Káosz, rend, látvány

A káosztudomány ismertetésének lehetősége IKT-eszközökkel a középiskolai oktatás keretében

A kaotikus mozgások mögött felfedezhető rend tanulmányozása nemcsak az eddig előrejelezhetetlennek tartott folyamatok pontosabb modellezéséhez és a szabálytalannak tűnő természeti formavilág leírásához segít hozzá, hanem esztétikai élményt is nyújt kutatóinak, és hozzájárul a diákok újfajta geometriai szemléletének kialakításához is.

Mi a káosz?

Ha kiülünk egy Duna-parti teraszra, a víz örvényeit, az utazó felhőket, a kávéban elkeveredő tejszínt vagy a cigaretta füstjét szemléljük, rádöbbenünk arra, hogy a minket körülvevő mozgások igen kis hányada esik a tanult mozgásfajták körébe. Középiskolai fizikai ismereteinkkel épphogy leírható egy alma szabadesése, de a madártollak vagy a falevelek libegő hullása már jócskán meghaladja a lehetőségeinket.

Az informatika fejlődése lehetővé tette, hogy mind pontosabban modellezhetők és így tanulmányozhatók legyenek az eddig szabálytalannak és előrejelezhetetlennek tartott folyamatok. A szabálytalanság mögött felfedezhető a rend, és egyre többet tudunk mondani ezekről a kaotikusnak nevezett jelenségekről.

De mi is a káosz? A hétköznapi szóhasználatban a káosz egyrészt térbeli rendezetlenséget, másrészt összevisszaságot, zűrzavart, fejetlenséget jelent. A modern tudomány szóhasználatában azonban a káosz a mozgás egy fajtája, melynek az iskolában tanult mozgásokhoz képest szokatlan tulajdonságokkal rendelkezik.

Kaotikus folyamatokkal szinte minden természeti jelenség során találkozhatunk: nemcsak olyan fizikai folyamatokban, mint a viharos tengerben áramló folyadékrétegek keveredése (*Neufeld*, 2003), hanem az állati populációkban – például egy ragadozó és lehetséges zsákmánya létszámának változása – (*Domokos*, 2002), az óceáni plankton térbeli és időbeli változásában (*Scheuring*, 2002), oszcilláló kémiai reakciókban (*Gáspár*, 2002), a szívműködés ingadozásaiban, szennyeződések terjedésekor, és az elmélet alkalmazása megkezdődött a társadalomtudományokban (*Fokasz*, 2003) is, ámbár legtöbbször csak az allegória szintjén.

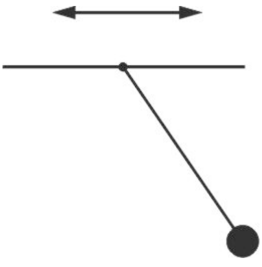
A káosz megértéséhez vizsgáljuk az alábbi példákat a mechanika területéről (*Tél* és *Gruiz*, 2002), amelyeket középiskolai fizikaoktatás keretében is lehetne ismertetni, kísérletek, illetve számítógépes szimuláció segítségével, részben tanítási órán, részben szakkörön (*Szatmári-Bajkó*, 2006). Ezeken keresztül megismerhetjük a kaotikus mozgás legfontosabb jellemzőit:

– szabálytalan;
– előrejelezhetetlen, azaz a kezdeti feltételekre érzékeny;
– a rend, a pontos geometriai szerkezet: fraktálszerkezet megjelenése.

A káosz megismerése újfajta geometriai szemléletet ad, szokatlan, érdekes esztétikai élményt nyújt. Gazdag ötlettárat jelenthet a számítógépes grafika tanításakor, a kaotikus mozgásformák ábrázolása számtalan érdekes formát és szerkezetet rejt. Egyes példákra visszatérünk a kaotikus mozgásokat szimuláló számítógépes program bemutatásakor.

Rezgetett inga

A középiskolából ismert fonálinga (matematikai inga) felfüggesztési pontját vízszintes síkban periodikusan mozgatatjuk, így kapjuk a rezgetett ingát *(1. ábra)*.



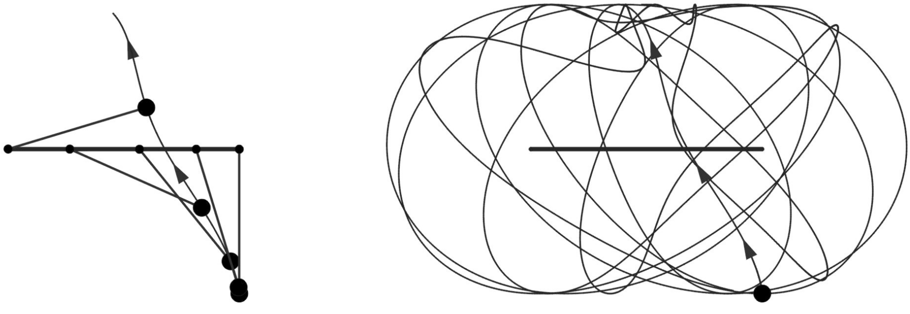
1. ábra. Rezgetett inga: az ingát felfüggesztési pontja vízszintes síkbeli periodikus mozgatásával gerjesztjük

A lengés a súrlódás vagy a közegellenállás miatt gerjesztés hiányában leállna. A felfüggesztési pontot vízszintesen, időben periodikusan mozgatjuk, így gerjesztjük az ingát, hogy a mozgás állandósuljon. Ez a periodikus mozgatás az oka annak, hogy a mozgás kaotikussá válhat. A *2. ábra* az inga tömegpontjának mozgását mutatja a függőleges síkban.

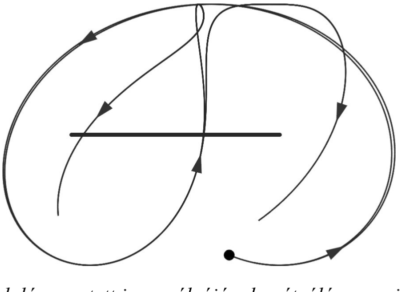
A mozgást tetszőleges hosszú ideig követve sem találunk semmilyen szabályosságot. A kaotikus mozgás egyik jellemzője, hogy szabálytalan.

A *2. b) ábrán* láthatjuk, hogy az inga többször átfordul. Az az állapot, amikor éppen „fejjel lefelé” van, különösen határozatlan, instabil állapot. Ha két közeli kezdőpontból indítjuk az ingát, a két mozgás pályája csak addig marad közel egymáshoz, amíg egy ilyen „fejjel lefelé” állapotban szét nem válik. Az egyik esetben továbbfordul, a másik esetben az eredeti forgásával ellenkező irányba fordul. *(3. ábra)* (Ez a „fejjel lefelé” állapot annyira instabil, mint a hegyére állított ceruza helyzete.) Érzékelhető, hogy a mozgás nagyon sok instabil állapoton vezet keresztül. Ebből adódik a mozgás egy másik jellemzője: két igen kevéssé eltérő kezdőfeltétel mellett a pályák már rövid idő múlva is nagyon eltérnek egymástól; a kaotikus mozgás előrejelezhetetlen, a mozgás érzékeny a kezdőfeltételekre.

a) b)

