



XVIII. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ  
26 - 30 Ağustos 2013, Celal Bayar Üniversitesi, Manisa

## TEKİL YÜK ETKİSİNDEKİ I KİRİŞLERİNDE YANAL DESTEKLERİN YANAL BURKULMAYA ETKİSİ

Selahattin Albayrak<sup>1</sup> ve Ümit Uzman<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Gümüşhane Üniversitesi, Gümüşhane

<sup>2</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon

### ÖZET

İnce cidarlı I kesitli kirişler günümüz yapı tekniğinde sıkça kullanılan yapı elemanlarıdır. Burulma rijitlikleri zayıf olan ince cidarlı I kesitli kirişlerin burulmaya karşı dayanımları bir takım desteklerle artırılabilir. Bu çalışmada tekil yük etkisindeki kirişlere eklenen yanıl desteklerin yanıl burkulma yükünü nasıl etkilediği ve elemana eklenecek olan desteklerin yeri ve ideal yay sabitlerinin sonlu eleman yöntemi ile belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın sonunda, elemanlara eklenecek desteklerin ideal yeri ve yay sabitleri için sonuçlar verilmiştir.

### ABSTRACT

Thin-walled I beams are the structural elements that are used frequently in today's construction techniques. Resistance against torsion of the thin-walled I-beams having weak torsional rigidity can be increased through some bracing. In this study, it is aimed to see how lateral bracings attached to the beams subjected to a vertical force affects lateral buckling moment, and to determine the ideal spring constants of the bracings to be attached to the beam by finite element method. In the end of this study, the results are given for ideal location and spring constants of bracings which are added to elements.

### GİRİŞ

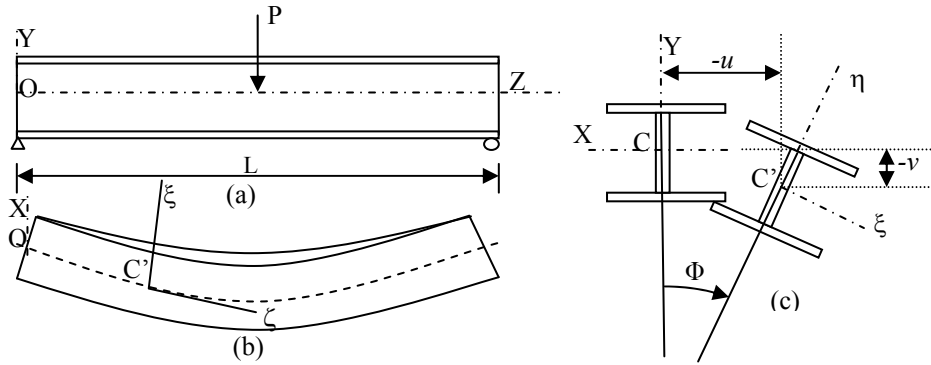
İnce cidarlı elemanlar günümüz yapı tekniğinde sıkça kullanılan yapı elemanlarıdır. Bu elemanlar oldukça ince plaklardan oluşurlar. Burulma rijitlikleri zayıf olan ince cidarlı elemanların burulmaya karşı dayanımları bir takım desteklerle artırılabilir. Bununla beraber alternatif yapılara göre çok hafiftirler. Bu nedenle uzun açıklıklı köprüler, ağırlık ve maliyetin düşük olması istenen yapılarda kullanılmaları yaygındır.

