

# Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

---

Scuola di Scienze  
Dipartimento di Fisica e Astronomia  
Corso di Laurea in Astronomia

## Effetto Doppler e applicazioni astrofisiche

Tesi di laurea

Presentata da:  
Lorenzo Cuoghi

Relatore:  
Chiar.mo Prof. Daniele Dallacasa

---

Sessione III  
Anno Accademico 2015-2016

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>i</b>
<b>1 Effetto Doppler</b>	<b>1</b>
1.1 Caso non relativistico . . . . .	1
1.2 Caso relativistico . . . . .	3
<b>2 Applicazioni astrofisiche</b>	<b>5</b>
2.1 Allargamento Doppler . . . . .	5
2.2 Sistemi stellari multipli . . . . .	7
2.3 <i>Redshift</i> . . . . .	9
2.3.1 Modello dell'espansione dell'Universo di Hubble . . . . .	9
2.3.2 <i>Redshift</i> Doppler . . . . .	10
2.3.3 <i>Redshift</i> cosmologico . . . . .	10
2.4 Conclusioni . . . . .	11
<b>Bibliografia</b>	<b>12</b>

# Introduzione

Nel corso del secolo XIX il fisico James Clerk Maxwell riassunse le leggi sull'elettromagnetismo nelle note equazioni che portano il suo nome, dalle quali è stato possibile estrapolare la natura ondulatoria della luce. Questa importantissima caratteristica, per la quale la luce è definita come onda elettromagnetica, implica una grande vastità di fenomeni di origine ondulatoria, tra i quali l'Effetto Doppler.

Vissuto nella prima metà dell'Ottocento, Christian Andreas Doppler dedicò i suoi studi alle onde percepite da un osservatore, nel caso in cui questo fosse in moto relativo rispetto alla sorgente. Il fenomeno indagato da Doppler è applicabile a qualsiasi onda, da quelle sonore a quelle elettromagnetiche, ed è in grado di fornire un'importante quantità di informazioni sull'oggetto da cui questa proviene. Si pensi alle distanze che intercorrono tra gli strumenti di osservazione e la sorgente nel caso astronomico: la sorgente luminosa più vicina al Sole dista 4.2 anni luce e la radiazione che giunge a noi è l'unica informazione accessibile. Applicando le conseguenze dell'effetto Doppler a oggetti così distanti, è possibile ottenere informazioni relative alle proprietà dinamiche di stelle o galassie lontane, esclusivamente affidandosi all'analisi della luce che queste emettono. Ma per comprendere in quale maniera tutto questo sia possibile, è necessario specificare alcuni aspetti fondamentali di natura astrofisica.

La radiazione percepibile dall'occhio umano è quella che appartiene all'intervallo del *visibile*, una piccola finestra cui appartengono le onde elettromagnetiche di frequenza  $\nu^1$  compresa tra 790 e 435 THz. Tuttavia, nell'Universo, così come sulla Terra, si propagano anche onde con frequenze di gran lunga differenti a quelle della luce visibile, ma impercettibili ai nostri sensi. I raggi UV, i raggi X e  $\gamma$  sono tutte le onde elettromagnetiche con frequenze maggiori a quelle della luce, mentre hanno frequenza minore i raggi Infrarossi, le microonde e le onde Radio. Infatti, la radiazione delle stelle e dei corpi celesti in generale, non si limita alla finestra del visibile, ma si estende ad altre frequenze (che siano più alte o più basse).

L'intensità della radiazione proveniente da un corpo ha differenti valori a seconda della frequenza, così formando una distribuzione delle intensità che prende il nome di *spettro*. Lo spettro è fondamentale non solo per descrivere al meglio le conseguenze dell'effetto Doppler, ma è alla base dello studio di qualunque questione astrofisica, poiché contiene le uniche informazioni accessibili da un corpo celeste.

Per esempio, lo spettro realtivo a una generica stella (come il Sole) ha una distribuzione approssimabile a quella di *corpo nero*, un oggetto ideale che, assorbendo completamente tutta la radiazione incidente e, in seguito, raggiungendo l'equilibrio termico, emette radiazione tramite una distribuzione (detta *planckiana*), descritta come segue:

$$P^{CN}(\nu, T) = \frac{2h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

---

<sup>1</sup>É del tutto arbitrario parlare di *frequenze* o *lunghezze d'onda*  $\lambda$  poiché inversamente proporzionali secondo l'equazione  $\lambda\nu = c$ , dove  $c$  è la velocità della luce nel vuoto, e vale circa  $3 \times 10^{10}$  cm/s

(i parametri della formula sono specificati nelle seguenti pagine).

La luce emessa dalla fotosfera di una stella, prima di propagarsi nello spazio circostante, deve attraversare l'atmosfera stellare. Questo strato è composto di un gas di atomi e/o molecole, generalmente più freddo della fotosfera, in grado di assorbire specifiche frequenze a seconda della natura della particella. Per esempio, l'atomo di Ferro ( $Fe$ ), al passaggio di onde elettromagnetiche risulta trasparente per tutte le frequenze, fuorché per alcune  $\nu$  specifiche, che nel caso del  $Fe(I)$  hanno una frequenza di circa 460 THz. La radiazione associata a quella frequenza, di energia  $E = h\nu$  (dove  $h = 6.6 \times 10^{-27} \text{ ergs}$ ), è assorbita dall'atomo affinché questo passi ad uno stato eccitato. Questo vale per tutti gli elementi presenti in un'atmosfera stellare, i quali assorbono ciascuno una specifica frequenza.

