

ALMA MATER STUDIORUM · UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

**CLASSIFICAZIONE SPETTRALE DELLE
STELLE**
Il ruolo fondamentale della Temperatura

Tesi di Laurea

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa

Presentata da:
Federico Bertolucci

Sessione III
Anno Accademico 2015-2016

Indice

Introduzione	i
1 Classificazioni	1
1.1 Classificazione di Harvard	1
1.1.1 Cenni storici	1
1.1.2 La classificazione	2
1.1.3 Diagramma di Hertzsprung-Russel	4
1.2 Classificazione di Yerkes	6
2 Righe Spettrali	7
2.1 Forma delle righe	7
2.2 Equazione di Boltzmann	9
2.3 Equazione di Saha	10
3 Stelle A0	11
3.1 Righe di Blamer	11
3.2 Stelle A0	12
3.3 Il ruolo della temperatura	13
Appendice A	15
Bibliografia	16

Introduzione

Il lavoro dello scienziato consiste nel risalire all'origine di un fenomeno naturale; come se la natura fornisse nel suo manifestarsi tutte le risposte e l'uomo, nella sua ricerca, dovesse riuscire a cogliere quali siano le domande.

Daremo in questo testo una visione ampia di una particolare applicazione di questa continua ricerca: la classificazione delle stelle.

In Astrofisica spesso si cerca di schematizzare un'osservazione, in modo da avere una visione più chiara di ogni suo aspetto. Fin dall'Antica Grecia, Ipparco da Nicea (Nicea 200 a.C - Rodi 120 a.C) classificò le stelle osservate in base a quanto intensamente esse brillassero nel cielo, utilizzando l'unico rivelatore ottico in suo possesso, l'occhio umano. Creò la ben nota scala delle magnitudini, perfezionata in seguito da Tolomeo e matematicamente formalizzata da Pogson nel XIX sec.

L'avvento della spettroscopia e della fotometria permise a Henry Draper di scattare la prima lastra fotografica; Wollaston, nel 1802, osservò per primo lo spettro del Sole (costituito da bande continue solcate da righe scure) del quale Joseph Fraunhofer, nel 1814, ne identificò 600 righe calcolando la lunghezza d'onda di metà di esse. Huggins, nel 1864, scoprì la corrispondenza delle righe di Fraunhofer con quelle di alcuni elementi chimici noti.

Scoprirono così che da stelle diverse si ottenevano spettri diversi con i quali il padre gesuita Pietro Angelo Secchi per primo ed in seguito Pickering¹ con le sue assistenti Fleming² e Cannon³ ad Harvard e Morgan e Keenan allo *Yerkes Observatory* redassero i primi cataloghi stellari.

Dopo aver illustrato le caratteristiche delle classificazioni, descriveremo le grandezze fisiche e le principali equazioni in gioco nella formazione degli spettri stellari, introducendo dunque il concetto di transizione elettronica, riga di assorbimento e scrivendo le equazioni di Saha e Boltzmann.

Concentreremo l'attenzione su un peculiare caso astrofisico, le stelle di classe A0, che prenderemo come esempio per chiarire il ruolo determinante della temperatura delle fotosfere stellari.

¹Edward Charles Pickering (Boston, 1846 - Cambridge, 1919)

²Williamina Paton Stevens Fleming (Dundee, 1857 - Boston, 1911)

³Annie Jump Cannon (Dover, 1863 - Cambridge, 1941), in suo onore fu istituito da *American Association of University Women* e dalla *American Astronomical Society* l'*The Annie J. Cannon Award* annuale per la donna che maggiormente si è contraddistinta in ambito astronomico

Capitolo 1

Classificazioni

1.1 Classificazione di Harvard

1.1.1 Cenni storici

Henry Draper, nel 1872, impresse per la prima volta lo spettro della stella Vega su una lastra fotografica. Dopo il suo decesso sua moglie consegnò la strumentazione del marito, insieme ad una donazione monetaria, all'*Harvard College Observatory* affinché proseguissero il suo lavoro.

Alla fine del XIX sec., dunque, l'esimio astrofisico Edward C. Pickering, in collaborazione con la sua assistente Williamina P. Fleming, sviluppò una nuova tassonomia delle stelle, prendendo in esame differenze di intensità delle righe di Balmer (righe di assorbimento dell'idrogeno) ed etichettandole con una lettera maiuscola, cominciando dalla A per le stelle con righe più intense.

Nel 1901 Annie Jump Cannon introdusse le classi O e B prima della A e aggiunse la suddivisione letterale delle classi in dieci sottoclassi, numerandole da 0 a 9 (e.g. A0 - A9)

La sequenza finale risultò quindi O, B, A, F, G, K, M che, come vedremo nel terzo capitolo, si traduce in una sequenza in temperatura (dalla stella più calda Blu, di tipo O, alla più fredda stella rossa M).

La classificazione venne ultimata prendendo in esame anche le righe di altri elementi, molto sensibili alla temperatura, quali: He, Fe, il doppietto di H e K del calcio ionizzato a 369.8 e 393.3 nm, la banda G (verde) dovuta alle molecole di CH ed alcuni metalli attorno ai 431 nm, la riga di Ca a 422.7 nm e infine la riga dell'ossido di titanio (TiO). Vengono definite *early-type stars* stelle con il numero prossimo allo 0, più vicine alla sequenza, *late-type stars* le stelle più lontane (e.g. K0 è una *early K star*, B9 è detta *late B star*), con l'eventuale utilizzo di decimali.

