

UDK 528.716.1:528.236:528.856:528.936
Izvorni znanstveni članak / Original scientific paper

Dva pristupa analizi planimetrijske točnosti starih karata

Martina TRIPLAT HORVAT, Marina VILIČIĆ – Zagreb¹

SAŽETAK. U ovom radu opisane su dvije metode procjene planimetrijske točnosti starih karata usporedbom položajnih odstupanja skupa identičnih točaka koje se nalaze na staroj i suvremenoj karti. Prva metoda uspoređuje geografske koordinate kontrolnih točaka nacrtanih na karti s njihovim suvremenim geografskim koordinatama koje su preslikane u ravninu, u ovom slučaju, uspravne ekvidistantne konusne projekcije. Da bi se primijenila ta metoda parametri projekcije u kojoj je karta izrađena moraju biti poznati. U drugom slučaju primijenjena je metoda dvodimenzionalne regresijske analize, koju je predložio Tobler, i to na geografske koordinate identičnih točaka te pravokutne koordinate identičnih točaka u uspravnoj ekvidistantnoj konusnoj projekciji. Primijenjena metoda dvodimenzionalne regresijske analize temelji se na Helmertovoj (prema Tobleru tzv. euklidskoj) transformaciji identičnih točaka iz jednoga koordinatnog sustava u drugi, npr. koordinatnog sustava suvremene karte u koordinatni sustav stare karte. Dobivena odstupanja primjenom obiju metoda statistički su analizirana i vizualizirana. Metode su primijenjene za procjenu planimetrijske točnosti karte Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico, jer njezina planimetrijska točnost još do sada nije istraživana.

Ključne riječi: planimetrijska točnost, usporedba koordinata, dvodimenzionalna regresijska analiza.

1. Uvod

Europsko vijeće geodeta proglasilo je Josipa Ruđera Boškovića europskim geodetom 2016. godine. To nas je potaknulo na nastavak istraživanja započelih 2011. godine kada smo u Hrvatskoj slavili 300. obljetnicu njegova rođenja. Proučavajući tada Boškovićevo djelovanje u području kartografije i geoznanosti zaključili smo da su se u istraživanjima o Boškovićevu radu u tim poljima pojavile stanovite pogreške te da je o karti Papinske Države iz 1755. napisano samo nekoliko radova. Istraživanja su rezultirala doktorskim radom autorice Triplat Horvat (2014), u kojem su ispitani neki aspekti geodetskog i kartografskog Boškovićevega djelovanja.

¹ Dr. sc. Martina Triplat Horvat, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: mthorvat@geof.hr,

Marina Viličić, dipl. ing. geod., Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska, e-mail: mvilicic@geof.hr.

Glavni cilj doktorskog rada bazirao se na proučavanju dvaju srodnih izdanja karta Papinske Države kojima je jedan od autora J. R. Bošković. Glavni zaključci o karti Papinske Države *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* iz 1755. dani su u trećem poglavlju ovoga rada.

Kako bi karte bile geometrijski pouzdan izvor informacija, moraju što točnije predstavljati prikazano područje. No često nisu bile crtane s namjerom da prikažu geometrijski položaj s najvećom mogućom točnom jer na mnogim kartama precizna geometrija nije bila nužno potrebna ili je područje bilo namjerno deformirano da bi se grafički naglasilo određeno područje (Laxton 1976). Prije upotrebe informacija koje se nalaze na starim kartama za npr. povijesna istraživanja, potrebno je procijeniti njihovu točnost.

Prema Blakemoreu i Harleyu (1980) karta je krajnji rezultat niza postupaka pa ispitivanje njezine točnosti obuhvaća kronometrijsku, geodetsku i planimetrijsku, te topografsku točnost. Kronometrijska točnost određuje vrijeme nastanka karte. Prema Laxtonu (1976) istraživanje geodetske točnosti odnosi se na određivanje iznosa pogreške u astronomski određenoj mreži meridijana i paralela, a topografska točnost određuje kvantitetu i kvalitetu topografskih podataka na karti. Jedna od važnosti te metode je shvaćanje procedure kojom se kartograf tog vremena služio za odabir topografskog sadržaja (Blakemore i Harley 1980).

Planimetrijska točnost stare karte definirana je kao mjera do koje se položaji objekata i udaljenosti između njih, koji se mogu identificirati na karti, podudaraju s njihovim stvarnim položajima. Laxton (1976) navodi da je za istraživanje planimetrijske točnosti moguće ispitati dvije vrste elemenata karte: točke i granice. Prilikom kartometrijskog istraživanja potrebno je obratiti pozornost na tri početna problema. Prvi se odnosi na to je li namjera karte bila da bude geodetski točna. Drugi problem odnosi se na stabilnost medija na koji je ucrtana karta. Treći su problem mjerne pogreške koje su nastale u svim fazama preuzimanja sadržaja s karata.

S obzirom na to da dosadašnja istraživanja nisu analizirala točnost položaja gradova na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* Ch. Mairea i J. R. Boškovića iz 1755. godine, u ovom radu dat će se ocjena planimetrijske točnosti te karte pomoću dvije različite, prema pristupu, međusobno nezavisne metode. U prvom slučaju usporedit ćemo geografske koordinate gradova nacrtanih na kartama s njihovim suvremenim geografskim koordinatama koje su preslikane u ravni nu uspravne ekvidistantne konusne projekcije. U drugom slučaju primijenit ćemo metodu dvodimenzionalne regresijske analize na pravokutne koordinate položaja gradova u uspravnoj ekvidistantnoj konusnoj projekciji.

2. Dosadašnja istraživanja

Detaljnije o karti Papinske Države iz 1755. pisali su Pedley (1993), Crippe i dr. (2013), Slukan Altić (2014) te Kljajić i Lapaine (2016) i dr.

Pedley (1993) je objavila rad u kojem daje kratak prikaz Boškovićeve i Maireova znanstvenog života i njihovih postignuća. U dva poglavlja opisala je njihovu geodetsku izmjeru, poteškoće s kojima su se susretali prilikom njezine provedbe, a djelo *De litteraria...* opisala je u pojedinim poglavljima knjige. Pedley je detaljnije

opisala kartu objavljenju 1755., a navela je i gdje je karta tiskana te koliki su bili troškovi.

Crippa i dr. (2013) pokušali su rekonstruirati Boškovićev triangulacijski lanac, odnosno odrediti na kojim bi se točno mjestima trebala nalaziti pojedina točka lanca trokuta s kojih su Bošković i Maire provodili opažanja.

Slukan Altić (2014) opisala je Boškovićeva i Maireova mjerenja duljine luka meridijana i kartu *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*. Također, u svom je radu dala moguće kartografske izvore iz kojih je dio sadržaja karte *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* precrtan, a dala je i pregled karata kojima je izvor informacija za izradu bila ta karta.

Kljajić i Lapaine (2016) detaljno su opisali kartu *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* i kasniju inačicu te karte, *Carte de l'Etat de l'Eglise*, objavljenju 1770. godine. Autori su dali podatke u kojim se institucijama karte čuvaju te o srodnim kartama izrađenima na osnovi Boškovićevih i Maireovih mjerenja provedenih u Papinskoj Državi.

Razvoj računalne tehnologije, od 1960-ih godina, omogućio je razvijanje metoda za analizu točnosti starih karata kao što je metoda kružnica (npr. Depuydt i dr. 2008), metoda vektora pomaka (npr. Ravenhill i Gilg 1974, Strang 1998, Bower 2015), metoda usporedbe linearnih udaljenosti (npr. Stone i Gemmell 1977, Stone 1993), metoda pronalaženja najpogodnije transformacije (npr. Boutoura i Livieratos 2006, Seemann 2011, Veverka i dr. 2011), dvodimenzionalna regresijska analiza (npr. Tobler 1966, Tobler 1976, Hessler 2006) i analiza podataka upotrebom GIS-a (npr. Hu 2001, Pearson 2005, Čechurová i Veverka 2009, Hu 2010, Manzano-Agugliaro i dr. 2012, Jongepier i dr. 2016).

Metodom kružnica analizirana je točnost stare karte u kojima je polumjer kružnice nepreciznosti proporcionalan vrijednostima odstupanja koje su izračunate iz koordinata poznatih točaka na suvremenoj i njima odgovarajućim točkama na staroj karti.

Ravenhill i Gilg (1974) su primjenom računala transformirali geografske koordinate točke u neku od suvremenih kartografskih projekcija. Te točke potom se mogu iscrtati na suvremenoj karti istog područja. Razlike između tih dvaju skupova točaka mogu se izraziti pomoću vektora koji pokazuju smjer i iznos odstupanja položaja točke.

Metoda usporedbe linearnih udaljenosti koje su primijenili Stone i Gemmell (1977) sastoji se od računanja linearnih udaljenosti između svih točaka identificiranih na staroj karti. Izračunate linearne udaljenosti sa stare karte uspoređuju se s odgovarajućim linearnim udaljenostima na modernoj karti. Stone i Gemmell (1977) su naveli da je cilj računanja dobiti jedan numerički pokazatelj točnosti, koeficijent korelacije između tih udaljenosti.