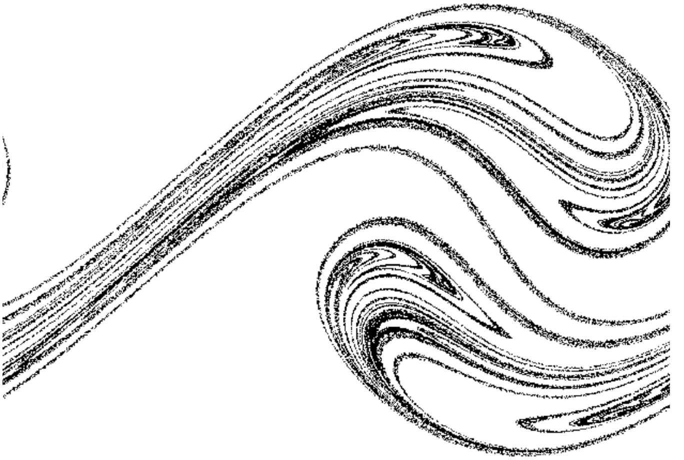


2. ábra. Egy periodikusan mozgatott felfüggesztésű inga mozgása: a) Az indítás utáni pár pillanatban berajzoltuk az ingát is. b) Az inga végpontjának pályáját látjuk hosszabb ideig függőleges síkban: az inga mozgása szabálytalan, gyakori átfordulásokkal



3. ábra. Két közeli helyzetből induló rezgetett inga pályájának szétválása egy instabil („fejjel lefelé”) állapot közelében. A nyilak jelzik az inga tömegpontjának elmozdulási irányát

Említettük, hogy a szabálytalanság mögött felfedezhető a rend. Ezt úgy tehetjük láthatóvá, hogy a mozgást nem folytonosan követjük, hanem azonos időközönként „mintát veszünk” belőle. A *4. ábrán* elénk táruló érdekes szerkezetet úgy kapjuk, hogy szabályos időközönként (a gerjesztési periódusidő egész számú többszöröseinek megfelelő időpontokban) megadjuk a mozgás hely- és sebességkoordinátáit, majd ezeket több ezer (nagyon sok) perióduson keresztül egy síkon ábrázoljuk.



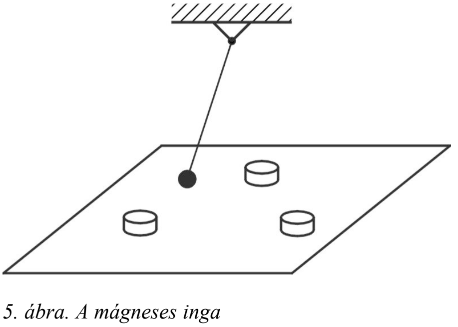
4. ábra. A rezgetett inga mozgásának képe a hely-sebesség ábrázolásban, szabályos időközönként vett mintákon

A szép, megkapó ábra szálas, fonalas szerkezetű; ez mutatja, hogy a káoszhoz sajátos szerkezet tartozik. Ez a mintázat eltér a megszokott síkgeometriai alakzatokétól, jóval bonyolultabb: fraktál a neve. Láthatjuk, hogy a kaotikus mozgás végtelenszer bonyolultabb, mint a periodikus, hiszen a 4. ábrán a periodikus mozgásnak egyetlen pont felelne meg.

A *4. ábrán* látható fraktálszerkezetű objektumot kaotikus attraktornak nevezzük, hiszen bármilyen kezdőfeltételből is indul a rendszer, hosszú idő eltelte után ehhez a vonzó objektumhoz, attraktorhoz tart, és a mozgás szabálytalan, kaotikus. Érdekes, sajátos szerkezete miatt különös attraktornak is szokás nevezni.

A kultúránkban más oldalról, a káosztól függetlenül is jelen vannak a fraktálok. A közismert Mandelbrot-halmaznak már kultusza van, az interneten honlapok tömkelegét találni a témában. A kaotikus attraktor itt is fraktálszerkezetű, de „fraktálsága” más jellegű.

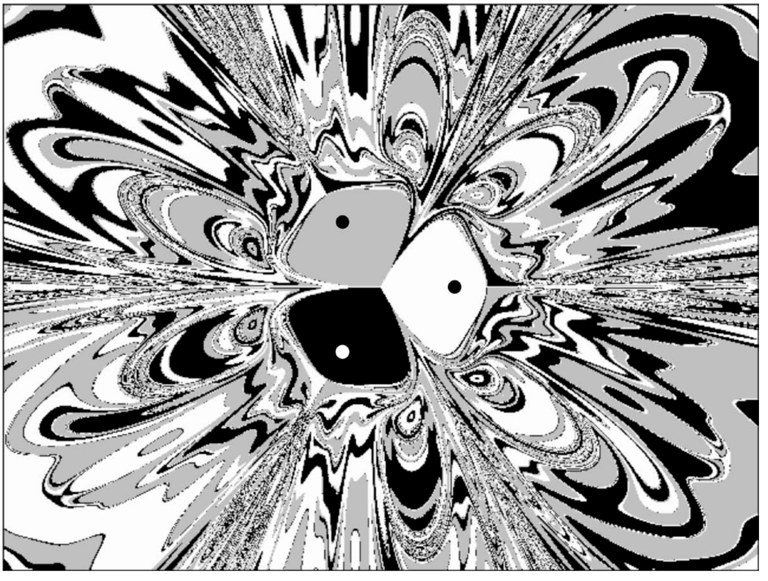
Mágneses inga



5. ábra. A mágneses inga

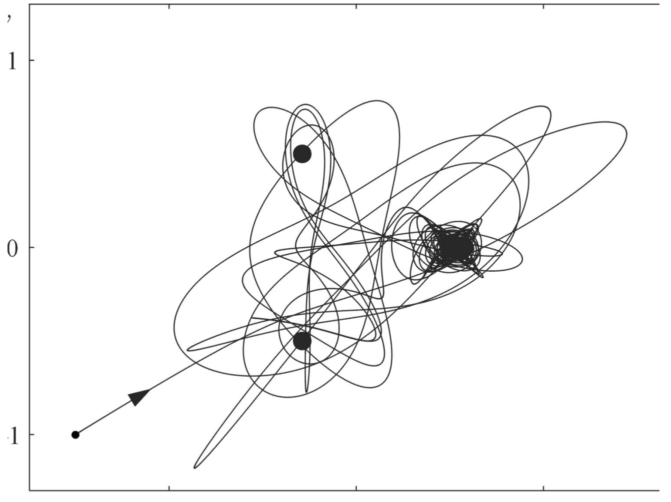
Ha a középiskolából ismert fonálingánkat mágneses testből készítjük, és az asztalon mágneseket helyezünk el, amelyek fölött mozoghat az inga teste, máris kész a mágneses ingánk, amelynek segítségével a káosz egy másik arculatát ismerhetjük meg. Vegyünk három mágnest, és helyezzük el őket egy szabályos háromszög csúcsain (5. ábra). Ha az inga és a mágnesek között vonzóerő hat, az inga bármelyik mágnes közelében megállhat, tehát a rendszerben három vonzó objektum, attraktor létezik.

A három attraktorhoz egy-egy színt rendelünk, és kiszínezzük az egész síkot aszerint, hogy a sík adott pontja felett elengedve a mágneses inga testét, melyik mágnes fölött, azaz milyen színű attraktornál állapodik meg. Az azonos színű területek egy vonzási tartományt képeznek. Figyeljük meg az így kapott *6. ábrát*: a vonzási tartományok határai bonyolultan összeszövődnek, ezek a határok is szálas szerkezetet mutatnak, az attraktorok fraktál vonzási tartománnyal rendelkeznek.



6. ábra. A mágneses inga három mágnesének vonzási tartományai. A sík egyes pontjaihoz aszerint rendelünk színeket, hogy a fölöttük elengedett inga melyik mágnesnél áll meg

Ha a mágneses ingát a fraktál vonzási határ közeléből indítjuk, a mozgás hosszú ideig kaotikus, szabálytalan *(7. ábra)*.

