



XVIII. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ  
26 - 30 Ağustos 2013, Celal Bayar Üniversitesi, Manisa

## HAREKETLİ YÜK ALTINDA KÖPRÜ TİTREŞİMLERİNİN AYARLI KÜTLE SÖNÜMLEYİCİLER KULLANILARAK AZALTIILMASI

Volkan Kahya<sup>1</sup>, Onur Araz<sup>2</sup>, Muhittin Turan<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 61080, Trabzon

<sup>2</sup>Gümüşhane Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane

E-posta: [1volkan@ktu.edu.tr](mailto:volkan@ktu.edu.tr), [2onuraraz29@hotmail.com](mailto:onuraraz29@hotmail.com), [3m.turan@ktu.edu.tr](mailto:m.turan@ktu.edu.tr)

### ÖZET

Bu çalışmada, ayarlı kütle sönümleyiciler (AKS) kullanılarak hareketli yük etkisindeki tek açıklıklı köprülerde meydana gelen titreşimlerin azaltılması problemi ele alınmıştır. Problemin çözümü analitik ve sayısal olarak iki farklı yoldan yapılmıştır. AKS kullanımının köprünün dinamik davranışı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Sayısal sonuçlar, AKS kullanımının köprülerde titreşimin azaltılmasında önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Hareketli yük, Ayarlı kütle sönümleyici, Köprü, Titreşim azaltma

## VIBRATION REDUCTION OF BRIDGES UNDER MOVING LOADS USING TUNED MASS DAMPERS

### ABSTRACT

In this paper, the problem of vibration reduction of single span bridges under moving loads using tuned mass dampers (TMDs) is considered. Solution of the problem is obtained by using both analytical and numerical methods. Effect of the use of TMDs on the dynamic behavior of bridges are examined. Numerical results show that the use of TMDs has a great effect on suppression of the bridge vibrations.

**Keywords:** Moving load, Tuned mass damper, Bridge, Vibration suppression

## 1. GİRİŞ

Ayarlı kütle sönümleyiciler, deprem ve rüzgâr yükleri etkisindeki yapılarda meydana gelen titreşimlerin azaltılmasında başarıyla kullanılmaktadır. Titreşimlerin azaltılması amacıyla ele alınan bu yapıların büyük çoğunluğunu yüksek katlı yapılar, bacalar ve köprüler oluşturmaktadır. Özellikle yüksek hızlı araçların etkisindeki köprülerde meydana gelen titreşimin ayarlı kütle sönümleyiciler kullanılarak azaltılması önemli bir çalışma konusudur.

Pakrashi vd. [1], köprü-arac etkileşiminin sebep olduğu titreşimi azaltmak için ayarlı kütle sönümleyicileri kullanarak köprülerin performansının geliştirilmesi üzerine çalışmışlardır. Yang vd. [2], harmonik ve rastgele yükler etkisindeki Timoshenko kirişinde meydana gelen titreşimin azaltılması problemini sonlu elemanlar yöntemi ile ele almışlardır. Samani ve Pellicano [3], hareketli yük etkisindeki kirişlerde, dinamik titreşim sönümleyicilerin etkinlik analizi üzerine çalışmışlar, klasik lineer sönümleyiciler ile lineer olmayan sönümleyicileri karşılaştırmışlardır. Daniel vd. [4], farklı doluluk oranlarına sahip yaya köprüleri üzerinde oluşan ivmelerin ayarlı sönümleyiciler kullanılarak azaltılmasını incelemişlerdir. Wang vd. [5], Euler-Bernoulli kiriş teoremine göre modellenen demiryolu köprüsünde tren yükleri altında meydana gelen titreşimlerin kontrolü konusunda çalışmışlardır. Lin vd. [6], tek açıklığa sahip demiryolu köprüsünde tren yükleri (Almanya ICE, Fransa TGV ve Japonya SKS) nedeniyle meydana gelen titreşimin birden fazla sönümleyici kullanılarak azaltılmasını çalışmışlardır. Luu vd. [7], yüksek hızlı trenlerin etkisindeki demiryolu köprülerinde titreşimin azaltılması amacıyla kullanılan ayarlı kütle sönümleyicilerin optimum tasarım parametrelerinin elde edilmesi için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada, hareketli yük etkisindeki tek açıklıklı köprülerde meydana gelen titreşimlerin ayarlı kütle sönümleyiciler yardımıyla azaltılması ele alınmıştır. Titreşimin azaltılmasında ayarlı kütle sönümleyiciye ait kütle, sönüm ve rijitlik özellikleri ile ayarlı kütle sönümleyicinin köprü üzerindeki yeri ve sayısının dinamik davranışa etkisi incelenmiştir.

