



XVIII. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ
26 - 30 Ağustos 2013, Celal Bayar Üniversitesi, Manisa

DÜZLEM KİRİŞLERİN ELASTİK BÜYÜK YER DEĞİŞTİRMELERİ İÇİN YENİ BİR ŞEKİL DEĞİŞTİRME ALANI ve SONLU ELEMAN ANALİZİ

Murat Yılmaz¹

İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Maslak, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada, şekil değiştirmeden önceki geometrisi doğru olan düzlem elastik kirişlerin nodal yüklemeler altında büyük yer değiştirme ve büyük dönmeleri dikkate alınarak hesaplanması sunulmuştur. Kiriş elemanının şekil değiştirmiş geometrisi, kiriş düğüm noktalarını takip eden yapışık lokal eksen takımı ve Hermite polinomları yardımı ile tanımlanmıştır. Şekil değiştirmemiş geometri ve değiştirmiş geometriye ait konum parametreleri arasında önerilen dönüşüm ve sürekli ortam formülasyonları kullanılarak yeni bir şekil değiştirme alanı elde edilmiştir. Kesit tesirleri şekil değiştirme alanı ve malzeme özellikleri kullanılmak suretiyle integrasyon formunda elde edilmiş ve sonlu eleman denge denklemleri, sertbest cisim diyagramından elde edilen denge bağıntılarının eleman bölgesi boyunca ortalama değerleri alınmak suretiyle kurulmuştur.

ABSTRACT

In this study, large deformation and finite rotation analysis of initially straight beams under concentrated loads is presented. Deformed geometry of the element is represented by an attached local coordinate system and Hermite polynomials. With the help of a simple mapping between configuration parameters and continuum mechanics formulations, a new strain field is obtained. Stress resultants are calculated by using material properties and the strain field with integral form and equilibrium equations is obtained by averaging the equilibrium functions over the element domain.

1. GİRİŞ

Doğrusal olmayan sonlu elemanlar problemleri ilk olarak doğrusal burkulma hesaplamaları yapmak için geometrik rijitlik matrisi kullanımı ile gündeme gelmiştir. Yine büyük yer değiştirme hesaplamaları için artımsal formülasyon teknikleri ilk olarak Truner ve Argyris' in çalışmaları ile başlamıştır (Argyris 1964). Artımsal tekniklerle yapılan hesaplamalarda hata birikiminin fazla olması nedeni ile iteratif bir teknik olan Newton-Raphson yöntemleri Mallet, Marshal, Oden ve diğer araştırmacılar tarafından uygulanmaya başlanmıştır (Oden, 1967). Newton-Raphson yönteminde zaman içerisinde iterasyonun hızlandırılması amacıyla

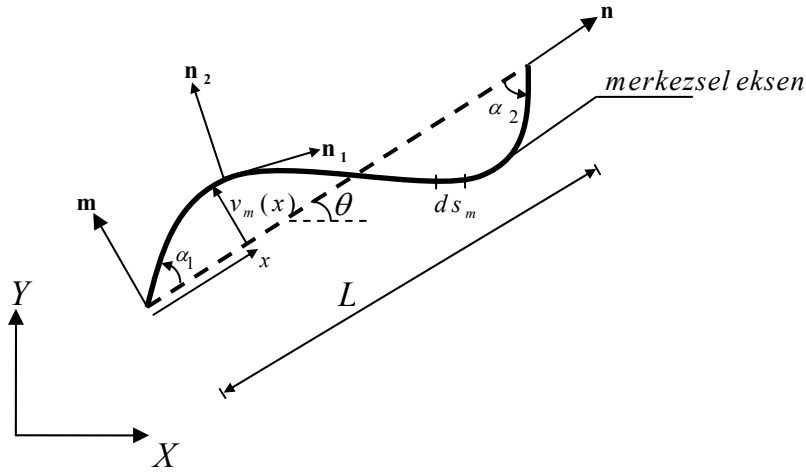
¹ yilmazmura@itu.edu.tr

modifiye edilmiş ve teğet rijitlik matrislerinin güncellenmesini denetleyen Modifiye Newton-Raphson metotları Oden ve Zienkiewicz tarafından kullanılmıştır (Zienkiewicz, 1991).

