, notaciones, gráficos en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.).
- Problemas: situaciones o tareas que inducen la actividad matemática más o menos abiertas, aplicaciones extra-matemáticas o intra-matemáticas, ejercicios...;
- Conceptos: entidades para las que existen definiciones (número, punto, recta, función...).
- Procedimientos: secuencia de acciones del sujeto ante las tareas matemáticas. (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo).
- Proposiciones: propiedades o atributos de los objetos mencionados que se dan como enunciados (pueden ser verdaderos o falso y requieren una justificación).
- Argumentaciones: secuencia de prácticas que se usan para justificar y explicar las proposiciones (sean deductivas o de otro tipo).

Figura 1. Configuración de objetos y procesos



La acción formativa diseñada e implementada con futuros profesores de matemáticas se orienta a promover su competencia de análisis epistémico.

La metodología aplicada se inscribe dentro del enfoque metodológico del diseño didáctico (Kelly, Lesh y Baek, 2008) o ingeniería didáctica entendida en el sentido generalizado propuesto por

Godino, Batanero, Contreras, Estepa, Lacasta y Wilhelmi (2013), según la cual el diseño se desarrolla en cuatro fases: estudio preliminar, diseño, implementación y análisis retrospectivo.

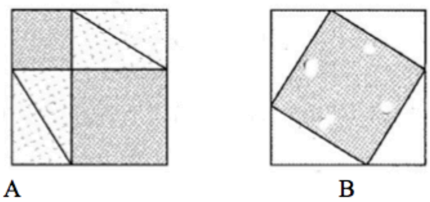
INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

Como instrumento de evaluación del nivel de competencia logrado fue usada la tarea incluida en la figura 2. Este proceso de evaluación corresponde al cierre de la fase instruccional.

Figura 2. Tarea de evaluación

Enunciado de la tarea:

a) *¿Qué relación piensas que existe entre las áreas de las figuras sombreadas de la parte A y B? ¿Cómo se puede usar esta relación para probar el teorema de Pitágoras?* Describe el procedimiento seguido, indicando las acciones que se deben realizar y las explicaciones necesarias que justifican las respuestas.

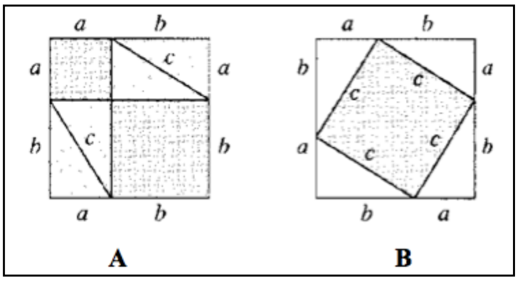


b) *Identifica los conocimientos que se ponen en juego en la solución de la tarea.* (Enumera la secuencia de prácticas que se realizan para resolver la tarea, los objetos implicados y sus significados)

Las repuestas que se movilizaron para abordar la justificación visual del teorema de Pitágoras, fueron discutidas en el ambiente de clase y de acuerdo al análisis conjunto, se optó por la siguiente secuencia de prácticas operativas y discursivas para abordar la respuesta a la cuestión a):

1) Se supone que las figuras trazadas en A y B son cuadrados y triángulos rectángulos cuyos lados tienen como medidas de longitud las indeterminadas *a*, *b*, y *c* (figura 3).

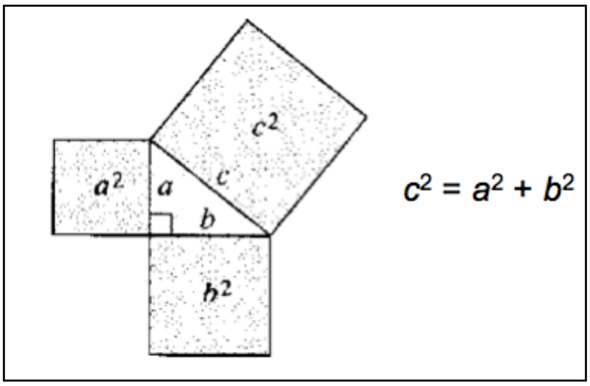
Figura 3. Hipótesis métricas necesarias



2) Los cuadriláteros formados por los segmentos exteriores de las figuras en A y B son cuadrados congruentes porque sus lados tienen igual longitud ($a + b$).
3) Los triángulos rectángulos trazados en A y B son congruentes porque sus lados son iguales.
4) Las figuras sombreadas tienen igual área porque se obtienen quitando a dos cuadrados de igual área cuatro triángulos iguales.

5) El área sombreada de la figura A es la suma del área de los cuadrados de lados *a* y *b*, respectivamente, $a^2 + b^2$.
6) El área sombreada en B es el área del cuadrado de lado *c*, c^2.
7) Las regiones sombreadas se interpretan como las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos e hipotenusa del triángulo rectángulo, respectivamente (figura 4).