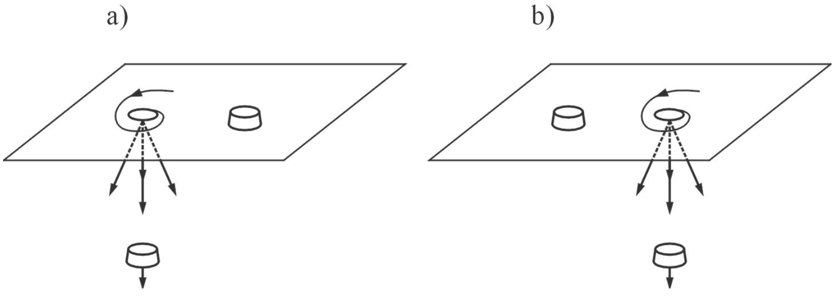


7. ábra. A mágneses ingatest mozgása felülnézetből: a mozgás hosszú ideig szabálytalan

Szennyeződések sodródása

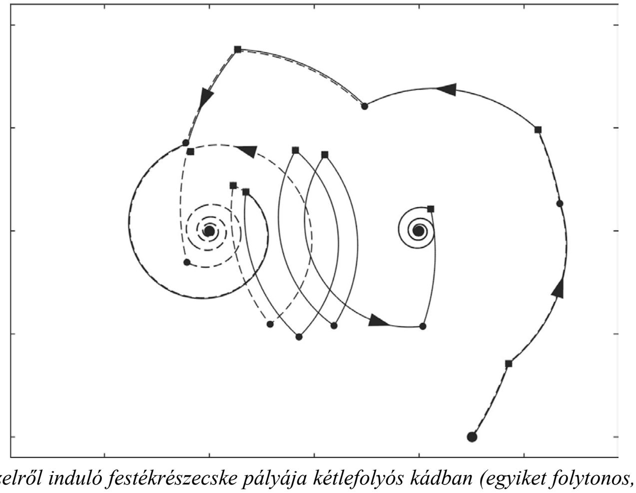
Kaotikus mozgás számos gyakorlati alkalmazással bíró jelenségben is előfordul. A kérdés környezetvédelmi jelentősége miatt mi egyet emelünk ki: a szennyeződések levegőben vagy vízben (áramló közegekben) való terjedését.

Építsünk fel egy kétlefolyós modellt, időbe periodikus áramlással: egy kétlefolyós kádban (széles, lapos edény) a két lefolyót felváltva működtetjük, egy-egy fél periódus ideig az egyiket, majd a másikat *(8. ábra)*. Kíváncsiak vagyunk, hogyan mozog egy szennyeződés, például egy festékrészecske.



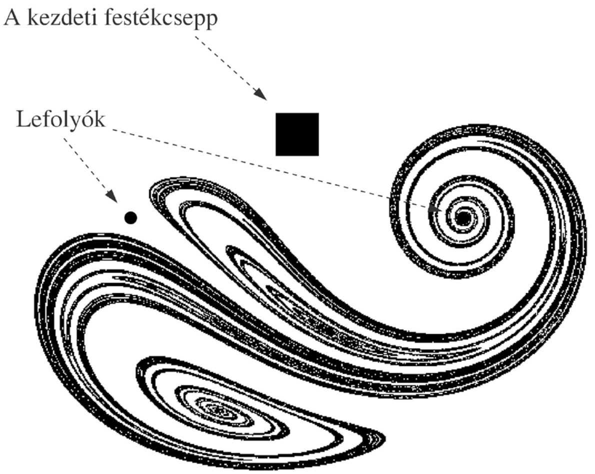
8. ábra. A kétlefolyós kád: egy széles, lapos edényben a felváltva nyitva tartott lefolyók kaotikus sodródást okoznak

Követve a részecske pályáját, látjuk, hogy a kaotikusság eredete példánkban az, hogy ha az egyik lefolyó felé tartó részecske fél periódusidő alatt nem éri el a lefolyót, akkor a másik felé kezd mozogni, de megtörténhetik, hogy azt sem éri el a következő fél periódusidőben és így tovább. Így hosszú ideig is eltarthat, amíg kifolyik az edényből. A közelről induló festékrészecskék különböző lefolyókon hagyhatják el a kádat, közben bonyolult pályát írhatnak le *(9. ábra)*.



9. ábra. Két közelről induló festékrészecske pályája kétlefolyós kádban (egyiket folytonos, másikat szaggatott vonallal jelöltük). A fekete pontok a bal oldali lefolyó nyitási pillanataihoz tartozó helyzetek, a négyzetek a jobb oldali lefolyó nyitási pillanatait jelölik

Egy festékcsepp vagy szennyezéscsepp mozgásának követése nagyon érdekes és fontos a szennyeződések terjedésének vizsgálata szempontjából. Meglepő, hogy a csepp kezdeti alakját nagyon rövid idő alatt elveszíti úgy, hogy minden egyes részecske kaotikus mozgása mellett jól definiált szálas szerkezetet, fraktálalakzatot rajzol ki *(10. ábra)*.



10. ábra. Egy festékcsepp kezdeti és 5 periódus utáni alakja a kétlefolyós kádban

A szennyeződések szálas alakzatokban történő terjedése jól megfigyelhető számos jelenségben: az utcai olajfoltok mintázatai, a kémiai szennyeződések légköri szétterjedése, festékek keveredése folyadékokban vagy akár a tej keveredése a kávéban. Ebből a szálas szerkezetből egyértelműen következik a szennyező elemek kaotikus mozgása.

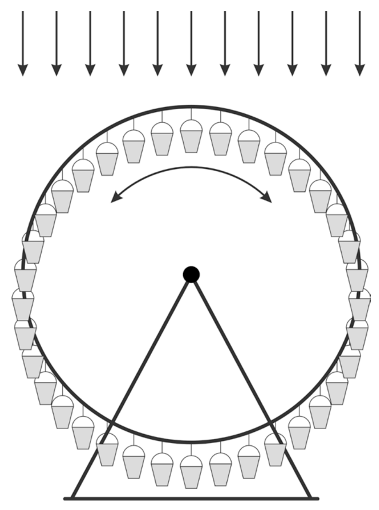
Vízikerék

A vízikerék egy szimmetrikus elrendezésű, egyszerű rendszer, ahol a kaotikus mozgás nem időbeli periodikus külső hatás, hanem energiabetáplálási folyamat következménye.

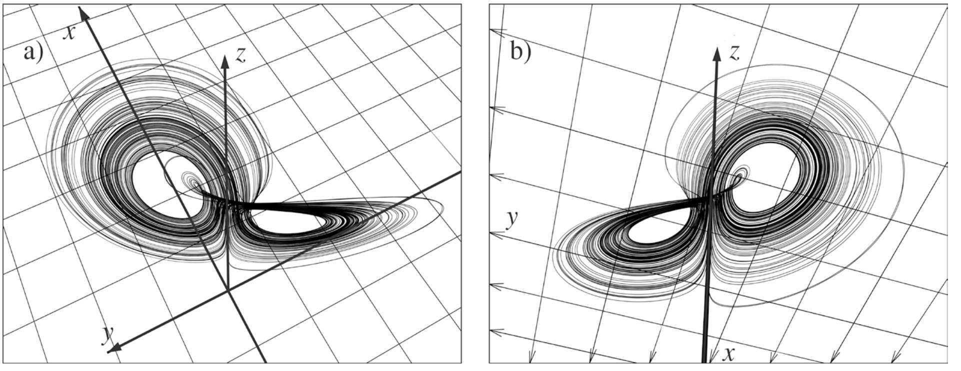
Kör alakban szimmetrikusan vödröket rögzítünk egy kerékre, a kerék középpontját egy tengelyre erősítjük. A mindkét irányban szabadon elfordulni képes kerékre folyamatosan esik az eső, valamennyi víz folyamatosan távozik a vödrökből *(11. ábra)*.