In generale, gli spettri stellari sono composti da un profilo continuo, cioè la radiazione che proviene dalla fotosfera, escluse alcune *righe di assorbimento* in cui l'intensità della radiazione è inferiore a causa dei fotoni assorbiti dagli atomi.

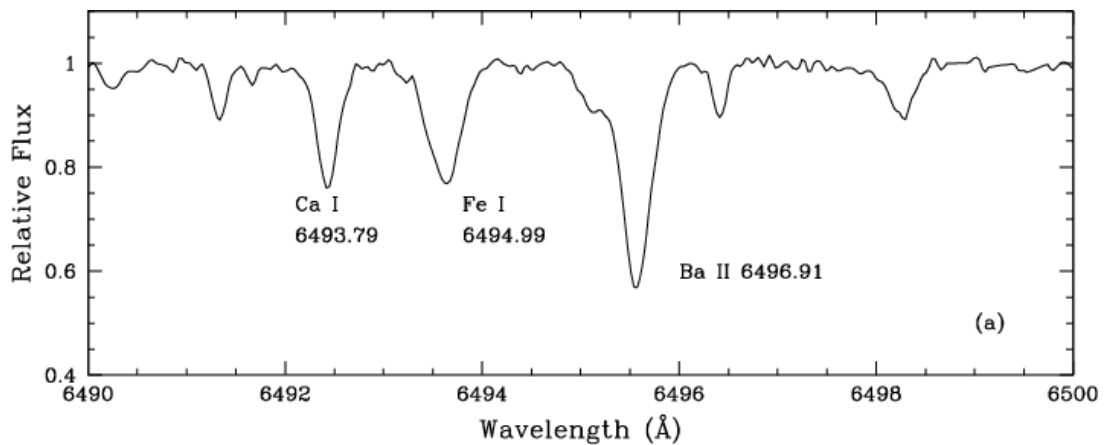


Figura 1: Dettaglio delle righe di assorbimento del  $Ca(I)$ ,  $Fe(I)$  e  $Ba(II)$  alle lunghezze d'onda corrispondenti. La linea dalla quale hanno origine le righe di assorbimento è una sezione del profilo continuo proveniente dalla fotosfera.

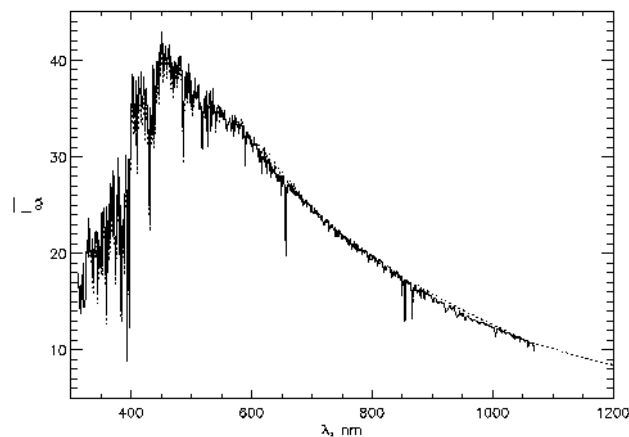


Figura 2: Spettro stellare con righe in assorbimento

Così come atomi assorbono la radiazione, possono riemetterla. In questo caso, anziché osservare righe in assorbimento, nelle quali la distribuzione originale perde d'intensità, per *righe in emissione* si osservano dei picchi, sempre a specifiche frequenze. Per

esempio, l'atomo di idrogeno neutro,  $HI$ , molto abbondante nelle galassie a spirale, a causa delle transizioni di dipolo magnetico (tra gli spin dell'elettrone e protone) emette radiazione elettromagnetica ad una frequenza di  $1420.405\text{ MHz}$ , ovvero una lunghezza d'onda di  $21\text{ cm}$ .

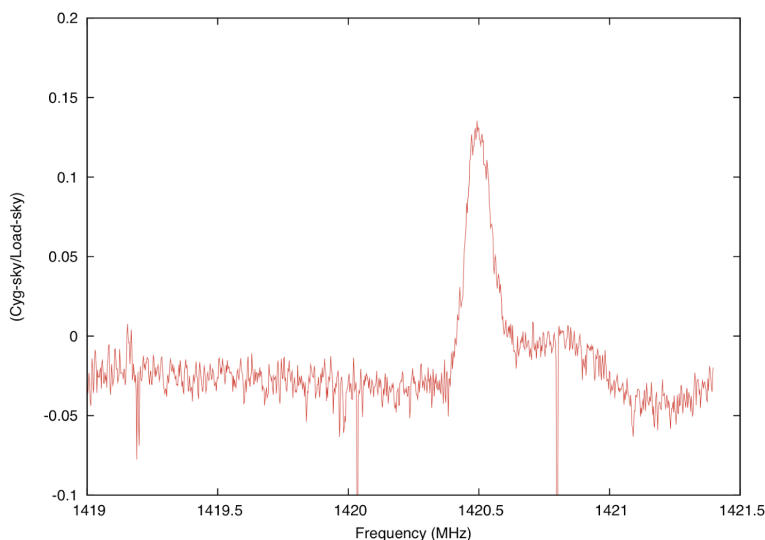


Figura 3: Riga in emissione dell'Idrogeno neutro a  $1420\text{MHz}$ . Dettaglio.