Boutoura i Livieratos (2006) uspoređivali su stare karte sa suvremenim primjercima. Na obje karte odredili su kontrolne točke te traženjem odgovarajućih transformacijskih parametara odredili pogodnu transformaciju za proučavanje geometrijskih i projektivnih svojstava stare karte. Veverka i dr. (2011) u svom su istraživanju tražili optimalne transformacijske parametre između stare i suvremene karte služeći se Helmertovom transformacijom. Seemann (2011) opisuje planimetrijsku analizu topografskih karata uspoređujući položajno odstupanje

kontrolnih točaka. Postupak transformiranja koordinata između dva sustava temelji se na nizu euklidskih i afinih transformacija. Podaci su zatim statistički testirani i analizirani.

Dvodimenzionalna regresija je postupak koji je razvio Tobler (1965, 1966, 1976, 1978) za usporedbu stupnja sličnosti dviju dvodimenzionalnih konfiguracija točaka, površina ili udaljenosti.

Hu (2001) je istražio primjenu GIS-a za procjenu položajne točnosti i odnosa prostornih objekata na staroj karti. Postupak analize uključuje identifikaciju položaja i oblika na staroj i na suvremenoj karti, digitalizaciju i preklop dviju karata te analizu apsolutne i relativne deformacije stare karte. Radi određivanja točnosti kartografskog prikaza Pearson (2005) je primjenom GIS-a i statističke analize ispitivao krivinu rijeke Shenandoah i mjerenjem uspoređivao geometriju njezina oblika na seriji karata. Hu (2010) je objasnio četiri osnovna koraka koja je potrebno provesti za primjenu GIS-a pri analizi karte. Manzano-Agugliaro i dr. (2012) su prema Huu (2010) pomoću GIS-a izradili analizu točnosti starih karata i uspoređivali povijesna digitalizirana naselja s današnjima. Njihova metoda omogućila im je numeričke i grafičke pokazatelje točnosti karata radi interpretacije prostornih rasporeda pogrešaka na starim kartama. Jongepier i dr. (2016) predložili su postupak za ocjenu točnosti karata i za praćenje promjena izgleda krajolika prikazanih na 30 karata od 16. do 19. stoljeća, primjenom mogućnosti koje nude GIS i MapAnalyst.

3. Karta Papinske Države iz 1755. godine

Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico objavljena je na tri zasebna lista uz knjigu *De litteraria...* u kojoj listovi, zbog njihova velikog formata, nisu uvezani. Međutim, Martinović (2011) navodi da postoji jedan primjerak knjige *De litteraria...* u kojem su listovi karata uvezani, a čuva se u Knjižnici Kraljevskog društva (*Royal Society Library*) u Engleskoj u Londonu. Digitalna kopija primjerka karte *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*, koja je obrađena u ovom radu, naručena je iz Francuske nacionalne knjižnice u Parizu u visokoj rezoluciji i originalnoj veličini (Sign. GE DD-2987 (5411,1-3)).

Dimenzije listova iznose oko 66 cm × 50 cm. Nakon spajanja listova u jednu cjelinu, karta ima dimenzije 66 cm × 134 cm uključujući izvanokvirni sadržaj. Prikazano područje na karti proteže se približno od 41°15'N do 45°5'N geografske širine i približno od 28°40'E do 31°30'E geografske dužine. Na karti je prikazano područje Papinske Države koja je u 18. stoljeću obuhvaćala većinu središnje Italije. Karta je orijentirana prema sjeveru. Numeričko mjerilo karte iznosi oko 1:370 000 (Triplat Horvat 2014). Tehnika izrade karte je bakrorez, a umnožavane su bakrotiskom (Pedley 1993, Crippa i dr. 2013, Slukan Altić 2014).

U naslovu karte piše da je to geografska karta, pa bismo mogli reći da je to geografska karta regije Papinske Države. Karta je vrlo slična topografskoj karti jer topografski elementi na karti nisu prikazani s jednakom važnosti i točnosti (Triplat Horvat 2014). Sukladno namjeni karte, autori su tijekom geodetske izmjere s najvećom mogućom točnosti odredili položaje svih gradova, gotovo svih mjesta, veći dio dvoraca te mnogih manjih naselja koja su se nalazila na području tadašnje

Papinske Države, a koja na dotadašnjim kartama nisu bila prikazana (Maire i Boscovich 1755, Boscovich 1757).

Christopher Maire bio je zadužen za izradu karte. Maire je izračunao geografske širine i dužine svih naselja iz podataka koje je prikupio zajedno s Boškovićem tijekom geodetske izmjere da bi odredili duljinu luka meridijana između Rima i Riminija (Boscovich 1757). Stoga Mairea i Boškovića možemo smatrati autorima karte *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*. Ako uzmemo u obzir vrijeme od prikupljanja podataka pa do izdavanja karte, možemo reći da je karta rađena od 1750. do 1755. godine. S obzirom na to da je knjiga *De litteraria...* tiskana 1755. godine, možemo pretpostaviti da je to godina kada je karta tiskana.

Ostali topografski elementi (vode, prometnice, reljef, granice, vegetacija i toponimi) djelomično su prikazani jer je njihov položaj uglavnom preuzet s već postojećih karata koje su autori smatrali dovoljno točnima ili su crtani proizvoljno (od oka). Oblike gradova nacrtali su proizvoljno jer prilikom izmjere nisu imali dovoljno vremena izmjeriti rubove njihovih zidina (Maire i Boscovich 1755). Karta je bogata toponimima koji su dani na talijanskom jeziku.

Uz kartu nisu dani podaci o dimenziji elipsoida i kartografskoj projekciji. Na karti je ucrtana mreža meridijana i paralela. Mreža meridijana iscrtana je svakih 20' dok je mreža paralela iscrtana svakih 10'. Uz rubove karte označeni su stupnjevi i minute geografskih širina i dužina. Karta je izrađena u uspravnoj konusnoj projekciji ekvidistantnoj uzduž meridijana (Triplat Horvat 2014). Otok Ferro, danas Hierro, najzapadniji otok u Kanarskome otočju, definiran je kao početni meridijan.

4. Ocjena planimetrijske točnosti karte *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*

U 18. stoljeću metode i tehnike mjerenja i kartiranja znatno su se poboljšale u odnosu na ranija razdoblja. Princip mjerenja bazirao se na određivanju položaja primjenom trigonometrijsko-astronomske metode u kojoj se položaj ne mjeri izravno, nego primjenom triangulacije. Maire i Boscovich (1755) su također položaje naselja određivali presjekom unutarnjih vizura (presjekom natrag), primjenom Snellius-Pothenotove metode i Collinsove pomoćne točke. Iako su Maire i Bošković tijekom izmjere vrlo pažljivo provodili opažanja, Maire na kraju upozorava kako im se mogla dogoditi pogreška da su neko mjesto zamijenili kojim drugim.

Za ocjenu planimetrijske točnosti karte u obzir je uzet položaj 278 većih gradova i naselja prikazanih na karti. Na kraju trećeg dijela knjige *De Litteraira...* (Maire i Boscovich 1755) dana je tablica s popisom geografskih koordinata za 84 grada koja su nacrtana na karti. Koordinate su dane u stupnjevima, kutnim minutama i kutnim sekundama. Geografske koordinate 196 većih naselja očitani smo s karte, također u stupnjevima, kutnim minutama i kutnim sekundama. Vrijednosti koordinata očitani smo u odnosu na mrežu meridijana i paralela te smo tim pristupom uklonili deformacije nastale zbog usuha ili rastega izvorne karte, kao i moguće deformacije nastale prilikom skeniranja.

U trećem paragrafu u kartuši s Napomenom na karti Papinske Države, Maire i Bošković ocjenjuju svoja mjerenja ovako: „Na ovoj su karti smješteni na svoje

mjesto svi gradovi, ... bez opasnosti za pogrešku od jedne minute u njihovu položaju jer su određeni trigonometrijski ...“.

Ako je radijus Zemljine sfere $R = 6\,370$ km, tada je stupanj geografske širine jednak približno 111,18 km, kutna minuta geografske širine približno 1,85 km, a kutna sekunda geografske širine 30,88 m. S obzirom na to da znamo da je *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* izrađena u približnom mjerilu 1:370 000, jedna kutna minuta geografske širine na karti iznosi približno 5,01 mm, a kutna sekunda geografske širine približno 0,08 mm. Dakle, mogli bismo reći da je Maire procijenio da bi položaj gradova na karti trebao biti prikazan s točnosti do približno 5 mm. Veličina znaka koji prikazuje gradove na karti kreće se od 4 do 8 mm.

