NOCIONES TOPOLÓGICAS EN COLECCIONES

Alberto Donado
Universidad Pedagógica Nacional
adonado@pedagogica.edu.co

A partir de la noción topológica de interior, se extiende la noción de abierto a colecciones arbitrarias de subconjuntos de un conjunto referencial X y se estudia la estructura algebraica de las colecciones de abiertos asociados con cada colección. Identificando como "pretopologías" a las colecciones que cumplen las propiedades de las colecciones de abiertos, se presentan como una categoría que refina la categoría (Col) de colecciones sobre un conjunto.

Con el objeto de dar respuesta a una pregunta, surgida en el Seminario Sabatino de Topología que dirigía el profesor Carlos J. Ruiz, acerca de la posibilidad de extender nociones topológicas como conexidad, compacidad, separación, cercanía, límite, etc., a colecciones arbitrarias de conjuntos, se presenta una propuesta a partir de la noción de punto interior.

En esta dirección se extienden las nociones de interior, exterior, frontera, adherencia y puntos de acumulación a colecciones de subconjuntos de un conjunto X, las cuales no necesariamente son una topología sobre X. A partir de allí se estudian los parecidos y diferencias con respecto al trabajo que se hace en topología.

A partir de la función interior se obtiene la noción de conjunto abierto asociado a una colección y se estudian las propiedades de la colección de abiertos que se genera, la cual se denominará una *pretopología* por cumplir las condiciones de ser estable por reuniones arbitrarias y contener siempre al conjunto vacío.

Se estudia la estructura algebraica de las pretopologías, demostrando que éstas forman un retículo completo con elementos máximo y mínimo y que no siempre tienen estructura de álgebra de Heyting.

Donado, A. (2013). Nociones topológicas en colecciones. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 21º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 5-6). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Al extender la noción topológica de continuidad se obtiene un refinamiento de la categoría COL presentada por el profesor Ruiz en el volumen XIII de *Lecturas Matemáticas* publicado en 1992.

Finalmente se presenta una generalización, utilizando el concepto de p-colección y al extender la noción de ser "más fina" a colecciones arbitrarias de subconjuntos de X, se vislumbra otro camino para llegar a la noción de pre-topología.