



Open Archive Toulouse Archive Ouverte (OATAO)

OATAO is an open access repository that collects the work of some Toulouse researchers and makes it freely available over the web where possible.

This is an author's version published in: <https://oatao.univ-toulouse.fr/17787>

To cite this version :

Paroissien, Eric and Sartor, Marc and Huet, Jacques Contribution aux assemblages hybrides boulonnés collés aéronautiques : modélisation analytique unidimensionnelle en simple cisaillement. (2005) In: 17ème congrès Français de Mécanique, 29 August 2005 - 2 September 2005 (Troyes, France).

Any correspondence concerning this service should be sent to the repository administrator:

tech-oatao@listes-diff.inp-toulouse.fr

Contribution aux assemblages hybrides boulonnés collés aéronautiques : modélisation analytique unidimensionnelle en simple cisaillement

Eric PAROISSIEN, Marc SARTOR, Jacques HUET

*Institut de Génie Mécanique (IGM)
Bât 3PN - 118 route de Narbonne
31062 TOULOUSE cedex 4*

Résumé :

Le calcul du transfert de charge dans les jonctions a été traité par des approches analytiques d'une part dans le cas des jonctions boulonnées et d'autre part dans celui des jonctions collées. Dans cet article, nous étudions le cas d'une jonction hybride boulonnée collée qui associe les deux modes de transfert (discrète et continue) dans une configuration en simple cisaillement. Nous présentons une modélisation analytique monodimensionnelle qui prend en compte la rigidité des différents composants. Simple à mettre en oeuvre, elle permet d'analyser le transfert de charge et d'évaluer l'influence des différents paramètres géométriques et mécaniques. Son exploitation est intéressante dans le cadre du pré-dimensionnement d'une jonction hybride apte à remplacer son équivalent boulonné sur avion.

Abstract :

The load transfer in hybrid (bolted/ bonded) single-lap joint is complicated due to the association of two different transfer modes (discrete and continuous) through elements with different stiffness. Analytical methods exist for these two different modes. In this paper a one-dimensional analytical model is presented for the determination of the load transfer in single lap configuration. This model is easy to use. It allows to analyze the load transfer and to evaluate different geometric and mechanic parameters' influence. Thus it represents the first step for the design of a hybrid joint able to replace his bolted equivalent used on the planes.

Mots clefs :

assemblage hybride ; assemblage boulonné ; assemblage collé ; simple cisaillement ; transfert de charge ; modèle analytique

1 Introduction

Les assemblages étudiés sont des éclissages de panneaux de fuselage d'avions civils (Airbus). L'éclissage est une technique d'assemblage de plaques par des fixations (boulons ou rivets) travaillant en cisaillement. Ce mode d'assemblage implique un transfert de charge entre deux milieux continus de manière discrète (au niveau des fixations) et par conséquent génère de fortes concentrations de contraintes en bord de trou, néfastes pour la tenue en fatigue. Les assemblages collés permettent un transfert mieux réparti sur la longueur de recouvrement, mais présentent une accommodation plastique, incompatible avec la tenue en fatigue (statique dans la durée). L'idée de l'utilisation d'un assemblage hybride boulonné collé est de réduire le transfert aux fixations, de manière à déplacer le site critique en zone non trouée tout en garantissant la tenue aux charges extrêmes. Dans cet article, nous nous intéressons à la modélisation analytique du transfert de charge entre les substrats d'un assemblage hybride en simple cisaillement. L'objectif est d'établir une méthode simple à mettre en oeuvre, fiable et robuste pour analyser le transfert de charge et pour évaluer l'influence des différents paramètres géométriques ou mécaniques, afin de donner quelques idées sur le dimensionnement d'une telle jonction.