Figura 4. Determinación del Teorema de Pitágoras



8) Luego el área del cuadrado de la hipotenusa es la suma de las áreas de los cuadrados de los catetos: $c^2 = a^2 + b^2$.

A partir de dicha secuencia de prácticas, enumeradas de 1) a 8), los estudiantes realizaron el análisis epistémico que se les pedía en el inciso b). Todas las respuestas dadas fueron analizadas a partir del desarrollo *a priori* de la tarea realizado en el seno de la investigación. En el apartado siguiente se muestra un análisis epistémico esperado para la parte b).

ANÁLISIS *A PRIORI* DE LA TAREA

Como síntesis de la respuesta esperada a la parte b), en la primera columna de la tabla 1, incluimos, de manera abreviada, las prácticas textualizadas 1) a 8) mencionadas junto con el correspondiente enunciado de la tarea. En la segunda columna mostramos los objetos matemáticos no ostensivos, los cuales constituyen el contenido (o significado) de las palabras o expresiones que conforman las prácticas.

Tabla 1. Conocimientos implicados en las prácticas

Prácticas operativas y discursivas textualizadas	Objetos no ostensivos: conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos
¿Qué relación piensas que existe entre las áreas de las figuras sombreadas de la parte A y B? …	*Conceptos*: área; suma y comparación de áreas; figura geométrica.
1) Aceptación de que las figuras trazadas en A y B son, respectivamente, cuadrados y triángulos rectángulos de lados indeterminados a, b, y c (figura 3).	*Conceptos*: figuras geométricas; cuadrado; triángulo rectángulo; lado; longitud; cantidad indeterminada.
2) Los cuadriláteros formados por los segmentos exteriores de las figuras en A y B son cuadrados congruentes porque sus lados tienen igual longitud (a + b).	*Conceptos:* cuadriláteros; figura geométrica; segmento exterior de una figura; congruencia de cuadrados; lados; comparación de longitud. *Proposiciones*: Los cuadrados exteriores (triángulos) son congruentes. *Argumentos*: Los cuadrados exteriores tienen el mismo lado (a+b); los triángulos son rectángulos y tienen los mismos lados.
3) Los triángulos rectángulos trazados en A y B son congruentes porque sus lados son iguales.	*Conceptos*: triángulos rectángulos, congruencia, lados, comparación de lados. *Proposiciones*: Los triángulos son congruentes. *Argumentos*: los triángulos son rectángulos y tienen los mismos lados.
4) Las figuras sombreadas tienen igual área porque se obtienen quitando a dos cuadrados de igual área cuatro triángulos iguales.	*Conceptos*: áreas, comparación de áreas, adición de áreas. *Proposición*: dos áreas son iguales si representan la misma extensión de superficie, aunque las superficies tengan distinta forma.
5) El área sombreada de la figura A es la suma del área de los cuadrados de lados a y b, respectivamente, a^2+ b^2.	*Conceptos*: áreas, adición de áreas, cuadrados, lados. *Proposición y su justificación:* basada en la aditividad del área y en el procedimiento de cálculo del área del cuadrado a partir de la longitud del lado.
6) El área sombreada en B es el área del cuadrado de lado c, c^2.	*Conceptos*: cuadrado y su área. *Procedimiento*: cálculo del área del cuadrado a partir de su lado
7) Las regiones sombreadas se interpretan como las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos e hipotenusa del triángulo rectángulo, respectivamente (figura 4).	*Conceptos*: cateto, hipotenusa y área de un triángulo rectángulo. *Proposición*: es posible establecer una relación entre las áreas de los cuadrados de lados el triángulo rectángulo ($c^2 = a^2 + b^2$) *Argumento*: gráfico a partir de los diagramas A y B.
8) Luego el área del cuadrado de la hipotenusa es la suma de las áreas de los cuadrados de los catetos: $c^2 = a^2 + b^2$	*Concepto*: triángulo rectángulo. *Proposición*: Teorema de Pitágoras. *Argumento*: relación entre medidas de áreas de figuras geométricas y valores numéricos de longitud.

El análisis incluido en la tabla 1 corresponde a un análisis epistémico esperado de la tarea y constituye, por tanto, una análisis de referencia para interpretar las respuestas obtenidas. A continuación, se destacan ejemplos prototípicos que caracterizan los tipos de respuestas encontradas en el análisis realizado por los alumnos.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En este apartado presentamos ejemplos de respuestas indicativas del grado de competencia de análisis epistémico que se logró como consecuencia del proceso formativo implementado. Dado que las cuestiones planteadas son abiertas, consideramos más pertinente describir de manera cualitativa e interpretativa algunos casos prototípicos.