Bir çok araştırmacı doğrusal olmayan sonlu elemanlar üzerine sayısız makale ve kitap yayınlamıştır [1-12]. Bunlardan bazıları çubuk teorileri üzerine yoğunlaşmış olup diğerleri sürekli ortamlar için yaddoğrusal yöntemleri incelemişlerdir (Bathe, 1996). Dönel eksen formülasyonu Crisfield, Hsiano, Horrigmoe ve Bergan tarafından kullanılmaya başlanmıştır (Crisfield, 1991). Bu çalışmada, şekil değiştirmeden önceki geometrisi doğru olan düzlem elastik kirişlerin nodal yüklemeler altında büyük yer değiştirme ve büyük dönmeleri dikkate alınarak hesaplanması sunulmuştur. Bu çalışmada, şekil değiştirmeden önceki geometrisi doğru olan düzlem elastik kirişlerin nodal yüklemeler altında büyük yer değiştirme ve büyük dönmeleri dikkate alınarak hesaplanması sunulmuştur. Bu çalışmayı konu ile ilgili diğer çalışmalardan ayıran en önemli husus Bölüm 2 de elde edilen şekil değiştirme alanıdır. Düzlem kesitler düzlem kalır ve çubuk merkezselsel eksenine dik kalırlar kabulü (Bernoulli hipotezi) ile oluşan tüm kinematik kısıtlamaları elastisite denklemleri ile oryanta koyan bu şekil değiştirme alanı düzlem çubukların sonlu yer değiştirme ve dönme teorisi için başarılı sonuçlar ortaya koymuştur.

2. KİNEMATİK BAĞINTILAR

Şekil değiştirmiş cisim üzerinde denge denklemlerini yazabilmek için cismin şekil değiştirmiş formunu yaklaşık bir fonksiyonla ifade etmek gerekecektir. Bu noktada elemanın büyük dönme ve ötelemesini ifade etmekte büyük kolaylık sağlayan ve elemanla birlikte dönen yapışık lokal bir eksen takımı seçilmiştir (Şekil 1).



Şekil 1. Yapışık lokal eksen takımında elemanın merkezselsel eksenini.

m-n eksen takımı şekil değiştiren elemanla birlikte hareket etmektedir. Eleman merkezselsel eksenini $v_m(x)$ eğrisi ile tarif edilmiştir. Burada x , elemanın iki düğüm noktası arasında tanımlanan doğrusal lokal eksen parametresidir. α_1 ve α_2 ise elemanın uç noktalarındaki lokal dönme açılarıdır. Eleman düğüm noktalarının toplam dönmesi θ açısı yardımıyla hesaplanacaktır. L mesafesi elemanın şekil değiştirmiş konumda iki düğüm noktası arası mesafe olarak tanımlanmıştır. \mathbf{n}_1 ve \mathbf{n}_2 merkezselsel eksenini takip eden hareketli eksen takımınıdır. Elemana ait deformasyon gradyanı ve şekil değiştirme ölçülerinin hesaplanması için hareketli eksen takımının tam olarak tanımlanması gerekmektedir.

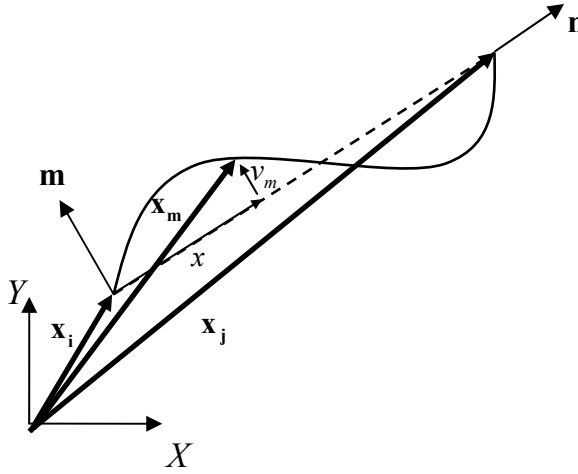
Elemanlar arası eğim süreksizliklerini ortadan kaldırmak üzere merkezel eksen eğrisi (1) de verilen üçüncü derece Hermite fonksiyonu seçilmiştir.

$$v_m(x) = \frac{a_1 + a_2}{L^2} x^3 - \frac{2a_1 + a_2}{L} x^2 + a_1 x \quad (1)$$

Burada $a_i = \tan(\alpha_i)$ şeklinde tanımlanmıştır. Eleman lokal eksen takımı θ ya bağlı olarak;

$$\mathbf{n} = \begin{Bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{m} = \begin{Bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

(2) de ki gibi ifade edilebilir. Eleman merkezel eksenini (Şekil 2) den görüleceği üzere lokal eksen takımı ve x koordinatı cinsinden (3) ifadesi ile verilebilir.