Ebben az esetben a kaotikus attraktorunk háromdimenziós lesz, és alakja egy pillangó szárnyait idézi *(12. ábra)*.

A pillangó szárnyai kapcsán a káoszelméletben nagyon könnyen asszociálunk Gleicknek a káoszról írt népszerűsítő könyve (1999) révén világhírre szert tett pillangóeffektus kifejezésre. A szóhasználat a kezdeti feltételekre való érzékenységre utal, ugyanakkor a megtévesztés veszélyét is rejti (*Tél* és *Gruiz*, 2002, 201.).



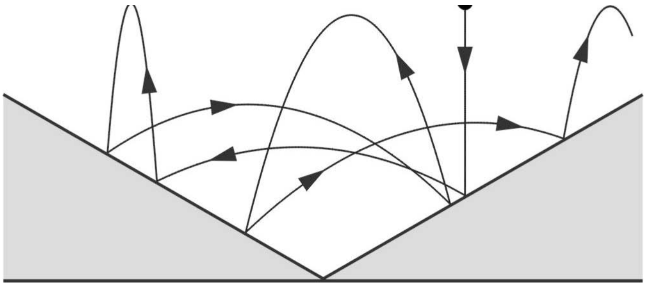
11. ábra. A vízikerék. Egy kerékre alul kilyukasztott vödröket rögzítünk szimmetrikusan, a kerék középpontja egy tengelyre van felfüggesztve, melyekre folyamatosan hull az eső. A kerék mindkét irányban szabadon elfordulhat



12. ábra. A vízikerék attraktorának két térbeli nézete: a) felülről; b) alulról

Két lejtő között pattogó labda

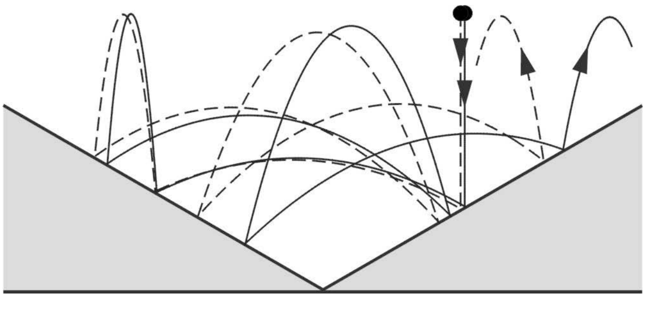
A kaotikus mozgást mutató rendszerek közül az egyik legegyszerűbb a két szemben álló szimmetrikus lejtőn pattogó rugalmas labda *(13. ábra)*.



13. ábra. Két szemben álló lejtőn tökéletesen rugalmasan pattogó labda (a lejtők dőlésszöge azonos)

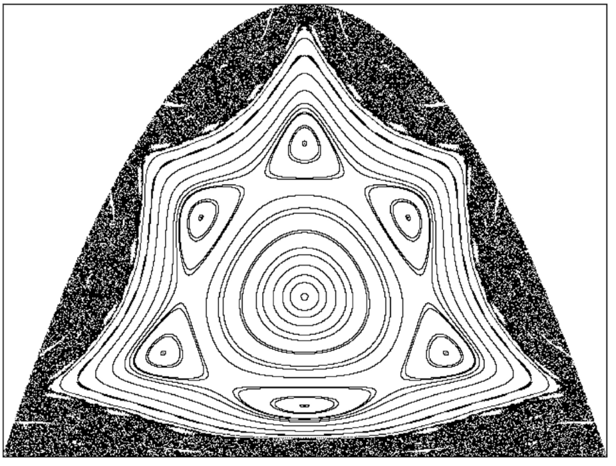
A mozgást tetszőlegesen hosszú ideig végigkövetve sem találunk semmilyen szabályosságot. A kaotikus mozgás abból adódik, hogy a másik lejtőre való átpattanás után a labda nem oda jut vissza, ahonnan jött. Így állandóan új helyzetekkel találjuk szembe magunkat. Az iskolában is nagyon könnyen bemutatható ez a kaotikus mozgásforma.

Ha a kettős lejtő fölött közel azonos kezdőhelyzetből ejtjük le a labdát, a pályák jól láthatóan hamar eltávolodnak egymástól. A kis kezdeti különbségek erősen megnövekednek: a kaotikus mozgás érzékeny a kezdőfeltételekre, és ezért előrejelezhetetlen *(14. ábra)*.



14. ábra. A kettős lejtő fölött közel azonos helyzetből leejtett labdák pályája hamar szétválik: a mozgás érzékeny a kezdőfeltételekre (a folytonos vonal megegyezik a 13. ábrán lévővel)

Ha a lehetséges mozgások összességéről áttekinthető képet szeretnénk kapni, érdemes egy fajta mintavételezést alkalmazni. Itt a mintavételezés az eddigiektől eltérő lesz, mivel a rendszer jellemzői is eltérők: az n-edik ütközés pillanatában ábrázoljuk az elpattanási sebesség két komponensét a sík egy pontjaként *(15. ábra)*. Így láthatóvá válik, hogy a káosz határozott struktúrával rendelkező bonyolult mozgás. Ez a struktúra is fraktálszerkezetet mutat, azonban most más az információtartalma, mint az eddig megismert példákban. A pöttyözött tartományok kaotikus mozgást jeleznek. Ezeket ellipszisszerű rajzolatok szakítják meg, melyekhez szabályos mozgás tartozik.



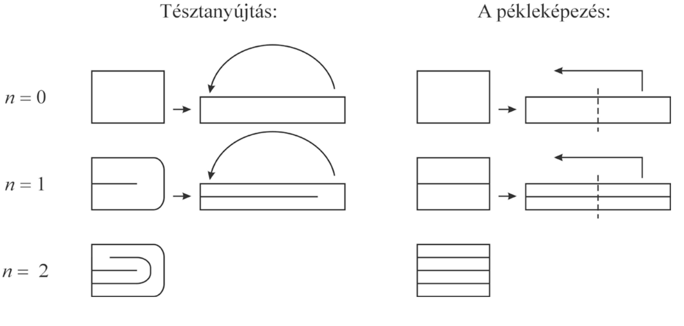
15. ábra. A kettős lejtőn pattogó golyó lehetséges mozgásainak képe adott összenergia mellett olyan ábrázolásban, ahol a vízszintes tengelyre az elpattanási sebesség u_n lejtővel párhuzamos komponensét, a függőlegesre pedig a lejtőre merőleges komponens z_n négyzetét mérjük fel

Tésztagyúrás (pékleképezés)

A leghétköznapibb konyhai tevékenységek is szolgálnak jó példával, ilyen a tésztagyúrás. Nagyanyáink és a pékek nem hiába hajtják össze és nyújtják a tésztát, hiszen ők már rég tudják azt, amit az utóbbi időben a tudomány is megfogalmazott, hogy a legjobb keveredést ez az algoritmus, a nyújtás-összehajtás adja.

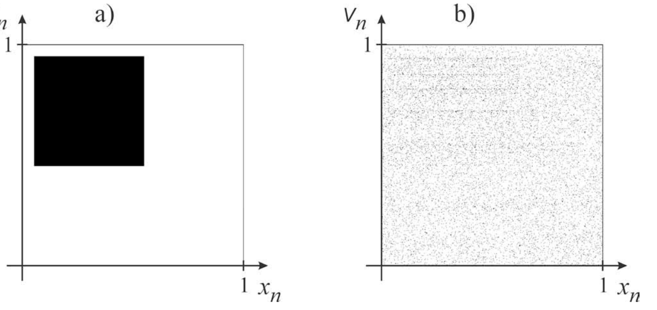
A levelestészta készítésekor az összenyomott és egyszer megnyújtott tésztát visszahajtjuk. Az így kialakult kétrétegű darabot ismét megnyújtjuk, majd visszahajtjuk, és mindezt ismételjük. A pékleképezés olyan nyújtási folyamat, amelyben a megnyújtott tésztadarabot nem visszahajtjuk, hanem két egyforma darabra vágjuk, melyeket azután egymásra tolunk *(16. ábra)*.