Suvremene geografske koordinate iščitali smo s Google Mapsa. Od 84 grada koja su Maire i Bošković prikazali u tablici na kraju trećeg dijela knjige pronašli smo suvremene koordinate za 82 grada. Gradovi kojima položaj nismo jednoznačno mogli utvrditi su Ostia i Porto, koji su na karti smješteni na ušću rijeke Tiber (*Tevere*) u blizini grada Rima. Na približnoj lokaciji grada Ostia danas se nalazi grad Ostia Antica, dok je Porto smješten na području današnjega grada Fiumicino, koji se nalazi na istoimenoj rijeci. Iako je vjerojatno riječ o navedenim gradovima odlučili smo ne uzeti njihov položaj u ocjenu točnosti karte.

Mnogi autori u svojim radovima navode da je vrlo važno odabrati dobre i pouzdane kontrolne točke, koje se uspoređuju na suvremenoj i staroj karti. Vanjske zidne gradova na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* Maire i Bošković prikazali su proizvoljno tako da nismo mogli identificirati znamenitosti unutar grada koje su prikazane na obje karte. Mjerilo stare karte je sitno pa za identifikaciju točaka na karti nije bilo potrebno primijeniti takav precizan pristup. Ipak, pazili smo da na suvremenoj karti odaberemo vrh najvišeg tornja crkve koja se nalazila u odabranom naselju u 18. stoljeću, dok smo na staroj karti uvijek uzimali sredinu nacrtanih signatura na karti.

4.1. Ocjena točnosti karte iz usporedbe geografskih koordinata preslikanih u ravninu kartografske projekcije

Za potrebe analize izračunate su razlike geografskih koordinata gradova na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* i njihovih suvremenih geografskih koordinata primjenom formula

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_i &= \varphi_{i_old} - \varphi_{i_con} \\ \Delta\lambda_i &= \lambda_{i_old} - \lambda_{i_con},\end{aligned}\tag{1}$$

prosječna (srednja vrijednost) razlika geografskih koordinata

$$\begin{aligned}\overline{\Delta\varphi} &= \frac{\sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i}{n} \\ \overline{\Delta\lambda} &= \frac{\sum_{i=1}^n \Delta\lambda_i}{n}\end{aligned}\tag{2}$$

i standardna odstupanja razlika geografskih koordinata

$$\sigma_{\varphi} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta\varphi_i - \overline{\Delta\varphi})^2}{n-1}}$$

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta\lambda_i - \overline{\Delta\lambda})^2}{n-1}}$$
(3)

gdje su

- φ_{i_old} , φ_{i_con} – geografske širine gradova očitanih sa stare karte, odnosno suvremene širine očitane s Google Mapsa,
 λ_{i_old} , λ_{i_con} – geografske dužine gradova očitanih sa stare karte, odnosno suvremene dužine očitane s Google Mapsa,
 n – broj identificiranih točaka.

Da bismo analizirali točnost karte važno je da položaji objekata koje analiziramo budu u istoj kartografskoj projekciji. Ako nam je poznata vrsta kartografske projekcije i parametri projekcije u kojoj je karta izrađena, tada iz geografskih koordinata (očitanih sa stare karte i suvremene) objekata možemo izračunati pravokutne koordinate (x, y) objekata u projekciji.

Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico izrađena je u uspravnoj ekvidistantnoj konusnoj projekciji čiji su parametri (Triplat Horvat 2014) prikazani u tablici 1.

Za preslikavanje sfere jednadžbe uspravne konusne projekcije s dvije standardne paralele φ_1, φ_2 u pravokutnim koordinatama imaju oblik (Snyder i Voxland 1989)

$$x = \rho \sin \delta$$

$$y = q - \rho \cos \delta$$

$$q = \rho_j$$

$$\rho = R \left(\frac{\varphi_2 \cos \varphi_1 - \varphi_1 \cos \varphi_2}{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2} - \varphi \right)$$

$$\delta = k(\lambda - \lambda_0)$$

$$k = \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2}{\varphi_2 - \varphi_1}.$$
(4)

gdje su

- φ, λ – geografske koordinate točke na sferi,
 λ_0 – geografska dužina srednjeg meridijana područja preslikavanja,
 φ_1, φ_2 – geografske širine standardnih paralela,
 ρ – polumjer paralele kojoj odgovara geografska širina φ ,
 ρ_j – polumjer paralele kojoj odgovara geografska širina φ_j , obično polumjer najjužnije paralele,

- δ – kut između meridijana u projekciji,
 R – polumjer sfere koja se preslikava,
 k – konstanta,
 x, y – pravokutne koordinate slike točke u ravnini projekcije.

Tablica 1. *Parametri uspravne konusne projekcije ekvidistantne uzduž meridijana za kartu Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico.*

Parametar	Vrijednost
Standardne paralele	$\varphi_1 = 41^\circ 50'$ $\varphi_2 = 44^\circ 30'$
Srednji meridijan preslikavanja (λ_0)	30°
δ	$13'$
φ_j	$41^\circ 30'$
k	0,6840611
C	1,8193421
K	31,4915688 [m]
R [u mjerilu karte]	17,3093166 [m]
q	18,9542293 [m]
M	1:370 000

Iz pravokutnih koordinata u projekciji izračunatih iz geografskih koordinata očitanih s karte i suvremenih geografskih koordinata mogu se izračunati razlike pravokutnih koordinata u smjeru apscisne i ordinatne osi u projekciji, primjenom formule

$$\begin{aligned}\Delta x_i &= x_{i_old} - x_{i_con} \\ \Delta y_i &= y_{i_old} - y_{i_con},\end{aligned}\quad (5)$$

te položajno odstupanje gradova na karti prema izrazu

$$d_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

Primjenom formule (1) izračunate su razlike geografskih širina i razlike geografskih dužina gradova i mjesta očitanih s Google Mapsa i s karte *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*. U tablicama 2 i 3 prikazani su gradovi s najvećim razlikama u geografskim širinama i dužinama.

Primjenom formula u izrazu (4) izračunali smo pravokutne koordinate gradova u projekciji. Iz pravokutnih koordinata izračunali smo razlike položaja gradova u

projekciji (5) u smjeru apscisne osi x (smjer paralela) i ordinatne osi y (smjer meridijana) u mjerilu karte te položajna odstupanja (6) gradova u mjerilu karte. U tablici 4 prikazane su razlike pravokutnih koordinata u smjeru apscisne i ordinatne osi te najmanja i najveća položajna odstupanja gradova u milimetrima na karti kada je razlika u početnom meridijanu $17^{\circ}31'$.

Tablica 2. *Najveće razlike po geografskoj širini gradova.*

Naziv grada	Razlike
	φ [' '']
Bagni della Porretta	6' 18''
Panicale	5' 04''
Vergato	3' 47''
Chiusi	3' 33''
Sartiano	3' 17''
Piegaro	3' 08''
Cetona	3' 05''
...	
srednja vrijednost	0' 19''

Tablica 3. *Najveće razlike po geografskoj dužini gradova.*

Naziv grada	Razlike
	λ [° ' '']
Bagni della Porretta	17° 37' 46''
Castiglione de Gatti	17° 37' 19''
Vergato	17° 37' 14''
Brisighella	17° 34' 24''
Cortona	17° 34' 14''
Porto Ercole	17° 34' 04''
C. Franco	17° 33' 52''
...	
srednja vrijednost	17° 31' 20''

Tablica 4. Razlike pravokutnih koordinata u smjeru apscisne i ordinatne osi te najveća i najmanja položajna odstupanja gradova u milimetrima na karti.

Naziv grada	Razlike		Položajno odstupanje
	Δx [mm]	Δy [mm]	d_i [mm]
Bagni della Porretta	24,97	31,29	40,03
Vergato	22,75	18,69	29,45
Panicale	1,28	25,51	25,54
Castiglione de Gatti	22,71	-7,48	23,91
Chiusi	0,73	17,87	17,89
Sartiano	0,98	16,53	16,55
Cortona	11,91	11,09	16,28
Piegaro	-0,05	15,78	15,78
Cetona	-1,18	15,53	15,58
Montepulciano	3,86	14,99	15,48
...
Ferrara	-0,05	0,59	0,59
Veroli	0,56	0,17	0,59
Collevecchio	0,00	0,59	0,59
Perugia	0,55	0,08	0,56
Fossombrone	-0,42	-0,34	0,54
Oriuolo	0,25	-0,42	0,49
Greccia	-0,37	0,17	0,41
Velletri	0,13	-0,34	0,36
Albano	0,31	0,00	0,31
Storta	0,12	0,17	0,21
srednja vrijednost	1,09	1,59	4,25

Geografske širine se u prosjeku razlikuju za oko 19'' ($\approx 1,59$ mm u mjerilu karte) sa standardnim odstupanjem od $\approx 55''$. Medijan tih razlika iznosi $\approx 12''$. Grad s najvećom razlikom u geografskoj širini je Bagni della Porretta, koji se nalazi na području Bolonjske legacije (*Legazine di Bologna*), a odstupa za $\approx 6'18''$ što daje

pogrešku od $\approx 31,29$ mm na karti. Razlika koju ne možemo zanemariti, a iznosi $\approx 5'4''$ ($\approx 25,51$ mm u mjerilu karte), može se uočiti za grad Panicale, koji se nalazi na području Teritorija Perugie (*Terriotorio di Perugia*). Ostali gradovi po geografskoj širini razlikuju se za manje od $3'30''$. Dobili smo da su razlike geografskih širina distribuirane prema normalnoj razdiobi.