Şekil 2. Merkezi eksenin vektörel ifadesi.

$$\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_i + x\mathbf{n} + v_m\mathbf{m} \quad (3)$$

Doğal eksen takımını tarif etmek için (3) ün merkezel eksen yay boyuna göre türevi alınırsa

$$\mathbf{n}_1 = \frac{d\mathbf{x}_m}{ds_m} = \frac{d\mathbf{x}_m}{dx} \left(\frac{ds_m}{dx} \right)^{-1} \quad (4)$$

elde edilir. Merkezi eksenin diferansiyel boyu

$$ds_m = \sqrt{dx^2 + dv_m^2} \quad (5)$$

şeklinde hesaplanabilir. Buradan Yay boyunun x e göre türevi hesaplarda oldukça önemli bir parametredir ve bu aşamadan itibaren A ile gösterilecektir.

$$A = \frac{ds_m}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dv_m}{dx} \right)^2} = \sqrt{1 + (v'_m)^2} \quad (6)$$

(3) ifadesi x e göre türetilip (6) tanımını (4) da yerine yazıldığında

$$\frac{d\mathbf{x}_m}{dx} = \mathbf{n} + v'_m \mathbf{m} \quad (7a)$$

$$\frac{d\mathbf{x}_m}{dx} = A\mathbf{n}_1 \quad (7b)$$

ifadeleri elde edilir ve bu ifadeler eşitlenerek \mathbf{n}_1 doğal eksen vektörü, dönel eksen takımı bileşenleri cinsinden

$$\mathbf{n}_1 = \frac{1}{A}\mathbf{n} + \frac{v'_m}{A}\mathbf{m} \quad (8)$$

şeklinde tarif edilmiş olur. \mathbf{n}_2 yi tanımlamak üzere sayfa düzlemine dik $\mathbf{n}_3 = (0,0,1)$ vektöründen faydalanılabilir. (8) in de yardımıyla

$$\mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_3 \times \mathbf{n}_1 = \frac{1}{A}\mathbf{n}_3 \times \mathbf{n} + \frac{v'_m}{A}\mathbf{n}_3 \times \mathbf{m} \quad (9)$$

elde edilir. (9) ifadesi $\mathbf{n}_3 \times \mathbf{n} = \mathbf{m}$ ve $\mathbf{n}_3 \times \mathbf{m} = -\mathbf{n}$ olduğu göz önünde bulundurularak sadeleştirilir;

$$\mathbf{n}_2 = -\frac{v'_m}{A}\mathbf{n} + \frac{1}{A}\mathbf{m} \quad (10)$$

şeklinde elde edilmiş olur. Doğal eksen takımı eleman şekil değiştirmesine ilişkin kinematik koşulları ifade edebilmek için oldukça büyük kolaylık sağlamaktadır. Elemanın kesiti merkezsiz eksenine dik olarak tarif edilerek eleman kesit koordinat vektörü,

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_m + r_2\mathbf{n}_2 + r_3\mathbf{n}_3 \quad (11)$$

şeklinde elde edilebilir. (11) de r_2 ve r_3 sırayla \mathbf{n}_2 ve \mathbf{n}_3 doğrultularında tanımlanan kesit içi cisim koordinatlarını ifade etmektedirler. Böylece x , r_2 ve r_3 parametreleri ile elemanın şekil değiştirmiş konumdaki her noktasına ulaşılabilir. Son olarak (11) vektörünün tam diferansiyeli alınmalıdır.

$$d\mathbf{x} = \left(\frac{d\mathbf{x}_m}{dx} + r_2 \frac{d\mathbf{n}_2}{dx}\right)dx + \mathbf{n}_2 dr_2 + \mathbf{n}_3 dr_3 \quad (12)$$

(12) ifadesi elemana ait deformasyon gradyanını verecektir. (11) de \mathbf{x}_m ve \mathbf{n}_2 nin sadece x e bağlı olduklarına dikkat edilmelidir. Hesapları ilerletebilmek için (12) deki türevleri almak gerekecektir. Bunun için (10) ifadesi x e göre türetilirse

$$\frac{d\mathbf{n}_2}{dx} = \left(-\frac{v''_m}{A} + \frac{v'_m A'}{A^2}\right)\mathbf{n} - \frac{A'}{A^2}\mathbf{m} \quad (13)$$

elde edilir. (6) ifadesini türettilerek;

$$A^2 = 1 + (v'_m)^2 \quad (14a)$$

$$AA' = v'_m v''_m \quad (14b)$$

elde edilir ve (14b) ifadesi (13) de yerine yazılarak A' terimi yok edilirse

$$\frac{d\mathbf{n}_2}{dx} = -\frac{v_m''}{A^3} \mathbf{n} - \frac{v_m' v_m''}{A^3} \mathbf{m} \quad (15)$$