## 2. PROBLEMİN TANIMI

Şekil 1’de hareketli yük etkisindeki basit mesnetli kiriş görülmektedir. Kiriş üzerinde  $P$  tekil yükü sabit hızla hareket etmektedir. Ayarlı kütle sönümleyici açıklık üzerinde herhangi bir yerde bulunmaktadır. Ayarlı kütle sönümleyici için hareket denklemi

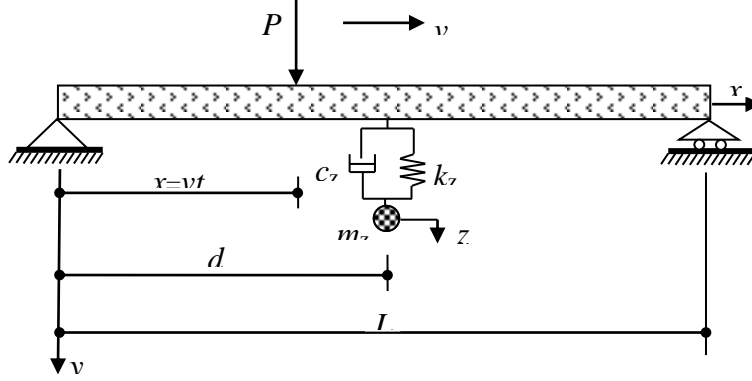
$$m_z \ddot{z} + c_z (\dot{z} - \dot{y}) + k_z (z - y) = 0 \quad (1)$$

şeklinindedir. Burada  $m_z$  AKS’ye ait kütle,  $c_z$  sönümü ve  $k_z$  ise rijitliği göstermektedir. Ayrıca,  $y$  ve  $z$  sırasıyla kirişin ve AKS’nin yer değiştirmesini,  $\dot{z}$  ve  $\ddot{z}$  ise  $z$ ’nin zamana göre 1. ve 2. türevleridir.

Hareketli yük etkisindeki elastik kiriş için ise hareket denklemi

$$EIy^{iv} + cy + m\ddot{y} = P\delta(x - vt) + [c_z (\dot{z} - \dot{y}) + k_z (z - y)]\delta(x - d) \quad (2)$$

şeklinde olup burada,  $EI$  eğilme rijitliği,  $m$  birim uzunluğun kütlesi,  $x$  kiriş eksen koordinatı,  $c$  kirişe ait sönüm katsayısı,  $P$  uygulanan dış kuvvet,  $v$  yükün hızı,  $d$  AKS'nin yerleşim yeri,  $\delta$  Dirac delta fonksiyonu,  $\dot{y}$  ve  $\ddot{y}$  ise kirişin enine yer değiştirmesi olarak tanımlanan  $y$  nin zamana göre 1. ve 2. türevleridir. Ayrıca,  $y^{IV} = \partial^4 y / dx^4$  şeklinde tanımlıdır.