2 Modélisation analytique d'assemblages boulonnés

Le transfert de charge dans un assemblage est réalisé de manière discrète, ce qui signifie qu'entre chaque boulon (ie : sur chaque travée) la charge est constante. Dans [1], l'auteur détermine le transfert aux fixations par analogie à un maillage électrique et considère en particulier les fixations comme des ressorts (figure 1). Le comportement d'une fixation dans un assemblage simple est un problème délicat et le calcul de sa souplesse a donné lieu à de nombreuses études et formulations ([2],[3], Douglas, Boeing). Le comportement d'une fixation peut être défini par une courbe force-déplacement de l'assemblage (figure 2).

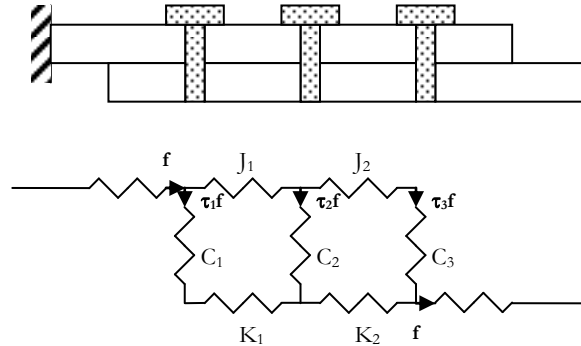


FIG. 1 – modélisation d'un éclissage boulonné comme un maillage électrique

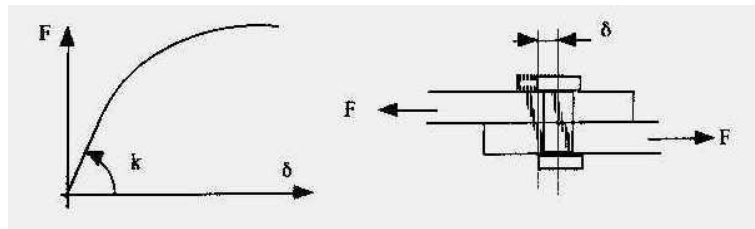


FIG. 2 – comportement d'une fixation

3 Modélisation analytique d'assemblages collés

Dans [4], Hart-Smith analyse l'état de contrainte dans un joint collé en double cisaillement, en négligeant les flexions secondaires. Pour cela, l'auteur part de l'équilibre d'un morceau élémentaire du substrat. En l'adaptant au cas du simple cisaillement, on obtient (figure 3) les équations d'équilibre suivantes :

$$\frac{dN^{(2)}(x)}{bdx} = T(x) \quad \frac{dN^{(1)}(x)}{bdx} = -T(x) \quad (1) \text{ et } (2)$$

Le comportement élastique de l'adhésif se traduit par l'équation suivante :

$$T(x) = \frac{G}{e} (u^{(2)}(x) - u^{(1)}(x)) \quad (3)$$

tandis que l'hypothèse de substrat élastique se traduit par :

$$\frac{du^{(j)}(x)}{dx} = \frac{N^{(j)}(x)}{be^{(j)}E^{(j)}} \quad \text{pour } j=1,2 \quad (4)$$

L'auteur obtient alors l'équation différentielle du second ordre à coefficients constants suivante :

$$\frac{d^2T(x)}{dx^2} - \eta^2 T(x) = 0 \quad \text{où : } \eta^2 = \frac{G}{e} \left(\frac{1}{e^{(1)}E^{(1)}} + \frac{1}{e^{(2)}E^{(2)}} \right) \quad (5) \text{ et } (6)$$

C'est l'approche du collage qui va être utilisée plus loin.