ifadesi elde edilir. (15) dikkatle incelendiğinde (8) ifadesi yardımıyla

$$\frac{d\mathbf{n}_2}{dx} = -\frac{v_m''}{A^2} \mathbf{n}_1 \quad (16)$$

olduğu kolaylıkla görülebilir. Benzer biçimde \mathbf{n}_1 vektörünün türevi

$$\frac{d\mathbf{n}_1}{dx} = \frac{v_m''}{A^2} \mathbf{n}_2 \quad (17)$$

şeklinde elde edilir. (7b) ve (16) ifadeleri (12) de yerlerine yazıldığında konum vektörünün tam diferansiyeli son haliyle elde edilmiş olur.

$$d\mathbf{x} = \left(A - \frac{v_m''}{A^2} \right) \mathbf{n}_1 dx + \mathbf{n}_2 dr_2 + \mathbf{n}_3 dr_3 \quad (18)$$

(18) matris formda yazıldığında

$$d\mathbf{x} = \begin{bmatrix} (\cos(\theta) - \sin(\theta)v')(1 - \frac{r_2 v''}{A^3}) & \frac{-\cos(\theta)v' - \sin(\theta)}{A} & 0 \\ (\cos(\theta)v' + \sin(\theta))(1 - \frac{r_2 v''}{A^3}) & \frac{\cos(\theta) - \sin(\theta)v'}{A} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx \\ dr_2 \\ dr_3 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

olmaktadır. (19) ifadesi,

$$d\mathbf{x} = \mathbf{J} d\mathbf{r} \quad (20)$$

şeklinde kısaltılabilir. Elemanın referans konumunu (şekil değiştirmeden önceki konum) tarif etmek için benzer şekilde referans konuma ait büyüklükler (merkezsiz eksen, doğal ve lokal eksen) tanımlanmalıdır. Bu tanımlar aynen şekil değiştirmiş eleman üzerinde yapılan işlemlere benzer şekilde yapılarak $d\mathbf{x}_0$ vektörü,

$$d\mathbf{x}_0 = \left(A_0 - \frac{v_{m0}''}{A_0^2} \right) \mathbf{n}_{10} dx_0 + \mathbf{n}_{20} dr_2 + \mathbf{n}_{30} dr_3 \quad (21)$$

şeklinde yazılabilir. Referans konumdaki türevler x_0 a göre alınmalıdır. Hesaplar referans şekli doğrusal olan bir eleman için yapılacaktır. Bu durumda $v_{m0} = v'_{m0} = v''_{m0} = 0$ ve $A_0 = 1$ olacaktır. x ve x_0 arasındaki haritalamayı elde etmek için,

$$\begin{aligned} x &= tL & 0 \leq t \leq 1 \\ x_0 &= tL_0 & 0 \leq t \leq 1 \end{aligned} \quad (22)$$

olduğu düşünülürse

$$dx_0 = \frac{L_0}{L} dx \quad (23)$$

olarak yazılabilir. (23) ifadesi (21) de yerine yazıldıktan sonra doğrusal eleman için deformasyon gradyanı

$$\begin{aligned} d\mathbf{x} &= \mathbf{F}.d\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{J}.d\mathbf{r} &= \mathbf{F}.(\mathbf{J}_0.d\mathbf{r}) \\ \mathbf{F} &= \mathbf{J}.\mathbf{J}_0^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

şeklinde hesaplanır. Son olarak elemana ait şekil değiştirme tansörünün referans konuma ait eksen takımındaki ifadesi elde etmek için

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_0) & -\sin(\theta_0) & 0 \\ \sin(\theta_0) & \cos(\theta_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

dönüşüm matrisinden faydalanılarak

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \mathbf{T}_0^T . (\mathbf{F}^T . \mathbf{F} - \mathbf{I}) . \mathbf{T}_0 \quad (26)$$

işlemi yapıldığında (27) ile verilen şekil değiştirme ifadesi elde edilir.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{A^2 L^2 - L_0^2}{2L_0^2} - r_2 \frac{L^2}{L_0^2} \frac{1}{A} v'' + r_2^2 \frac{L^2}{2L_0^2} \frac{1}{A^4} (v'')^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

(27) ile verilen şekil değiştirme alanı, uzama genlemesi ve eğrilik ifadeleri türünden (28) şekline dönüştürülebilir.

