



XVIII. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ
26 - 30 Ağustos 2013, Celal Bayar Üniversitesi, Manisa

KOMPOZİT YAMA İLE TAMİR EDİLMİŞ İNCE LEVHALARDA YORULMA ÇATLAK İLERLEMESİ ÜZERİNDE YAPIŞTIRMA PARAMETRELERİNİN ETKİSİ

Mete Onur KAMAN

mkaman@firat.edu.tr

Fırat Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, 23119 Elazığ.

Hakan ERKEK

hakanerkek@gmail.com

İnönü Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü, 44280 Malatya.

EFFECT OF ADHESIVELY JOINT PARAMETERS ON FATIGUE CRACK GROWTH FOR THIN PLATES REPAIRED WITH COMPOSITE PATCH

ABSTRACT

In this study, fatigue behavior of single-side repaired aluminum plates is investigated, numerically. Composite patch obtained from glass/epoxy laminate which are manufactured for different thickness and fiber orientation angles are used. Aluminum Alloy plates having centered crack whose axes are selected at different angles according to the load direction is 2023-T3. Crack tip stress intensity factor, crack growth direction and plate life are solved under fatigue load condition. In the numerical solution, *ANSYS, 12.1* finite element package program is used and the repaired plate is modeled as the three dimensional. Stress intensity factor is calculated by using *Displacement Extrapolation (DE)* method. Effect of variation of composite patch properties, crack directions and adhesive thickness on crack growth and life is examined. Obtained results are presented in the form of graphs.

Keywords: Composite patch, stress intensity factor, finite element analysis, adhesive, pin joint.

ÖZET

Bu çalışmada kompozit yama kullanılarak yapıştırıcı ile bir yüzü tamir edilmiş çatlak içeren ince Alüminyum levhaların yorulma davranışı sayısal olarak incelenmiştir. Kompozit yama olarak cam/epoksiden üretilmiş farklı kalınlık ve fiber takviye açılarında yamalar kullanılmış olup, merkezinde yükleme doğrultusuna göre farklı açılarda konumlanmış çatlakla sahip levha ise 2024-T3 Alüminyum alaşımıdır. Yorulma yükü etkisi altında levhada çatlak ucu gerilme şiddet faktörleri, çatlak ilerleme doğrultusu ve levha ömrü sayısal olarak hesaplanmıştır. Çözümde sonlu elemanlar paket programı ANSYS, 12.1 kullanılmıştır ve tamir edilmiş levha üç boyutlu olarak modellenmiştir. Gerilme şiddet faktörü; *Yer değiştirme Extrapolasyon (YE)* metodu ile hesaplanmıştır. Kompozit yama özelliklerinin, çatlak doğrultularının ve yapıştırıcı kalınlıklarının değişiminin çatlak ilerlemesi ve ömür üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar grafikler halinde sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Kompozit yama, yorulma, çatlak ilerlemesi, sonlu elemanlar metodu, gerilme şiddet faktörü.

1. GİRİŞ

Günümüzde kompozit malzemelerin kullanım alanları özellikle yüksek mukavemet ve düşük yoğunluk ilişkisi nedeniyle farklı endüstriyel uygulamalarda karşımıza çıkmaktadır. Özellikle havacılıkta kullanılan Alüminyum panellerin kompozit ile tamiri, dayanım ve uygulanabilirlik açısından oldukça başarılı sonuçların elde edilmesine neden olmuştur. Alüminyum levhaların kompozit yama ile tamirinde levha/yapıştırıcı ara yüzeyi uygun yapıştırıcı kullanılarak birleştirilmektedir. Yapıştırma işlemi, çatlakın bulunduğu yüzeyde tek veya çift yönlü yama kullanılarak yapılabilmektedir. Ancak pratikte uygulama kolaylığı bakımından tek yönlü yapıştırma en çok tercih edilen tamir yöntemi olmakla birlikte geometrisinden dolayı yükleme sonrası ince levhalarda düzlem dışı değiştirmelerin meydana gelmesi olasıdır.

Çatlak, çentik, delik vb. şeklinde geometrik düzensizlikler içeren yapıların yamalı tamir sonrası statik ve dinamik yük etkisi altındaki mekanik davranış analizleri büyük önem taşır. Sonlu elemanlar metodunun gelişmesi ile birlikte fiber takviyeli kompozit yama ile tamir edilmiş çatlaklı levhaların analizleri hız kazanmıştır. Statik yük etkisi altındaki levhalar için yapılan analizlerde tabakalı kompozit yamada fiber doğrultusunun etkisi [1], çift ve tek yönlü yama kullanımı [2], dairesel deliklerde oluşan kenar çatlakların tamiri [3, 4], kompozit yamanın şeklinin etkisi [5-8] ve optimizasyonu [9], Mod II yükleme sonucu oluşan tamir davranışı [10, 11], yamanın hidro termal yaşlandırma etkisi [12], yama malzemesi [13], yamanın levhaya yapışmaması durumu başka bir deyişle hatalı tamir veya zamanla yapıştırıcının levhadan ayrılması [14, 15] konuları sayısal olarak gerilme şiddet faktörü açısından incelenmiştir.