Yanal burkulma; düzlemin dışına doğru yatay hareket yapması engellenmemiş ince cidarlı kirişlerde, yükleme belli bir kritik değeri aştığında meydana gelir (Şekil 1). Bu kritik değere yanıl burkulma yükü denilecektir. Bu kritik değer, kirişin taşıyabileceği yükten büyük ise kiriş narin değildir. Narin olmayan kiriş yanıl burkulma olmaksızın yük kapasitesine kadar yüklenebilir. Bu çalışma sonlu eleman yöntemi kullanılarak tekil yük etkisindeki kirişlere

eklenen yanal desteklerin yanal burkulma yükünü nasıl etkilediği ve elemana eklenecek olan desteklerin ideal yay sabitlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Yanal burkulma davranışının teorik esasları geçen yüzyılın başlarında ortaya konulmuştur. Günümüzde ise, gelişmiş bilgisayar teknolojisi ile yanal burkulma davranışı ve nedenleri daha sağlıklı bir şekilde incelenebilmektedir. Kirişin sınır şartları, yanal mesnetler ve yükün uygulama şekli yanal burkulma davranışını belirler.

Yanal burkulma davranışına yanal desteklerin etkileri (Liu 2003), (Shu 1988), (Yura 2001) vd. çalışmalarında ele alınmaktadır. Bu çalışmalarda yanal ve burulma desteklerinin yanal burkulmaya etkisi değişik yöntemlerle ele alınmaktadır.



Şekil 1. Yanal burkulmuş kiriş: a) Basit mesnetli kiriş ve tekil yük yüklemesi, b) Yanal burkulmuş kirişin üstten görünüşü (uç kesitlerin yanal hareketi önlenmiştir), c) Yanal burkulmada bir kesitin ötelenme ve dönmesi.

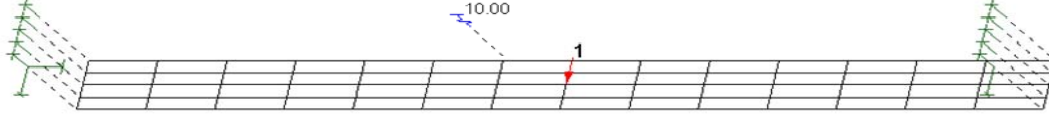
## SONLU ELEMAN YÖNTEMİ VE YANAL BURKULMA ANALİZİ

Genellikle klasik yöntemleri kullanarak kesin burkulma analizi yapmak oldukça karmaşıktır. Bundan dolayı, bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere bağlı olarak burkulma analizlerinde yaklaşık sonuçlar üreten sonlu eleman yöntemini kullanmak oldukça yaygın hale gelmiştir. Bu yöntem kullanıldığında Timoshenko (1961)'de belirtilen diferansiyel denklemler için yaklaşık çözümler elde edilir. Düzlem içi yer değiştirmelerin sağladığı diferansiyel denklemler, yanal burkulma henüz büyük değerlere ulaşmamış iken lineer teori geçerli olduğu için, düzlem dışı yer değiştirmelerden bağımsız olarak kendi aralarında hesaplanabilmektedir. Daha sonra bunlar düzlem dışı yer değiştirmelerin sağlayacağı diferansiyel denklemler olarak kullanılmaktadır. Yapı mühendisliğinde, sonlu eleman modeli, ince cidarlı elemanlar için kritik burkulma yükünün hesabının tahmininde Akay vd. (1977) tarafından etkili bir yöntem olarak kullanılmaya başlanmıştır.

Bu çalışmada sonlu eleman yöntemi ile hazırlanmış olan BASP bilgisayar programı kullanılmıştır. Basit mesnetli ve konsol bir I kesitli kirişin gövdesinin sonlu eleman modeli Şekil 2'de görülmektedir. BASP programı istenirse, kiriş başlıklarını çizimlerde göstermemektedir. Aynı program, kiriş uç kesitlerinin yanal hareketlerinin nod noktalarında önlendiğini, Şekil 2'deki gibi kesikli çizgilerle göstermektedir. Kiriş ortasında üst başlık hizasında yanal doğrultuda kesikli çizginin devamındaki yay işareti, bir yay desteği olduğunu, yanındaki 10 rakamı ise yay sabitinin şiddetini bu örnekte 10 kN/m olarak göstermektedir.