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_0 - \frac{L^2 A^2}{L_0^2} (\kappa r_2 - 0.5 \kappa^2 r_2^2) \quad (28)$$

3. SONLU ELEMAN DENKLEM TAKIMININ ELDE EDİLMESİ

Denge denklemleri şekil değiştirmiş eleman üzerinde sağlanmalıdır. Elemana ait uç kuvvetler, kesit tesirleri cinsinden (Şekil 3) dikkate alınarak belirlenebilir.

(Şekil 3) de her iki parçada yatay denge denklemleri

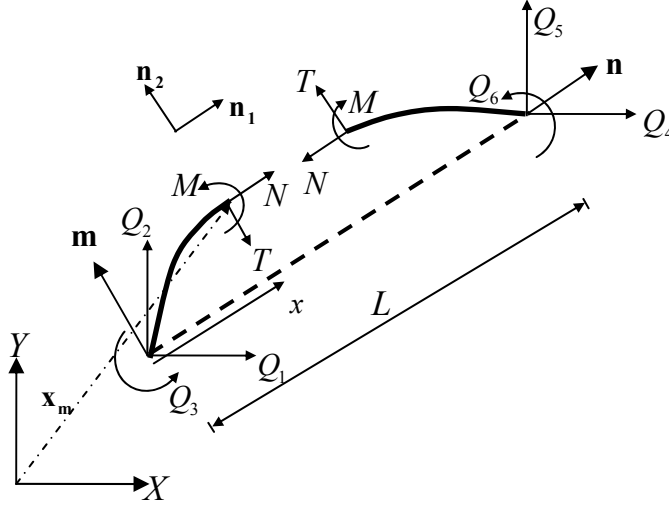
$$N\mathbf{n}_1 - T\mathbf{n}_2 + Q_1\mathbf{i} + Q_2\mathbf{j} = \mathbf{0} \quad (29a)$$

$$-N\mathbf{n}_1 + T\mathbf{n}_2 + Q_4\mathbf{i} + Q_5\mathbf{j} = \mathbf{0} \quad (29b)$$

şeklinde yazılabilir. (2), (8) ve (10) ifadeleri (29) da yerlerine yazılıp düzenlendiğinde yatay denge denklemleri

$$-(N + Tv'_m)\cos(\theta) + (Nv'_m - T)\sin(\theta) = AQ_1 \quad (30a)$$

$$-(N + Tv'_m)\sin(\theta) - (Nv'_m - T)\cos(\theta) = AQ_2 \quad (30b)$$



Şekil 3. Eleman uç kuvvetleri ve kesit tesirleri.

$$Q_4 = -Q_1 \quad (30c)$$

$$Q_5 = -Q_2 \quad (30d)$$

şekline dönüşmektedir. Moment denge denklemi;

$$M\mathbf{k} + Q_3\mathbf{k} + \mathbf{x}_m \times \mathbf{R} + \mathbf{x}_i \times \mathbf{R}_i = \mathbf{0} \quad (31)$$

şeklinde yazılabilir. Yatay ve düşey denge denkleminde

$$\mathbf{R} + \mathbf{R}_i = \mathbf{0} \quad (32)$$

olduğu bilindiğine göre (31) ifadesi

$$M\mathbf{k} + Q_3\mathbf{k} + (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_i) \times \mathbf{R} = \mathbf{0} \quad (33)$$

şekline dönüşür. Kesit tesirleri ve koordinat vektörleri

$$\mathbf{R} = N\mathbf{n}_1 - T\mathbf{n}_2 \quad (34a)$$

$$\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_i = x\mathbf{n} + v_m\mathbf{m} \quad (34b)$$

olduğuna göre (34) ifadeleri (33) de yerlerine yazılırsa

$$AQ_3 = -MA - Nv'_m x + Tx + Nv_m + Tv'_m v'_m \quad (35)$$

elde edilmiş olur. (35) ifadesi elde edilirken aşağıdaki bağıntılar kullanılmalıdır.

$$\mathbf{n} \times \mathbf{n}_1 = \frac{v'_m}{A} \mathbf{n} \times \mathbf{m} = \frac{v'_m}{A} \mathbf{k} \quad (36a)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{n}_2 = \frac{1}{A} \mathbf{n} \times \mathbf{m} = \frac{1}{A} \mathbf{k} \quad (36b)$$

$$\mathbf{m} \times \mathbf{n}_1 = \frac{1}{A} \mathbf{m} \times \mathbf{n} = -\frac{1}{A} \mathbf{k} \quad (36c)$$

$$\mathbf{m} \times \mathbf{n}_2 = -\frac{v'_m}{A} \mathbf{m} \times \mathbf{n} = \frac{v'_m}{A} \mathbf{k} \quad (36d)$$

Q_6 uç kuvvetini bulmak için eleman denge denklemlerinden j ucuna göre moment alınarak

$$Q_6 = -Q_3 - Q_1 L \sin(\theta) + Q_2 L \cos(\theta) \quad (37)$$

elde edilir.