Il risultato del lavoro di Pickering e della Cannon consistette nella classificazione di 200.000 spettri tra il 1911 e il 1914, raccolti nell'*Henry Draper Catalogue*.

Si noti che al tempo in cui questo catalogo fu redatto, gli autori ignoravano quali fossero i processi fisici alla base delle osservazioni e quale fosse il parametro termodinamico che governava realmente il sistema fisico atmosfera stellare.

In tempi recenti, sono state apportate alcune modifiche che completano esaustivamente lo schema: parallelamente alle classi G-M, sono stati inseriti due rami addizionali, C e S, differenti per la composizione chimica della fotosfera; in successione le classi spettrali L e T continuano la sequenza dopo M, rappresentando le Nane Brune.

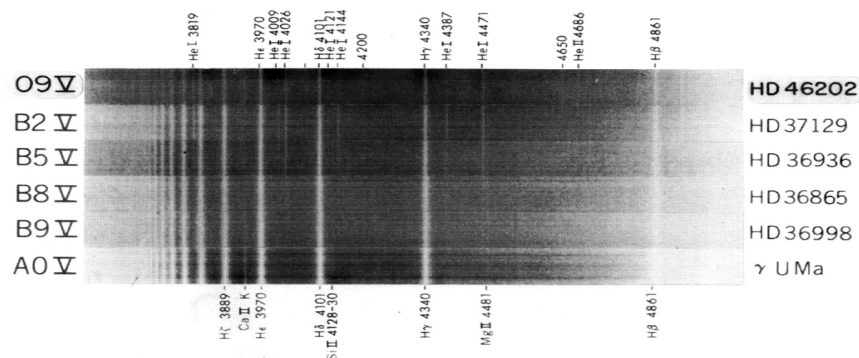
1.1.2 La classificazione

Lo schema finale è dunque il seguente:

O - B - A - F - G - K - M - L - T
C
S

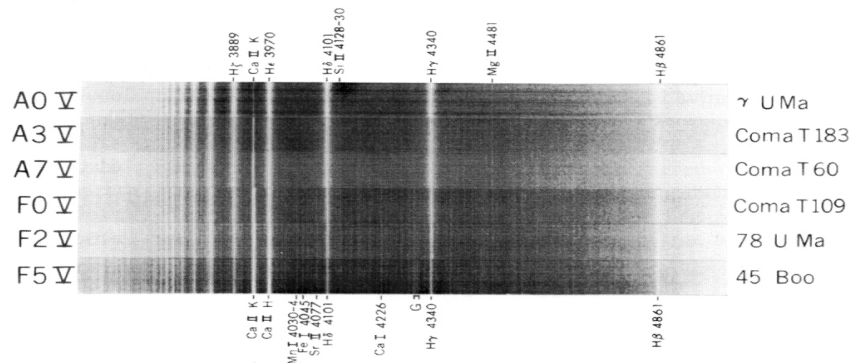
Riassumiamo brevemente le caratteristiche principali delle differenti classi:

- **O:** stelle blu-bianche, temperatura superficiale 20.000-35.000 K, lo spettro presenta righe di atomi ionizzati quali He II, C III, N III, O III, Si V, He I nel visibile e deboli righe di H I.
- **B:** stelle blu-bianche, temperatura superficiale attorno ai 15.000 K, non presentano righe di He II, le righe di He I (403 nm) sono più intense nelle early-type (B2) e non sono presente nelle late-type (B9). Nelle B3 sono visibili righe di K e Ca II, molto intense le righe H I (Serie di Balmer); presentano inoltre righe O II, Si II, Mg II.

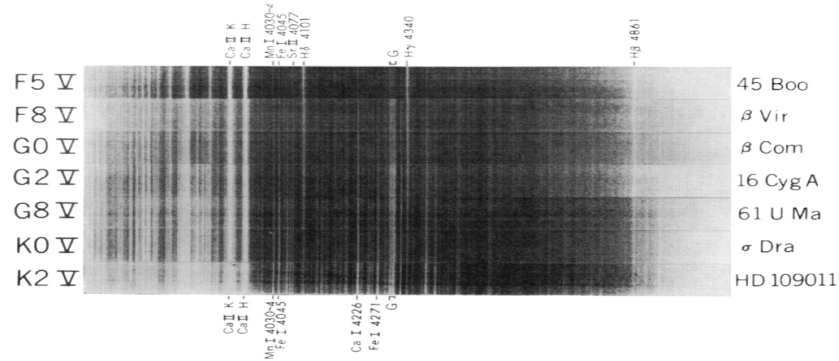


- **A:** stelle bianche, temperatura superficiale attorno ai 9000 K; la serie di Balmer decresce di intensità dalle early type alle late type: molto forte dunque in A0, domina su tutto lo spettro, ma assente in A9. Righe di Ca II forti, e si possono notare righe dei metalli neutri. He I non presente.