Za daljnju ocjenu točnosti geografskih širina, umjesto 278 gradova, u obzir smo uzeli položaj 239 gradova. U račun nismo uzeli 39 mjesta koja imaju razliku veću od $1'$ jer su Maire i Bošković ocijenili točnost položaja gradova na $1'$. Dobili smo da srednja razlika geografskih širina iznosi $\approx 12''$ ($\approx 0,97$ mm u mjerilu karte), sa standardnim odstupanjem od oko $24''$. Grad s najvećom razlikom od $\approx 59''$ ($\approx 4,95$ mm) sada je M. Baroccio (područje Urbinske legacije, *Legazione d'Urbino*), dok za četiri grada (Albano, Tolentino, S. Giovanni i Massa Martana) razlika iznosi $\approx 0''$.

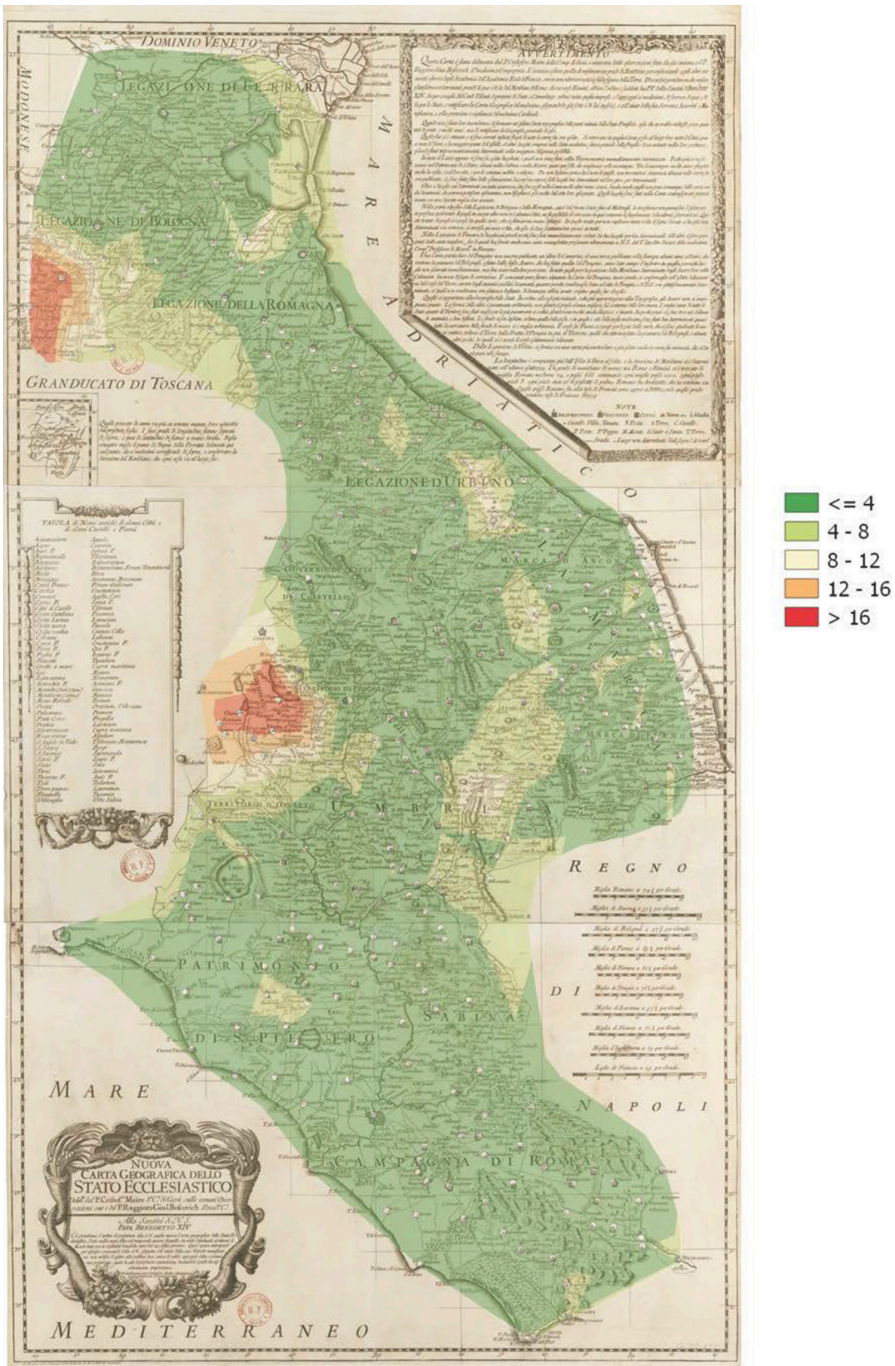
Geografske dužine u prosjeku se razlikuju za $\approx 17^{\circ}31'18''$, sa standardnim odstupanjem od $\approx 1'3''$. Medijan tih razlika iznosi $17^{\circ}31'10''$. S obzirom na to da su Maire i Bošković položaj gradova mjerili u odnosu na početni meridijan koji prolazi kanarskim otokom Hierro, takva je razlika u geografskim dužinama i očekivana. Iako danas sa sigurnošću ne znamo kroz koju točku na Hierru prolazi početni meridijan, općenito se smatra da je razlika između Hierra i Greenwicha oko $17^{\circ}40'$.

S obzirom na to da ne možemo sa sigurnošću utvrditi razliku geografskih dužina u odnosu na Hierro i Greenwich, odlučili smo razlike u položaju gradova po geografskoj dužini izračunati pomoću vrijednosti $17^{\circ}31'$, što približno odgovara srednjoj vrijednosti razlika geografskih dužina. Geografske dužine se, u tom slučaju, u prosjeku razlikuju za $\approx 18''$, odnosno $\approx 1,09$ mm u mjerilu karte, sa standardnim odstupanjem od $\approx 1'3''$ ($\approx 3,82$ mm). Medijan tih razlika iznosi $\approx 10''$ ($\approx 0,84$ mm). Grad s najvećom razlikom od $\approx 6'46''$ ($\approx 24,97$ mm) je Bagni della Porretta, a gradovi s većom razlikom još su i Castiglione de Gatti ($\approx 6'19''$, tj. $\approx 22,71$ mm) i Vergato ($\approx 6'14''$, tj. $\approx 22,75$ mm), koji se nalaze na južnom dijelu Bolonjske legacije. Ostali gradovi po geografskoj dužini razlikuju se za manje od $3'30''$ ako uzmemo da je razlika u početnim meridijanima $17^{\circ}31'$. Dobili smo da su razlike geografskih dužina distribuirane prema normalnoj razdiobi.