4. BÜNYE DENKLEMLERİ VE İÇ YÜK VEKTÖRÜNÜN ELDE EDİLMESİ

Normal kuvvet, b ve h kesit boyutları olmak üzere (28) genlemesi kullanılarak tanımlanmıştır.

$$N = bE \int_{-h}^h \varepsilon_{11} dr_2 \quad (38)$$

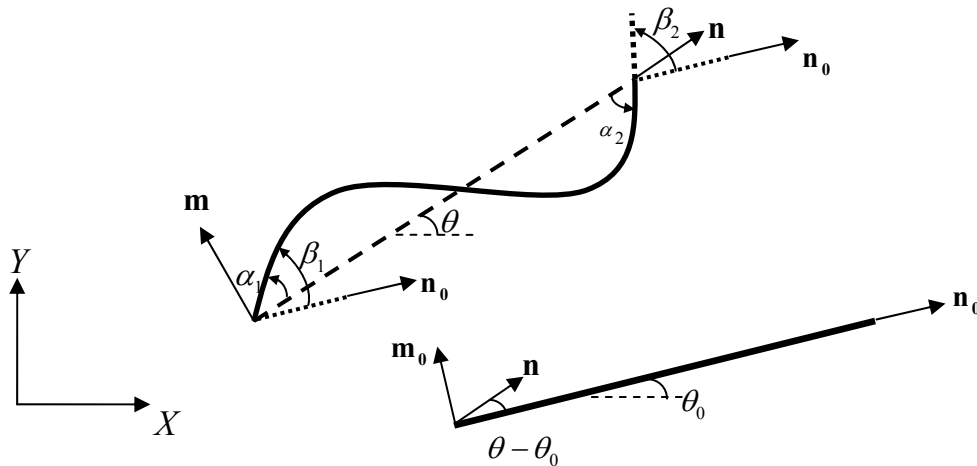
Kesit eğilme momenti yine (28) ifadesinden

$$M = -bE \int_{-h}^h r_2 \varepsilon_{11} dr_2 \quad (39)$$

Hesaplanabilir. Kesme kuvvetleri

$$T = \frac{dM}{ds_m} = \frac{dM}{dx} \frac{dx}{ds_m} = \frac{M'}{A} \quad (40)$$

şeklinde olacaktır. Elemanlar arası süreklilik koşullarının sağlanması üzerine eleman bilinmeyenlerinin seçilmesi gerekmektedir. Açılı sürekliliğinin sağlanması için eleman uç noktalarının, eleman referans konumundan itibaren dönmeleri dikkate alınmalıdır. Bu bağlamda elemanın açısal bilinmeyenleri (Şekil 4) de gösterilen β_i ler seçilmelidir.



Şekil 4. Elemanın açısal bilinmeyenleri.

$$\beta_i = \alpha_i + \theta - \theta_0 \quad (41)$$

Böylece (1) elastik eğri ifadesinde kullanılan a_i bilinmeyenleri

$$a_i = \tan(\alpha_i) = \tan(\beta_i + \theta_0 - \theta) \quad (42)$$

şeklinde yazılmalıdır. Diğer bilinmeyenler ise elemanın şekil değiştirmiş konumdaki uç noktalarının koordinatları olarak seçilmiştir. Son olarak elemana ait denklem takımı seçilen bilinmeyenler cinsinden ifade edilecektir. (30), (35) ve (37) denklemleri şekil değiştirmiş konumda x parametresine bağlıdır. Bu bağımlılıktan kurtulup sonlu uzaya geçmek üzere ifadeler $0 \leq x \leq L$ integrale edilerek (44) denge denklemlerine ulaşılır. Şekil değiştirmiş eleman boyu;

$$\Lambda = \int_0^L A dx \quad (43)$$

olmak üzere eleman uç kuvvetleri

$$Q_1 = [-I_1 \cos(\theta) + I_2 \sin(\theta)] / \Lambda \quad (44a)$$

$$Q_2 = [-I_1 \sin(\theta) - I_2 \cos(\theta)] / \Lambda \quad (44b)$$

$$Q_3 = (-I[MA] - I[Nv'_m x] + I[Tx] + I[Nv_m] + I[Tv'_m v'_m]) / \Lambda \quad (44c)$$