4 Modélisation analytique d'assemblages hybrides

Il s'agit alors de combiner les deux techniques de calcul, afin d'obtenir un transfert de charge continu par morceaux. Une approche similaire a été développée pour le calcul du transfert de charge pour une jonction en marche d'escalier dans [5]. Considérant l'équilibre d'un morceau élémentaire d'une travée i , les auteurs obtiennent les équations du type (1) et (2). En dérivant (1) et avec (3), il vient :

$$\frac{d^2 N_i^{(2)}(x)}{bdx^2} = \frac{G}{e} \left(\frac{du_i^{(2)}(x)}{dx} - \frac{du_i^{(1)}(x)}{dx} \right) \quad (7)$$

En utilisant (4) et l'équation d'équilibre générale (f est la charge appliquée en N):

$$N_i^{(1)}(x) + N_i^{(2)}(x) = f \quad (8)$$

on obtient pour la travée i l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$\frac{d^2 N_i^{(2)}(x)}{dx^2} - \eta^2 N_i^{(2)}(x) = \gamma f \quad \text{où : } \gamma = -\frac{G}{ee^{(1)}E^{(1)}} \quad (9) \text{ et } (10)$$

Par conséquent, il y a autant d'équation de la forme de (9) que de travée i . Il s'agit ensuite d'exprimer les conditions aux limites afin de calculer la solution sur chaque travée.

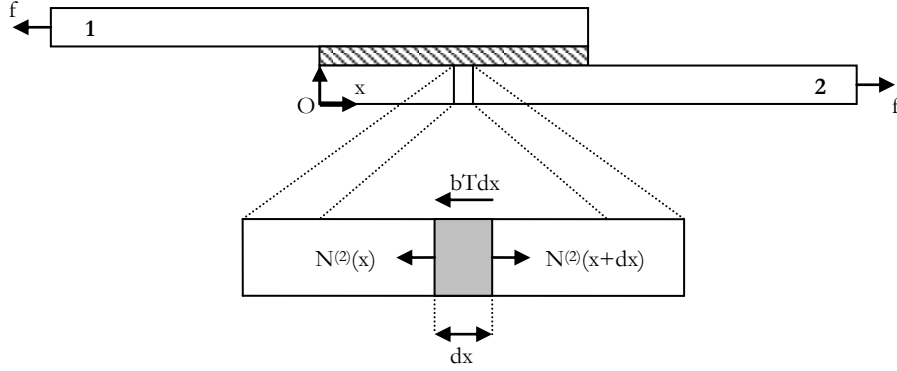


FIG. 3 – joint collé en simple cisaillement et équilibre local

L'approche développée s'appuie sur les hypothèses suivantes : un comportement élastique de tous les constituants (fixation, substrats, adhésif), seules les contraintes normales dans les substrats (pas de flexion secondaire) sont considérées, seules les contraintes de cisaillement dans la colle sont considérées (pas de pelage). On obtient donc une approche monodimensionnelle. L'équation (9) se résout en :

$$N_i^{(2)}(x) = A_i e^{-\eta x} + B_i e^{\eta x} - \gamma \eta^{-2} f \quad (11)$$

On obtient alors dans le cas d'un nombre n de boulons (soit $n+1$ travées), $2n+2$ inconnues à déterminer grâce aux conditions aux limites. La première condition est l'absence de traction à l'origine du substrat 2 et la deuxième traduit le transfert de charge total en fin de recouvrement, soit :

$$N_1^{(2)}(0) = 0 \Leftrightarrow A_1 + B_1 = \gamma \eta^{-2} f \quad (12)$$

$$N_{n+1}^{(2)}(L) = f \Leftrightarrow A_{n+1} e^{-\eta L} + B_{n+1} e^{\eta L} = (1 + \gamma \eta^{-2}) f \quad (13)$$

On considère ensuite les fixations. L'équation qui traduit le transfert de charge τ_i au niveau d'une fixation i entre les deux travées i et $i+1$ s'écrit :

$$N_{i+1}^{(2)}(d_i) = N_i^{(2)}(d_i) + \tau_i f \quad (14)$$

De plus, la fixation se comporte comme un ressort de raideur C (en $N.mm^{-1}$) constante ce qui implique :

$$\tau_i f = C(u_i^{(2)}(d_i) - u_i^{(1)}(d_i)) \quad (15)$$

Soit, avec (1), (3) et (11) :

$$\tau_i f = \varphi (-A_i e^{-\eta d_i} + B_i e^{\eta d_i}) \quad \text{où : } \varphi = \frac{e\eta C}{bG} \quad (16) \text{ et } (17)$$