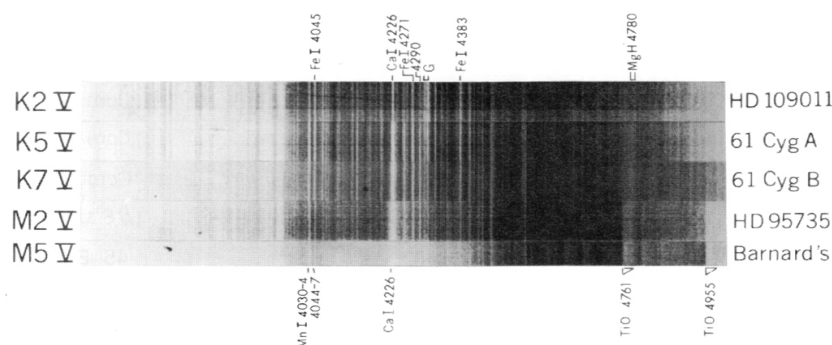
- **F:** stelle bianco-gialle, temperatura superficiale di 7000 K; le righe H I perdono d'intensità, diventano altresì più intense Ca II, H e K; stelle metalliche, e.g. righe di Fe I, Fe II, Cr II, Ti II forti e molto chiare.



- **G:** stelle gialle, data l'appartenenza del Sole a questa classe prendono il nome di *Solar-Type Stars*. Temperatura superficiale attorno ai 5500 K. Molto debole la serie di Balmer, presentano righe molto intense di H e K, specialmente le G0. Banda G chiaramente visibile e, presenti nelle giganti, righe di CN.



- **K:** stelle giallo-arancio, temperatura superficiale attorno ai 4000 K. Lo spettro è dominato dalle righe dei metalli, con la quasi totale scomparsa della serie di Balmer. Caratteristica la riga di Ca I a 422.7 nm, molto presenti anche righe di H, K e la banda G. In K5 si può notare la banda TiO.
- **M:** stelle rosse, temperatura superficiale 3000 K, Banda di TiO intensa, come Ca I 422.7 nm. Molte anche le righe dei metalli.
- **L:** stelle marroni, o rosso scuro. Temperatura superficiale attorno ai 2000 K; si notano righe di Na I e K I, molto intense e spesse.



- **T:** nane Brune, 1000 K di temperatura superficiale. Intense bande di assorbimento di molecole quali CH_4 e H_2O .
- **C:** *carbon stars*, stelle rosse, temperatura superficiale 3000 K; bande intense molecolari, come C_2 , CN e CH. Assenza della banda TiO. Presentano uno spettro analogo alle classi K e M.
- **S:** stelle sempre rosse a bassa temperatura superficiale (3000 K); caratteristica la banda ZrO e altre bande molecolari, YO, LaO e TiO.

1.1.3 Diagramma di Hertzsprung-Russel

Durante il XX secolo, ci si accorse che le stelle di classe O erano sistematicamente più luminose (magnitudine minore) e più calde delle stelle di tipo M. Lo sviluppo della formula empirica che lega luminosità e massa, dedotta dallo studio delle stelle binarie, mise in evidenza la caratteristica delle stelle O di essere più massive delle M. Da queste osservazioni prese forma una teoria di evoluzione stellare che adesso sappiamo essere completamente scorretta, in cui si ipotizzava un raffreddamento della stella durante la sua vita tramite la combustione di un ipotetico carburante. Seppur totalmente errata, questa teoria spinse Ejnar Hertzsprung¹ ad analizzare le stelle di cui si conoscevano molto bene spettro e magnitudine assoluta e cercare una possibile relazione tra queste due grandezze. Nel 1905 pubblicò il primo articolo che confermava la sua ipotesi, riscontrando inoltre un range di magnitudini appartenente alle stelle di classi G e successive, che chiamò *giganti*. Dall'equazione di Boltzmann

$$R = \frac{1}{T_e^2} \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma}}$$

con T la tempertra della fotosfera, L la luminosità [$erg \cdot s^{-1}$], σ la costante di Stefan-Boltzmann². Si deduce che tra due stelle con la stessa temperatura la più luminosa avrà dimensioni maggiori.

¹Ejnar Hertzsprung (Copenaghen, 1873 - Roskilde, 1967)

² $\sigma = 5,6704 \cdot 10^{-8} [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}]$

Alla *Princeton University*, Henry Norris Russel³ compì indipendentemente i medesimi studi di Hertzsprung, arrivando alle stesse conclusioni ed introducendo il termine *nane* per la controparte delle giganti. Pubblicò nel 1913 il *Diagramma H-R*:

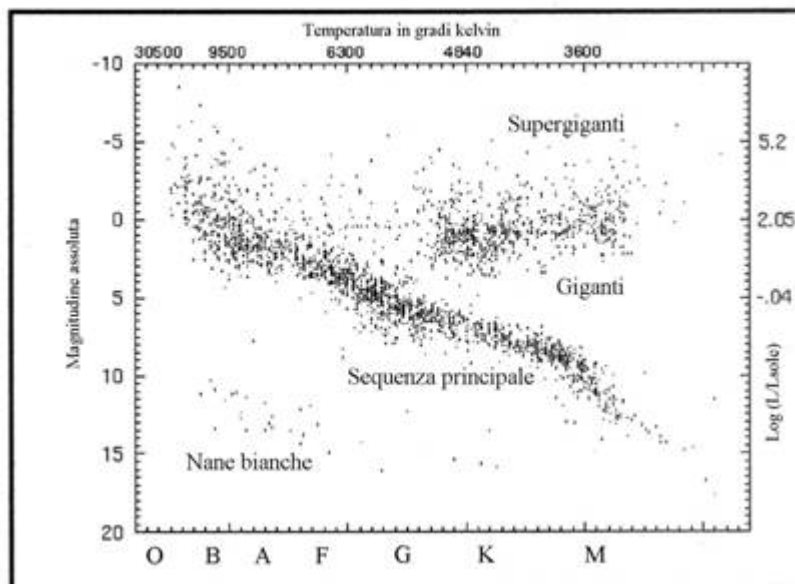


Figura 1.1: *Diagramma H-R*

Esso presenta in ascissa le classi spettrali (o equivalentemente una scala decrescente in temperatura) e in ordinata la magnitudine assoluta o la luminosità (sovente espressa in scala logaritmica).