Detto questo, ottenuto il profilo spettrale di una stella o di una galassia con lo spettrometro, si dovrebbero osservare le righe di assorbimento o emissione nella posizione corrispondente sull'asse delle frequenze (o delle lunghezze d'onda). Ma nella stragrande maggioranza dei casi le osservazioni mostrano tutt'altro. Nonostante le righe spettrali dei singoli atomi o delle singole molecole corrispondano a specifiche frequenze dello spettro, queste, per molti corpi celesti, non si trovano mai alla frequenza prevista: lo studio di una stella molto distante dal Sole mostra, per esempio, la riga corrispondente all'atomo di  $Fe(I)$  a frequenze ben diverse da quelle attese, mentre la riga corrispondente a  $1420\text{MHz}$  di una galassia distante si trova a frequenze molto inferiori. Questo *spostamento (shift)* è in realtà la conseguenza del moto relativo tra la sorgente e l'osservatore, il quale altera le onde percepite dagli spettrometri. Pertanto questo fenomeno è proprio l'effetto Doppler.

# Capitolo 1

## Effetto Doppler

Prima di affrontare le interessanti applicazioni dell'effetto Doppler nelle questioni astrofisiche, è necessario ragionare su qualche passaggio fisico e matematico per arrivare ad una corretta formulazione generale del fenomeno.

Perché sia possibile applicare approssimazioni utili alla soluzione, il problema viene separato in due casi distinti. Inizialmente si affronta il caso non relativistico dell'effetto Doppler, ovvero il caso in cui le velocità relative tra osservatore  $O$  e sorgente  $S$  non raggiungono valori elevati. In seguito, la trattazione relativistica riguarda lo studio dell'effetto Doppler nella condizione in cui la sorgente  $S$  viaggia ad una velocità  $v_S$  molto elevata per la quale è necessario tener conto degli effetti relativistici.

### 1.1 Caso non relativistico

Per la trattazione di questo caso è necessaria un'ulteriore distinzione che prevede almeno quattro configurazioni diverse.

- i. *Sorgente ed osservatore fissi.* La sorgente emette onde con frequenza  $\nu_S$  che si propagano a velocità  $v$ . La velocità di propagazione di un'onda è uguale al prodotto della frequenza con la lunghezza d'onda  $\lambda_S$ , per cui  $\nu_S \lambda_S = v$ . Le onde percepite dall'osservatore, nel caso in cui questo sia fermo rispetto alla sorgente, hanno una frequenza

$$\nu_O = \frac{v}{\lambda} = \nu_S.$$

Quindi la frequenza percepita dall'osservatore risulta uguale a quella emessa dalla sorgente.

- ii. *Sorgente fissa, osservatore in moto.* Nel caso in cui l'osservatore sia in moto, per esempio in direzione della sorgente, con velocità  $v_O$ , questo percepisce sia le  $\nu_S$  del caso (i), sia le  $\frac{v_O}{\lambda}$  onde supplementari che l'osservatore incontra nell'unità di tempo in cui si è avvicinato. Da questo segue che, nel caso in cui l'osservatore si avvicini alla sorgente, la frequenza percepita  $\nu_O$  è maggiore della frequenza  $\nu_S$  effettivamente emessa:

$$\nu_O = \nu_S + \frac{v_O}{\lambda} = \nu_S \left(1 + \frac{v_O}{v}\right).$$

Per estendere la formula anche al caso in cui l'osservatore si stia allontanando dalla sorgente risulta

$$\nu_O = \nu_S \left(1 \pm \frac{v_O}{v}\right). \quad (1.1)$$

- iii. *Sorgente in moto, osservatore fermo.* In questo caso, la sorgente si muove verso l'osservatore a velocità  $v_S$ . Di fatto, la sorgente, che emette onde ad una certa frequenza, rincorre le onde emesse nella direzione del moto.

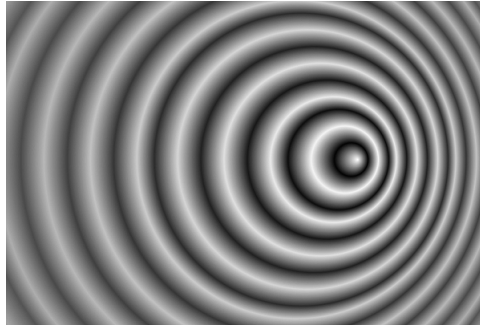


Figura 1.1: Rappresentazione delle onde emesse da una sorgente in moto. Nella direzione del moto le creste si stringono (la frequenza aumenta), mentre la lunghezza d'onda nella direzione opposta aumenta (la frequenza diminuisce).

Le vibrazioni  $\nu_S$  emesse dalla sorgente nello spazio  $(v - v_S) \Delta t$  sono percepite dall'osservatore nello spazio  $v \Delta t$ , per cui si ha

$$\frac{\nu_S}{v - v_S} = \frac{\nu_O}{v},$$

da cui

$$\nu_O = \nu_S \frac{v}{v \pm v_S} \quad (1.2)$$

nei casi in cui la sorgente sia in avvicinamento o allontanamento.