Noción de concepto

La mayoría de los estudiantes alcanza un nivel concordante con los conceptos contemplados en el análisis a priori. Sin embargo, encontramos casos concretos que manifiestan una confusión con el significado del término; un ejemplo es el siguiente:

Caso 1. Frente a la práctica textualizada: “Explica la relación que existe entre”, una respuesta indica que “relación entre varias cosas” es un concepto.

Noción de proposición

Las respuestas revelan casos concretos en los que se muestran confusiones con la noción de proposición. Se la considera como un supuesto del que se parte, en vez de interpretarla como un enunciado sobre conceptos, que toma valores de verdad o falsedad.

Caso 2. Proposición: “partimos de que las figuras son cuadrados y triángulos”.

Caso 3. Proposición: “se parte de que ya tienes las figuras”

Noción de procedimiento

Observamos que los estudiantes son capaces de reconocer el procedimiento contemplado en el análisis a priori.

Noción de argumento

Como mostraremos en los ejemplos siguientes, la noción de argumento resulta conflictiva.

Caso 4. Frente a la primera práctica textualizada: “Aceptamos el supuesto que las figuras trazadas en A y B son cuadrados y triángulos (...)”, se indica como argumento: “en las figuras A y B hay cuadrados y triángulos rectángulos”.

Caso 5. Frente a la práctica textualizada: “En primer lugar identificamos mediante las primeras letras del alfabeto a los lados en cuestión a, b, c”, una respuesta indica que: “Para afrontar el problema es necesario identificar todos los elementos que intervienen para la resolución, para ello utilizamos las primeras letras del alfabeto” es una justificación.

La confrontación de este análisis con el análisis a priori descrito en Godino et al. (2015a), permite identificar conflictos y guiar futuros procesos de instrucción. Asimismo, le permite a los futuros profesores tomar conciencia del entramado de objetos no ostensivo que intervienen y emergen necesariamente de las prácticas matemáticas como constructo social al que pertenecen.

El análisis retrospectivo realizado revela la necesidad de ampliar el tiempo dedicado al proceso instructivo, incluyendo nuevas tareas de reflexión, seguidas de fases de negociación de significados, como también desarrollar nuevos instrumentos de evaluación del grado de logro de la competencia pretendida.

REFLEXIONES FINALES

Los resultados revelan la complejidad de las tareas propuestas; el diseño instruccional propuesto, basado en el análisis de prácticas, objetos y procesos, supone un reto para los profesores en formación, resultando conflictiva la identificación y discriminación de los tipos de objetos y significados, ya que usualmente supone un cierto nivel de actividad metacognitiva a la que no están habituados.

Será necesario discutir con los estudiantes con más profundidad las distinciones entre los distintos tipos de objetos matemáticos, mostrando ejemplos claros del papel diferente que desempeñan en la práctica matemática los objetos conceptuales, procedimientos, proposiciones y argumentos, así como sus relaciones con los diversos tipos de objetos ostensivos (artefactos lingüísticos y materiales).

El reconocimiento y gestión de los conocimientos en la realización de las tareas “requiere que el futuro profesor, tras la realización de las actividades, analice los objetos intervinientes y emergentes en la resolución de la tarea, y analice los significados que se les atribuye en el contexto específico” (Godino, 2013, p. 8). De esta manera, el diseño formativo propuesto se puede entender como una estrategia para que los profesores de matemáticas discriminen la diversidad de objetos que intervienen en la actividad matemática y reflexionen sobre las relaciones dialécticas entre los mismos.

Reconocimiento. Trabajo realizado en el marco de los proyectos de investigación EDU2012-31869 y EDU2013- 41141-P, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers’ mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.

Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, *82,* 97-124.

Godino J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *20*, 13-31.

Godino, J. D. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. En J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 1-15). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, A., Estepa, A., Lacasta, E. y Wilhelmi, M. (2013). Didactic engineering as design-based research in mathematics education. En B. Ubuz, Ç. Haser y M.

A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education* (pp. 2810-2819). Ankara, Turkey: Middle East Technical University.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM): The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1), 127-135.

Godino, J. D., Giacomone, B., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F. y Contreras, A. (2015a). Diseño formativo para desarrollar la competencia de análisis epistémico y cognitivo de profesores de matemáticas. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, (en revisión).

Godino, J. D., Giacomone, B., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F. y Contreras, A. (2015b). Configuraciones de prácticas, objetos y procesos imbricadas en la visualización espacial y el razonamiento diagramático. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, (en revisión).

Hill H. C., Ball D.L. y Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*, 372-400.

Kelly, A. E., Lesh, R. A. y Baek, J. Y. (Eds.) (2008). *Handbook of design research in methods in education. Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching.* New York: Routledge.

Clame Comité Latinoamericano de Matematica Educativa

ALME 29