La fascia più densamente popolata è chiamata *Sequenza Principale* e racchiude quasi il 90% delle stelle totali, in equilibrio idrostatico. Nella regione in alto a destra sono situate le giganti, mentre nella regione in basso a sinistra, a poco più di 10 magnitudini, sono presenti le nane bianche.

Dalla semplice relazione che lega luminosità, temperatura e raggio di una stella appartenente alla sequenza principale si evince che la posizione di una stella all'interno di tale sequenza è determinata da un unico fattore: la massa del corpo. Questo concetto viene riassunto dal *Teorema di Vogt-Russel*, che cita: *la massa e la composizione di una stella determinano univocamente il suo raggio, la sua luminosità e la sua struttura interna, così come la sua evoluzione.*

Rapportando massa e raggio di una stella (considerandola come un sistema a simmetria sferica), si ottiene una stima della densità media: $\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} [\text{Kg} \cdot \text{m}^{-3}]$

³Henry Norris Russel (Oyster Bay, 1877 - Princeton, 1957)

1.2 Classificazione di Yerkes

Successivamente alla classificazione di Harvard, che indagava solo aspetti riguardanti la temperatura, gli astronomi cominciarono a confrontare accuratamente gli spettri di stelle appartenenti alle stesse classi. In particolare, in seguito all'intuizione di Hertzsprung che notò alcune differenze negli spettri delle giganti e delle stelle appartenenti alla sequenza principale, trovarono differenze sottili nell'intensità delle righe spettrali. Questa analisi terminò nel 1943 con la pubblicazione dell'*Atlas of Stellar Spectra* da parte di William W. Morgan e Philip C. Keenan presso lo *Yerkes Observatory*, chiamato altresì *MKK Atlas* (Edith Kellman collaborò successivamente come co-autore dell'atlante). L'atlante presenta la stampa di 55 spettri, raggruppati per classi, che mettono in evidenza le differenze sopracitate dovute all'effetto della luminosità e della temperatura. La classificazione distingue nove *Classi di Luminosità*, identificate da numeri romani:

Classe	Tipo di Stella
Ia-O	Supergiganti con la maggior luminosità
Ia	Supergiganti luminose
Ib	Supergiganti meno luminose
II	Giganti brillanti
III	Giganti normali
IV	Sottogiganti
V	Stelle della sequenza principale (Nane)
VI, sd	Subnane (o Sottonane)
D	Nane Bianche

Le supergiganti sono stelle che occupano la regione più in alto e destra del diagramma H-R. Le subnane, nominate per la prima volta in questa classificazione, sono situate immediatamente sotto la sequenza principale. Le nane bianche (classe D) non facevano parte del sistema M-K originario.

Questa classificazione permise agli astronomi di posizionare una stella nel diagramma H-R valutandone solamente lo spettro.

L'utilizzo combinato delle due classificazioni permette di ottenere la magnitudine assoluta della stella, riuscendo così a calcolare la distanza del corpo celeste mediante il cosiddetto *Parallasse Spettroscopico* $d = 10^{(m-M+5)/5} pc$ ⁴ ove m è la magnitudine apparente. Notiamo come non si tratti di un metodo molto preciso: un'incertezza di c.a ± 1 magnitudine per classe di luminosità specifica rende il risultato impreciso di un fattore $10^{1/5} = 1.6$.

⁴ $1pc = 3,0857 \cdot 10^{16}m$

Capitolo 2

Righe Spettrali

2.1 Forma delle righe

I livelli di energia degli orbitali atomici sono quantizzati mediante il numero quantico principale n ; la radiazione elettromagnetica è emessa o assorbita tramite il passaggio di un elettrone da un orbitale n a un orbitale m , con differenza di energia $\Delta E = E_m - E_n$. Come descritto dalla Teoria della Meccanica Quantistica, tale differenza equivale all'assorbimento o all'emissione di un quanto di energia $h\nu$ ¹, chiamato fotone, ove ν è la frequenza (Hz) dell'onda elettromagnetica associata al fotone. Le transizioni elettroniche vengono definite: *Bound - Bound* se avvengono tra due stati legati dell'atomo; *Bound - Free Absorption* (ionizzazione), nelle quali l'energia del fotone assorbito è tale da dissociare l'elettrone dal nucleo, facendogli acquistare energia cinetica pari a $h\nu = E_{ion} + E_{cin}$, dove E_{ion} è l'energia di ionizzazione dell'atomo; *Free - Bound* (ricombinazione), processo inverso della ionizzazione; *Free - Free*, nelle quali un elettrone libero, attraversando il campo coulombiano di un nucleo, viene accelerato emettendo radiazione. La forma delle righe spettrali da noi osservate è il risultato del complicato percorso della radiazione prodotta tramite reazioni nucleari negli interni stellari, precisamente nel nucleo. La trattazione completa richiederebbe molto tempo, quindi riassumeremo in breve gli aspetti principali rimandando ai testi in bibliografia per ogni approfondimento.