şeklinde hesaplanmıştır. (44) deki gösterimde

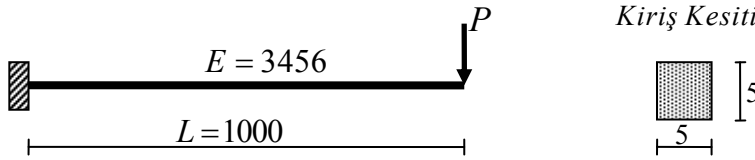
$$I[\cdot] = \int_0^L (\cdot) dx \quad (45a)$$

$$I_1 = I[N] + I[Tv'_m] \quad (45b)$$

$$I_2 = I[Nv'_m] - I[T] \quad (45c)$$

Sayısal Örnek 1

Geliştirilen eleman konsol kiriş probleminde test edilmiş ve sonuçlar ANSYS ve SAP2000 programları ile karşılaştırılmıştır. Elemanın özellikleri (Şekil 5) de verilmiştir.



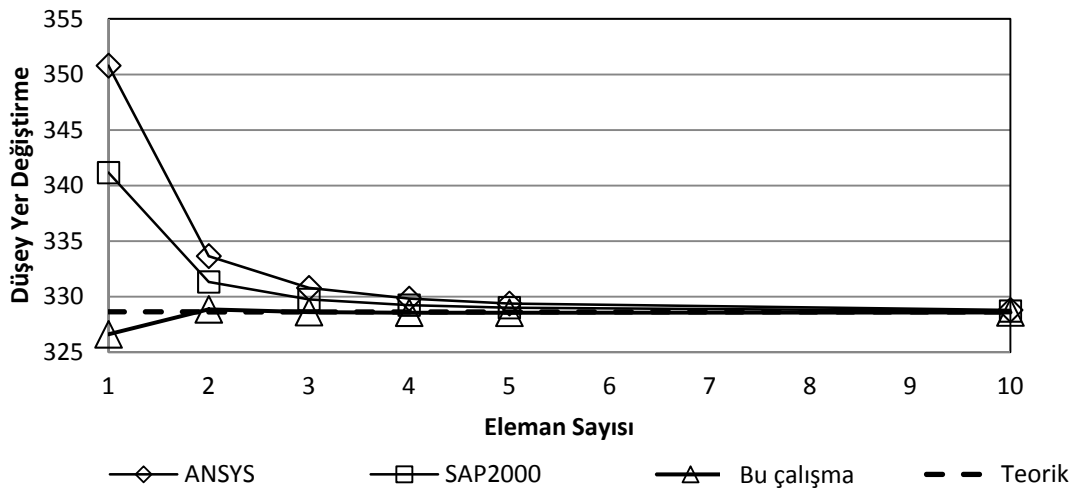
Şekil 5. Konsol kiriş örneği.

Sonuçlar P yükünün çeşitli değerleri ve değişen eleman sayıları için (Şekil 6) de verilmiştir.

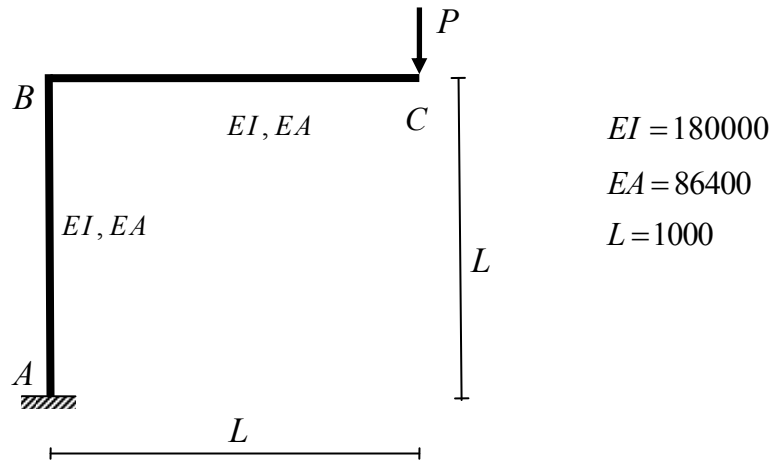
Grafiklerde konsolun uç çökmesi verilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde geliştirilen elemanın tek eleman performansının oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca konsol kiriş boyunun yarısına varan çökme değerlerini iki elemanla kesin olarak hesaplayabilmesi de oldukça dikkate değerdir.