D'où, avec (14) et (16), on obtient n équations supplémentaires

$$r e^{-\eta d_i} A_i + q e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} - e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \quad (18)$$

avec :

$$r = 1 - \varphi \quad \text{et} \quad q = 1 + \varphi \quad (19) \text{ et } (20)$$

Enfin, la continuité de la contrainte de cisaillement donne les n dernières équations :

$$T_i(d_i) = T_{i+1}(d_i) \Leftrightarrow e^{-\eta d_i} A_i - e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} + e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \quad (21)$$

D'où le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} A_1 + B_1 = \gamma \eta^{-2} f \\ A_{n+1} e^{-\eta L} + B_{n+1} e^{\eta L} = (1 + \gamma \eta^{-2}) f \\ r e^{-\eta d_i} A_i + q e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} - e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \\ e^{-\eta d_i} A_i - e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} + e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \end{cases}, i \in [1; n] \quad (22)$$

On résout alors ce système linéaire pour déterminer les valeurs de A_i et B_i ; ces constantes permettent ainsi de construire toutes les fonctions qui caractérisent le comportement de la jonction.

Dans le cas particulier d'un pas constant s (en mm) entre les boulons et d'une distance au bord d (en mm) identique au début et à la fin de la jonction, il est possible de ramener ce système de taille $2n+2$ à un système de taille 2. On effectue le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} \alpha_i = e^{-nd_i} A_i \\ \beta_i = e^{nd_i} B_i \\ \alpha_{n+1} = e^{-nL} A_{n+1} \\ \beta_{n+1} = e^{nL} B_{n+1} \end{cases}, i \in [1;n] \quad (23)$$

On pose :

$$U_i = \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix}, i \in [1;n+1] \quad (24)$$

Le système (22) se ramène à la résolution de :

$$U_i - \frac{1}{2} \Gamma_X U_{i+1} = 0, i \in [1,n] \quad (25)$$

où :

$$\Gamma_X = \begin{pmatrix} (2+\varphi)e^{nX} & -\varphi e^{-nX} \\ \varphi e^{nX} & (2-\varphi)e^{-nX} \end{pmatrix}, \text{ et } X = d \text{ pour } i = n+1 \text{ sinon } X = s \quad (26)$$

La matrice Γ_X est diagonalisable et $S_{p_{\Gamma_X}} = \{x_1; x_2\}$. On se place alors dans la base de diagonalisation grâce à la matrice de passage ; (25) devient :

$$V_i - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix} V_{i+1} = 0, i \in [1, n-1] \quad (27)$$

On cherche alors une solution de la forme :

$$V_i = \begin{pmatrix} A \tilde{\alpha}^i \\ B \tilde{\beta}^i \end{pmatrix} \quad (28)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} \tilde{\alpha} = \frac{2}{x_1} \\ \tilde{\beta} = \frac{2}{x_2} \end{cases} \quad (29)$$

Il ne reste donc plus qu'à déterminer les constantes A et B , grâce aux deux premières conditions aux limites.

5 Résultats

On note d'abord que, pour une jonction hybride à trois boulons avec une rigidité quasi nulle de la colle, on retrouve exactement les taux de transfert d'une jonction boulonnée à trois boulons, à savoir 36,03% sur les fixations extrêmes et 27,94% sur la fixation du milieu. De la même manière, le modèle donne un transfert nul aux fixations quand la raideur des fixations s'annule. La courbe suivante (figure 6) donne l'allure du transfert de charge le long de la plaque inférieure pour le cas à deux fixations d'une jonction équilibrée, comparée à un transfert classique par collage et à un transfert classique par boulonnage.