La radiazione proveniente dal nucleo stellare subisce processi di assorbimento ed emissione da parte degli atomi presenti nei successivi strati della struttura. Questo suo percorso è identificato dall'*equazione del trasporto radiativo*

$$-\frac{1}{k_\lambda \rho} \frac{dI_\lambda}{ds} = I_\lambda - S_\lambda$$

dove k_λ è il coefficiente di assorbimento (o opacità), I_λ l'intensità specifica², ρ la densità del gas, S_λ la funzione sorgente relazionata ai coefficienti di assorbimento ed emissione

¹Costante di Planck $h = 6,626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$

²definita da $E_\lambda d\lambda = I_\lambda d\lambda dt dA \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$, u.d.m [$erg \cdot s^{-1} \cdot cm^{-3} \cdot st^{-1}$]

j_λ mediante la *Legge di Kirchhoff* $S_\lambda \equiv j_\lambda/k_\lambda$. Quest'equazione ci mostra come l'intensità della luce tende a diventare uguale al valore locale della funzione sorgente. Le approssimazioni che vengono effettuate nella trattazione sono le seguenti: la prima considera gli strati dell'atmosfera piani e paralleli tra loro, assumendo ogni stato in equilibrio termodinamico locale (*LTE*); la seconda consiste nel rendere indipendente l'opacità dalla lunghezza d'onda tramite la *Media di Rosseland* $\frac{1}{k} = \frac{\int_0^\infty \frac{dB_\nu}{k_\nu dT} d\nu}{\int_0^\infty \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}$ (approssimazione di atmosfera grigia); nella terza si assume una distribuzione angolare di intensità in approssimazione di Eddington. Definiamo $\tau_\lambda = \int_0^s k_\lambda \rho ds$ la profondità ottica: se $\tau \gg 1$ il sistema si trova in regime otticamente spesso e la funzione sorgente risulta essere la famosa *Legge di Planck*³ di corpo nero, che qui non tratteremo. In regime otticamente spesso, il numero medio di interazioni di un fotone con la materia durante il suo percorso per uscire dalla struttura stellare (di lunghezza d) è relazionata alla profondità ottica mediante la relazione $d = \tau_\lambda l = l\sqrt{N}$ ovvero $N = \tau_\lambda^2$. Si definisce quindi *Fotosfera* lo strato dell'atmosfera stellare corrispondente a $\tau = 2/3$, i cui elementi chimici originano lo spettro che noi analizziamo.

La temperatura delle atmosfere stellari decresce radialmente, cosicché le regioni più esterne saranno più fredde; l'intensità della radiazione a $\tau = 2/3$ diminuirà maggiormente per lunghezze d'onda per le quali l'opacità sarà più efficace, dando come risultato delle linee di assorbimento nello spettro del continuo.

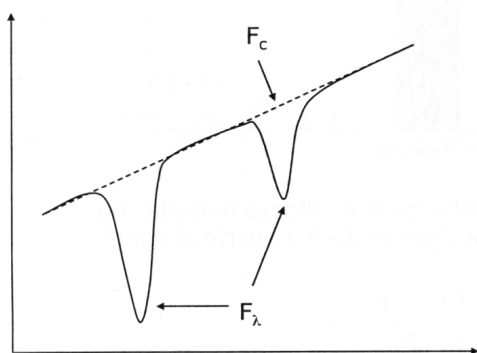


Figura 2.1: righe di assorbimento rispetto all'emissione del continuo

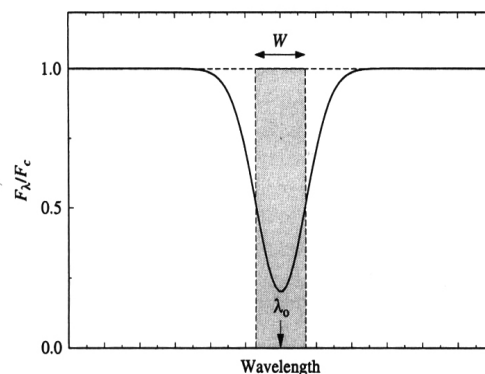


Figura 2.2: Riga di assorbimento

Le righe spettrali contengono, nella loro forma, pacchetti di informazioni sul materiale che le ha create. Possiamo graficare il flusso radiativo F_λ in rapporto al flusso dell'emissione del continuo F_c come funzione della lunghezza d'onda. Si ottiene un profilo simil-gaussiano (non è gaussiano), centrato a una lunghezza d'onda λ_0 , caratterizzato dal *core* al centro e ai lati dalle *wings*, prossime al continuo. La profondità della riga è data dal rapporto $(F_c - F_\lambda)/F_c$, l'intensità è relazionata alla larghezza equivalente $W = \int \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} d\lambda$. L'opacità k_λ del materiale è più alta in λ_0 e decresce avvicinandosi alle *wings*, determinando il regime, otticamente spesso o sottile, a seconda della profondità