A keveredés a leghatékonyabb akkor, ha kaotikus a folyamat



16. ábra. A hagyományos nyújtási folyamat rajza (a tésztát oldalnézetből ábrázoljuk) és a pékleképezésnek megfelelő nyújtási folyamat

(17. ábra) (például a turmixgépek, betonkavarók esetében hasznos és kívánatos emiatt a káosz).



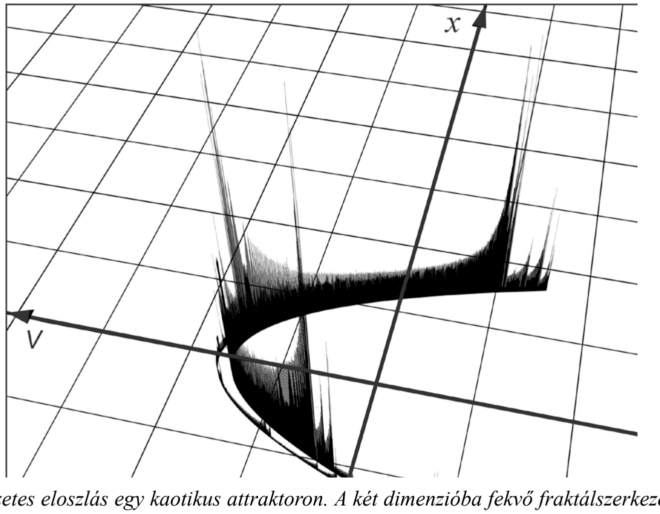
17. ábra. A tésztagyúrás algoritmusa n lépés után: a tésztában egy adott anyag (például egy kocka vaj) homogénen elkeveredik

A két lejtő között pattogó labda esetében a 15. ábrán a széleken megfigyelhető csipkeszerű, sötétebb, pöttyözött rész, amely a kaotikus mozgásnak felel meg, olyanszerű, mint a tésztagyúrás pöttyfelhője, mivel hasonló típusú káoszról beszélhetünk mindkét esetben.

A természetes eloszlás

Megismerkedtünk a kaotikus rendszerek három alapvető tulajdonságával: szabálytalanság, előrejelezhetetlenség (érzékenység a kezdeti feltételekre), pontos geometriai szerkezet, a fraktálszerkezet megjelenése. A három tulajdonság szintézisét s egyben általánosítását is adja a kaotikus attraktoron kialakuló úgynevezett természetes eloszlás. Mivel a kaotikus attraktoron a mozgás nagyon rövid időn belül már csak 100 százalék hibával írható le, a hosszú távú viselkedést csak úgy jellemezhetjük, ha megadjuk, hogy a test milyen valószínűséggel kerül az attraktoron egy adott pont közelébe. A természetes eloszlás a kaotikus rendszerek hosszú idejű jellemzésének egyetlen helyes eszköze.

A *18. ábra* alapján képet alkothatunk a természetes eloszlásról.



18. ábra. Természetes eloszlás egy kaotikus attraktoron. A két dimenzióba fekvő fraktálszerkezetű attraktoron megjelenik egy erősen inhomogén eloszlás egy harmadik dimenzióban, melynek helyi maximumai a kaotikus attraktor leggyakrabban látogatott helyeit jelzik

Összefoglalásként: a káosz az egyszerű, kevés változóval leírható rendszerek olyan mozgása, melyet hosszú távon csak valószínűség-eloszlással lehet helyesen és tetszőleges pontossággal jellemezni.

A természetes eloszlás ábrái még rálicitálnak arra, amit az amúgy is gyönyörű látványt nyújtó kaotikus attraktor rajzolata ígér. A szokásos valószínűség-eloszlás a harang- vagy Gauss-eloszlás. Itt teljesen mással találkozunk, a természetes eloszlással. Ez a legmeglepőbb, leglátványosabb, amit a káosz produkál. Változatos asszociációkra ad teret – például antarktiszi hegyvidék –, kinek mit varázsol elő a fantáziája. A függvények világában megmutatkozó „fraktálsággal" van módunk találkozni itt. A természetes eloszlások ábrázolása nyújtotta esztétikai és grafikai élmény nem csak a diákokat keríti hatalmába.

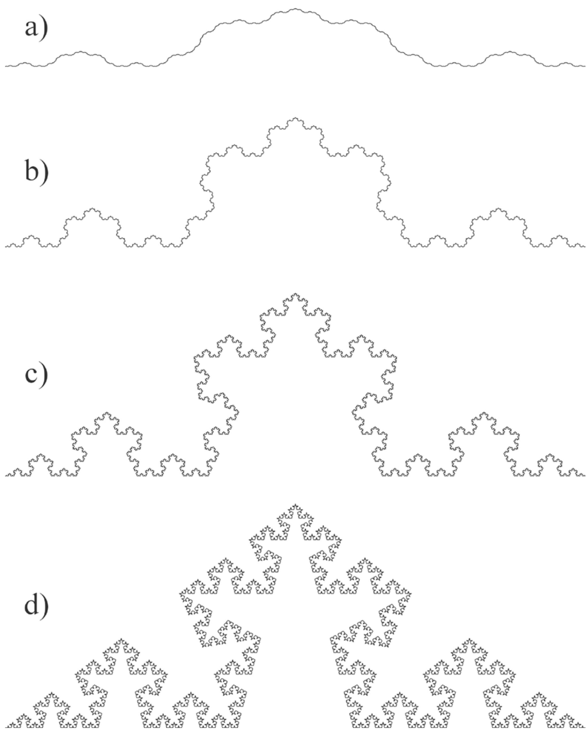
A káoszelmélet tanítása IKT-eszközökkel

Fraktálok

„…a maga egyenletei miért csak az ipari formákat írják le? Ilyen eszközökkel Isten csak egy szekrényt tudott volna teremteni" – halljuk Tom Stoppard *Árkádia* című darabjában. Ma már a fraktálok segítségével nemcsak a szabályos, „euklideszi" formákat, hanem a természet formavilágát is le tudjuk írni: a felhők kacskaringós peremét, a hegygerincek vonalát, a hópehely formáját, a bokrok, fák és testünk ér- és nyirokrendszerének ágas-bogasságát, a fjordos partvonalakat. Amint nevük is sejteti, a fraktálok legfontosabb jellemzője, hogy tört dimenziójúak. Így például a hópehely dimenziója valahol az egy és a kettő közé esik: jobban kitölti a síkot, mint az egyenes szakaszok, de mégsem kétdimenziós, mint a sík, mivel nem tölti ki teljesen. A matematikai fraktálok közül a Koch-görbe dimenziója is ugyancsak egy és kettő közé esik *(19. ábra).*

Matematikai fraktálokat ismerhetünk meg Kecskés Lajos (2002) a Mandelbrot-halmaz „számtengerét" bemutató könyvében is. Már a fejezetek címei érzékeltetik, mennyire csodálatos világba kalauzol bennünket a szerző: *Cseppben a tenger*, *Buboréklények*, *Öbölnemzedékek*, *Örvénymorajlás*, *Tengertánc*, *Alvilág*. Ilyen élvezetes bemutatás elvarázsolja a tanulókat is, megajándékozva őket a nem kis esztétikai élményen túl a felfedezés izgalmával és örömével.