a) Ucundan tekil yük etkisindeki yanal desteklenmiş konsol kiriş



b) Ortasından tekil yük etkisindeki yanal desteklenmiş basit mesnetli kiriş

A-----B B noktasının yer değiştirmesi engellenmiş

A---□---B B noktasının AB eksenine etrafındaki dönmesi

Şekil 2. Yanal (10 kN/m) desteklenmiş tekil yük etkisindeki konsol ve basit kiriş

Sonlu eleman modelinde, yanal burkulma yükünün hesabında düzlem dışı yer değiştirmelerin sağlayacağı diferansiyel denklem,

$$[K_e]\{r\} + \lambda[K_g]\{r\} = \{0\} \quad (1)$$

şeklinde elde edilmektedir. Burada,  $K_e$  elastik yapısal rijitlik matrisi,  $K_g$  geometrik rijitlik matrisi,  $r$  sistemin burkulma halindeki yer değiştirme vektörü ve  $\lambda$  ise uygulanan yüke bağlı olarak kritik burkulma yükü hesabında kullanılan özdeğer ifadesidir. Yukarıda hesaplanan  $\lambda$  özdeğeri, yanal burkulma veren tekil yük değeridir.

Kullanılan sonlu eleman modelinde (BASP), kiriş gövdesinin düzlem içi kuvvetleri için, önce

$$[K_i]\{r_i\} = \{R_i\} \quad (2)$$

denklemini çözmektedir. Burada  $K_i$  ara kesitin düzlem içi yapısal rijitlik matrisini,  $r_i$  hesabı yapılan noktanın yer değiştirmesini ve  $R_i$  de düzlem içi yükleme durumu için nodal kuvvetleri göstermektedir.  $r_i$  yardımı ile daha sonra düzlem içi gerilmeler hesaplanır. Yanal burkulma yükünün hesabında ilk olarak, düzlem içi analiz tamamlanır, daha sonra program düzlem içi gerilmelere bağlı olarak (1) denklemindeki  $K_g$  geometrik rijitlik matrisini oluşturur. Düzlem dışı yer değiştirmelerin hesaplanacağı  $K_e$  yapısal rijitlik matrislerini elde eder. Bu denklemde katsayılar matrisinin determinantın sıfıra eşitlenerek elde edilen karakteristik denklem,  $\lambda$ 'nın bir polinomudur. BASP programı düzlem dışı ilk yanal burkulma yükünü (kritik olanı) hesaplamak için bu polinomun ilk kökü olan ilk  $\lambda$  özdeğerini bulmakta

$$[K_e]\{r\} + (\lambda^s + s)[K_g]\{r\} = \{0\} \quad (3)$$

denklemini kullanır (Liu, 2003), böylece ardışık s kadar artımlarla ilerleyerek polinomun işaret değiştirdiği adımdaki  $\lambda$  özdeğerini elde etmiş olur.

## SAYISAL UYGULAMALAR

### 1. Tekil Yük Etkisindeki Basit Kiriş

Orta kesitinde tekil yük etkisindeki basit mesnetli kirişte yanal desteğin, yanal burkulmaya etkisini incelemek için 6 m uzunluğunda IPE 400 kesitli çelik kiriş kullanılmıştır. Desteğin yerinin ve desteğin yay sabiti değerinin yanal burkulmaya etkisi incelenmiştir. Desteğin yerinin etkisini incelemek için kiriş uzunluğu boyunca kiriş ortasına kadar altı ayrı kesitin ve kiriş yüksekliğinin beş ayrı seviyesinin birbirini kestiği 30 ayrı noktanın herhangi birine

uygulanan ve yanal burkulmanın ortaya çıkmasını sağlayan kritik yük değeri (yanal burkulma yükü) Tablo 1 ve Tablo 2’de gösterilmiştir. Tablo 1’de desteğin yay sabiti 600 kN/m, Tablo 2’de ise 2400 kN/m’dir. En büyük yanal burkulma yükü, destek, kiriş ortasında ve basınç bölgesi olan üst kenarda iken görülmektedir.