$E^{(i)}$ (Mpa)	G (Mpa)	$e^{(i)}$ (mm)	e (mm)	d (mm)	s (mm)	C (N/mm)
72000	800	2,4	0,4	9,6	19,2	40000

FIG 5 – données géométriques et mécaniques communes des exemples

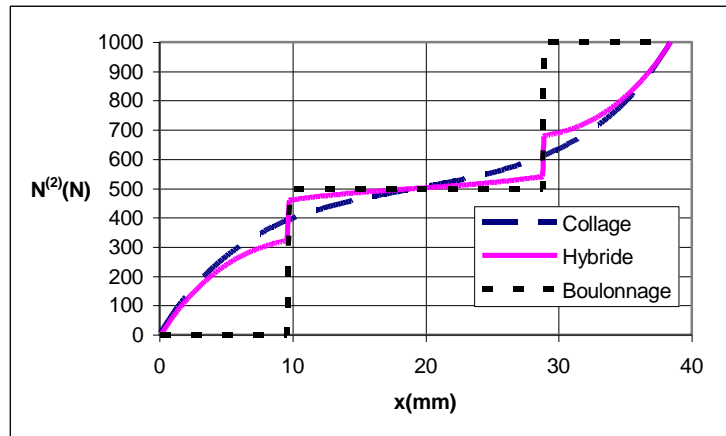


FIG 6 – transfert de charge (b=1 mm)

On s'aperçoit que dans le cas hybride, le transfert se fait principalement sur les travées externes. Le pas longitudinal ne semble pas être un paramètre influant sur le transfert de charge. De plus, le collage permet de réduire considérablement la charge transférée par les fixations (donc les surcontraintes en bord de trou). Par ailleurs, une étude d'influence sur une jonction hybride à deux boulons permet de retrouver les tendances données dans [6] (approche numérique et expérimentale sur une jonction hybride à un boulon), à savoir une augmentation du taux de transfert, d'une part, quand la rigidité des substrats ou l'épaisseur du film de colle augmente, et d'autre part, quand la longueur de recouvrement, la rigidité de l'adhésif ou le pas diminue. De plus, on peut ajouter que le taux de transfert augmente à mesure que la raideur des fixations augmente, et, diminue quand la rigidité relative de l'adhésif augmente. En outre il est remarquable que le taux de transfert tend à s'annuler quand la distance au bord augmente, confirmant l'influence importante de ce paramètre.

Un autre modèle analytique, utilisant une approche de type élément fini, non développé ici, a été mis au point : il donne exactement les mêmes résultats.

Enfin, un modèle numérique 2D a été développé sous SAMCEF. Il prend les mêmes hypothèses que le modèle analytique. Trois couches superposées et collées simulent l'assemblage substrat-adhésif-substrat. Elles sont constituées d'éléments quadrangle de degré 2. Chaque boulon est représenté par un élément ressort (élément BUSH sous SAMCEF). Comme le montre la figure 7, on observe une bonne concordance des transferts de charge dans la plaque inférieure entre numérique et analytique.

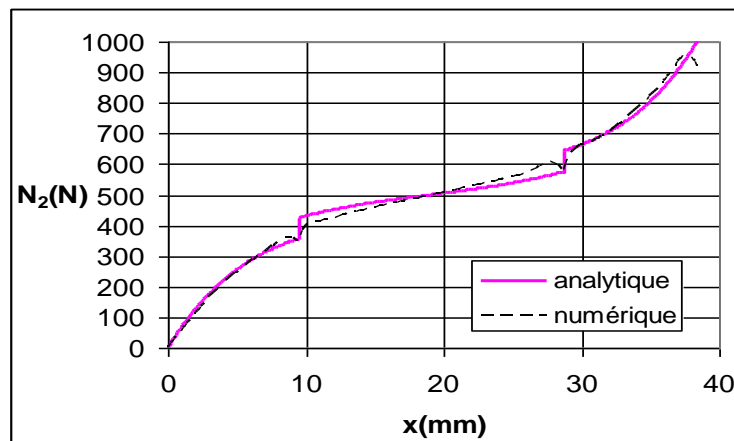


FIG 7 – comparaison analytique et numérique (b=4,8 mm)