Matematikai fraktálok végtelen variációját találjuk az interneten (például http://www.mehmib.freeserve.co.uk). Talán az egyik legismertebb fraktálgeneráló program a Fractint (spanky.triumf.ca/www/fractint/fractint.html). A diákok nagy örömmel fedezik fel őket, és versengenek a szebbnél szebb



19. ábra. Különböző „rücskösségű" Koch-görbék látványt nyújtó képekért, animációkért, grafikai játéklehetőségekért. Ez újfajta geometriai szemlélet kialakulását segíti elő.

A fraktálok világa elvarázsolta a tanulókat. Ebben nagy szerepe volt a Mandelbrot- és Julia-halmazok tengeri csikóin és örvényein, sziget- és öbölvilágán túl annak a jóleső érzésnek is, hogy a természetben oly gyakran előforduló formákról – felhők, fák, hegyek – is tudtunk szólni a tudomány nyelvén.

Szimulációs programok

A fizika éppen sokrétűsége miatt a modern oktatási eszközök alkalmazásának is talán legfontosabb terepe, így a tantárgy esetében az IKT legfontosabb alkalmazási lehetőségei a kísérletvezérlés, a számítógépes mérés és a méréskiértékelés mellett a számítógépes szimuláció (*Tasnádi*, 2003).

A kaotikus jelenségek játékos formában történő elsajátításához nagy segítséget nyújthatnak a szimulációs programok, különösen napjainkban, amikor a diákok a hagyományos tankönyvekkel szemben egyre inkább otthonosan mozognak a számítógépek és az internet világában. E programok használatakor a kezdőfeltételek és a paraméterek változtatása révén a diák a tananyag passzív befogadójából aktív szereplővé lép elő, ami nagyságrendekkel növeli a tanulás hatékonyságát (*Gruiz* és *Tél*, 2005).

A szimulációs programok aktív használatán túl a programozásban járatos tanulók maguk is elkészíthetnek – tanári útmutatással – egy-egy egyszerűbb szimulációs programot. Ez egyúttal nagyban segíti a diákok modellalkotási készségeinek fejlesztését is.

A *Kaotikus mozgások* szimulációs program bemutatása

A *Kaotikus mozgások* szimulációs programot (*Hóbor*, *Gruiz*, *Gálfi* és *Tél*, 2001) az Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizika Tanszékén készítették, kiindulópontul használva a Természettudományi Karon 1997-ben tartott *Nem lineáris fizika: káosz és fraktálok* tanár-továbbképzési tanfolyam résztvevői által készített programokat.

A program célja, hogy kaotikus mozgásokat szimuláljon, így téve lehetővé ezek tanulmányozását. E program használatakor a tanulónak módjában áll változtatni a kezdőfeltételeket és a paramétereket, ezáltal passzív befogadóból aktív szereplővé lesz.

A programot felhasználói füzet kíséri, amely egyrészt segít az installálásban, a működés megismerésében, tájékoztat a paraméterek beállítási lehetőségeiről, másrészt bemutatja, hogy mit tud a szoftver: a választható mozgási formákat, az ábrázolási módokat, ezek kiválasztásának módozatát. Ugyanakkor röviden ismerteti a választható mozgásokat. Ez mindegyik esetben tartalmazza a rendszer rövid leírását, a mozgásegyenletet, a mozgásegyenletben és a programban használt koordináták közötti megfeleltetéseket, a paraméterek, kezdeti feltételek programban szereplő beállításait, illetve a mozgás ábrázolásának sajátosságait.

A program DOS alatt fut. Elindítását követően felhasználóbarát, egyszerűen, könnyen kezelhető, segít a felhasználói füzet is. A címoldalt követően menüsorból választhatjuk ki, milyen irányban szeretnénk továbbhaladni: a gerjesztett mozgások, a súrlódásmentes mozgások vagy a vonzási tartományok tanulmányozásával kívánunk-e foglalkozni.

A döntést követően lehetőségünk van a konkrét mozgás és az ábrázolási mód kiválasztására, például gerjesztett mozgás választása esetén a *20. ábrán* látható szöveges képernyőhöz jutunk. A felső menüsorból választható a szimulálható mozgások felsorolása, az alsóból az ábrázolási módok, illetve a paraméterek beállításának lehetősége.

Folytassuk a kaotikus mozgásokat szimuláló program bemutatását egy konkrét példán keresztül.

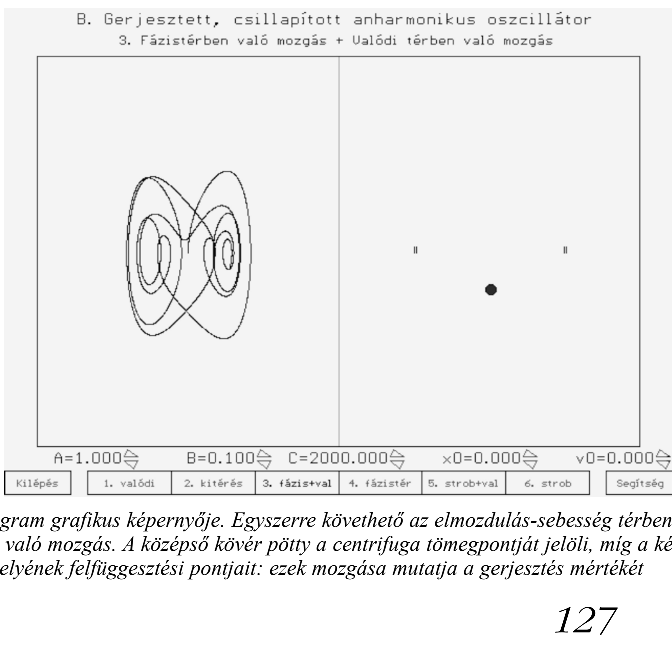
20. ábra. A program szöveges képernyője

Gerjesztett, csillapított anharmonikus oszcillátor (például centrifuga)

Megismerkedhetünk a centrifugát modellező gerjesztett, csillapított anharmonikus oszcillátor esetében a különböző ábrázolási módokkal, ezáltal módunk nyílik több szempontból, többféleképpen is tanulmányozni a minket érdeklő mozgást, például: valódi térben való mozgás, kitérés-idő függvény, fázistérben való mozgás (elmozdulás-sebesség tér) stb.

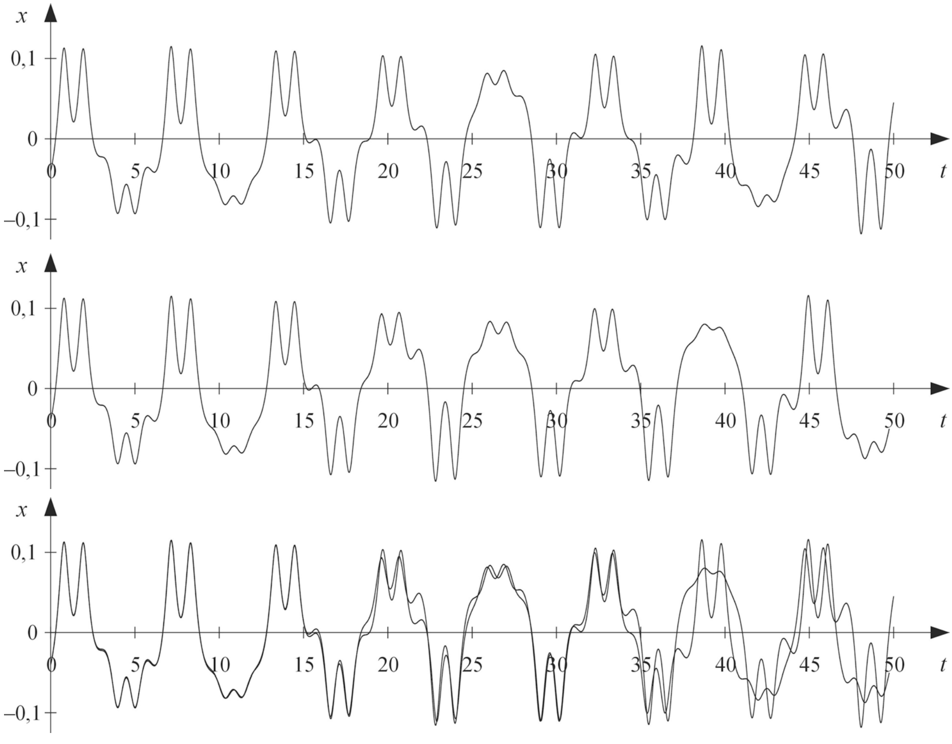
A szimuláció elindítása után egy grafikus képernyőhöz jutunk *(21. ábra).* Itt látható, milyen könnyen válthatunk a választható ábrázolási módok között, illetve a paraméterek és kezdőfeltételek beállítása is könnyen megvalósítható innen, diákbarát módon. A *21. ábrán* egyszerre látható a centrifuga modelljének fázistérbeli és valódi térbeli mozgása.