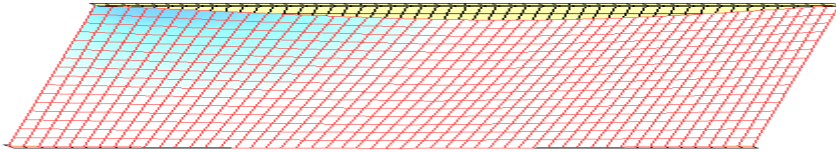
Tablo 1. Tekil yük etkisindeki basit kirişte  $\beta_y = 600 \text{ kN/m}$  için yanal burkulma yükleri (kN)

$h_y/h$	$L_y/L$										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	168.01	185.00	223.92	275.70	335.75	371.74	SİMETRİK				
0.25	168.01	177.35	200.70	232.11	267.34	303.10					
0.5	168.01	172.24	183.49	198.61	215.03	238.60					
0.75	168.01	169.43	173.26	178.42	183.93	189.94					
1	168.01	168.14	168.54	169.17	169.88	170.28					

Tablo 2. Tekil yük etkisindeki basit kirişte  $\beta_y = 2400 \text{ kN/m}$  için yanal burkulma yükleri (kN)

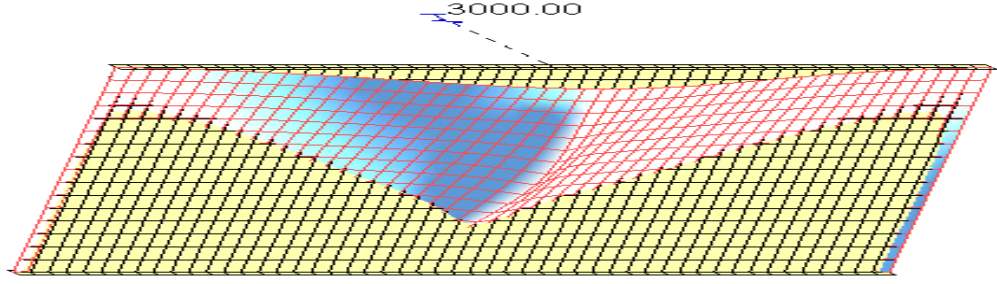
$h_y/h$	$L_y/L$										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	168.01	219.52	297.05	392.02	533.12	750.68	SİMETRİK				
0.25	168.01	195.23	246.08	310.04	400.83	581.47					
0.5	168.01	179.75	203.86	233.67	270.67	358.79					
0.75	168.01	172.06	179.84	189.00	199.06	212.71					
1	168.01	168.37	169.12	170.14	171.26	171.83					

Burada  $h_y$  yanal desteğin I kesitinin üst başlığından düşey mesafesini,  $L_y$  sol mesnede yatay mesafesini,  $\beta$  ise yanal desteğin yay sabitini göstermektedir.

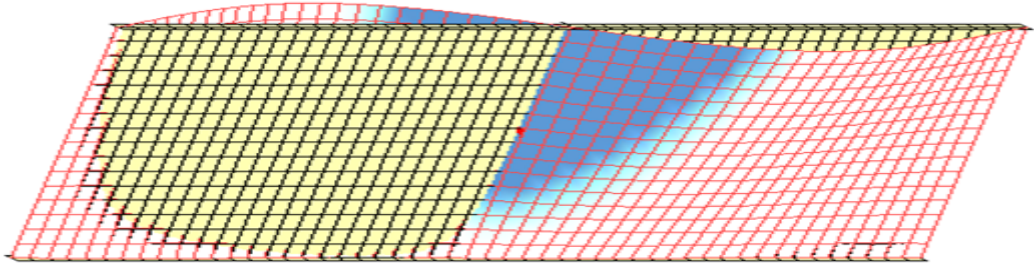


Şekil 3. Yanal desteksiz basit kirişin tekil yük etkisindeki yanal burkulmuş hali