Şekil 1. Ayarlı kütle sönümleyici uygulanmış basit kiriş üzerinde hareketli yük

$\phi_n(x)$  ve  $Y_n(t)$ , sırasıyla  $n$ . moda ait mod fonksiyonu ve genelleştirilmiş koordinatlar olmak üzere (2) ifadesinde verilen diferansiyel denkleminin çözümü,

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^N Y_n(t) \phi_n(x) \quad (3)$$

şeklinde alınıp (2) ifadesinde yerine yazılırsa,

$$EI \sum_{n=1}^N \phi_n^{IV}(x) Y_n(t) + c \sum_{n=1}^N \phi_n(x) \dot{Y}_n(t) + m \sum_{n=1}^N \phi_n(x) \ddot{Y}_n(t) = \{c_z(\dot{z} - \dot{y}) + k_z(z - y)\} \delta(x-d) + P \delta(x-vt) \quad (4)$$

elde edilir. (4) nolu denklemin her iki tarafını  $\phi_i(x)$  ile çarpıp 0 dan  $L$  ye kadar integrali alınır,

$$EI \sum_{n=1}^N \int_0^L \phi_n^{IV}(x) \phi_i(x) Y_n(t) dx + c \sum_{n=1}^N \int_0^L \phi_n(x) \phi_i(x) \dot{Y}_n(t) dx + m \sum_{n=1}^N \int_0^L \phi_n(x) \phi_i(x) \ddot{Y}_n(t) dx = \int_0^L \{c_z(\dot{z} - \dot{y}) + k_z(z - y)\} \phi_i(x) \delta(x-d) dx + P \int_0^L \phi_i(x) \delta(x-vt) dx \quad (5)$$

elde edilir. (5) nolu denklemde ortogonalite şartları dikkate alınacak olursa,

$$EI \sum_{n=1}^N \frac{n^4 \pi^4}{L^4} \frac{L}{2} Y_n + c \sum_{n=1}^N \frac{L}{2} \dot{Y}_n + m \sum_{n=1}^N \frac{L}{2} \ddot{Y}_n + c_z \left\{ \sum_{n=1}^N \dot{Y}_n \sin \frac{n\pi d}{L} - \dot{z} \right\} \sin \frac{i\pi d}{L} + k_z \left\{ \sum_{n=1}^N Y_n \sin \frac{n\pi d}{L} - z \right\} \sin \frac{i\pi d}{L} = P \sin \frac{n\pi vt}{L} \quad (6)$$

elde edilir. Burada  $i = (1, \dots, n)$  ile tanımlıdır. (6) denkleminin her iki tarafı  $2/mL$  ile çarpılırsa,

$$\sum_{n=1}^N \dot{Y}_n + 2\xi_n \omega_n \sum_{n=1}^N \dot{Y}_n + \omega_n^2 \sum_{n=1}^N Y_n + \frac{2c_t}{mL} \left\{ \sum_{n=1}^N \dot{Y}_n \sin \frac{n\pi d}{L} - \dot{z} \right\} \sin \frac{i\pi d}{L} + \frac{2k_t}{mL} \left\{ \sum_{n=1}^N Y_n \sin \frac{n\pi d}{L} - z \right\} \sin \frac{i\pi d}{L} = \frac{2P}{mL} \sin \frac{n\pi vt}{L} \quad (7)$$

elde edilir. (7) ifadesi elde edilirken  $\phi_n(x) = \sin(n\pi x/L)$  olduğu dikkate alınmıştır. Ayarlı kütle sönümleyiciye ait hareket denkleminin son şekli (3) ifadesinin (1) ifadesinde yerine yazılmasıyla

$$m_z \ddot{z} + c_z \left( \dot{z} - \sum_{n=1}^N \dot{Y}_n \sin \frac{n\pi d}{L} \right) + k_z \left( z - \sum_{n=1}^N Y_n \sin \frac{n\pi d}{L} \right) = 0 \quad (8)$$

şeklinde elde edilir. (7) ve (8) nolu ifadeler matris formda

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F \quad (9)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadede  $q$  yer değiştirme bileşeni olup aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$q = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_n \quad y_z]^T \quad (10)$$