A különböző ábrázolási módok szimultán bemutatási lehetősége nagyban segíti a megértést, és sokkal látványosabbá, követhetőbbé teszik a megismerendőket. A kezdőfeltételek és paraméterek módosítási lehetőségével együtt tág teret ad a tanulók felfedező kedvének, akik ezáltal aktív részeseivé válnak a kaotikus mozgások tanulmányozásának.



21. ábra. A program grafikus képernyője. Egyszerre követhető az elmozdulás-sebesség térben (fázistérben) és a valódi térben való mozgás. A középső kövér pötty a centrifuga tömegpontját jelöli, míg a két szélső pont a centrifuga tengelyének felfüggesztési pontjait: ezek mozgása mutatja a gerjesztés mértékét

Választhatjuk az ábrázolási módok közül a kitérés-idő függvényt is. Ekkor megfigyelhetjük a kaotikus mozgás egyik – az első részben megismert – tulajdonságát, a szabálytalanságot. Megkereshetünk két, egymáshoz nagyon közeli olyan kezdőfeltételt (például első esetben x_0= -0,041, v_0=0,083 a 22. a) ábrán, másodszor x_0= -0,040, v_0=0,083 a *22. b) ábrán)*, amikor jól követhető, hogy elég kevés lépés után (n=50) a két mozgás már nagyon eltávolodik egymástól. Így szembesülhetünk a káosz másik jellemző tulajdonságával, az előrejelezhetetlenséggel, a kezdőfeltételekre való nagy érzékenységgel. Ha egymás fedésében elhelyezzük a két grafikont *(22. c) ábra)* – ezt már nem ennek a programnak a segítségével –, még nyilvánvalóbbá válik az amúgy is megfigyelhető távolodása a nagyon közeli helyről, azonos sebességgel indított mozgásoknak.

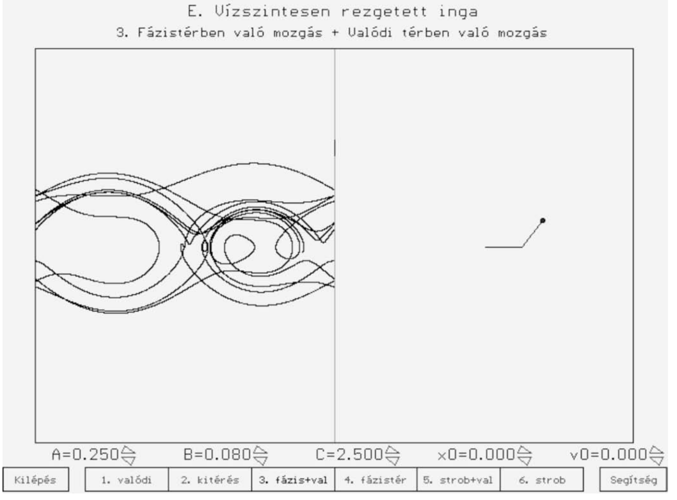


22. ábra. A centrifuga mozgásának kitérés-idő függvénye. A két nagyon közeli helyről indított mozgás (az a) ábrán x_0= -0,041, v_0=0, a b) ábrán x_0= -0,040, v_0=0,083) viszonylag hamar szétválik (c) ábra).

Rezgetett inga

Kövessünk végig egy pár választási lehetőséget a vízszintesen rezgetett inga esetében is. Ezt a mozgásformát részletesen bemutattuk a cikk első részében, így most a program nyújtotta lehetőségeket vázoljuk röviden. A *23. ábra* képernyőjén egyszerre követhetjük a rezgetett inga elmozdulás-sebesség térben és a valódi térben való mozgását.

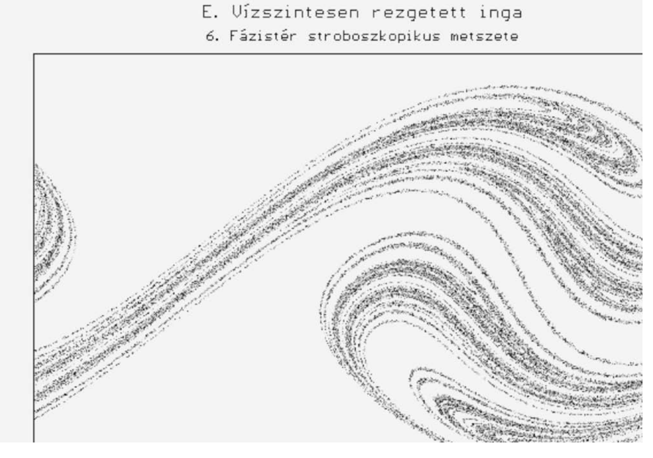
A rezgetett inga bemutatásánál a *4. ábrán* látottakat viszontláthatjuk a *24. ábrán* a szimulációs program segítségével. Ezáltal a tanulóknak alkalmuk van felfedezni a szabálytalanság, előrejelezhetetlenség mögött rejlő rendet, struktúrát: a különös attraktor szálas fraktálszerkezetét.



24. ábra. A rezgetett inga mozgásának képe a hely-sebesség ábrázolásban, szabályos időközönként vett mintákon (stroboszkopikus leképezés)

Fraktál vonzási tartományok

Ha további látványos fraktál-alakzatokkal akarjuk kényeztetni diákjainkat, ajánlhatjuk nekik, hogy válasszák a Fraktál vonzási tartományok menüpontot. Maradjunk a rezgetett inga példájánál: a sötét és világos vonzási tartományok az inga jobbra, illetve balra forgó két mozgó végállapotát jelölik *(25. ábra)*. A vonzási tartományok határának bonyolult összegabalyodása, szálas fraktálszerkezete egyrészt szemet gyönyörködtető látvány, másrészt jól el lehet játszani a kezdőfeltételek és paraméterek választásával.



25. ábra. A rezgetett inga fraktál vonzási tartományai: a sötét és világos vonzási tartományok azt jelölik, hogy az inga jobbra vagy balra forog

A káoszelmélet tanításának szükségességéről

A káoszelmélet egyre inkább kultúránk részévé válik. Az utóbbi évtizedekben egyre gyakrabban találkozhatunk a káoszjelenségekkel úgy a tudományos élet berkeiben, mint a művészetben, vagy akár társalgási témaként. A *Természet Világá*ban 2002-ben indult egy sorozat *A káosz természete* címmel. A *Magyar Tudomány* különszámot szentelt a káoszkutatás új eredményeinek (2002/10. szám). Gleick *Káosz: egy új tudomány születése* című, 1987-ben írt sikerkönyvét, amely a káosztudomány kialakulását mutatja be, 1999-ben magyarul is kiadták. De nem kell elmennünk a tudományokig: Spielberg filmje, a *Jurassic Park* egyik főszereplője káoszkutató. Stoppard *Árkádia* című, 1993-ban írt darabjában – a Katona József Színház 1998-ban mutatta be – egy fontos szál épül a káosztudomány és a matematika köré, szakszerű ismeretekre alapozva, közérthetően.