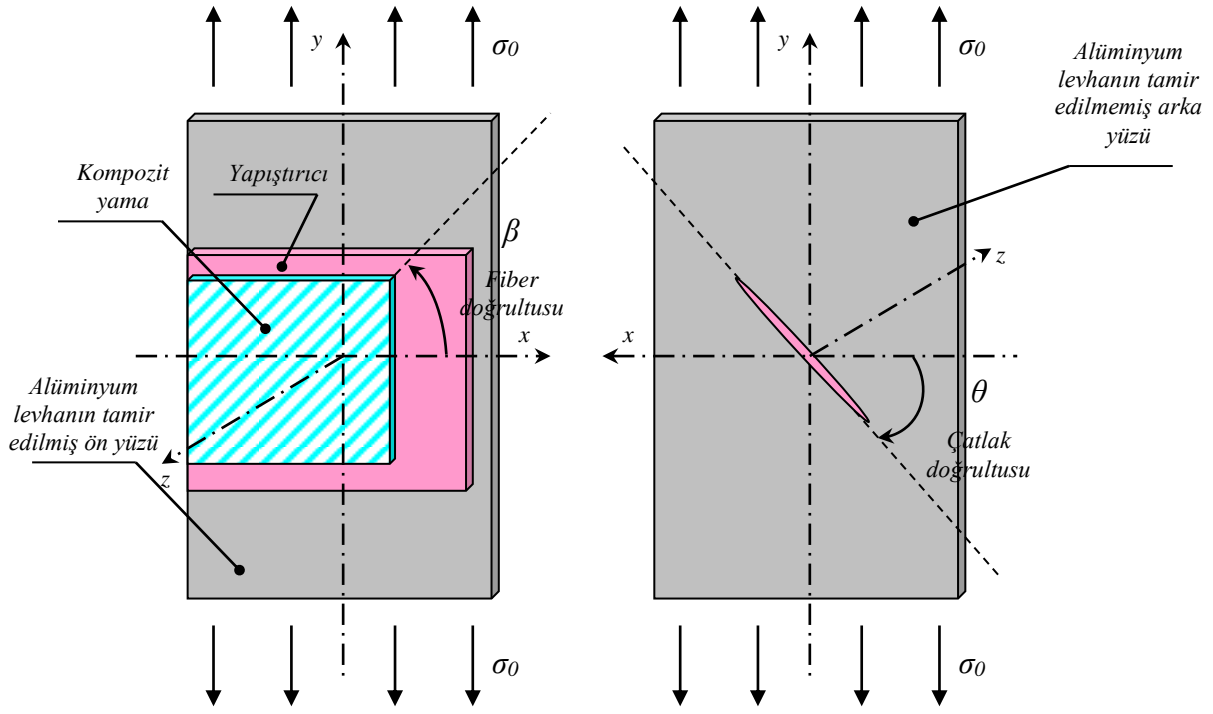
Tamir edilmiş levhalarda sayısal ilerlemeli hasar analizi yapılarak nihai hasar yükü belirlenebilmesine rağmen [16], esas olan tamir sonrası levhada pratikte sıklıkla karşılaşılan tekrarlı yükler etkisinde çatlak davranışlarıdır. Sekine ve diğ. [17] birleştirilmiş sınır eleman ve sonlu eleman metodunu kullanarak fiber takviyeli polimer kompozit yama ile tamir edilmiş Alüminyum panelin yorulma davranışını sayısal olarak inceleyerek deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Maligno ve diğ. [18] ABAQUS ile yapıştırıcı tabakasına hasar modelinin uygulandığı Zencrack sonlu elemanlar kodunu kullanarak kalın Alüminyum alaşımli levhalarda yorulma çatlak ilerlemesini araştırmışlardır. Cam epoksi yama ile tamir edilmiş ince Alüminyum levhalar için düzlem boyunca çatlak yönlenme doğrultusunun sayısal ve

deneysel olarak analizi karışık mod yükleme altında Toudeshky ve diğ. [19] tarafından yapılmıştır. Lee ve Lee [20] tek yönlü yama ile tamir edilmiş levhalarda kalınlık boyunca çatlak ilerleme doğrultusunu ve levha ömrünü lineer olmayan sonlu elemanlar metodunu kullanarak deneysel sonuçlarla uyumlu olarak hesaplamışlardır. Boron epoksi yamanın güçlendirilmiş 2024-T3 Alüminyum levhanın tamirinde kullanılması sonucu yorulma davranışı sayısal ve deneysel olarak Sabelkin ve diğ. [21] tarafından yapılmıştır. Toudeshky ve diğ. [22] tamirli kalın levhalarda kalınlık boyunca çatlak ilerlemesini tekrarlı yükler altında çözmek amacıyla *VCC (Virtüel Crack Closure)* tekniğini kullanmışlardır. Toudeshky ve Mohammadi [23] genel karışık mod yükleme altında farklı yama fiber oryantasyonları için tamirli levhada çatlak ilerlemesini hem kalınlık boyunca hem de düzlemde sayısal olarak hesaplamışlardır. Havacılık sektöründe sıklıkla kullanılan profil desteği ile güçlendirilmiş levhaların yorulma analizinde dairesel boşluk etkisi [24] ve birleşik yük etkisi [25] ise yine Toudeshky ve diğ. tarafından incelenmiştir.