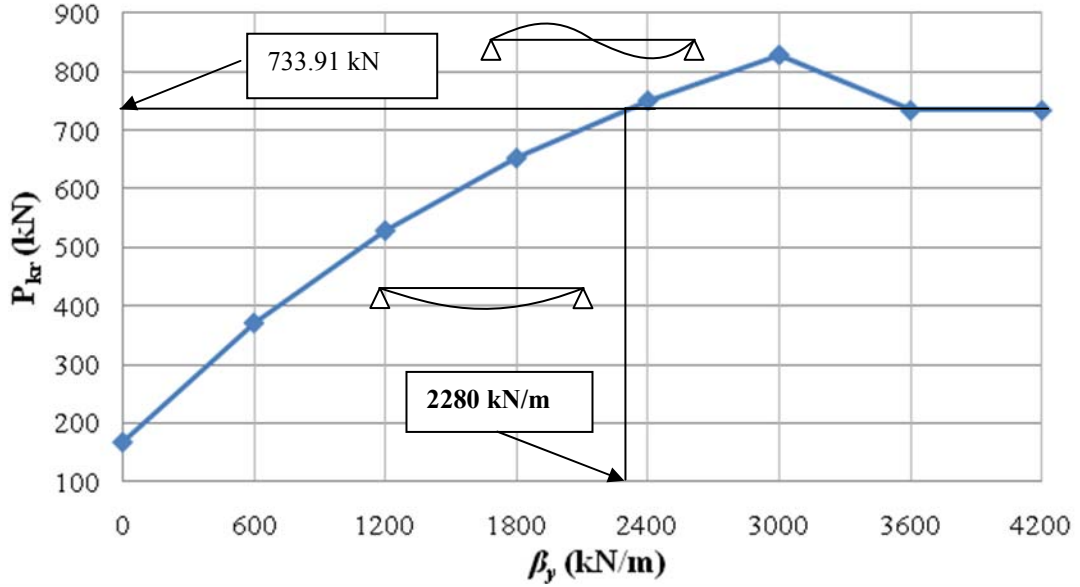
Şekil 3’te yanal desteksiz basit bir kirişin tekil yük etkisindeki yanal burkulmuş hali gösterilmektedir. Şekil 4-5’te ise kiriş ortasında üst başlığa konulan ve yay sabitleri farklı iki yanal destek için kirişin yanal burkulmuş halleri verilmektedir. Destek yay sabiti arttıkça yanal burkulma meydana getiren tekil yük değerinin arttığı Şekil 6’daki eğrilerden görülmektedir.



Şekil 4. Yanal desteklenmiş basit kirişin tekil yük etkisindeki yanıl burkulması



Şekil 5. Yanal desteklenmiş basit kirişin ikinci yanıl burkulma modu



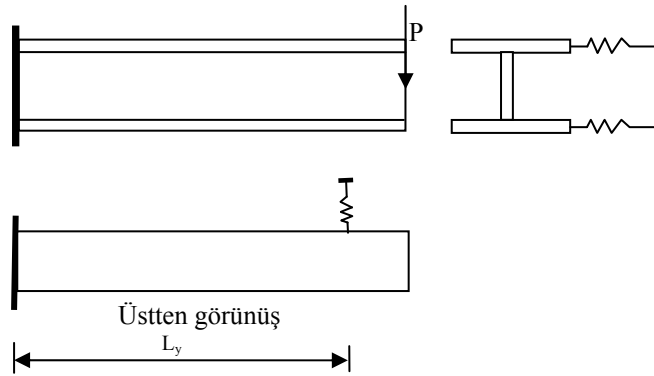
Şekil 6. Tekil yük etkisindeki basit kirişte yanıl desteğin yay sabitine göre yanıl burkulma yükü ve ideal yay sabitinin belirlenmesi (destek açıklık ortası ve üst başlıkta)