Se la velocità di propagazione dell'onda è molto maggiore della velocità della sorgente ( $v \gg v_S$ ), è possibile sviluppare in serie la formula (1.2) ottenendo

$$\nu_O = \nu_S \frac{1}{1 \pm \frac{v_S}{v}} = \nu_S \left(1 \pm \frac{v_S}{v}\right)^{-1} = \nu_S \left(1 \mp \frac{v_S}{v} + \dots\right)$$

Questa espressione, arrestata al primo termine, è equivalente alla (1.1) nel caso di sorgente fissa e osservatore in moto: si conclude dicendo che per velocità di propagazione dell'onda molto grandi rispetto a quelle dei sistemi utilizzati, non è possibile distinguere se sia la sorgente o l'osservatore a muoversi rispetto all'altro. Infatti, sorgente che si avvicina all'osservatore o osservatore che si avvicina alla sorgente sono situazioni fisiche identiche e indistinguibili nel caso in cui  $v = c$ , dove  $c \approx 3 \times 10^{10} \text{cm/s}$  è la velocità della luce nel vuoto, per cui si ha che  $c \gg v_S$ . Tuttavia è comunque possibile determinare il moto relativo.

- iv. *Sorgente in moto. Osservatore in moto.* Poniamo sorgente e osservatore in moto nella stessa direzione con velocità rispettivamente  $v_S$  e  $v_O$ . Con questa configurazione, i casi *ii* e *iii* avvengono simultaneamente, trovando che

$$\nu_O = \nu_S \left( \frac{v \pm v_O}{v} \right) \left( \frac{v}{v \pm v_S} \right) = \nu_S \frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}$$

Dunque, in generale, l'avvicinamento tra sorgente e osservatore implica sempre un aumento della frequenza, mentre un allontanamento ne causa una diminuzione.

L'effetto Doppler riguarda solamente le componenti delle velocità nella direzione della linea di vista dell'osservatore: nel caso in cui il moto della sorgente e/o dell'osservatore fosse perpendicolare alla congiungente sorgente-osservatore, non sono percepite le variazioni di frequenza o lunghezza d'onda. La componente del moto relativo con direzione  $S-O$ , che è l'unica componente che contribuisce all'effetto Doppler, deve essere diversa da zero: detto questo, è sufficiente sostituire nelle formule generali le velocità con le rispettive componenti longitudinali nella direzione  $S-O$ :

$$v_S \cos\theta \text{ e } v_O \cos\theta.$$

È così definito l'effetto Doppler *longitudinale*. Riassumendo: la frequenza delle onde emesse da una sorgente  $S$  percepita da un osservatore  $O$ , nel caso in cui la sorgente sia in moto in una direzione che forma un angolo  $\theta$  con la congiungente  $S-O$ , è

$$\nu_O = \frac{\nu_S}{1 \pm \beta_S \cos\theta} \quad (1.3)$$

dove

$$\beta_S = \frac{v_S}{v}.$$

## 1.2 Caso relativistico

Nel caso in cui la sorgente avesse un moto con elevate velocità  $v_S$ , è possibile affrontare la trattazione relativistica nella quale è necessario tener conto dell'effetto di dilatazione del tempo.

Siano

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_S^2}},$$

$\tau_S$  il periodo di vibrazione della sorgente,

$\tau_O$  il periodo di vibrazione misurato da un osservatore.

Allora

$$\tau_O = \gamma \tau_S$$

e risulta

$$\nu_O = \frac{1}{\tau_O} = \frac{1}{\gamma \tau_S} = \frac{\nu_S}{\gamma}$$

Per ottenere la formula relativistica dell'effetto Doppler è sufficiente considerare la correzione data da  $\gamma$  nella formula (1.3), per cui:

$$\nu_O = \nu_S \frac{\sqrt{1 - \beta_S^2}}{1 - \beta_S \cos\theta} = \nu_S \frac{\sqrt{1 - \beta_R^2}}{1 \pm \beta_R}, \quad (1.4)$$

dove l'ultima equazione rappresenta la legge relativistica dell'effetto Doppler longitudinale, considerando  $\cos\theta = \pm 1$ , a seconda che la sorgente si avvicini o si allontani, con  $\beta_R$  velocità relativa  $S-O$ .



Per  $\beta_R$  piccoli risulta:

$$\frac{\sqrt{1 - \beta_R^2}}{1 - \beta_R} = \sqrt{\frac{(1 - \beta_R)(1 + \beta_R)}{(1 - \beta_R)^2}} = \sqrt{\frac{1 + \beta_R}{1 - \beta_R}} \approx \sqrt{1 + 2\beta_R} \approx 1 + \beta_R$$

per cui la (1.4) diventa

$$\nu_O \approx \nu_S (1 \mp \beta_R).$$

Se la sorgente si muove perpendicolarmente alla direzione  $S-O$ , per  $\cos\theta = 0$  si ottiene

$$\nu_O = \nu_S \sqrt{1 - \beta_R^2} \approx \nu_S \left( 1 - \frac{1}{2} \beta_R^2 + \dots \right)$$

che costituisce la legge dell'*effetto Doppler trasversale*, una conseguenza diretta del fenomeno relativistico della dilatazione del tempo. Infatti l'effetto Doppler classico (per le onde acustiche) non presenta nessun termine trasverso, ovvero non mostra variazioni di frequenza nel caso in cui la sorgente o l'osservatore si muovono perpendicolarmente.