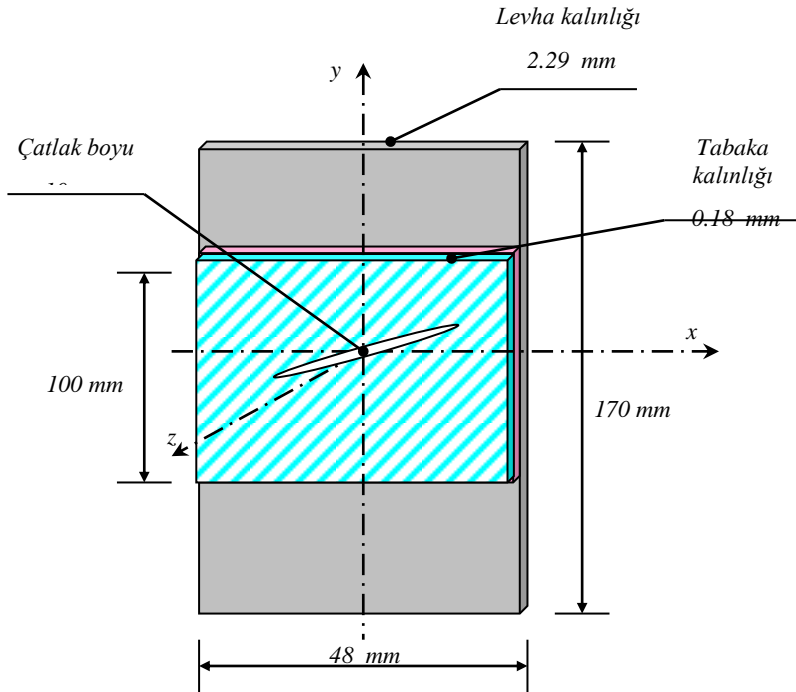
Çatlak içeren levhaların yapıştırıcı kullanılarak kompozit yama ile tamiri ideal yapışmayı sağlayacak birçok tasarım parametresini barındırır. Levha, yapıştırıcı, çatlak ve yamanın özellikleri ideal bağlantı ve levha ömrünü etkileyen ana elemanlardır. Bu amaçla çalışmada, literatürden farklı olarak kompozit yama tabaka diziliminin, çatlak açılarının ve yapıştırıcı kalınlıklarının değişiminin çatlak ilerlemesi ve ömür üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Kompozit yama olarak cam/epoksiden üretilmiş yamalar kullanılmış olup, merkezinde yükleme doğrultusuna göre farklı açılara sahip 2024-T3 Alüminyum alaşımı levhalar seçilmiştir. Tekrarlı yük etkisi altında ince levhada düzlemsel çatlak ilerleme doğrultusu ve levha ömrü sayısal olarak elde edilmiştir. Çatlak ucu gerilme şiddet faktörü ise *Yer değiştirme Extrapolasyon (YE)* metodu ile hesaplanmıştır.

2. PROBLEMİN TANIMI

Sayısal çözümü yapılan kompozit yama ile tamir edilmiş levha Şekil 1'de verilmiştir. Yapıştırıcı malzemesi olarak FM 73 film için kalınlıklar $t = 0.05, 0.1, 0.15$ ve 0.2 mm olarak seçilmiş olup, çatlak doğrultusu $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ve 60° olarak belirlenmiştir. Kompozitte tabaka dizilimleri ise eşit yama kalınlığı için; $[0]_4, [90]_4, [45]_4, [45/-45]_2, [0/90]_2$ ve $[0/45]_2$ şeklinde alınmıştır.



Şekil 1. Merkezi çatlığa sahip levhanın kompozit levha ile tamiri.



Şekil 2. Levha ve yamaya ait boyutlar.

Ayrıca yama kalınlıklarının etkisinin yorulma davranışı üzerindeki etkisini incelemek için ise eşit tabaka kalınlığında aynı fiber oryantasyon açısında tabaka dizilimleri [45/-45], [45/-45]₂, [45/-45]₃ ve [45/-45]₄ için analizler yapılmıştır (Şekil 2). Çözümde kullanılan malzemelere ait mekanik özellikler ise Tablo 1’de verilmiştir [19]. Tekrarlı uygulanan

gerilmeler $\sigma_{max} = 110$ MPa ve $\sigma_{min} = 0$ olmak üzere ortalama çekme yükü $\sigma_0 = 110$ MPa’dır.

Tablo 1. Levha ve yapıştırıcı malzemelere ait mekanik özellikler [19].

Malzeme	Alüminyum	Kompozit yama	Yapıştırıcı
E_{11} (GPa)	71.02	27.82	1.83
E_{22} (GPa)	71.02	5.83	1.83
E_{33} (GPa)	71.02	5.83	1.83
G_{12} (GPa)	27.32	2.56	0.69
G_{13} (GPa)	27.32	2.56	0.69
G_{23} (GPa)	27.32	2.24	0.69
ν_{12}	0.3	0.31	0.33
ν_{13}	0.3	0.31	0.33
ν_{23}	0.3	0.41	0.33

Yorulma yükü altında çatlak ilerleme hızı

$$\frac{\Delta a}{\Delta N} = C(\Delta K_{eş})^m \quad (1)$$

olarak verilir. Burada $C = 2.29 \cdot 10^{-14}$ ve $m = 3.7927$ ’ dir [26]. Çevrimsel gerilme şiddet faktörü

$$\Delta K = \Delta K_{max} - \Delta K_{min} \quad (2)$$

karışık mod yükleme durumunda eşlenik çevrimsel gerilme şiddet faktörü

$$\Delta K_{eş} = \sqrt{(K_I + |K_{III}| + 2K_{II})^2} \quad (3)$$

şeklinde tanımlanır. K_I , K_{II} ve K_{III} sırasıyla çekme, kayma ve makaslama modu için gerilme şiddet faktörleridir. Denklem (3)’ e göre hesaplanacak değerden yararlanarak Denklem (1)’den Δa çatlak ilerlemesi için Δn ömrü elde edilir. Çatlak ilerleme kriteri olarak ise

$$K_{e\varphi} \leq K_{IC} \quad (4)$$

ifadesinden yararlanılır. Alüminyum levha için $K_{IC} = 1015 \text{ MPa mm}^{0.5}$ 'dir [26]. Bu arada çatlak yönlenme açısı ise [27];