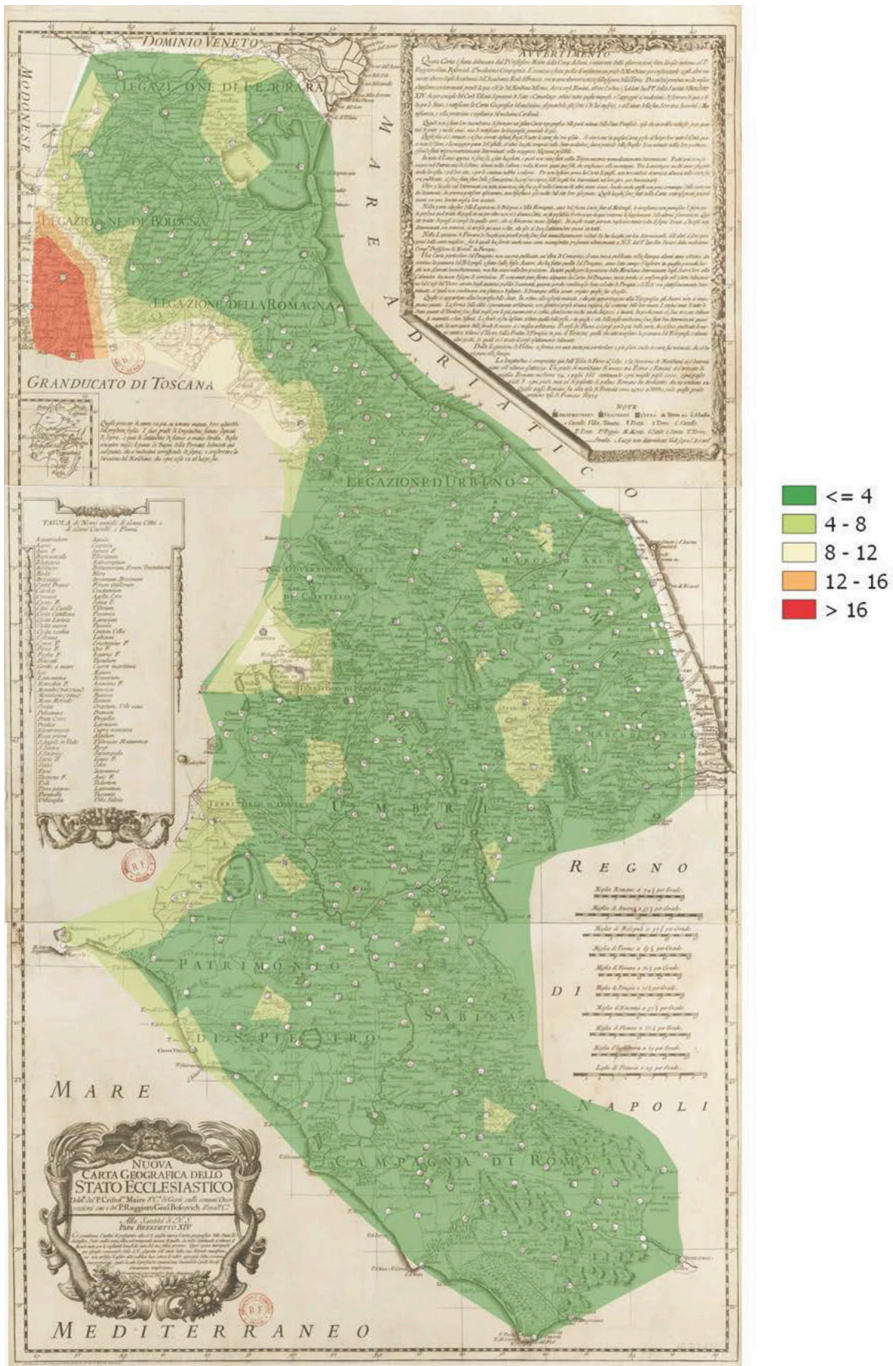
Izuzmemo li 48 gradova s razlikom većom od $1'$ dobijemo da srednja razlika po geografskoj dužini iznosi $\approx 8''$ sa standardnim odstupanjem $\approx 23''$. Medicina je grad s najvećom razlikom po geografskoj dužini od $\approx 59''$, koji se nalazi u Bolonjskoj legaciji.

Srednja vrijednost položajnih odstupanja iznosi $\approx 4,25$ mm, sa standardnim odstupanjem $\approx 4,65$ mm. Grad s najvećim položajnim odstupanjem je Bagni della Porretta u iznosu od $\approx 40,03$ mm. Od 278 gradova koji su uzeti u analizu 37 od njih ima položajno odstupanje veće od 8 mm u mjerilu karte ako uzmemo u obzir da je najveći znak koji prikazuje gradove na karti 8 mm što čini oko 13% analiziranih gradova.

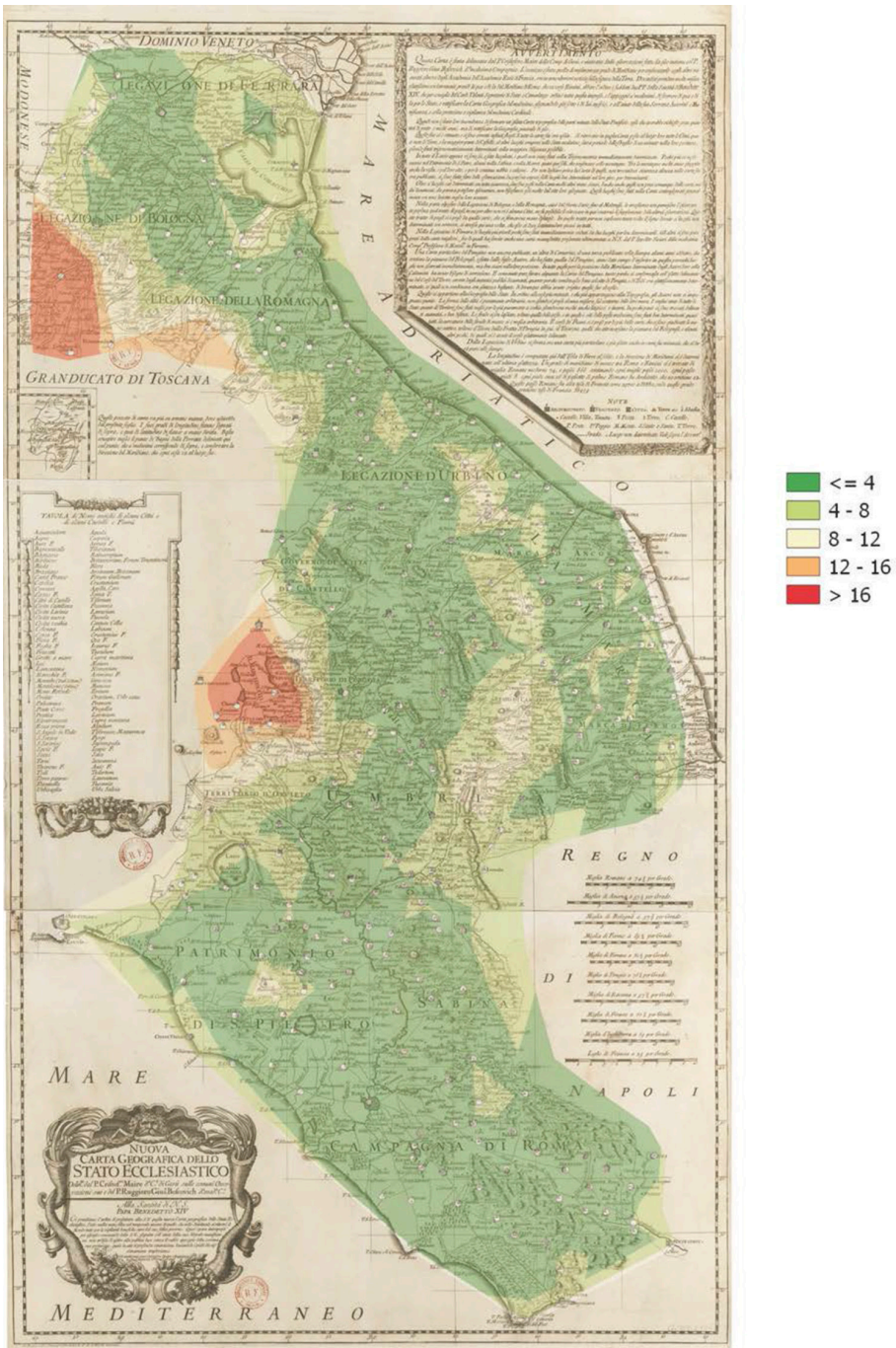
Na slikama 1 i 2 prikazane su apsolutne vrijednosti odstupanja u smjeru meridijana (Δy) i paralela (Δx) u milimetrima u mjerilu karte. Razlike su podijeljene na 5 jednakih intervala od po 4 mm u smjeru meridijana i paralela u mjerilu karte. Na slikama se može uočiti da su najveće razlike u smjeru meridijana na zapadnom dijelu karte prvog (oko grada Bagnni della Porretta) na području Bolonjske legacije i drugog lista (oko grada Citta della Pieva/Cortona) na području Teritorija



Slika 1. Apsolutne vrijednosti odstupanja u smjeru ordinatne osi (smjer meridijana) gradova na karti Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico.



Slika 2. Apsolutne vrijednosti odstupanja u smjeru apscisne osi (smjer paralela) gradova na karti Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico.



Slika 3. Vrijednosti položajnih odstupanja gradova na karti Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico.

Perugie. Na zapadnom dijelu drugog lista karte, na jugozapadnom dijelu područja Teritorija Perugie, može se uočiti sustavna pogreška u smjeru meridijana oko grada Citta della Pieva, koja iznosi $\approx 3'$ ($\approx 11,32$ mm u mjerilu karte). Najveće razlike u smjeru paralela uočena su oko grada Bagnni della Porretta na jugozapadnom dijelu prvog lista karte.

Na slici 3 prikazana su položajna odstupanja u milimetrima u mjerilu karte svih 278 analiziranih gradova. Položajna odstupanja podijeljena su na 5 jednakih intervala od po 4 mm u mjerilu karte. Na slici 3 može se vidjeti da su najveća položajna odstupanja na području grada Citta della Pieva na prvom listu karte i oko grada Cortona na drugom listu karte.

Izuzmemo li sve gradove i mjesta razlike kojih su po geografskoj širini i dužini veći od $1'$, za završnu smo analizu uzeli u obzir položaje 206 gradova i mjesta, što odgovara približno 75% svih gradova koje smo uzeli u analizu.