Burada,  $y_i (i=1, \dots, n)$  kiriş yer değiştirmelerini,  $y_z$  ise ayarlı kütle sönümleyiciye ait yer değiştirmeyi göstermektedir.  $\dot{q}$  ve  $\ddot{q}$  ise sırasıyla yer değiştirme bileşeninin zamana göre 1. ve 2. türevlerini göstermektedir. (9) nolu ifade yer alan diğer büyüklükler,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} c\varphi_1^2(d) & 0 & 0 & 0 & -c\varphi_1(d) \\ 0 & c\varphi_2^2(d) & 0 & 0 & -c\varphi_2(d) \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & c\varphi_n^2(d) & -c\varphi_n(d) \\ -c_z\varphi_1(d) & -c_z\varphi_2(d) & \cdots & -c_z\varphi_n(d) & c_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$K = \begin{bmatrix} k\varphi_1^2(d) & 0 & 0 & 0 & -k\varphi_1(d) \\ 0 & k\varphi_2^2(d) & 0 & 0 & -k\varphi_2(d) \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & k\varphi_n^2(d) & -k\varphi_n(d) \\ -k_z\varphi_1(d) & -k_z\varphi_2(d) & \cdots & -k_z\varphi_n(d) & k_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$F = \frac{2P}{mL} \left[ \sin \frac{\pi vt}{L} \quad \sin \frac{2\pi vt}{L} \quad \cdots \quad \sin \frac{n\pi vt}{L} \quad 0 \right]^T \quad (14)$$

şeklinde tanımlıdır. (12) ve (13) nolu ifadelerde yer alan  $c$  ve  $k$  parametreleri

$$c = \frac{2c_z}{m_z}, \quad k = \frac{2k_z}{m_z} \quad (15)$$

şeklinde tanımlıdır. Burada,  $m_z$  kirşe ait kütleyi  $c_z$  AKS'ye ait sönümü  $k_z$  ise AKS'ye ait rijitliği göstermektedir. Mod süperpozisyon metodu kullanılarak elde edilen (9) nolu ifadenin sayısal çözümü Newmark metodu yardımıyla elde edilmiştir. Problemin sonlu eleman çözümü ise 25 elemanlı 26 düğüm noktalı kiriş için SAP2000 paket programı kullanılarak yapılmıştır [8]. Sayısal sonuçlar ilk on mod için elde edilmiştir.

### 3. BULGULAR VE TARTIŞMA

Mod süperpozisyon ve sonlu eleman metodu (SEM) kullanılarak hareketli tekil yük etkisindeki kirişlerde meydana gelen titreşimin azaltılması ile ilgili sayısal sonuçlar verilmiştir. Probleme ele alınan kirişin elastisite modülü  $E = 27,5$  GPa, atalet momenti  $I = 0,12$  m<sup>4</sup>, birim uzunluğun kütlesi  $m = 4800$  kg/m, kiriş uzunluğu  $L = 25$  m ve sisteme etkileyen kuvvet  $P = 12$  kN olarak seçilmiştir [9]. Ayarlı kütle sönümleyiciye ait optimum fiziksel özellikler aşağıdaki bağıntılar kullanılarak elde edilmiştir [10].

$$\mu = \frac{m_z}{(mL/2)}, \quad f_{opt} = \frac{1}{1+\mu}, \quad \xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}, \quad (16)$$

$$k_z = m_z(\omega_1^2)f_{opt}^2, \quad c_z = 2\xi_{opt}\sqrt{m_z k_z}$$

Burada,  $\omega_1$ , 1. moda karşılık gelen doğal frekansı,  $\mu$ , AKS kütlesinin kiriş kütlesine oranını,

$f_{opt}$ , optimum frekansı,  $\xi_{opt}$ , optimum sönüm oranını,  $m_z$ , AKS kütesini,  $k_z$ , AKS rijitliğini ve  $c_z$  ise AKS sönümünü göstermektedir. Bu ifadelerden de görüleceği üzere bağımsız değişken sadece AKS kütesidir. Diğer parametrelerin hepsi buna bağlı olarak yazılmıştır. Bu yüzden çalışmada sadece AKS kütesinin etkileri irdelenmiştir. Hareketli yük hızı olarak kirişte en büyük titreşimlere sebep olan rezonans hızı dikkate alınmıştır. Hareketli tekil yük etkisindeki tek açıklık kiriş için rezonans hızı aşağıdaki bağıntı ile hesaplanmaktadır [11].