³ $B_\nu d\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$ con $c = 3 \cdot 10^8 [m \cdot s^{-1}]$ la velocità della luce

della riga. Muovendoci dalle wings a λ_0 , per il motivo sopracitato, la parte della riga sarà formata in zone via via più esterne e fredde dell'atmosfera. Le righe sono soggette a tre principali tipi di deformazione: l'*allargamento naturale o Lorentziano* è dovuto al principio di indeterminazione di Heisenberg energia-tempo e pone un limite alla finezza della riga agendo sulle ali; l'*allargamento Doppler* è causato dal moto Maxwelliano delle particelle radiale rispetto all'osservatore e agisce sul core; l'*allargamento Collisionale* è il prodotto delle eccitazioni collisionali che avvengono tramite urti all'interno del gas. E' proprio quest'ultimo, dipendendo dalla densità, a dare una ragione teorica alla classificazione di Yerkes: le righe più strette osservate nelle giganti e nelle supergiganti più luminose sono dovute alla bassa densità delle atmosfere molto estese.

Il profilo totale viene chiamato *Profilo di Voigt*, ottenuto mediante la sovrapposizione dei tre allargamenti.

La statistica che fornisce le popolazioni di atomi nei vari livelli energetici o in un determinato stato di ionizzazione si basa su due leggi: l'equazione di Boltzmann e l'equazione di Saha. Esse hanno alla base la distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann,

$$n_v dv = n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv$$

che fornisce il numero di particelle di un gas all'equilibrio termodinamico, di massa m e densità n aventi velocità compresa tra v e $v + dv$ alla temperatura T .⁴

2.2 Equazione di Boltzmann

Sia s_a il set di numeri quantici che identifica lo stato di energia E_a per un sistema di particelle ed analogamente s_b per lo stato di energia E_b . Il rapporto tra la probabilità che il sistema sia nello stato s_b e la probabilità che sia nello stato s_a è

$$\frac{P(s_b)}{P(s_a)} = \frac{e^{-E_b/kT}}{e^{-E_a/kT}} = e^{-(E_b-E_a)/kT}$$

ove T è la temperatura $[K]$ comune ai due stati e il termine $e^{-(E_b-E_a)/kT}$ è detto *Fattore di Boltzmann*. Tenendo presente la possibile degenerazione degli stati definiamo i pesi statistici g_a e g_b dei rispettivi livelli E_a ed E_b : in questo modo possiamo riscrivere l'equazione moltiplicandola per g_b/g_a e, prendendo in considerazione il numero di atomi che popolano un determinato stato di eccitazione, il rapporto delle probabilità si traduce nel rapporto tra il numero di atomi (visto la considerevole quantità di atomi delle atmosfere), dando origine alla **Equazione di Boltzmann**

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b e^{-E_b/kT}}{g_a e^{-E_a/kT}} = \frac{g_b}{g_a} e^{-(E_b-E_a)/kT}$$

⁴ k costante di Boltzmann $k = 1,3806 \cdot 10^{-23} [J \cdot K^{-1}]$

2.3 Equazione di Saha

Chiamiamo χ_i l'energia di ionizzazione necessaria a rimuovere un elettrone da un atomo allo stato fondamentale, portandolo da uno stato di ionizzazione i a uno $i + 1$. Definiamo poi la *Funzione di Partizione* Z come la somma pesata del numero di configurazioni elettroniche degeneri di un atomo

$$Z = g_1 + \sum_{j=2}^{\infty} g_j e^{-(E_j - E_1)/kT}$$

Il rapporto tra il numero di atomi nello stato di ionizzazione $(i + 1)$ e il numero di atomi nello stato di ionizzazione i è:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2Z_{i+1}}{n_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_i/kT}$$

conosciuta come **Equazione di Saha**, dove n_e è la densità di elettroni liberi; vediamo che se n_e cresce, il numero di atomi nello stato di ionizzazione maggiore decresce, favorendo il processo di ricombinazione. Tramite la legge dei gas perfetti $P_e = n_e kT$, effettuando le opportune sostituzioni, si può introdurre la pressione degli elettroni liberi nell'equazione: la pressione riveste un ruolo fondamentale nell'allargamento collisionale, come visto sopra.

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2kT Z_{i+1}}{P_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\chi_i/kT}$$

Capitolo 3

Stelle A0

3.1 Righe di Blamer

Prendiamo ora in esame la configurazione elettronica dell'atomo di idrogeno. La transizione tra due livelli energetici m e n segue la relazione empirica

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

scoperta da Johann Jakob Balmer nel 1885 nel caso particolare di transizioni dall'orbitale $m=2$, che producono righe di assorbimento denominate *Serie di Balmer* nella regione spettrale del visibile. Esse sono storicamente denotate dai simboli H_α , H_β , H_γ etc. Prendendo in considerazione il modello atomistico dell'atomo di Bohr, possiamo riassumere il processo di formazione delle righe di Balmer con questa figura