# Capitolo 2

## Applicazioni astrofisiche

L'applicazione dell'effetto Doppler al campo dell'astrofisica è immediata. Nell'Universo, come viene mostrato in questo capitolo, le sorgenti di onde elettromagnetiche sono in moto relativo rispetto ai nostri strumenti di osservazione, che siano a Terra o in orbita: ora le particelle di una nube sono in agitazione termica, ora le stelle ruotano intorno al centro galattico, ora le componenti di sistemi binari ruotano intorno a un baricentro, ora le galassie distanti si allontanano dalla nostra. Dalle particelle di un gas nel mezzo interstellare (ISM) ai sistemi complessi che formano le galassie, lo spettro subisce uno spostamento a causa dell'effetto Doppler.

### 2.1 Allargamento Doppler

Come è ormai noto, l'effetto Doppler è un fenomeno che si manifesta su scale macroscopiche, a tal punto che diventa uno strumento fondamentale per studiare e conoscere gli oggetti più distanti nell'Universo. Tuttavia questo effetto è riscontrabile anche su scala microscopica, poiché si misura la sua influenza persino nella radiazione emessa dai gas presenti nel mezzo interstellare.

Supponiamo di osservare un gas composto da particelle. Se il gas si trova all'equilibrio termico, la distribuzione delle velocità di queste particelle segue quella di Maxwell-Boltzmann, per cui il numero di particelle  $N_{(0,u)}$  con velocità compresa tra 0 e  $u$  è

$$N_{(0,u)} = \int_0^u \frac{e^{-(v/u_o)^2}}{u_o \sqrt{\pi}} dv.$$

in cui il valore della velocità più probabile è

$$u_o = \sqrt{\frac{2kT}{m}},$$

dove

$m$  è la massa della particella [g]

$T$  è la temperatura [K]

$k = 1.38 \times 10^{-16} \left[ \frac{\text{erg}}{\text{K}} \right]$  è la costante di Boltzmann

È chiaro che l'agitazione termica fa sì che ci siano particelle che si allontanano e altre che si avvicinano all'osservatore in ogni momento, e sarà proprio questa la causa dell'effetto Doppler. Per vedere cosa comporta l'effetto Doppler ad una nube di particelle in agitazione termica, è necessario definire alcune quantità.

È già stato formulato, per quanto riguarda le frequenze, qual è l'onda percepita da un osservatore. Per quanto riguarda le lunghezze d'onda, dalla (1.1) si ottiene

$$\lambda_{obs} = \lambda_{lab} \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

dove

$\lambda_{obs}$  è la lunghezza d'onda di una riga osservata in uno spettro, dovuta ad un elemento generico  $X$

$\lambda_{lab}$  è la lunghezza d'onda della riga associata all'elemento  $X$  misurata in laboratorio (cioè per osservatore e sorgente relativamente fermi). In pratica rappresenta la lunghezza d'onda originale della sorgente e rappresenta la posizione esatta della riga nello spettro senza l'influenza (cioè lo *spostamento*) dell'effetto Doppler.

Definiamo con  $\Delta\lambda$  la differenza tra lunghezza d'onda osservata e quella misurata in laboratorio.

$$\Delta\lambda = \lambda_{obs} - \lambda_{lab} = \lambda_{lab} \left(1 \pm \frac{v}{c} - 1\right)$$

da cui

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = \pm \frac{v}{c}$$

Sia  $z$  lo spostamento. Se la velocità della sorgente è molto inferiore alla velocità della luce, allora

$$z \approx \frac{v}{c}. \quad (2.1)$$

dove  $c$  è la velocità della luce nel vuoto. Quindi

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = z = \frac{u_o}{c} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Ne segue che la variazione di lunghezza d'onda dovuta all'effetto Doppler è

$$\Delta\lambda = 2 \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Il fattore 2 è giustificato dal fatto che la riga si allarga verso lunghezze d'onda alla destra e alla sinistra del centro, dato che ci sono particelle che si allontanano e che si avvicinano.

Si noti inoltre che la misura della  $\Delta\lambda$  porta ad una stima della temperatura utilizzando l'equazione appena ottenuta.

Da calcoli più approfonditi, prendendo in considerazione le differenti direzioni di movimento degli atomi rispetto all'osservatore, si dimostra che la *full width at half-maximum*<sup>1</sup> della riga spettrale dovuta all'effetto Doppler vale:

$$(\Delta\lambda)_{1/2} = 2 \frac{\lambda}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m} \ln 2}. \quad (2.2)$$

Questo allargamento agisce prevalentemente nel *core* della riga a causa della rapida decrescita esponenziale tipica della distribuzione maxwelliana delle velocità. Per alcuni oggetti celesti, le righe spettrali sono soggette anche a moti turbolenti su larga scala, i quali agiscono su intere regioni di gas; questo è particolarmente rilevante per stelle

<sup>1</sup>La **FWHM** è la larghezza a metà altezza della riga spettrale

giganti e supergiganti, nelle quali sono presenti moti convettivi. Allora l'Eq. (2.2) viene modificata con l'aggiunta della  $v_{turb}$ , il valore più probabile della velocità delle turbolenze:

$$(\Delta\lambda)_{1/2} = 2\frac{\lambda}{c}\sqrt{\left(\frac{2kT}{m} + v_{turb}^2\right)\ln 2}.$$

In generale, maggiore è la temperatura del gas e maggiore è la velocità media delle particelle al suo interno, infatti  $v \propto \sqrt{T}$ . Quindi, un gas caldo caratterizzato da una forte agitazione termica, mostra righe spettrali allargate per effetto Doppler a causa dell'elevate velocità delle particelle che si muovono in tutte le direzioni. È noto che i moti d'interesse sono quelli per i quali esiste una componente non nulla nella direzione della linea di vista.