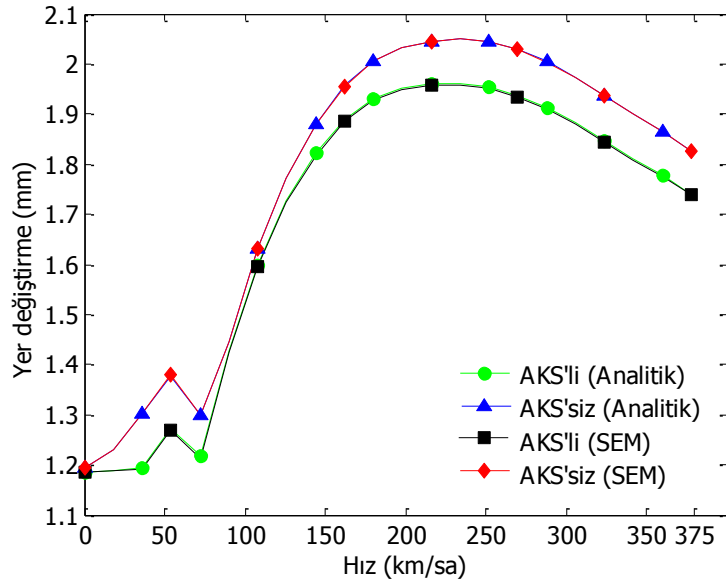
$$v_r = \frac{\pi v}{L\omega_1} \quad (17)$$

Burada,  $v$  taşıt hızını,  $L$  kiriş uzunluğunu  $\omega_1$  ise kiriş titreşimlerinin birinci doğal frekansını göstermektedir.

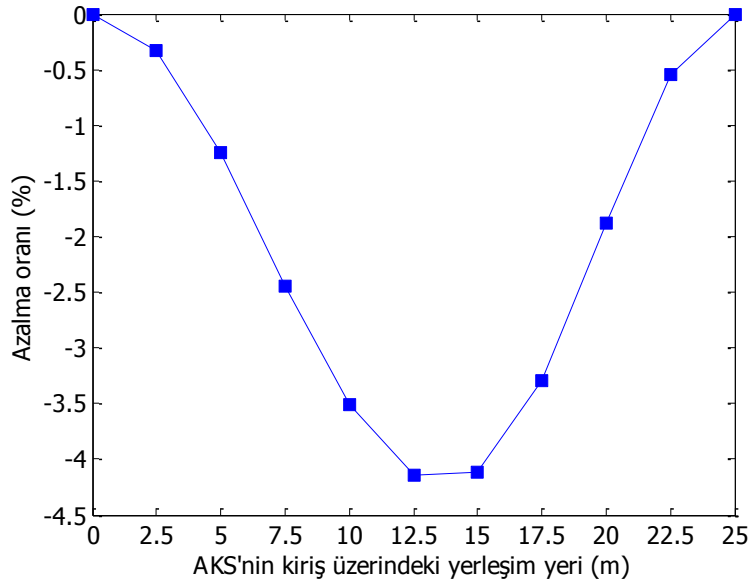
Kiriş ortasına yerleştirilen ayarlı kütle sönümleyicinin kirişin doğal frekansları üzerinde meydana getirdiği değişim Tablo 1’de verilmiştir. Ayarlı kütle sönümleyiciye ait karakteristik özelliklerin belirlenmesinde kütle oranı 0,10 olarak alınmıştır. AKS’nin kiriş üzerine eklenmesiyle kirişin doğal frekansları azalmaktadır.