Srednja razlika u smjeru ordinatne osi (smjer meridijana) iznosi $\approx 1,01$ mm u mjerilu karte sa standardnim odstupanjem od $\approx 1,39$ mm u mjerilu karte, a srednja razlika u smjeru apscisne osi (smjer paralela) iznosi $\approx 0,47$ mm u mjerilu karte sa standardnim odstupanjem od $\approx 1,39$ mm u mjerilu karte. Gradovi s najvećim položajnim odstupanjem su Santo Gemini ($\approx 5,62$ mm u mjerilu karte) i Ponte Corvo ($\approx 5,48$ mm), a s najmanjim od $\approx 0,21$ mm u mjerilu karte je Storto. Srednja vrijednost položajnih odstupanja iznosi $\approx 2,31$ mm sa standardnim odstupanjem od $\approx 1,28$ mm u mjerilu karte.

Topografske karte u mjerilu 1:25 000 i 1:50 000 u izdanju Vojnogeografskog instituta bivše Jugoslavije bile su podvrgnute ocjeni točnosti (Peterca i dr. 1974). Procijenjeno je da srednja kvadratna pogreška točke otisnute na karti, vrijednost koje je određena upotrebom geodetskog stola, iznosi 0,2–0,4 mm, a da pritom nije uzet u obzir utjecaj deformacije papira, za mjerilo karte 1:10 000, 1:25 000 i 1:50 000. Međutim, standardi za izradu topografskih karata iz 50-ih godina 20. stoljeća propisivali su da srednje pogreške u položaju objekata i kontura na karti ne prelazi $\pm 0,5$ mm, dok su se za granične maksimalne pogreške uzimale dvostruke vrijednosti srednjih pogrešaka, dakle $\pm 1,0$ mm. Do sada, barem koliko nam je poznato, nitko nije dao ocjenu točnosti izrade karata tehnikom bakroreza.

Karta *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* izrađena je bakrorezom 200 godina prije od danih procijenjenih točnosti u približnom mjerilu 1:370 000, a ranije procjene provedene su za mjerila karata do 1:50 000. Stoga za procjenu točnosti dopušteno srednje položajno odstupanje koje je dvostruko veće od propisanih standarda za izradu karata iz 50-ih godina 20. stoljeća, odnosno $\pm 1,0 \div 2,0$ mm, može se smatrati zadovoljavajućim rezultatom prilikom ocjene planimetrijske točnosti neke stare karte.

4.2. Ocjena točnosti karte dvodimenzionalnom regresijskom analizom

Istraživanjima u kartografiji i geografiji često je potrebno procijeniti sličnost između uzoraka koji su prikazani na kartama. Ti uzorci mogu se sastojati od točaka, linija ili područja, a po potrebi se mogu i kombinirati. Tobler (1965, 1966, 1994) je predložio postupak procjene stupnja podudaranja između dvaju uzoraka (skupa položaja točaka). Razlika predložene metode u odnosu na računanje Pearsonove korelacije i regresije najmanjih kvadrata je u tome što je postupak proširio na

usporedbu dvodimenzionalne distribucije točaka. Tako se umjesto opažanja u jednodimenzionalnom prostoru oblika (x_j, y_j) uspoređuju parovi opažanja položaja oblika $(x_j, y_j; u_j, v_j)$. Iz tih parova može se izračunati prostorna korelacija. Tobler (1976) je predloženu metodu primijenio na primjeru mentalnih karata koje prikazuju procijenjene udaljenosti između dvaju zadanih objekata, a 1978. godine metodu je proširio na određivanje stupnja sličnosti topološki ekvivalentnih oblika.

Petrović (1991) opisuje drugačiju mogućnost geometrijske usporedbe oblika (interpretaciju koeficijenta linearne korelacije) pri istraživanju korelativne veze geometrijskih odnosa između dviju konfiguracija točaka u ravnini odnosno prostoru.

U ovom radu odlučili smo primijeniti Toblerovu metodu jer ne možemo sa sigurnošću utvrditi kroz koju točku prolazi početni meridijan Hierro, pa s obzirom na to ne možemo sa sigurnošću utvrditi ni kolika je točna razlika između geografskih dužina gradova prikazanih na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*.

Dvodimenzionalna regresija je statistička metoda kojom donosimo zaključak o odnosima između zavisnih i nezavisnih varijabli kada su one definirane u dvodimenzionalnom prostoru. Uz pomoć te metode empirijske se dvodimenzionalne transformacije mogu upotrebljavati učinkovitije od drugih metoda kako bi se istražio problem promjene ili povećanja oblika, dajući pritom rezultat koji je neovisan o nekom određenom koordinatnom sustavu. Tobler (1965, 1994) je naglasio da metode koje se baziraju na matrici korelacije što služe za usporedbu skupova nekih podataka nisu novina s matematičkoga gledišta, ali odlučio ju je razviti kako bi ju objasnio široj javnosti i da bi se mogla primjenjivati u društvenim znanostima. Ta regresijska tehnika osjetljiva je na translaciju, rotaciju i promjenu mjerila, a uz pomoć nje računa se njihov iznos.

Dvodimenzionalni regresijski model definiran je s pomoću izraza (Nakaya 1997)

$$\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g(x_i, y_i) \\ h(x_i, y_i) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_i \\ \eta_i \end{pmatrix}, \quad (7)$$

gdje su (u_i, v_i) koordinate i -te točke zavisne varijable, a (x_i, y_i) koordinate odgovarajućih točaka nezavisne varijable. Funkcije transformacije g i h upotrebljavaju se za procjenu odnosa između nezavisne i zavisne varijable, dok je (ε_i, η_i) vektor pogrešaka koji je normalno i neovisno distribuiran.

Tobler (1994) je objasnio četiri moguće primjene izraza (7), i to uz pomoć euklidske (u geodeziji poznata kao Helmertova četiri parametarska), affine, projektivne i krivolinijske (engl. *curvilinear*) transformacije. U ovom radu odlučili smo se za primjenu euklidske (Helmertove) transformacije, koja upotrebljava samo promjenu mjerila, rotaciju i translaciju u smjeru x i y koordinatnih osi, kako bi stara karta ostala nepromijenjena (što je to više moguće) tijekom preklapanja s modernom kartom.

Izraz (7) uz primjenu Helmertove transformacije može se pisati

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_i \\ \hat{v}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_1 & -\beta_2 \\ \beta_2 & \beta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}, \quad (8)$$

gdje su (\hat{u}_i, \hat{v}_i) procijenjene vrijednosti koordinata točaka nezavisne varijable u koordinatnom sustavu zavisne varijable. Parametri α_1 i α_2 u izrazu (8) su iznosi horizontalnog i vertikalnog pomaka (translacije) kako bi se postigla najbolja prilagodba između dvaju skupova podataka. Pomoću parametara β_1 i β_2 (koeficijenti nagiba) računaju se mjerilo (Φ) i kut rotacije (θ) primjenom izraza

$$\Phi = \sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2} \quad (9)$$

$$\Theta = \tan^{-1} \left(\frac{\beta_2}{\beta_1} \right). \quad (10)$$

Vrijednost parametra Φ daje iznos promjene mjerila potreban za postizanje najbolje prilagodbe skupova podataka. Vrijednost manja od 1 pokazuje da se konfiguracija u (u_i, v_i) prostoru treba smanjiti kako bi stala u (x_i, y_i) prostor. Kut rotacije nam govori za koliko stupnjeva treba zarotirati koordinatne osi kako bi se postigla najbolja prilagodba dviju konfiguracija. Pozitivan predznak upućuje na rotaciju u smjeru kretanja kazaljke na satu.

Tobler (1994) i Nakaya (1997) za procjenu parametara ($\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ i β_2) funkcija g i h primjenjuju metodu najmanjih kvadrata tako da vrijedi

$$\sum_{i=1}^n \left[(u_i - \hat{u}_i)^2 + (v_i - \hat{v}_i)^2 \right] \rightarrow \min, \quad (11)$$

dok sličnost tih dviju konfiguracija procjenjuju primjenom dvodimenzionalnoga koeficijenta korelacije

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n \left[(u_i - \hat{u}_i)^2 + (v_i - \hat{v}_i)^2 \right]}{\sum_{i=1}^n \left[(u_i - \bar{u})^2 + (v_i - \bar{v})^2 \right]}}, \quad (12)$$

gdje su (\bar{u}, \bar{v}) srednje vrijednosti koordinata točaka (u_i, v_i) , a n je broj točaka koje su uzete u analizu.