Şekil 6'da da gösterildiği gibi yanıl destek yay sabiti artırıldıkça yanıl burkulma yükü artmaktadır. Yay sabiti 3000 kN/m iken elde edilen yanıl burkulma yükü 830 kN civarında olmakla birlikte, yay sabiti artırıldıkça bu değer azalarak kirişin ikinci yanıl burkulma moduna karşılık gelen 733.91 kN değerine inmektedir. Bu durumda yay sabiti değeri 3600 kN/m olduğu görülmektedir. Ancak aynı yük değerinin 2280 kN/m yay sabiti için de elde edilebileceği şekil yardımı ile anlaşılmalıdır. Bu durumda sisteme eklenecek ideal yay sabiti 2280 kN/m olarak elde edilmektedir. Yay sabitini bu değerden fazla artırmak gereksizdir. Bu

belirtilen değerler yeterli destek yay sabiti değerleridir. Üst başlığa konulması yeterli olan yay sabiti en küçüktür. Üst başlığa konulmasının en etkili olduğu buradan da anlaşılmaktadır.

## 2. Tekil Yük Etkisindeki Konsol Kiriş

Tekil yük etkisindeki konsol kirişte yanal desteklerin yanal burkulmaya etkisini incelemek için 6 m uzunluğunda IPE 400 kesitli çelik kiriş kullanılmıştır. Önceki örnekten farklı olarak konsol kirişin seçilen bir kesitinde ya sadece üst başlığına tek destek ya da biri alt diğeri üst başlığa olmak üzere birlikte eşit yay sabitli iki destek eklenmiştir (Şekil 7). Desteklerin yay sabiti ve konsol kirişe uygulandığı kesitin mesnetten uzaklığı değiştirilerek yanal burkulma yüküne etkisi belirlenmiştir. Desteğin yay sabitinin çok büyük olduğu rijit destek halinde üst başlığa tek destek konulmasına ait sonuçlar Tablo 3'te, her iki başlığa destek konulmasına ait sonuçlar Tablo 4'te gösterilmiştir.



Şekil 7. Konsol kiriş için yanal destek modelleri

Tablo 3. Rijit yanal destekli kirişin yanal burkulma yükleri (destek üst başlıkta)

$L_y$	0.25L	0.5L	0.75L	L
$P_{kr}$ (kN)	65.60	71.17	84.96	97.60

Tablo 4. Rijit yanal destekli kirişin yanal burkulma yükleri (destek alt ve üst başlıkta)

$L_y$	0.5L	0.6L	0.7L	0.8L	0.9L	L
$P_{kr}$ (kN)	147.37	167.47	185.00	180.80	164.60	140.74

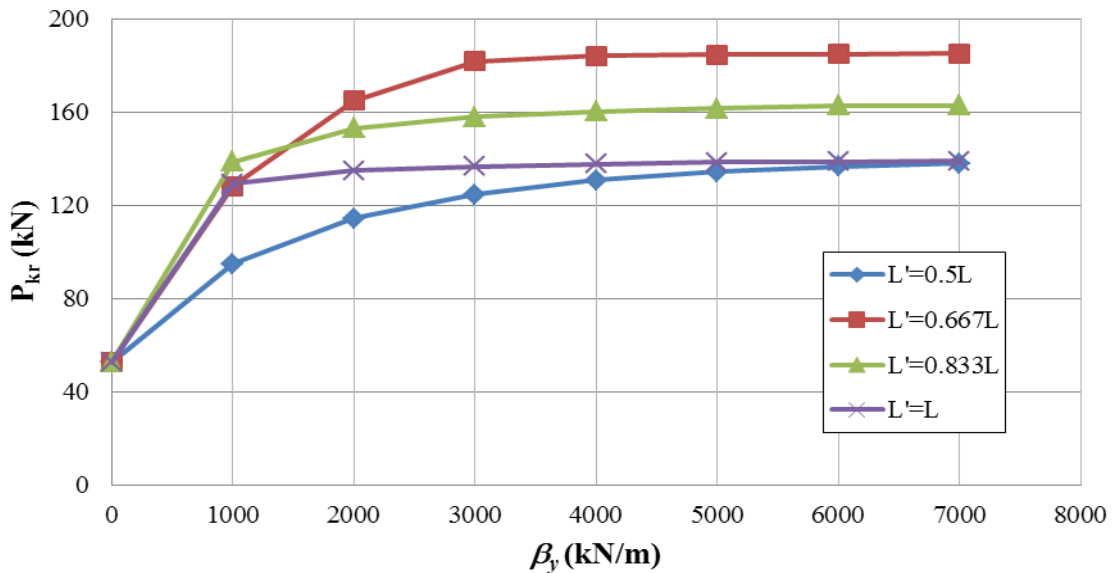
Sadece üst başlığın rijit olarak desteklenmesi durumunda Tablo 3'ten görüleceği gibi desteğin konulacağı en etkili kesit serbest ucudur. Üst ve alt başlıkların birlikte rijit olarak desteklenmesi durumunda Tablo 4'ten görüleceği gibi desteğin konulacağı en etkili kesitin mesnetten itibaren uzaklığı, kiriş uzunluğunun yaklaşık olarak 0.7 katıdır. Alt ve üst başlıklarda eşit olarak kullanılan destek yay sabitinin rijit kabul edilecek kadar büyük alınmadığı örneklerin sonuçları Tablo 5'te ve Şekil 8'de gösterilmiştir.