Tablo 1. Köprü doğal frekansları üzerinde AKS’nin etkisi

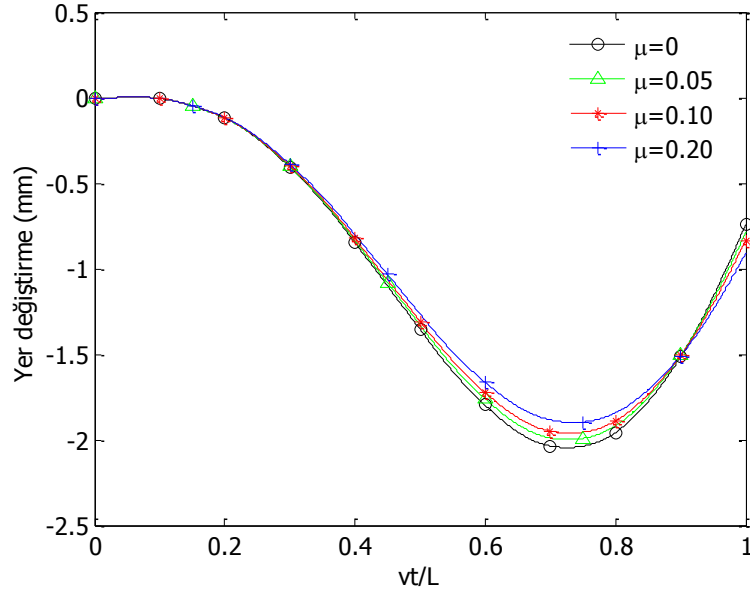
Mod no	AKS yok	AKS var	Azalma (%)
1	13,10	10,70	18,32
2	52,40	14,60	72,14
3	117,80	52,40	55,52
4	209,50	117,90	43,72
5	327,30	209,50	36,00
6	471,40	327,40	30,55
7	641,60	471,40	26,53
8	838,00	641,60	23,44
9	1060,60	838,00	20,99
10	1309,40	1060,60	19,00



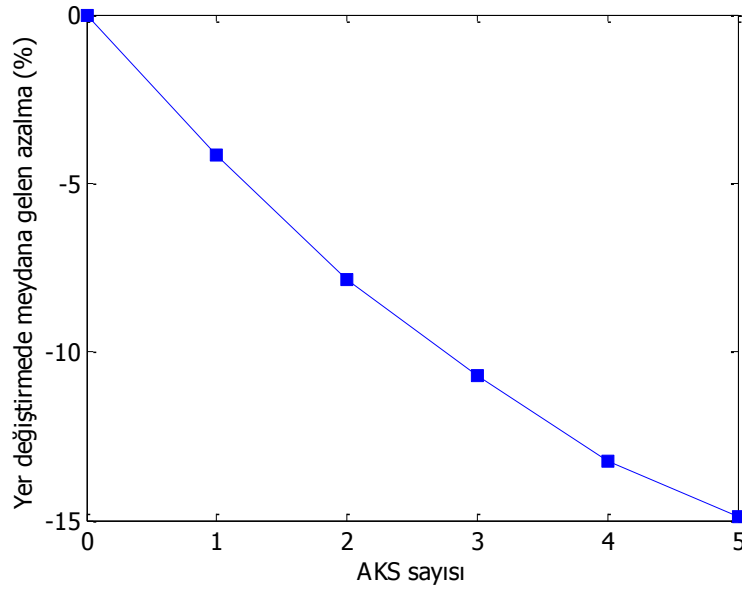
Şekil 2. Kirişte maksimum yer değiştirmelerin yük hızı ile değişimi

Şekil 3. AKS yerine bağlı olarak kiriş ortasındaki yer değiştirmelerde meydana gelen azalmalar ( $v = 215$  km/sa)Tablo 2.  $\mu$  parametresindeki değişimin yer değiştirmenin azaltılmasındaki etkisi

$\mu$	Yer değiştirme (mm)	Azalma (%)
0,00	2,0459	-
0,05	1,9993	2,28
0,10	1,9612	4,14
0,20	1,8984	7,21



Şekil 4.  $\mu$  parametresinin yer değiştirme üzerindeki etkisi ( $v = 215$  km/sa)



Şekil 5. AKS sayısının yer değiştirme üzerindeki etkisi ( $v = 215$  km/sa)

Şekil 2'de kiriş maksimum yer değiştirmelerinin yük hızıyla değişimi verilmiştir. Ayarlı kütle sönümleyici kullanımı, kirişte yer değiştirmeleri önemli ölçüde azaltmaktadır. Şekil 3'de ayarlı kütle sönümleyicinin yerine bağlı olarak kiriş orta noktasındaki yer değiştirme değerinde meydana gelen azalmalar (%) verilmiştir. Şekil 3'den görüleceği üzere AKS'nin kiriş üzerinde en fazla etkili olduğu yer kiriş orta noktasıdır.