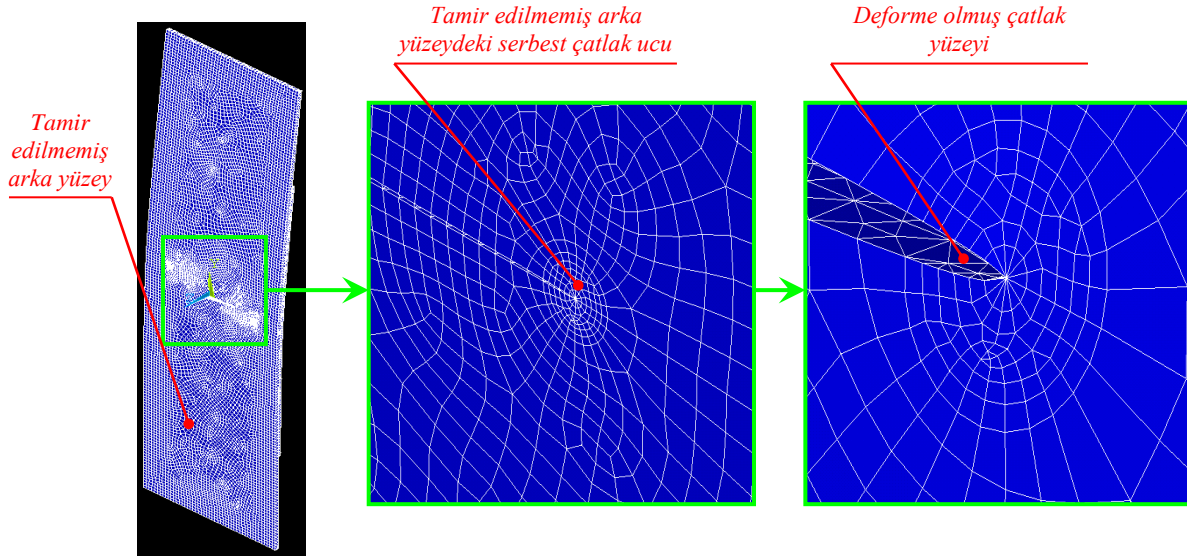
$$\tan(2\alpha) = 0.25K_I - 0.25\sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8}, \quad K_{II} > 0 \quad (5)$$

$$\tan(2\alpha) = 0.25K_I + 0.25\sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8}, \quad K_{II} < 0$$

şeklinde hesaplanır.

3. SAYISAL ANALİZ

Problemin üç boyutlu sonlu elemanlar modeli Şekil 3'te gösterilmiştir. Çatlağa sahip levha ve yapıştırıcı 20 düğümlü *Solid95*, kompozit yama için ise *Solid186* eleman tipi kullanılarak modellenmiş olup, çatlak ucunda tekil (singular) elemanlar kullanılmıştır. Çatlağın ucunun etrafı 12 tekil elemanla modellenmiş olup, çatlak ucunda tekil elemanın toplam çatlak uzunluğuna oranı ise 0.00585 tir. Farklı levha boyutları için toplam 18 model hazırlanmıştır. Sayısal çözümde tam model kullanılmış olup, levhanın alt ve üst tarafına üniform çekme yükü uygulanmıştır.



Şekil 3. Problemin sonlu eleman modeli.

ANSYS programı çatlak ucundaki gerilme şiddet faktörünü *KCALC* komutunu kullanarak; *Yer değiştirme Ekstrapolasyon* metoduyla hesaplamaktadır. Bu metoda göre tam modellenmiş çatlak ucundaki gerilme şiddet faktörü Mod I yükleme durumu için;

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2G_r}{1+\kappa} \left(\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\sqrt{r}} \right) \quad (6)$$

$$K_{II} = \sqrt{2\pi} \frac{2G_r}{1+\kappa} \left(\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\sqrt{r}} \right) \quad (7)$$

$$K_{III} = \sqrt{2\pi} \frac{2G_r}{1+\kappa} \left(\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\sqrt{r}} \right) \quad (8)$$

ile tanımlanır [28]. Burada Δu , Δv ve Δw ; sırasıyla $-x$, $-y$ ve $-z$ doğrultularında çatlak yüzeyinde koordinatları aynı düğümler arasındaki açılma miktarı (Şekil 4), G_r : levhanın kayma modülü olup, κ ise düzlem şekil değiştirme hali için $3-4\nu$, düzlem gerilme hali için ise $(3-\nu)/(1+\nu)$ değerine eşittir. $\frac{\Delta v}{\sqrt{r}}$ ifadesi, çatlak ucunda I düğümü referans olmak üzere K-

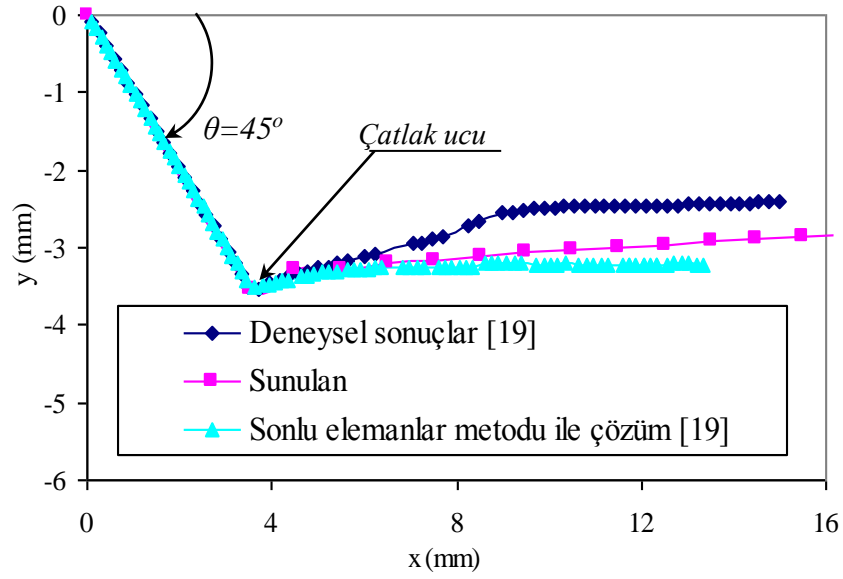
M ve J-L düğümleri arasındaki yer değiştirmeler ölçülerek r 'nin lineer bir fonksiyonu şeklinde

$$\frac{\Delta v}{\sqrt{r}} = A + Br \quad (9)$$

yazılacak olursa Denklem (4) aşağıdaki gibi olur.