Şekilde  $L_y$  yanal desteğin kiriş uzunluğundaki yerinin göstermektedir. Şekil 8'de yanal desteğin yay sabiti artırıldıkça başlangıçta yanal burkulma yükünün hızlı bir şekilde arttığı, daha sonra ise yay sabitinin artması ile yanal burkulma yükünün değişmediği görülmektedir. Yanal burkulma yükünün değişmemeye başladığı yay sabiti değeri desteklerin konulduğu bütün kesitlerde yaklaşık olarak 3000 kN/m'dir. Bu yay sabiti değeri, uygulandığı kesitte yeterli rijitliği vermektedir ve rijit destek olarak kabul edilebilir. Mesnetten itibaren

0.667L uzaktaki kesite konulan destek halinde en büyük yanal burkulma yükü elde edilmektedir. Mesnetten itibaren 0.667L uzaktaki kesite konulan 3000 kN/m yay sabitine sahip yanal destek, yeterli etkiyi gösteren ideal destektir. Şekil 8’de desteğin serbest uç olan 1L mesafesinde olması ve 0.5L mesafesinde olması halleri için yanal burkulma yükü, rijit kabul edilen 7000 kN/m’lik yay sabiti desteğin 0.5L uzaklıkta kullanılması hali, yarı uzunluktaki konsol kirişin yanal burkulması gibidir. 7000 kN/m’lik yay sabiti desteğin 1L uzaklıkta (uçta) kullanılması hali, iki ucu yanal olarak rijit destekli olan bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişin yanal burkulması gibidir. Şekil 8’de bu iki durumda yanal burkulma yükünün eşit olduğu görülmektedir.

Tablo 5. Yanal destek yay sabitine göre yanal burkulma yükleri [kN] (yanal destek alt ve üst başlıkta)

$\beta_y$ (kN/m)	$L_y$			
	0.5 L	0.667 L	0.833 L	L
0	52.50	52.50	52.50	52.50
1000	94.70	128.15	138.56	129.09
2000	114.27	164.89	153.02	134.69
3000	124.68	181.66	157.87	136.69
4000	130.60	183.93	160.22	137.67
5000	134.20	184.51	161.55	138.29
6000	136.60	184.82	162.80	138.69
7000	138.00	184.95	162.80	138.96



Şekil 8. Desteğin alt ve üst başlıkta olması durumunda yanal burkulma yükleri (kN)