Şekil 4'de  $\mu$  parametresinin farklı değerlerine karşılık yükün hareketi sırasında kiriş orta noktasında meydana gelen yer değiştirmeler verilmiştir.  $\mu = 0$  sistemde AKS olmaması



durumudur. Şekil 4'te görüldüğü gibi  $\mu$  parametresindeki artış AKS kütlelerinin artması anlamına gelmektedir.  $\mu$  arttıkça yer değiştirme azalmaktadır. Şekil 4'te elde edilen en büyük yer değiştirme değerleri esas alındığında,  $\mu$  parametresindeki değişime bağlı olarak yer değiştirmede meydana gelen azalmalar Tablo 2'de verilmiştir.

Şekil 5'te AKS sayısına bağlı olarak maksimum yer değiştirmedeki azalma verilmiştir. Görüldüğü üzere AKS sayısının artması, kirişte maksimum yer değiştirmeleri azaltmaktadır. Burada, AKS'lerin kirişin orta bölgesine yerleştirildiği düşünülmüştür.

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada hareketli yük etkisindeki köprülerde ayarlı kütle sönümleyiciler kullanılarak titreşimlerin azaltılması ele alınmıştır. Titreşimin azaltılmasında ayarlı kütle sönümleyicinin kütlesi, yeri ve sayısının sistem davranışına etkileri incelenmiştir. Sayısal sonuçlar, söz konusu parametrelerin dinamik davranış üzerinde önemli etkiye sahip olduğunu göstermiştir.

#### KAYNAKLAR

- [1] Pakrashi, V., O'Connor A.J. ve Basu, B., "Reliability Analysis of Bridges Retrofitted with Tuned Mass Dampers", Bridge Engineering Research in Ireland (BEI) Second Symposium on Bridge Engineering in Ireland, 2004.
- [2] Yang, F., Sedaghati, R. ve Esmailzadeh, E., "Optimal Vibration Suppression of Timoshenko Beam with Tuned-Mass-Damper using Finite Element Method", Journal of Vibration and Acoustics, 131, 31006-31008, 2009.
- [3] Samani, F.S. ve Pellicano, F., "Vibration Reduction on Beams Subjected to Moving Loads using Linear and Nonlinear Dynamic Absorbers", Journal of Sound and Vibration, 325, 742-754, 2009.
- [4] Daniel, Y., Lavan O. ve Levy, R., "Multi-Modal Control of Pedestrian Bridges using Tuned-Mass-Dampers", Structures Congress ASCE, 2012.
- [5] Wang, J.F., Lin C.C. ve Chen, B.L., "Vibration Suppression for High-Speed Railway Bridges using Tuned Mass Dampers", International Journal of Solids and Structures, 40,465-491, 2003.
- [6] Lin, C.C., Wang, J.F. ve Chen B.L., "Train-Induced Vibration Control of High-Speed Railway Bridges Equipped with Multiple Tuned Mass Dampers", Journal of Bridge Engineering, 10, 398-414, 2005.
- [7] Luu, M., Zabel V. ve Könke, C., "An Optimization Method of Multi Resonant Response of High-Speed Train Bridges using Tmds", Finite Elements in Analysis and Design, 53, 13-23, 2012.
- [8] SAP2000, Structural Analysis Program, Computers and Structures Inc., Berkeley, California.
- [9] Yang, Y.B. ve Lin, C.W., "Vehicle-Bridge Interaction Dynamics and Potential Applications", Journal of Sound and Vibration, 284, 205-226, 2005.
- [10] Wu, J.J., "Study on the Inertia Effect of Helical Spring of The Absorber on Suppressing The Dynamic Responses of a Beam Subjected to a Moving Load", Journal of Sound and Vibration, 297, 981-999, 2006.
- [11] Fryba, L., Vibration of Solids and Structures under Moving Loads, First Edition, Noordhoff International Publishing, Groningen, The Netherlands, 1972.