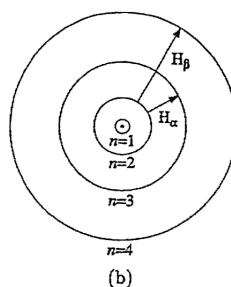


Figura 3.1: Righe di assorbimento - Serie di Balmer

3.2 Stelle A0

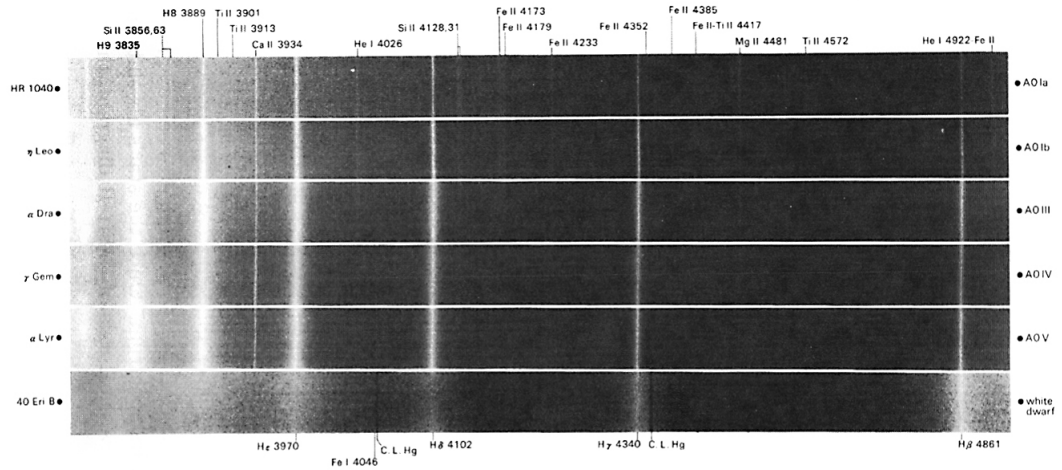
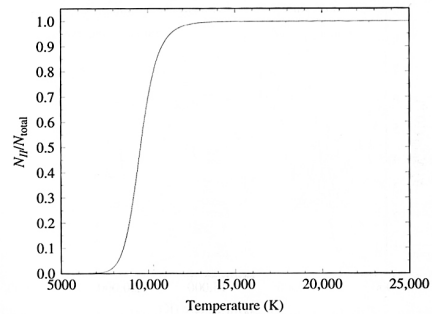
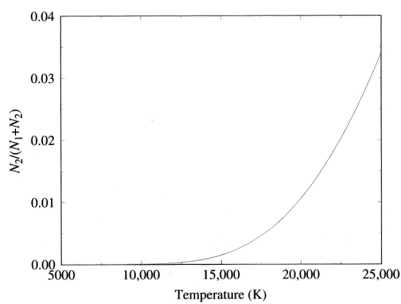


Figura 3.2: Spettro stelle A0

Consideriamo le stelle di tipo spettrale A0. Esse hanno una temperatura superficiale dell'ordine di 9500 K . Lo spettro presenta forti righe di Balmer in assorbimento. Un semplice calcolo (eseguito in Appendice A) utilizzando l'equazione di Boltzmann mostra come, per avere un popolamento del livello $n = 2$ significativo, occorrono delle temperature molto alte, dell'ordine degli 85000 K , quindi fuori dalla portata delle temperature tipiche della fotosfera delle A0 (vedi figura in basso a sinistra).

Ci si chiede dunque il motivo dell'intensità di tali righe in queste stelle. La risposta appare chiara utilizzando l'equazione di Saha: notiamo che la temperatura superficiale in questione è quella necessaria alla ionizzazione dell'eletttrone dell'atomo di idrogeno. Il rapporto N_{II}/N_{tot} tra gli atomi di idrogeno ionizzati e il numero totale di atomi presenti nella fotosfera di queste stelle è, infatti, del 52%, come si nota dalla figura in basso a destra.



E' evidente quindi che in queste stelle lo spettro è dominato dalle righe prodotte dall'idrogeno presente nella fotosfera. La seguente figura mette in evidenza come cambino le popolazioni dei livelli, utilizzando le due formule statistiche

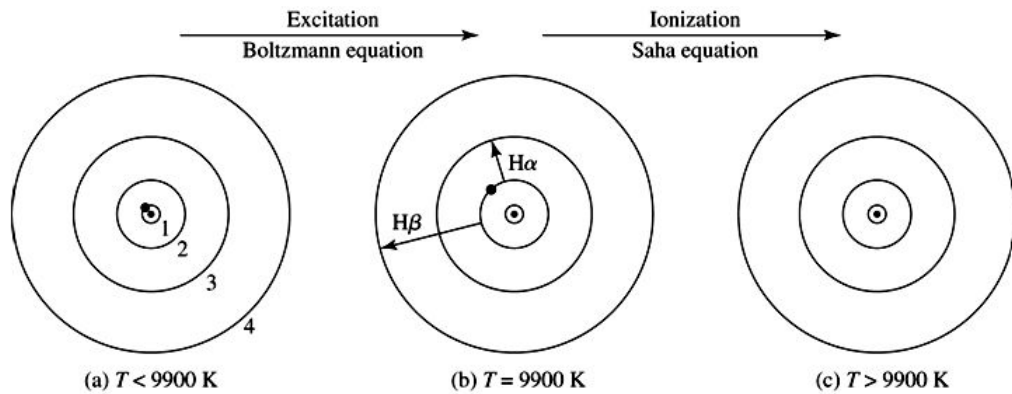


Figura 3.3: *Cambiamento della popolazione dei livelli energetici dell'elettrone con l'utilizzo combinato di Boltzmann e Saha*

3.3 Il ruolo della temperatura

Abbiamo quindi visto come la temperatura determini in maniera univoca la formazione degli spettri stellari e, quindi, come essa ci permetta di riconoscere l'abbondanza degli elementi chimici di cui è composta la fotosfera della stella osservata. È inoltre la temperatura, per questi motivi, a consentire la catalogazione delle stelle nelle classi introdotte nella classificazione Harvardiana, permettendo di sostituirle nel diagramma H-R con una scala decrescente in temperatura.