6 Conclusions et perspectives

Nous avons proposé un modèle analytique qui permet d'étudier l'influence des paramètres géométriques et mécaniques sur le transfert d'une jonction hybride. Ce modèle est simple d'utilisation. On peut aisément, par exemple, calculer les paramètres rigides de l'adhésif à utiliser pour remplacer une jonction boulonnée par un équivalent hybride. On peut par ailleurs réaliser des études d'influence de chacun des paramètres très facilement (figure 8). La suite envisagée est de trois natures différentes. Sur la voie expérimentale, des essais statiques devront valider cette approche analytique, et des essais de fatigue sur des éprouvettes hybrides

avec différentes colles sont lancés. Sur la voie numérique, un modèle 3D est en cours d'élaboration. Sur la voie analytique, la rotation de la jonction due à l'excentricité du chargement devra être prise en compte.

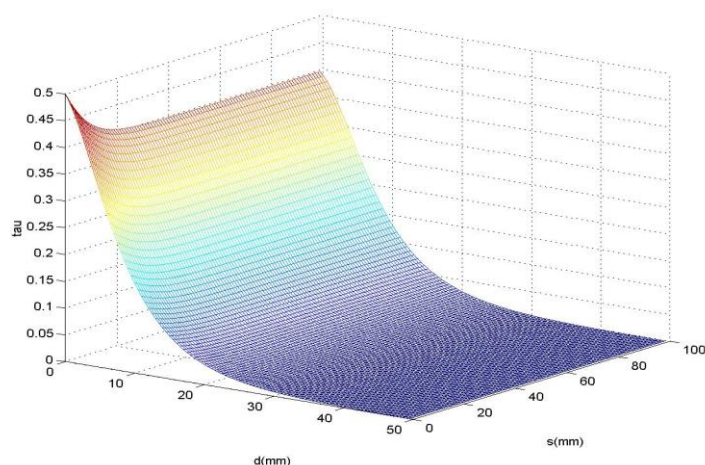


FIG 8 – influence de s et d sur le taux de transfert (deux fixations, b=1 mm)

Cette étude est réalisée en partenariat avec Airbus France (Toulouse et Saint-Nazaire). Les auteurs tiennent à remercier les partenaires industriels pour leurs conseils et leur soutien.

Notations

$E^{(j)}$: module de Young du substrat j en MPa

G : module de cisaillement de la colle en MPa

$u_i^{(j)}$: déplacement longitudinal en mm du substrat j et la travée i

b : pas transversal en mm

d_i : abscisse de la fixation i (d : distance au bord en mm ; s : pas entre deux fixations en mm)

e : épaisseur du film de colle en mm

$e^{(j)}$: épaisseur du substrat j

L : longueur du recouvrement en mm

N : effort normal en N

T : contrainte de cisaillement en MPa

Références

- [1] J. Huet, 1995, Du calcul des assemblages par boulons ou rivets travaillant en cisaillement, Publication du CETIM : « Les assemblages mécaniques : tendances actuelles et perspectives » (isbn 2-85400-328-4), 25-26 oct. 1995, pp. 133-147
- [2] M.B. Tate et S.J. Rosenfeld, 1947, Analytical and experimental investigation of bolted joints, NACA, Technical Note 1458, Washington DC
- [3] H. Huth, 1986, Influence of fastener flexibility on the prediction of load transfer and fatigue life for multiple-row joints, ASTM STP 927, John M. Potter Ed., Philadelphia, pp. 221-250
- [4] L.J. Hart-Smith, 1973, Adhesive-Bonded Double-Lap Joints, Technical Report, NASA CR-112235
- [5] F. Erdogan and M. Ratwani, 1971, Stress Distribution in Bonded Joints, Journal of Composite Materials, Vol.5, pp. 378-393
- [6] G. Kelly, 2004, Load transfer in hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints, *à paraître dans le Journal of Composite Structures*