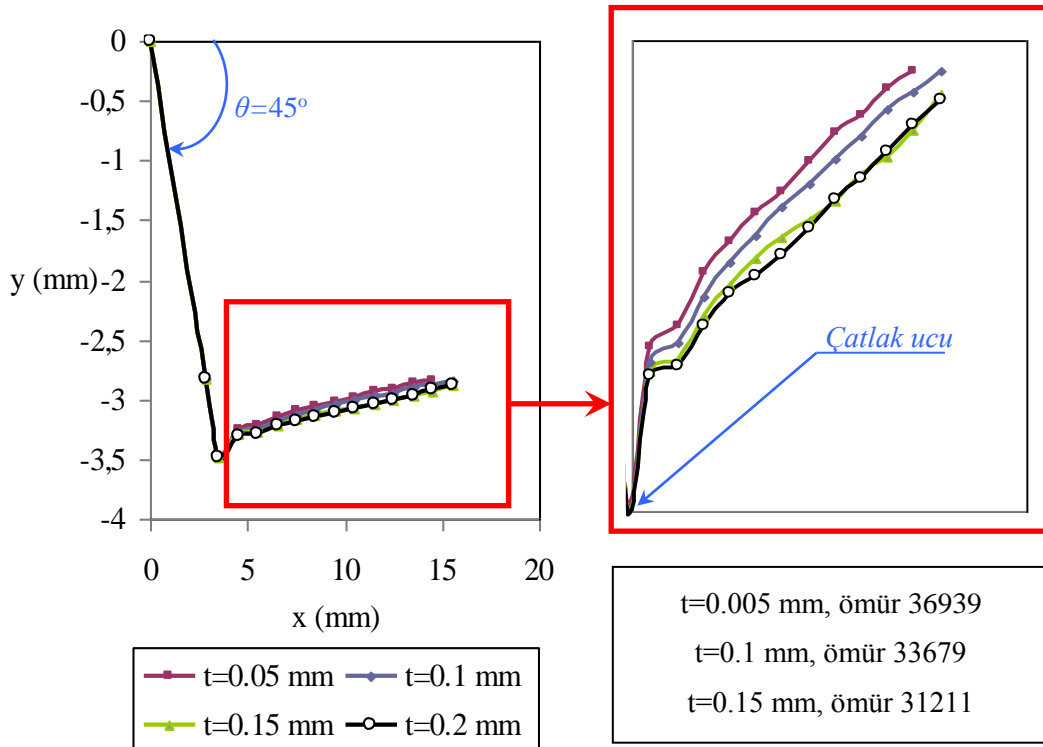
$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2G_r}{1+\kappa} A \quad (10)$$

Benzer yöntemle K_{II} ve K_{III} te hesaplanır. Hesaplamalarda gerilme şiddet faktörü için yama yapılmamış levha yüzeyindeki çatlak uçlarından yer değiştirmeler hesaplanmış daha sonra ise gerilme şiddet faktörleri bulunarak yorulma ömrü bulunmuştur. Çatlak yönelme doğrultusu, otomatik sonlu elemanlara bölme ve çatlak ilerlemesi *APDL (ANSYS Parametric Design Language)* kodları kullanılarak yazılan özel programla yapılmıştır.

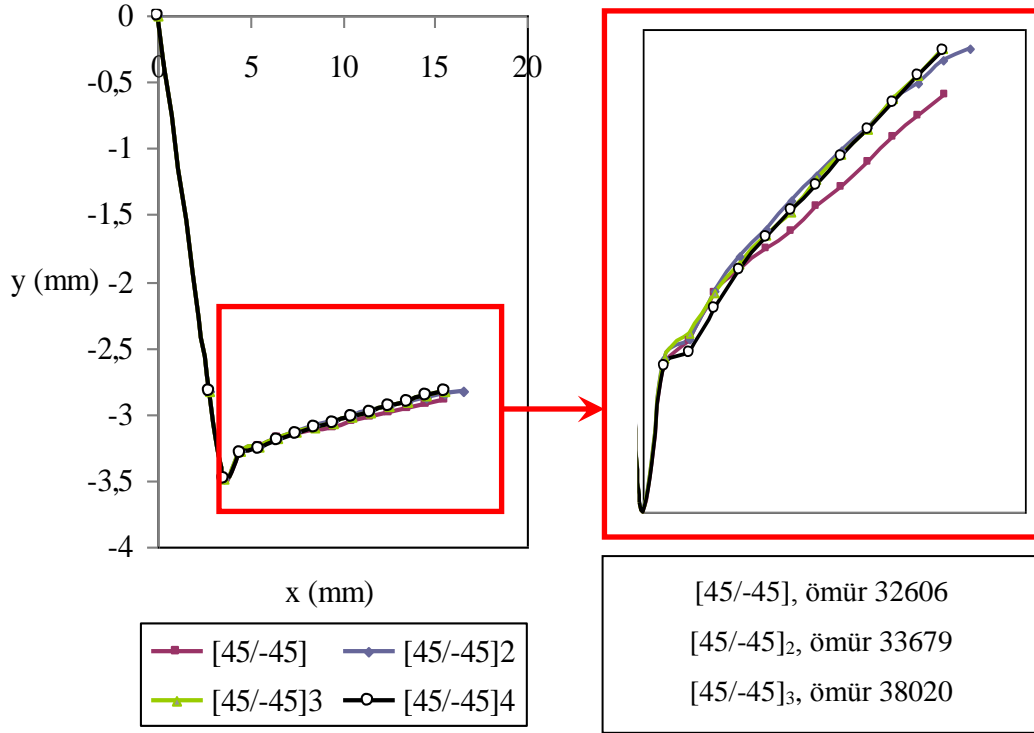


Şekil 5. Sayısal çözüm tekniğinin literatür sonuçları ile karşılaştırılması.