Za potrebe prostorne analize točnosti geografskih koordinata gradova prikazanih na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* primjenom dvodimenzionalne regresijske analize uzeli smo koordinate 278 gradova koji su analizirani postupkom opisanom u poglavlju 4.1. ovoga rada. Pritom smo za nezavisnu varijablu (x_i, y_i) odabrali suvremene geografske koordinate položaja gradova, a za zavisnu (u_i, v_i) geografske koordinate očitane s karte *Nouva carta*.... Primjenom ranije danih izraza dobili smo da regresijski model ima oblik

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_i \\ \hat{v}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17,4221 \\ 0,1351 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,9978 & -0,0029 \\ 0,0029 & 0,9978 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}, \quad (13)$$

a koeficijent korelacije iznosi 0,9998. Prema vrijednostima prikazanim u izrazu (13) geografske širine pomaknute su u smjeru od sjevera prema jugu za $\approx 8'$, a geografske dužine za $\approx 17^{\circ}25'$ u smjeru od zapada prema istoku.

Primjenom izraza (9) i (10), iz parametara (α_1 , α_2 , β_1 i β_2) prikazanih u jednadžbi (13) izračunali smo mjerilo (Φ) koje iznosi 0,9979 i kut rotacije (θ) od $\approx 0,1688^{\circ}$ što odgovara kutu od $\approx 10'$ u smjeru kretanja kazaljke na satu.

Prema Friedmanu i Kohleru (2003), Waterman i Gordon (1984) nastavili su razvoj dvodimenzionalne regresije kako bi osmislili i preporučili procjenu koja omogućuje usporedbu deformacija između različitih kognitivnih karata. Omogućili su računanje iznosa relativne, apsolutne i ukupne deformacije i njihovo grafičko prikazivanje. Preporučili su računanje udaljenosti deformacije (engl. *Distortion distance*, D) prosječne udaljenosti vektora koji spajaju parove koordinata zavisne varijable s procijenjenim vrijednostima parova koordinata nezavisne varijable transformirane u ravninu zavisne varijable. Oni tvrde da je ta udaljenost najprikladnija za usporedbu između različitih konfiguracija. Udaljenost deformacija računa se primjenom izraza

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(u_i - \hat{u}_i)^2 + (v_i - \hat{v}_i)^2]}, \quad (14)$$

a potrebna je za računanje indeksa deformacije (engl. *Distortion Indeks*, DI), bezdimenzionalne vrijednosti veličina koje upućuje na iznos deformacije zavisne varijable u odnosu na vrijednosti nezavisne varijable bez obzira na mjerilo karte. DI može poprimiti vrijednost između 0 i 100, što je manja vrijednost, a to znači da su prisutne manje deformacije. Indeks deformacija računa se uz pomoć izraza

$$DI = 100 \frac{D}{D_{\max}}, \quad (15)$$

gdje je D_{\max} maksimalna vrijednost koju D može doseći, a dobije se kada sve točke zavisne varijable koincidiraju u jednu točku (težište skupa točaka). Maksimalna vrijednost koju D može postići dobije se primjenom izraza

$$D_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(u_i - \bar{u})^2 + (v_i - \bar{v})^2]}. \quad (16)$$

Iz formule za računanje koeficijenta korelacije dvodimenzionalne regresije (r) vidi se da odnos veličina DI^2 odgovara izrazu

$$DI^2 = \frac{D^2}{D_{\max}^2} = 1 - r^2. \quad (17)$$

Primjenom danih formula dobili smo rezultate: $D=0,3801$, $D_{\max}=18,8302$, a $DI=2,0184$. Iz izračunate vrijednosti indeksa deformacije (DI) može se zaključiti da deformacija zavisne varijable iznosi $\approx 2,02\%$.

Za potrebe analize položajne točnosti gradova na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* uz pomoć formula u izrazu (4) izračunali smo iz

geografskih koordinata pravokutne koordinate položaja gradova u ravnini uspravne ekvidistantne konusne projekcije. Primjenom danih izraza (8), (9), (10), (12), (14), (15) i (16) dobili smo procjenom uz pomoć metode najmanjih kvadrata parametre odnosa između pravokutnih koordinata zavisne i nezavisne varijable (položaj gradova) u uspravnoj ekvidistantnoj konusnoj projekciji, koji su prikazani u tablici 5.

Tablica 5. Procijenjeni parametri (zaokruženi) pravokutnih koordinata položaja zavisne i nezavisne varijable u ravnini uspravne ekvidistantne konusne projekcije.

α_1	α_2	β_1	β_2	Φ	θ	r	DI
0,0021	0,0037	0,0000	0,0000	0,0000	0,1292	0,9998	1,89%

Na slici 4 prikazani su vektori pomaka položaja gradova na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*, odnosno odnos koordinata zavisne varijable i koordinata nezavisne varijable transformirane u koordinatni sustav zavisne varijable. Na slici 4 može se primijetiti veća razlika odstupanja u smjeru ordinatne osi (u smjeru meridijana, tj. geografskih širina) na zapadnom i sjeverozapadnom dijelu karte. Također se, na zapadnom dijelu karte, mogu primijetiti izraženije sustavne pogreške u odstupanjima u smjeru ordinatne osi na zapadnom dijelu karte. Na slici se mogu zapaziti i odstupanja u smjeru apscisne osi (smjer paralela, tj. geografskih dužina) na sjeverozapadnom dijelu karte.

Usporedimo li tako dobivene koordinate, gradovi s najvećim položajnim odstupanjem su Bagni della Porretta ($\approx 37,00$ mm), Vergato ($\approx 26,41$ mm), Panicale ($\approx 23,65$ mm) i Castiglione de Gatti ($\approx 22,60$ mm). Srednja vrijednost položajnih odstupanja iznosi $\approx 4,16$ mm u mjerilu karte sa standardnim odstupanjem od $\approx 4,24$ mm. Od 278 gradova njih 35 ima položajno odstupanje veće od 8 mm u mjerilu karte ($\approx 13\%$), 70 gradova ima položajno odstupanje veće od 5 mm u mjerilu karte ($\approx 25\%$).

5. Zaključak

U radu su opisana dva načina određivanja planimetrijske točnosti starih karata. Prvo smo usporedili geografske koordinate položaja gradova na staroj karti s njihovim suvremenim geografskim koordinatama te njihovim koordinatama preslikanim u ravninu uspravne ekvidistantne konusne projekcije. Nakon toga smo na iste vrijednosti koordinata primijenili dvodimenzionalnu regresijsku analizu.

Moglo se očekivati, što je istraživanjem i potvrđeno, da će se vrijednosti suvremenih geografskih dužina i onih na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico* razlikovati za otprilike $17^{\circ}30'$. Prvi je razlog u tome što su Maire i Bošković geografske koordinate odredili u odnosu na početni meridijan kanarskog otoka Hierra, dok drugi razlog proizlazi iz činjenice da su se znanstvenici početkom 18. stoljeća počeli aktivnije baviti problemom praktičnog i preciznog određivanja geografske dužine.



Slika 4. Vektori pomaka položaja gradova na karti *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico Ch. Mairea i J. R. Boškovića* iz 1755.

Maire i Bošković ocijenili su točnost svojih mjerenja na 1' što odgovara odstupanju od približno 5 mm u mjerilu karte. Srednja vrijednost položajnih odstupanja svih analiziranih gradova približno je 4 mm u mjerilu karte što odgovara odstupanju od približno 50''. Istraživanjem je dobiveno da od ispitanih 278 gradova njih oko 25% ima položajno odstupanje veće od 5 mm.

Veća odstupanja u položaju gradova uočena su na jugozapadnom dijelu prvog lista karte na području Bolonjske legacije, dok su na zapadnom dijelu drugog lista karte, na području Teritorija Perugie, uočene veće sustavne razlike samo u geografskim širinama. Isti rezultat dobiven je primjenom obiju opisanih metoda.

Gradovi s najvećim položajnim odstupanjem, koje prelazi 2 cm, su Bagni della Porretta, Vergato, Panicale i Castiglione de Gatti, dok još 20 gradova ima srednje odstupanje veće od 1 cm u mjerilu karte. Zanimljivo je da grad Ponte Corvo, što su ga Maire i Bošković ocijenili nepouzdanim u njegovu položaju, zauzima 61. mjesto po veličini odstupanja koje iznosi približno 5 mm u mjerilu karte.

Ako se iz analize izuzmu odstupanja vrijednosti kojih prelaze 1' po geografskoj širini i geografskoj dužini, srednja vrijednost položajnih odstupanja iznosi približno 2 mm u mjerilu karte. S obzirom na metodu izmjere, metode izrade i tiskanja karata te vrijeme nastanka karte *Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico*, srednje položajno odstupanje koje iznosi približno 2 mm može se smatrati zadovoljavajućim rezultatom prilikom ocjene planimetrijske točnosti.