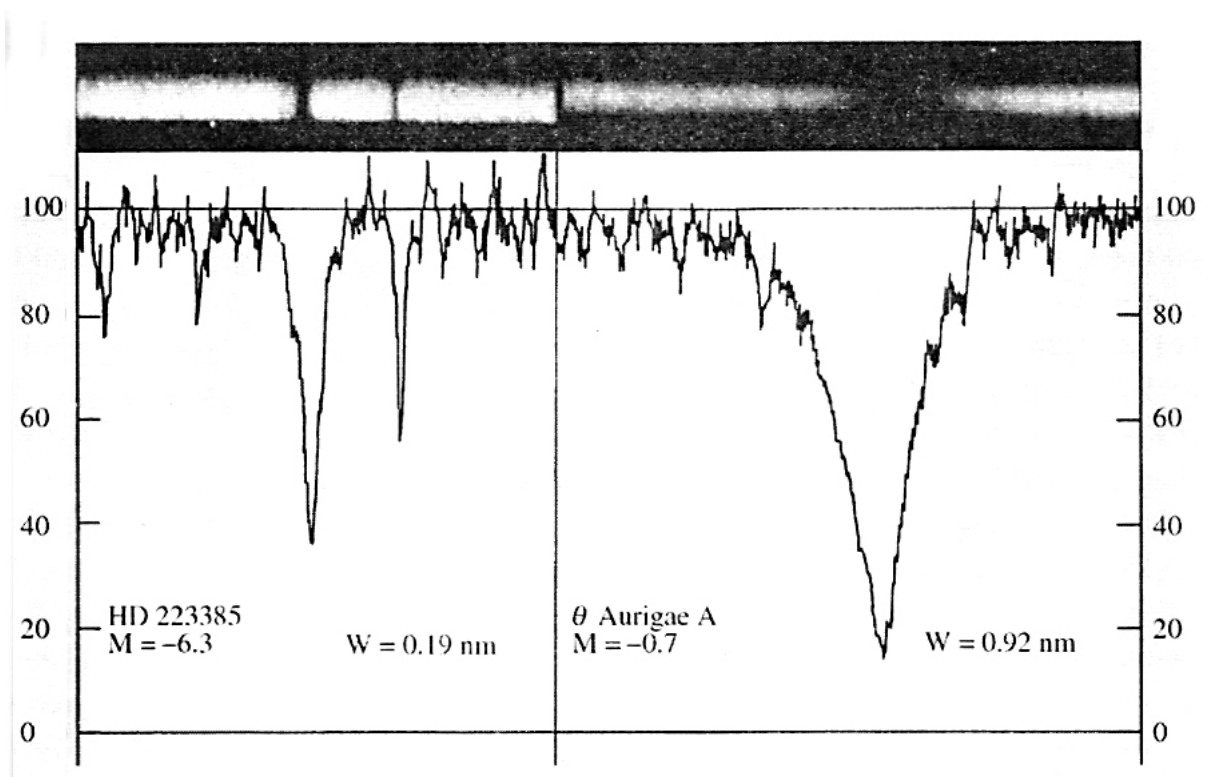


Figura 3.4: Riga di assorbimento stella A.

Appendice A

Analizziamo ad analizzare le transizione elettroniche dal livello con $n=2$. Bisogna calcolare

$$\frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{\frac{N_2}{N_1}}{1 + \frac{N_2}{N_1}}$$

Utilizzando l'equazione di Boltzmann

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} 10^{-\chi_{12} \frac{5040}{T}}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{8}{2} 10^{-10.2 \frac{5040}{T}}$$

Si nota che fino a $T=15000$ K, $\frac{N_2}{N_1+N_2} = 0\%$ a $T=25000$ K $\frac{N_2}{N_1+N_2} = 3.4\%$ Come possiamo notare le temperature sono ben al di sopra della temperatura fotosferica delle stelle A0. Utilizzando l'equazione di Saha, con

$$\frac{N_{HII}}{N_{tot}} = \frac{N_{HII}}{N_{HII} + N_{HI}}$$

Utilizzando la forma logaritmica

$$\log \frac{N_{j+1}}{N_j} = -0.176 - \log P_e + \log \frac{U_{j+1}(T)}{U_j(T)} + 2.5 \log T - \frac{5040}{T} \chi_i$$

$$\log \frac{N_{HII}}{N_{HI}} = -2.77 + 2.5 \log T - \frac{68544}{T}$$

Si nota una percentuale di atomi ionizzati del 95% a $T=11300$ K, del 52% a $T=9600$ K, la temperatura dell'atmosfera delle stelle A0.

Bibliografia

- [1] B. W. Carrol, D. A. Ostlie, *An introduction to Modern Astrophysics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1996
- [2] H. Karttunen, P. Kröger, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner, *Fundamental Astronomy*, 5^a ed., Springer, 2007
- [3] J.B. Hearnshaw, *The analisys of starlight - one hundred ad fifty years of astronomical spectroscopy*, Cambridge University Press, 1986
- [4] F. R. Ferraro, *Appunti del corso: Astrofisica Stellare*