Şekil 6'da $\sigma_0 = 110$ MPa ($\sigma_{\max} = 10$ MPa ve $\sigma_{\min} = 0$ MPa) için yapıştırıcı kalınlığının çatlak ilerleme doğrultusu ve yorulma ömrü üzerindeki etkisi gösterilmiştir. $[45/-45]_2$ tabaka dizilimli yama için, $\theta = 45^\circ$ 'dir. Yapıştırıcı kalınlığının artması yorulma ömrünü azaltmıştır. Ayrıca yine bu artış çatlak ilerleme doğrultusunu belirli bir oranda levhanın yükleme yapılan kenara doğru daha fazla yönlendirmesini sağlamıştır.

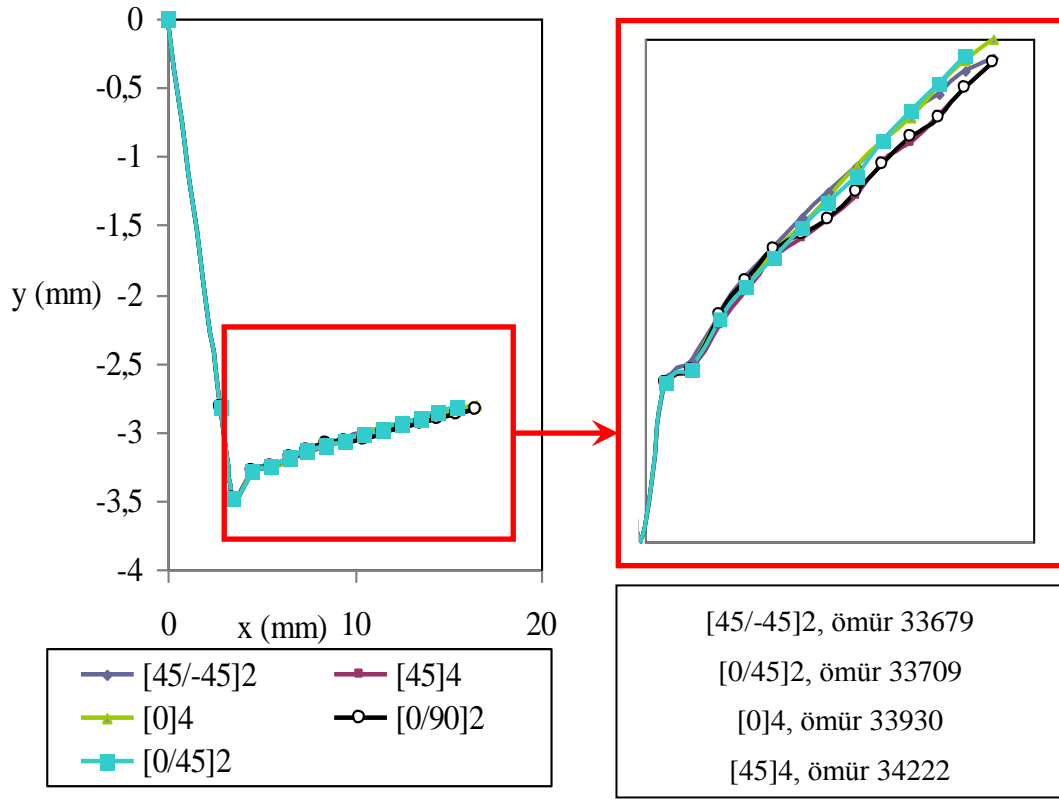


Şekil 6. Yapıştırıcı kalınlığının çatlak ilerleme doğrultusu üzerindeki etkisi.