## BULGULAR

Yapılan çalışmada, tekil yük etkisindeki basit kiriş için, yanal destek kiriş uzunluğunun orta noktasına ve üst başlığa yerleştirildiğinde yanal burkulma yükü önemli ölçüde artmakta, yanal destek, bu noktadan uzaklaştırıldığında ise yanal burkulma yükü daha fazla artmamakta ve giderek desteklenmemiş kirişin yanal burkulma yüküne yaklaşmaktadır. Destek, alt başlığa veya üst başlığa yakın bölgelere yerleştirildiğinde ise yanal burkulma yükü destek yay sabitinin artması ile pek de artmamaktadır. Üst başlığa yerleştirilen yanal desteğin yay sabiti artırıldıkça yanal burkulma yükündeki artım, yani eğim giderek azalmaktadır. Üst başlığa yerleştirilen desteğin belli bir yay sabitinden sonra etkisi olmamaktadır. Yay desteği artık kiriş kesitini rijit şekilde tutabilmektedir. Çalışmada ayrıca, destek açıklık ortası dışında bir kesite yerleştirilmesi halinde, kritik yanal burkulma yükü desteğin açıklık ortasına yerleştirilmesi durumuna göre azalmakta ve yanal destek sağlayan yayın ideal yay sabiti değerleri benzer düşüncelerle hesaplandığında gerekli olan yay sabitinin arttığı gözlenmektedir. Yine çalışmada ucundan tekil yük etkisindeki konsol kiriş için, destek sadece üst başlığa yerleştirilmesi durumunda desteğin etkili olduğu konum kiriş uç noktası ve üst başlık olmaktadır. Destek alt ve üst başlığa aynı anda yerleştirildiğinde ise desteğin ideal konumu yer değiştirmekte ve kirişin mesnetten itibaren yaklaşık 0.7L mesafesine gelmektedir. Aynı örnekte, destek yay sabiti artırıldıkça desteğin alt başlığa ve üst başlığa beraber uygulanmalarında, desteğin kiriş yarısına ve kiriş boş ucuna yerleştirilmesi aynı etkiyi göstermektedir. Bu durum elemanın yükleme ve mesnetlenme durumu yanında nasıl desteklendiğinin de önemli olduğunu göstermektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Güneş, B., Bilgen, Y., Çelik, T., Damcı, E. ve Öztoran, N. M., “İnce Cidarlı Yapı Elemanlarında Yanal Burkulma Kritik Yükü Hesabı İçin Farklı Bir Yöntem”, II. Mühendislik Bilimleri Genç Araştırmacılar Kongresi, Kasım, İstanbul, Bildiriler Kitabı:381-389, 2005.
- [2] Liu, S., “Lateral Bracing Requirements for Cantilever Steel I Beams”, Postdoctoral Thesis, McGill University, Montreal, 2003.
- [3] Emrem, H. T., 2002. Sürekli Kirişlerde Yanal Burkulma, 1. Baskı, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- [4] Yura, J. A., “Fundamentals of Beam Bracing”, Engineering Journal, 38, 1, 11-26, 2001.
- [5] Yura, J. A. ve Kim, J. H., “Buckling Analysis of Stiffened Plates (BASP)”, 1993.
- [6] Shu, T. G. ve Fan, C. S., “Buckling of Laterally and Torsionally Braced Beams”, Journal of Constructional Steel Research, 11, 41-55, 1988.
- [7] Akay, H.U., Johnson, C.P. ve Will, K.M., “Lateral and Local Buckling of Beams and Frames”, ASCE, Paper 13226 ST9, 1821-1832, 1977.
- [8] Chajes, A., “Principles of Structural Stability Theory”, Prentice-Hall, New Jersey, 1974.
- [9] Timoshenko, S. P. ve Gere, J. M., “Theory of Elastic Stability”, Third Edition, McGraw-Hill, New York, 1961.
- [10] Prandtl, L., Kipperscheinungen, Dissertation der Universität München, Munich, 1899.
- [11] Gil, H. Ve Yura, J.A., Bracing Requirements of Inelastic Columns, Journal of Constructional Steel Research, 51, 1-19, 1999.