Megvizsgáltuk a középiskolás diákoknál a káoszelmélet fogadtatását. Tananyagot fejlesztettünk ki, és kipróbáltuk két csoportban. Vizsgáltuk a középiskolás tanulók káosszal kapcsolatos előképét, és a témának a mechanika tananyag keretében, valamint szakkörön való taníthatóságát (*Szatmári-Bajkó*, 2006).

Kutatásaink eredményeként arra a következtetésre jutottunk, hogy hasznos lenne, hogy a középiskolás diákok halljanak a kaotikus jelenségekről. A modern fizika olyan fejezetéből kaphatnának ízelítőt, amely könnyen megközelíthető, mert a természettudományok nagyon sok területén megtalálható a fizikától a biológián át a környezettudományokig, s mindez makroszkopikus skálán.

Miután felismertük, hogy a jelenleg tanított fizikai mozgásformák kivételek, arra a következtetésre jutottunk: nem tehetjük meg, hogy a szabályról, az általános mozgásformáról – amely ráadásul alkalmas arra, hogy a fizika újszerű vonásaira és egyben a mindennapi élettel való kapcsolatára is felhívja a figyelmet – nem ejtünk szót (*Gruiz* és *Tél*, 2005).

Úgy gondoljuk, a modern fizika oktatásának megújulásához is hozzájárulhatna a káoszfizika tanítása. Kísérleti tananyagunk kidolgozása megfelel a természettudományos nevelés és azon belül a fizikaoktatás megújulásának lehetőségét szem előtt tartó szempontrendszernek (*Radnóti*, 2005, 4.). Ezek közül kiemelném a következőket:

– a gyermeki előismeretek figyelembevétele;
– a diákok életének valóságos viszonyaihoz köthető kontextus;
– megjelennek környezeti problémák és történeti elemek;
– megfelelően választott kísérlet alapján történő tapasztalatszerzés.

Ugyanakkor szem előtt tartja annak fontosságát is, hogy a tananyag tartalma többféleképpen feldolgozható, új kapcsolatokra nyitott legyen, ezáltal is növelve az oktatási informatika terjedésének esélyeit (*Kárpáti*, 2004).

Már nemcsak a természettudományok művelői foglalkoznak azzal, hogy ezeket a fogalmakat be kell vezetni a középiskolai oktatásba, hanem az *Új Pedagógia Szemle* is. Megerősíti bennünk a fentebb vázoltakat Csorba F. László (2000) felvetése is az *Új tudomány: A káosz* című cikkében. Három szempontot említ, ami szerinte indokolná, hogy a tanítási órákon is legyen szó a káoszról. Szempontjai egybecsengenek az általunk tapasztaltakkal: az esztétikai-érzelmi kötődés lehetősége, alkalom reflektálásra néhány – alapvető – filozófiai alapelvre: determináció, jósolhatóság (előrejelezhetőség), történetiség, valamint a számítógép kreatív és tervezhető bekapcsolása a hagyományos tantárgyak oktatásába.

Tapasztalataink azt mutatják, hogy akár szakközépiskolás diákok számára is lebilincselő a káosz. A káosz képi világa és formai lehetőségei mágnesként vonzza a diákok tekintetét, hat esztétikai érzékükre, felébreszti kreativitásukat. Ezek a hétköznapi, mindenki számára érthető, megfogható folyamatok segítenek a természettudományos gondolkodás elmélyítésében.

Irodalom

Csorba F. László (2000): Új tudomány: A káosz. *Új Pedagógiai Szemle*, 9.

Diacu, F. – Holmes, Ph. (2003): *Égi találkozások. A káosz és a stabilitás eredete*. Akkord Kiadó, Budapest.

Domokos Gábor (2002): Püthagorász, Rényi és a lemmingek, avagy a káosz irracionalitása. 1–2. *Természet Világa*, szeptember, október.

Gruiz Márton – Tél Tamás (2005): Káoszról, kicsit bővebben. *Fizikai Szemle*, 6. 218–220.

Gáspár Vilmos (2002): Játszunk Káoszt! Káosz: determinisztikus rendszerek véletlenszerű viselkedése. *Természet Világa*, július.

Gleick, J. (1999): *Káosz, egy új tudomány születése.* Göncöl Kiadó, Budapest.

Hóbor Miklós – Gruiz Márton – Gálfi László – Tél Tamás (2001): *Kaotikus mozgások szimulációs program.* ELTE TTK Elméleti Fizika Tanszék.

Kárpáti Andrea (2004): Tanári szerepek az informatizált iskolában, *Iskolakultúra*, 9. 3–11.

Kecskés Lajos (2002): *Egy ölnyi végtelen.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Neufeld Zoltán (2003): Káosz és keveredés a légkörben és óceánban. *Természet Világa*, március.

Nikosz, F. (2003): *Káosz és nemlineáris dinamika a társadalomtudományokban.* Typotex Kiadó, Budapest.

Radnóti Katalin (2005): A fizikatanítás pedagógiájának kérdései a fizika évében. *Iskolakultúra*, 10. 3–20.

Stoppard, T.: *Árkádia*. www.mek.oszk.hu/002000/

Scheuring István (2002): Káosz az élőközösségekben. Nemlineáris jelenségek kompetitív rendszerekben és táplálékhálózatokban. *Természet Világa*, augusztus.

Szatmári-Bajkó Ildikó (2006): „Káoszt"? – Azt! – Káoszelmélet a középiskolában. *Fizikai Szemle*, 11. 376–380.

Tasnádi Péter (2003): Az informatikai eszközök alkalmazása a fizika tanításban. In Kárpáti Andrea – Főző Attila László – Tasnádi Péter (szerk.): *Informatikai eszközök a fizika oktatásában.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 9–14.

Tél Tamás – Gruiz Márton (2002): *Kaotikus Dinamika.* Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Köszönetnyilvánítás

A szerző köszönettel tartozik Tél Tamásnak és Gruiz Mártonnak az ábrák elkészítésében nyújtott jelentős segítségért.

Szatmári-Bajkó Ildikó
Vecsés, Petőfi Sándor Általános Iskola és Gimnázium – ELTE, Neveléstudományi Doktori Iskola

Grimm-mesék a pedagógiai folyamatban

A páratlan kulturális értéket képviselő Grimm-mesekincs alkalmazásának mértéke a német nyelv tanítási-tanulási folyamatában megítélésünk szerint messze elmarad a kívánatostól. A jelen írással e negatív jelenség okainak feltárásához, az értékvesztéssel járó folyamat megállításához és visszafordításához kívánunk hozzájárulni. Az alábbiakban megkíséreljük bemutatni a Grimm-mese ellenes nézetek kialakulásának, fennmaradásának és terjedésének okait, körülményeit és elvégezzük a pozitív ellenvélemények felsorakoztatását.

Kitérünk a Grimm-mesékre vonatkozó kritikák szocializációs hatókörének kérdéseire, a pedagógiai célzatú felhasználás kialakulására és időbeli változásaira, majd egy hazai attitűdvizsgálat eredményeinek rövid bemutatására. Reményeink szerint hozzájárulunk a mesék megítélése körüli bizonytalanság csökkentéséhez és újabb kutatások való ösztönzéshez.