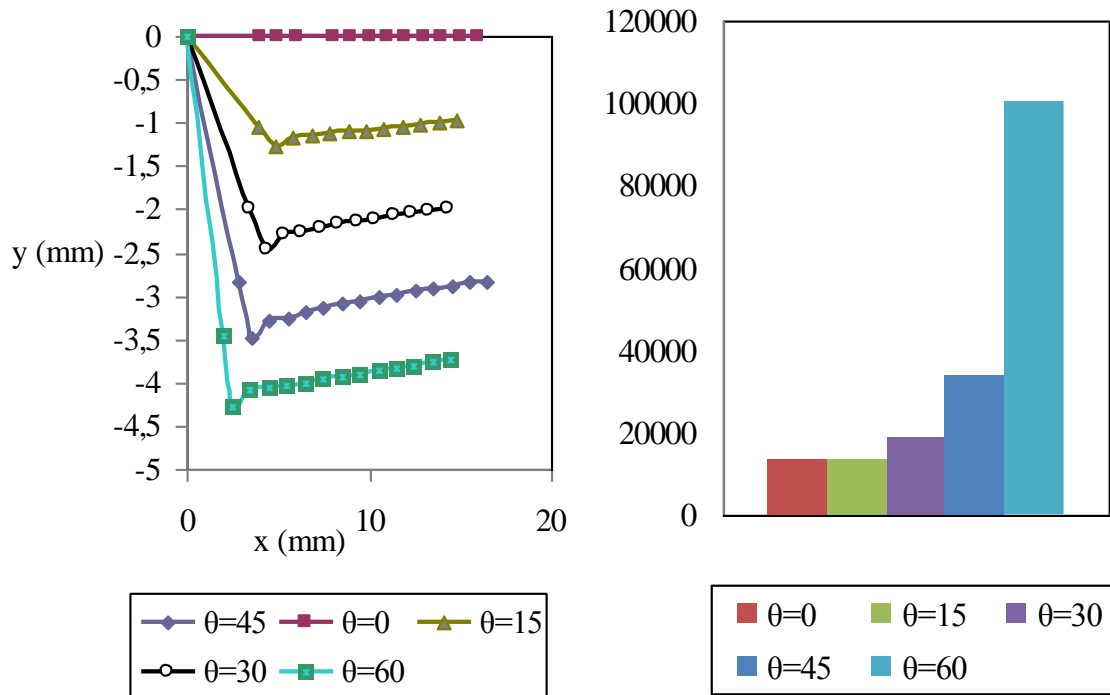


Şekil 7. Yama kalınlığının çatlak ilerleme doğrultusu üzerindeki etkisi.

Şekil 7'de kompozit yama kalınlığının çatlak ilerleme doğrultusu ve levha ömrü üzerindeki etkisi verilmiştir. $t = 0.1$ mm ve $\theta = 45^\circ$ 'dir. Kalınlığının artması ömrü artırmış olup, yapıştırıcı kalınlığından daha fazla bir etkiye sahip olduğu görülmüştür. En düşük yama kalınlığı [45/-45] dizilimi için çatlak yönelmesi diğer kalınlıklardan farklı olarak levhanın yüklemeye yapılan kenarına doğrudur. [45/-45]₂, [45/-45]₃ ve [45/-45]₄ için ise çatlak ilerleme doğrultusu aynıdır.



Şekil 8. Yama tabaka diziliminin çatlak ilerleme doğrultusu üzerindeki etkisi.



Şekil 9. Çatlak açısının çatlak ilerleme doğrultusu üzerindeki etkisi.

Cam/epoksiden üretilen kompozit yamada fiber takviye açısının değişimine göre elde edilen farklı tabaka diziliminin yorulma davranışı üzerindeki etkisi Şekil 8’de verilmiştir. $t = 0.1$ mm ve $\theta = 45^\circ$ ’dir. Fiber takviye açısının levhanın yorulma ömrü üzerindeki etkisi ihmal edilebilecek kadar az olduğu söylenebilir. Fiber takviye açısının 0° ’den 90° ’ye artması ise çok az da olsa çatlak ilerleme doğrultusunu levhanın yükleme yapılan kenarına doğru yönlendirmesine sebep olmuştur. Çatlak açısı arttıkça yorulma ömrü hızla artmaktadır (Şekil 9). $[45/-45]_2$ tabaka dizilimli yamada $t = 0.1$ mm ve $\theta = 45^\circ$ değerleri için yapılan analizlerde özellikle 45° ve 60° ’de bu etki daha belirgin bir durum almaktadır. $\theta = 60^\circ$ için yorulma ömrü 10667 olarak hesaplanmıştır. Bütün çatlak açılarında çatlak doğrultusu, çatlak ucundan itibaren $-x$ eksenine yakın doğrultuda ilerlemektedir.

5. TARTIŞMA

Bir yüzü cam/epoksi kompozit yama ile yapıştırılarak tamir edilmiş merkezi çatlakla sahip 2024-T3 Alüminyum alaşımı levhanın sayısal yorulma davranışı üzerine yapılan parametrik çalışmada elde edilen sonuçlara göre;

- Yapıştırıcı kalınlığının artması yorulma ömrünü azaltmaktadır ve çatlak ilerleme doğrultusunu belirli bir oranda levhanın yükleme yapılan kenara doğru yönlendirmektedir.
- Yama kalınlığının artması ömrü artırmaktadır. Düşük yama kalınlığında yapıştırıcı kalınlığında olduğu gibi çatlak ilerleme doğrultusu levhanın yükleme yapılan kenara doğru kaymaktadır.
- Fiber takviye açısının levha ömrü ve çatlak ilerleme doğrultusu üzerinde önemli bir etkisi yoktur.
- Çatlak başlangıç açısı ise yorulma ömrü ve çatlak ilerleme doğrultusu üzerindeki en etkin parametredir.