Sayısal Örnek 2

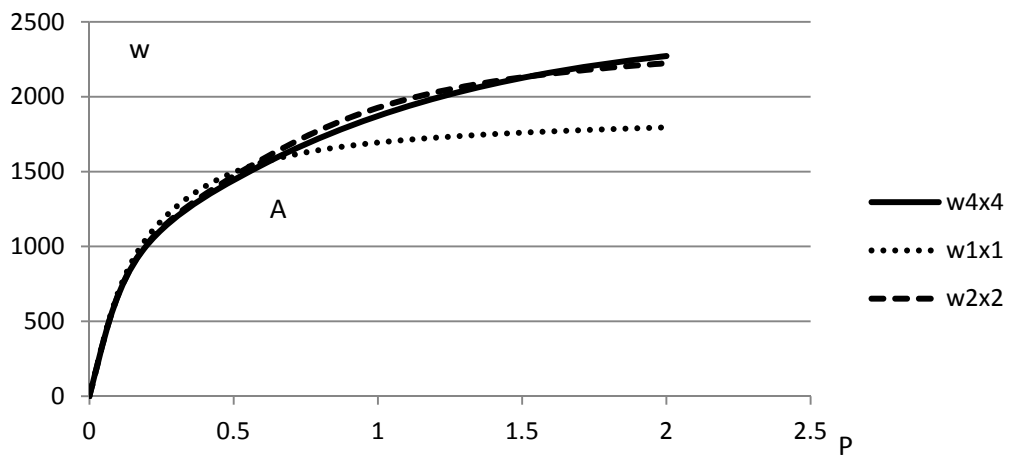
İkinci örnek bir çerçeve problemi olarak seçilmiştir. (Şekil 7) de verilen sistem için yük-yer değiştirme grafikleri elde edilmiştir.



Şekil 6. Konsol kiriş statik analizi : ANSYS ve Sap2000 ile karşılaştırma.



Şekil 7. Çerçeve statik analizi.



Şekil 8. Değişik eleman sayıları için yük-deplasman grafikleri.

(Şekil 8) de 2, 4 ve 16 eleman için “C” noktasına ait düşey yer değiştirme grafikleri verilmiştir.

Grafiklerden de görüleceği üzere 2x2 eleman için bile oldukça doğru sonuçlar elde edilmiştir. Bu durum geliştirilen eleman performansının oldukça iyi olduğunu göstermektedir. (Şekil 8) deki grafikte işaretlenen “A” noktasına kadar 1x1 elemanın bile oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. “A” noktasındaki yer değiştirme değerine dikkat edilirse eleman boyunun yaklaşık 1.5 katı olduğu görülür. Bu derece büyük bir yer değiştirme 1x1 elemanla oldukça iyi hesaplanmıştır.

DEĞERLENDİRME

Çalışma kapsamında iki boyutlu çubuk sistemlerin sonlu yer değiştirme analizlerini yapmak üzere geliştirilen elemanın performansının oldukça başarılı olduğu söylenebilir. Tamınlan yeni şekil değiştirme alanı ve elemanın geliştirilmesinde kullanılan yapışik eksen takımı formülasyonununun büyük yer değiştirme ve sonlu dönme analizi için uygun olduğu gözlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Argyris, J. H., (1964). Recent Advances in Matrix Methods of Structural Analysis, Pergamon Press.
- [2] Oden J. T., 1967. Numerical Formulation of Non-Linear Elasticity Problems., Proc. ASCE, J. Struct. Div., 93, ST3, 5290.
- [3] Oden, J. T., 1972. Finite Elements of Continua. McGraw-Hill.
- [4] Zienkiewicz, O. C., and Taylor, R. L., 1991. The Finite Element Method Fourth Edition Volume 2. McGraw-Hill.
- [5] Reddy, J. N., 2004. An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. Oxford University Press.
- [6] Bathe, K. J., 1996. Finite Element Procedures. Prentice Hall.
- [7] Crisfield, M. A., 1991. Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures Volume 1. John Wiley & Sons.
- [8] Bhatti A. M., 2006. Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures. John Wiley & Sons.
- [9] Holzapfel G. A., 2000. Nonlinear Solid Mechanics of Structures. John Wiley & Sons.
- [10] Belytschko, T., Liu, W. K., and Moran, B., 2001. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. John Wiley & Sons.
- [11] Pilkey, W. D., 2002. Analysis and Design of Elastic Beams-Computational Methods. John Wiley & Sons.
- [12] Bonet, J., and Wood, R. D., 1997. Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis. Cambridge University Press.
- [13] Crisfield, M. A., 1997. Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures, Volume 2, Advanced Topics. John Wiley & Sons.
- [14] Reddy, J. N., 2008. An Introduction to Continuum Mechanics With Applications. Cambridge University Press.