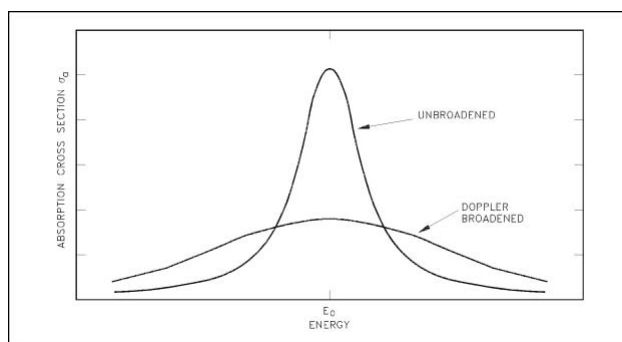


Figura 2.1: Riga in assorbimento di un gas in due stati. Il picco più alto corrisponde a temperature e velocità basse. La linea allargata appartiene invece allo spettro di un gas ad elevate temperature e alte velocità delle particelle.

Un'ulteriore applicazione dell'effetto Doppler sulle righe spettrali si verifica negli oggetti dotati di rotazione: il moto di rotazione è inteso come un moto relativo costante tra l'osservatore e la sorgente. Nella rotazione, infatti, i due estremi opposti del profilo della sorgente (visti da un osservatore) sono uno in allontanamento e l'altro in avvicinamento. Questo moto costante, poiché costante è la rotazione di stelle o galassie, allarga le righe spettrali a causa dell'effetto Doppler: l'estremità che si allontana allarga la riga nella direzione delle lunghezze d'onda maggiori, mentre l'estremità opposta, quella che si avvicina all'osservatore, allarga la riga spettrale nella direzione delle lunghezze d'onda minori.

Ovviamente, maggiore è la velocità di rotazione, maggiore è l'allargamento della riga spettrale. Per questo è possibile determinare la velocità di rotazione di alcuni corpi celesti tramite l'analisi della larghezza delle righe spettrali<sup>2</sup>.

## 2.2 Sistemi stellari multipli

Non tutte le stelle dell'Universo sono isolate come il Sole. Infatti sono molto più frequenti i sistemi stellari doppi o multipli, i quali sono composti di due o più stelle legate da una forte interazione gravitazionale. Questo legame influenza le orbite degli oggetti, facendo sì che le stelle orbitino intorno a un comune baricentro.

Nei sistemi multipli, la distanza tra le stelle risulta estremamente piccola se confrontata con la distanza che intercorre tra queste e la Terra (cioè l'osservatore). Proprio per

<sup>2</sup>Questo è ovviamente falso nel caso in cui l'asse di rotazione coincidesse esattamente con la linea di vista. In tal caso, non si verificherebbe l'effetto Doppler e la riga risulterebbe inalterata

questo, la stragrande maggioranza dei sistemi multipli sono spesso irrisolvibili, nel senso che le componenti che li costituiscono sono talmente lontane da Terra e vicine tra loro, che nessun strumento è in grado di distinguere direttamente le singole stelle.

Tuttavia, nel caso in cui il piano orbitale delle stelle avesse un'angolazione con la linea di vista dell'osservatore favorevole all'effetto Doppler, ciascuna stella del sistema andrebbe a modificare lo spettro complessivo.

Applichiamo l'esempio più semplice, il caso del sistema binario. Supponiamo che due stelle stiano ruotando attorno ad un unico baricentro. Esiste un intervallo di tempo in cui le velocità dei due corpi hanno la direzione della linea di vista, ma verso opposto: una stella che si allontana ed una stella che si muove verso l'osservatore. Lo spettrometro a Terra, seppur non sia in grado di risolvere il sistema binario, è in grado di percepire uno sdoppiamento delle righe spettrali, causato dal fatto che una componente contribuisce ad uno spettro spostato verso le frequenze più basse, mentre l'altro va a formare uno spettro spostato verso frequenze più alte.

Queste binarie prendono il nome di binarie spettroscopiche, proprio a causa del fatto che la loro natura è svelata indirettamente sullo spettro dall'effetto Doppler.