KAYNAKLAR

- [1] C.H. Chue, T.J.C. Liu, “ The effects of laminated composite patch with different stacking sequences on bonded repair, *Composite Engineering*, Vol.5, No.2, pp.223-230, 1995.
- [2] M. Bezzerrouki, B. Bachir Bouiadjra, D. Ouinas, “ SIF for cracks repaired with single composite patch having two adhesive bands and double symmetric one in aircraft structures”, *Computational Materials Science* 44 542–546, 2008.
- [3] D. Ouinas, M. Sahnoun, N. Benderdouche, B. Bachir Bouiadjra, “ Stress intensity factor analysis for notched cracked structure repaired by composite patching”, *Materials and Design* 2302–2308, 2009.
- [4] K. Madani, S.Touzain, X.Feugas, M.Benguediab, M.Ratwani, “ Stress distribution in a 2024-T3 aluminum plate with a circular notch, repaired by a graphite/epoxy composite patch”, *International Journal of Adhesion & Adhesives* 225– 233,2009.
- [5] D. Ouinas, B. Bachir Bouiadjra, B. Achour, N. Benderdouche, “ Modelling of a cracked aluminium plate repaired with composite octagonal patch in mode I and mixed mode”, *materials and Design* 590–595 ,2009.
- [6] Mhamdia Rachid, B. Serier, B. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, “ Numerical analysis of the patch shape effects on the performances of bonded composite repair in aircraft structures”, *Composites: Part B* 43 ,391–397,2012.
- [7] A. Albedah, B. Bachir Bouiadjra, R. Mhamdia, F. Benyahia, M. Es-Saheb, “ Comparison between double and single sided bonded composite repair with circular shape”, *Materials and Design* 32 996–1000,2011.
- [8] B. Bachir Bouiadjra, M. Fari Bouanani, A. Albedah, F. Benyahia, M. Es-Saheb, “ Comparison between rectangular and trapezoidal bonded composite repairs in aircraft structures: A numerical analysis”, *Materials and Design* 32 3161–3166 ,2011.
- [9] S.M. Fekih, A. Albedah, F. Benyahia, M. Belhouari, B. Bachir Bouiadjra , A. Miloudi, “ Optimisation of the sizes of bonded composite repair in aircraft structures”, *Materials and Design* 41 171–176,2012.
- [10] B. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, B. Serier, “ Computation of the stress intensity factors for repaired cracks with bonded composite patch in mode I and mixed mode”, *Composite Structures* 56 401–406.2002.
- [11] A. Megueni, B. Bachir Bouiadjra, B. Boutabout, “ Computation of the stress intensity factor for patched crack with bonded composite repair in pure mode II”, *Composite Structures* 59 415–418,2003.
- [12] A. Megueni, A. Tounsi, B. Bachir Bouiadjra, B. Serier, “ The effect of a bonded hygrothermal aged composite patch on the stress intensity factor for repairing cracked metallic structures”, *Composite Structures* 62 171–176,2003.
- [13] D. Ouinas , B.B. Bouiadjra, B. Serier, M. SaidBekkouche, “ Comparison of the effectiveness of boron/epoxy and graphite/epoxy patches for repaired cracks emanating from a semicircular notch edge”, *Composite Structures* 80 514–522 ,2007.

- [14] A. Megueni, B. Bachir Bouiadjra, M. Belhouari, “ Disbond effect on the stress intensity factor for repairing cracks with bonded composite patch”, *Computational Materials Science* 29 407–413, 2004.
- [15] E.S. Aggelopoulos, T.D. Righiniotis, M.K. Chryssanthopoulos, “ Debonding of adhesively bonded composite patch repairs of cracked steel members”, *Composites: Part B* 42 1262–1270, 2011.
- [16] P. Papanikos, K.I. Tserpes, Sp. Pantelakis, “ Initiation and progression of composite patch debonding in adhesively repaired cracked metallic sheets”, *Composite Structures* 81 303–311 ,2007.
- [17] Hideki Sekine, Bo Yan, Takeshi Yasuho, “ Numerical simulation study of fatigue crack growth behavior of cracked aluminum panels repaired with a FRP composite patch using combined BEM/FEM”, *Engineering Fracture Mechanics* 72 2549–2563 ,2005.
- [18] A.R. Maligno, C. Soutis, V.V. Silberschmidt, “ An advanced numerical tool to study fatigue crack propagation in aluminium plates repaired with a composite patch ”, *Engineering Fracture Mechanics* 99 62–78, 2013.
- [19] H. Hosseini-Toudeshky, B. Mohammadi, S. Bakhshandeh, “ Crack trajectory analysis of single-side repaired thin panels in mixed-mode conditions using glass/epoxy patches”, *Computers and Structures* 86 997–1005, 2008.
- [20] Woo-Yong Lee, Jung-Ju Lee, “ Successive 3D FE analysis technique for characterization of fatigue crack growth behavior in composite-repaired aluminum plate”, *Composite Structures* 66 513–520, 2004.
- [21] V. Sabelkin, S. Mall , J.B. Avram, “ Fatigue crack growth analysis of stiffened cracked panel repaired with bonded composite patch”, *Engineering Fracture Mechanics* 73 ,2006.
- [22] H. Hosseini-Toudeshky, B. Mohammadi, G. Sadeghi , H.R. Daghyani, “ Numerical and experimental fatigue crack growth analysis in mode-I for repaired aluminum panels using composite material”, *Composites: Part A* 38 1141–1148,2007.
- [23] H. Hosseini-Toudeshky, M.Saber, B.Mohammadi, “ Finite element crack propagation of adhesively bonded repaired panels in general mixed-mode conditions”, *Finite Elements in Analysis and Design* 45 94-103, 2009.
- [24] Hossein Hosseini-Toudeshky, Mir Ali Ghaffari, Bijan Mohammadi, “ Finite element fatigue propagation of induced cracks by stiffeners in repaired panels with composite patches”, *Composite Structures* 94 1771–1780, 2012.
- [25] Hossein Hosseini-Toudeshky, Mir Ali Ghaffari, Bijan Mohammadi, “ Mixed-mode crack propagation of stiffened curved panels repaired by composite patch under combined tension and shear cyclic loading”, *Aerospace Science and Technology* 28 344–363,2013.
- [26] Hossein Hosseini-Toudeshky, Bijan Mohammadi, Hamid Reza Daghyani, “ Mixed-mode fracture analysis of aluminium repaired panels using composite patches”, *Composites Science and Technology* 66,188–198, 2006.
- [27] J.M. Alegre, I.I. Cuesta, “ Some aspects about the crack growth FEM simulations under mixed-mode loading”, *International Journal of Fatigue* 32 1090–1095,2010.

[28] Bao, R., Zhang, X. ve Yahaya N.A., ‘‘ Evaluating Stress Intensity Factors due to WeldResidual Stresses by the Weight Function and Finite Element Methods’’, EngineeringFracture Mechanics, Cilt.77, s.2550–2566, 2010.