Literatura

- Blakemore, M. J., Harley, J. B. (1980): *The Search for Accuracy, Concepts in the History of Cartography*, Monograph 26, Cartographica, 17(4), 54–75.
- Boscovich, R. J. (1757): *De litteraria expeditione per pontificiam ditionem. De Bononiensi Scientiarum et Artium Instituto atque Academia Commentarii, Tomus Quartus*, 353–394, Typis Laelii a Vulpe Instituti Scientiarum Typographi, Bononiae.
- Boutoura, C., Livieratos, E. (2006): *Some fundamentals for the study of the geometry of early maps by comparative methods*, e-Perimetron, 1(1), 60–70, (dostupno na http://www.e-perimetron.org/vol_1_1/Boutoura_Livieratos/1_1_Boutoura_Livieratos.pdf, 18. 2. 2016.).
- Bower, D. I. (2015): *The Medieval Gough Map, Its Settlement Geography and the Inaccurate Representation of Wales*, *Imago Mundi*, 67(2), 145–167.
- Crippa, B., Forcella, V., Mussio, L. (2013): *Boscovich: his geodetic and cartographic studies*, *Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplement*, 22, 75–82.
- Čechurová, M., Veverka, B. (2009): *Cartometric analysis of the Czechoslovak version of 1:75 000 scale sheets of the Third Military Survey (1918–1956)*, *Acta Geodaeica et Geophysica Hungarica*, 44(1), 121–130, (dostupno: <http://link.springer.com/article/10.1556%2FAGeod.44.2009.1.12>, 14. 1. 2016.).
- Depuydt, F., Decruynaere, L., Heirman, A., Theelen, J. (2008): *Early modern maps: To what extent are they metrically accurate?*, *Belgeo*, 1, 69–86, (dostupno na <http://belgeo.revues.org/10235>, 13. 1. 2016.).

- Friedman, A., Kohler, B. (2003): Bidimensional Regression: Assessing the Configural Similarity and Accuracy of Cognitive Maps and Other Two-Dimensional Data Sets, *Psychological Methods*, 8(4), 468–491.
- Hessler, J. W. (2006): Warping Waldseemüller: A Phenomenological and Computational Study of the 1507 World Map, *Cartographica*, 41(2), 101–113, (dostupno na: http://www.kislakfoundation.org/download/Hessler-Warping_Waldseemuller.pdf, 18. 1. 2016.).
- Hu, B. (2001): Assessing the Accuracy of The Map of the Prefectural Capital of 1261 Using Geographic Information Systems, *The Professional Geographer*, 53(1), 32–44.
- Hu, B. (2010): Application of Geographic Information Systems (GIS) in the History of Cartography, *International Scholarly and Scientific & Innovation*, 4(6), 160–163.
- Jongepier, I., Soensa, T., Temmermana, S., Missiaenb, T. (2016): Assessing the Planimetric Accuracy of Historical Maps (Sixteenth to Nineteenth Centuries): New Methods and Potential for Coastal Landscape Reconstruction, *The Cartographic Journal: The World of Mapping*, 53(2), 114–132.
- Kljajić, I., Lapaine, M. (2016): Boškovićeva karta Papinske Države/Bošković and Maire's Maps of the Papal States. U: *Ruđer Bošković i geoznanosti/Ruđer Bošković and the Geosciences* (ur./ed. Miljenko Lapaine), Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Državna geodetska uprava, Hrvatska komora ovlaštenih inženjera geodezije, Zagreb, 251–295.
- Laxton, P. (1976): The Geodetic and Topographical Evaluation of English County Maps, 1740–1840, *Cartographic Journal*, 13(1), 37–54.
- Maire, C., Boscovich, R. J. (1755): De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam jussu, et auspiciis Benedicti XIV. Pont. Max. suscepta a Patribus Societ. Jesu Christophoro Maire et Rogerio Josepho Boscovich, In *Typographio Palladis excudebant Nicolaus et Marcus Palearini, Romae*.
- Manzano-Agugliaro, F., Martínez-García, J., San-Antonio-Gómez, C. (2012): GIS analysis of the accuracy of Tomas Lopez's historical cartography in the Canary Islands (1742–1746), *Scientific Research and Essays*, 7(1), 199–210, (dostupno na: <http://www.academicjournals.org/journal/SRE/article-full-text-pdf/ABB97E027706>, 1. 2. 2016.).
- Martinović, I. (2011): *Ruđer Bošković and the Royal Society*, Exhibition catalogue, Westdale Press, London.
- Nakaya, T. (1997): Statistical inferences in bidimensional regression models, *Geographical Analysis*, 29(2), 169–186.
- Pearson, B. C. (2005): Comparative Accuracy in Four Civil War Maps of the Shenandoah Valley: A GIS Analysis, *The Professional Geographer*, 57(3), 376–394.
- Pedley, M. (1993): I Due Valentuomini Indefessi: Christopher Maire and Roger Boscovich and the mapping of the Papal States (1750–1755), *Imago Mundi*, 45, 59–76.
- Peterca, M., Radošević, N., Milisavljević, S., Racetin, F. (1974): *Kartografija*, Vojnogeografski institut, Beograd.
- Petrović, S. (1991): Geometry of the Correlation Coefficient and its Application in Geodesy, *Mitteilungen der Geodaetischen Institute der Technischen Universitaet Graz*, 71.
- Ravenhill, W., Gilg, A. (1974): The Accuracy of Early Maps?, *Towards a Computer Aided Method*, *Cartographic Journal*, 11(1), 48–52.
- Seemann, P. (2011): Cartometric Analysis of Planimetric Accuracy of Topographic Maps 1:100 000 Created in S-46 Coordinate System, *Acta Montanistica Slovaca*,

16(4), 253–261, (dostupno na <http://actamont.tuke.sk/pdf/2011/n4/4seemann.pdf>, 14. 1. 2016.).

- Slukan Altić, M. (2014): Exploring along the Rome Meridian – Roger Boscovich and the First Modern Map of the Papal States, *History of Cartography: Lecture Notes in Geoinformation and Cartography/Liebenberg, E., Collier, P., Török, Z. (eds.)*, London: Springer Verlag, Heidelberg, New York, Dordrecht, 71–90.
- Stone, J. C. (1993): The influence of copper-plate engraving on map content and accuracy: preparation of the seventeenth-century Blaeu atlas of Scotland, *Cartographic Journal*, 30(1), 3–12.
- Stone, J. C., Gemmell, A. M. D. (1977): An Experiment in the Comparative Analysis of Distortion on Historical Maps, *Cartographic Journal*, 14(1), 7–11.
- Strang, A. (1998): The Analysis of Ptolemy's Geography, *Cartographic Journal*, 35(1), 27–47.
- Tobler, W. R. (1965): Computation of the correspondence of geographical patterns, *Spatial Patterns-Measurement and Analysis*, 15(1), 131–139.
- Tobler, W. R. (1966): Medieval distortions: The projections of ancient maps, *Annals of the Association of American Geographers*, 56(2), 351–160.
- Tobler, W. R. (1976): The Geometry of Mental Maps u R. G. Golledge, R. Rusten (eds.), *Essays on the Multidimensional Analysis of Perceptions and References*, Columbus: Ohio State University Press, Forthcoming.
- Tobler, W. R. (1978): Comparison of Plane Forms, *Geographical Analysis*, 10(2), 154–162.
- Tobler, W. R. (1994): Bidimensional Regression, *Geographical Analysis*, 26(3), 187–212.
- Triplat Horvat, M. (2014): Kartografska analiza karata Papinske Države J. R. Boškovića i Ch. Mairea, doktorski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- Veverka, B., Ambrožová, K., Čechurová, M. (2011): Mathematical Approaches to Evaluation of Old Maps Contents and Accuracy, *Acta Montanistica Slovaca*, 16(4), 291–298, (dostupno na <http://actamont.tuke.sk/pdf/2011/n4/9veverka.pdf>, 14. 1. 2016.).
- Waterman, S., Gordon, D. (1984): A quantitative-comparative approach to analysis of distortion in mental maps, *Professional Geographer*, 36(3), 326–337.

Two Approaches to Assessing the Planimetric Accuracy of Old Maps

ABSTRACT. This paper describes two methods for assessing the planimetric accuracy of old maps, by comparing the positional errors of sets of identical points located on one old and one contemporary map. The first method compares the geographical coordinates of the control points depicted on the map with their contemporary geographical coordinates mapped, in this case, in the plane of the normal aspect, equidistant conic map projection. To apply this method, the projection parameters in which the map was made must be known. In the second method, the bidimensional regression analysis proposed by Tobler was used for the geographical coordinates and coordinates of identical points in a plane of the normal aspect, equidistant conic projection. The bidimensional regression analysis method applied is based on Helmert's transformation (according to Tobler, known as the Euclidian method) of identical points from one coordinate system to another, for example, the coordinate system of a contemporary map to the coordinate system of an old map. The deviations obtained by applying both methods are analyzed statistically and visualized. The methods were applied to produce a planimetric accuracy assessment of the Nuova carta geografica dello Stato Ecclesiastico, because this aspect has not yet been studied.

Keywords: planimetric accuracy, comparison of coordinates, bidimensional regression analysis.

Primljeno / Received: 2016-11-04

Prihvaćeno / Accepted: 2017-01-20