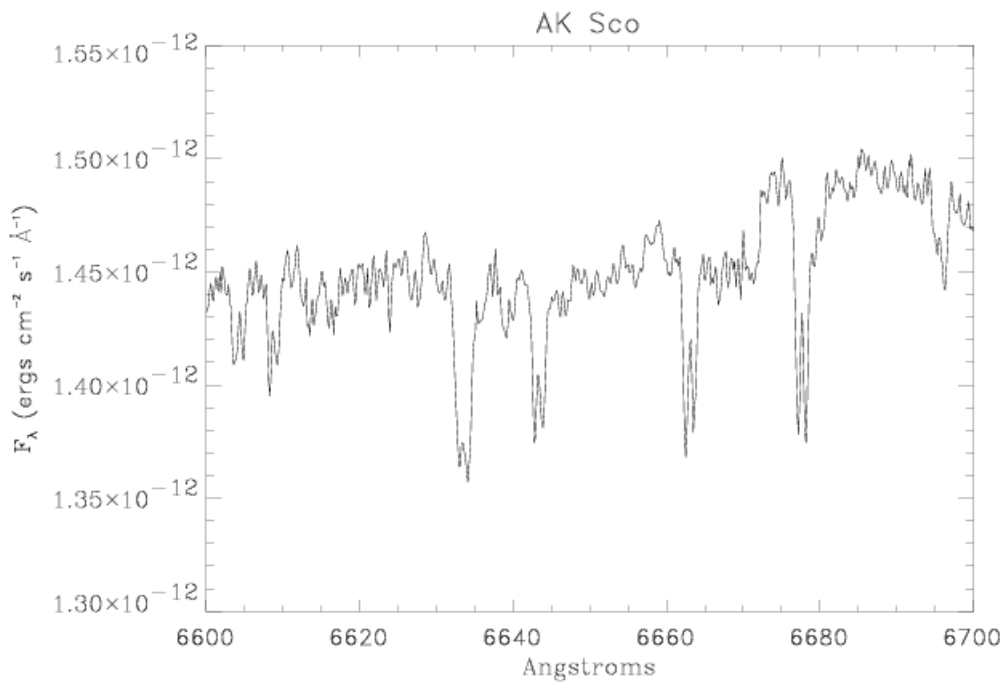


Figura 2.2: Righe in assorbimento di una binaria spettroscopica

Una binaria spettroscopica mostra le righe spettrali separate solamente nel periodo in cui le due stelle hanno un moto con una componente non nulla nella stessa direzione della linea di vista, ma con verso opposto. Quindi questi oggetti sono riconoscibili solamente in alcuni periodi: infatti, nel periodo in cui due stelle hanno un moto perpendicolare alla congiungente con l'osservatore, le righe spettrali non sono sdoppiate e la binaria non è risolvibile nemmeno col metodo spettroscopico.

## 2.3 Redshift

Nel secolo XX, l'astronomo Edwin Hubble scoprì una relazione empirica per la quale la distanza degli oggetti risulta proporzionale allo spostamento verso il rosso<sup>3</sup> delle righe spettrali.

Hubble notò che osservando galassie sempre più distanti, le righe spettrali subiscono uno spostamento verso il rosso (*redshift*) sempre più marcato. Questo dato empirico racchiude in sé un'importantissima scoperta in campo cosmologico: l'espansione dell'Universo. Il *redshift* che si misura per qualunque oggetto distante, in qualunque direzione, mostra come tutte le galassie si stiano allontanando dalla Terra. È necessario chiarire, attraverso il seguente modello, che questo non implica affatto che la Terra sia il centro dell'espansione.

### 2.3.1 Modello dell'espansione dell'Universo di Hubble

Supponiamo, in un modello semplificato, che l'Universo sia una sfera di raggio  $R$ , e siano  $\vec{x}_0$  e  $\vec{x}_1$  due vettori che identificano ciascuno un punto diverso della superficie di questa sfera. Sia  $\vec{d} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0$  la distanza tra questi due punti.

Supponiamo che la sfera cominci a gonfiarsi, ovvero che cominci ad aumentare  $R$  in funzione di  $t$ , per cui parleremo di  $R(t)$ . Allora per  $i=0;1$  vale

$$\vec{x}_{i(t)} = \vec{x}_{i(0)} \frac{R(t)}{R(0)}$$

e ne segue che

$$\vec{d}_{(t)} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0 = \vec{d}_{(0)} \frac{R(t)}{R(0)}$$

Per la definizione di velocità relativa si ottiene il sistema

$$\begin{cases} \vec{v}_{(t)} = \frac{\dot{\vec{d}}_{(0)}}{R(0)} \dot{R}(t) \\ \vec{d}_{(t)} = \vec{d}_{(0)} \frac{R(t)}{R(0)} \end{cases}$$

che ha soluzione

$$\vec{v}_{(t)} = \vec{d}_{(t)} \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \quad \longrightarrow \quad \vec{v}_{(t)} \propto \vec{d}_{(t)}.$$

Questo dimostra che ciascun osservatore, in qualunque punto esso si trovi, vede le altre sorgenti allontanarsi a una velocità proporzionale alla distanza. Quindi non esiste un centro o un punto privilegiato dell'espansione, perché come è osservata da Terra è osservata da qualunque altro punto dello spazio.

La costante di proporzionalità della legge di Hubble è quella definita come *costante di Hubble* ( $H_0 = 72 \pm 8 \text{ km/s/Mpc}$ ), per cui si ha

$$v = H_0 d. \tag{2.3}$$

---

<sup>3</sup>Lo spostamento verso il rosso, il *redshift*, sta ad indicare lo spostamento delle righe verso la parte rossa dello spettro, cioè verso lunghezze d'onda maggiori (o frequenze minori) a causa della recessione della sorgente. Il *blueshift*, invece, è lo spostamento delle righe verso la parte blu dello spettro, dovuto all'avvicinamento della sorgente all'osservatore.

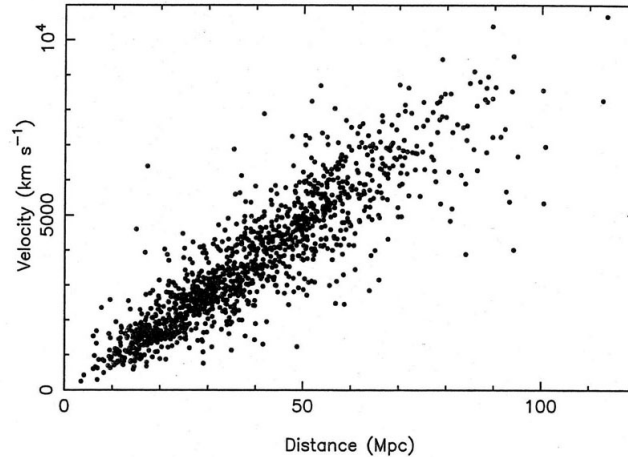


Figura 2.3: Grafico distanza-velocità su un campione di 1355 galassie. La disposizione delle galassie lungo la retta implica la proporzionalità tra distanza e velocità di allontanamento, da cui deriva la legge di Hubble

### 2.3.2 *Redshift* Doppler

Per distanze relativamente piccole, il *redshift* è nel regime in cui  $z \ll 1$ , per cui vale l'approssimazione  $z \approx \frac{v}{c}$ . Andando a sostituire il valore di  $z$  nell'equazione (2.3) si ottiene

$$z = \frac{H_0 d}{c}$$

che mostra esplicitamente l'importante ruolo che ha l'effetto Doppler nella determinazione delle distanze per le galassie lontane.

È questa l'applicazione più interessante del fenomeno trattato. Tramite lo studio delle righe spettrali delle galassie, è possibile non solo determinare la loro distanza e la loro velocità di recessione, ma anche accorgersi che ciascuno di esse è parte dell'espansione dell'Universo. Le conseguenze sulle teorie cosmologiche della nascita dell'Universo, grazie anche alla determinazione della costante di Hubble  $H_0$ , sono fondate in primo luogo su quanto scoperto attraverso l'effetto Doppler.

Per indagare sull'origine dell'Universo viene spontaneo ipotizzare un'esplosione che innescò l'espansione oggi misurata. Questo evento, noto come il *Big Bang*, è avvenuto dunque al *tempo zero* dell'Universo, che risale a circa 15 miliardi di anni fa. Questo dato, del tutto indicativo, non ha ancora un valore preciso a causa del fatto che proviene dall'inverso della costante di Hubble che, a sua volta, non è ancora determinata con certezza; per cui il valore dell'età dell'Universo è ancora approssimativo:

$$\frac{1}{H_0} \approx 15 \text{ Gyr.}$$

### 2.3.3 *Redshift* cosmologico

Per oggetti estremamente lontani, come per esempio i Quasar, si ottiene un valore di  $z$  maggiore di 1. Questo, senza le adeguate considerazioni, implicherebbe che il corpo abbia una velocità di recessione maggiore di quella della luce (eq. 2.1), il che è fisicamente impossibile.

Invece un'adeguata interpretazione dimostra che il valore  $z$  è corretto, associando l'allontanamento delle galassie all'ulteriore dilatazione dello spazio che separa osservatore e

sorgente. Questo fenomeno si verifica fuori dal regime del *redshift* Doppler, e agisce solamente su larga scala, per oggetti estremamente distanti.

## 2.4 Conclusioni

In questo breve trattato sono emerse le peculiarità dell'effetto Doppler fino alle sue applicazioni nell'ambito dell'astrofisica. La versatilità di questo fenomeno implicherebbe una trattazione molto più ampia ed esauriente, ma i concetti fondamentali discussi in questa tesi sono sufficienti alla comprensione dell'importanza dell'effetto Doppler.

Si noti infatti che da uno spostamento delle righe spettrali è possibile determinare la temperatura di un gas o, addirittura, si è in grado di formulare teorie sulla natura dell'Universo e sulla sua origine. Importante è anche il metodo di indagine delle distanze astronomiche che si ricava dall'effetto Doppler. Infatti gran parte delle questioni astrofisiche dipendono dalla distanza degli oggetti, poiché l'intensità della radiazione che misuriamo è proporzionale all'inverso del quadrato della distanza. Il metodo legato alla legge di Hubble permette di determinare le distanze per oggetti molto lontani nello spazio e nel tempo, a favore di tutta la ricerca astrofisica che si occupa degli oggetti più distanti.

Ciò che, per motivi di spazio, non è stato possibile trattare in queste pagine, è il riscontro quotidiano dell'effetto Doppler, al di fuori delle sue applicazioni cosmologiche.

Infatti questo fenomeno fisico è percettibile anche ai nostri sensi, Per esempio nelle increspature delle onde che si formano quando gli uccelli acquatici nuotano a pelo dell'acqua, oppure quando il suono emesso dalla sirena di un'ambulanza cambia di tonalità a seconda che questa si avvicini o si allontani. Questo fenomeno è quindi riscontrabile, con i dovuti accorgimenti, tanto nell'Universo e nella materia cosmologica, quanto nella vita quotidiana, a dimostrazione dell'importanza e della peculiarità dell'effetto studiato, per la prima volta, da Christian Andreas Doppler.



# Bibliografia

- [1] *Fisica Generale. Elettromagnetismo e ottica*, G. Giacomelli & L. Gregorini, NIS, 1994.
- [2] *Fisica 2*, D.Halliday & R.Resnick & K.S.Krane, C.E.A., 2004.
- [3] *Astronomy and Cosmology. A MODERN COURSE*, F. Hoyle, W. H. FREEMAN AND COMPANY, 1975.
- [4] *The Doppler Effect. An Introduction to the Theory of the Effect*, T.P. Gill, LOGOS PRESS LIMITED, 1965.
- [5] *Fisica Generale 2*, L. Gregorini, Dispense, 2015.
- [6] *Astrofisica Stellare*, F. R. Ferraro, Dispense, 2016.
- [7] *Astrofisica Extragalattica*, L. Ciotti, Appunti, 2016.