



XIX. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ

24-28 Ağustos 2015, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ İÇ/DIŞ BASINCA MARUZ SABİT AÇISAL HIZLA DÖNEN SİLİNDİRİK VE KÜRESEL KAPLARDA ELASTİSİTE DENKLEMLERİNİN ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ

İlyas Kacar¹ ve Vebil Yıldırım²

¹ Niğde Üniversitesi Müh. Fak. Mekatronik Mühendisliği Bölümü, Niğde

² Çukurova Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Makine Mühendisliği Bölümü, Adana

ÖZET

Bu çalışmada radyal doğrultuda basit kuvvet (simple power) fonksiyonu ile derecelendirilmiş, iç ve dış basınca maruz, kalın cidarlı sabit açısall hızla dönen silindirik ve küresel basınçlı kaplarda elastisite denklemleri analitik olarak çözülmüş; radyal ve teğetsel doğrultudaki gerilmeler ile radyal doğrultudaki yer değiştirme ifadeleri tasarımcılar, mühendisler, akademisyenler ve diğer kullanıcılar için en basit ve en kullanışlı formda sunulmuştur. İç ve dış basıncın eş zamanlı olarak dönen yapıya etkimesi durumu için elde edilen kapalı çözümler, üç farklı metal-seramik çifti için grafikler halinde sunulmuştur. Ayrıca iç ve dış basınç ile sabit açısall dönme hızının da etkileri ayrıntı olarak ta incelenmiştir.

ANALYTICAL SOLUTION OF THE ELASTICITY EQUATIONS OF PRESSURIZED ROTATING CYLINDRICAL AND SPHERICAL VESSELS MADE OF FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS

ABSTRACT

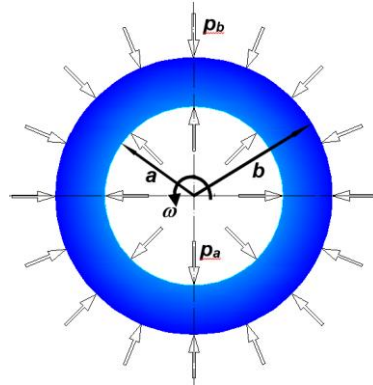
In this study, by using the simple power material grading rule, the elasticity equations of radially functionally graded pressurized thick-walled rotating cylindrical and spherical vessels are solved analytically. Afterwards, the closed-form solutions of both the radial and hoop stresses, and the radial displacements are presented to be the simplest and most convenient form for scientists, designers, engineers, and the others. Considering three different metal-ceramic pairs, the results of the closed-form solutions are presented graphically in the case that the internal and external pressures are applied simultaneously on the rotating structure. Apart from these unique effects of both the internal and external pressures and constant angular velocity are also investigated separately.

GİRİŞ

Üstün özelliklerinden dolayı tabakalı kompozitlere alternatif olarak geliştirilen, sürekli değişen fonksiyonel derecelendirilmiş yapıların gerek analitik [1-18] gerekse sayısal

çalışmaları son yıllarda büyük yoğunluk kazanmıştır. Basıncılı silindirik ve küresel kaplar için, izotropik/anizotropik malzemelerden, fonksiyonel derecelendirmede kullanılan fonksiyonların bu çalışmada olduğu gibi basit kuvvet fonksiyonu [1-3,4,6,11,17-18] veya lineer [12] değişen fonksiyon veya üssel [5,7-8,12-13, 15-16, 18] değişen fonksiyon olarak seçilmesi durumunda kapalı çözümler elde etmek mümkün olmaktadır. Silindirik monoklinik malzeme için genel bir malzeme değişim fonksiyonu kullanılması halinde, iteratif kuvvet serileri ile elde edilmiş analitik çözümler de bulunmaktadır [14]. Basit kuvvet fonksiyonu kabulü halinde diferansiyel denklemler Euler-Cauchy tipine dönüşmektedir. Lineer değişim halinde çözüm hipergeometrik fonksiyonlar cinsinden, üssel değişim halinde ise Whittaker / Kumer fonksiyonları veya Frobenius serileri cinsinden elde edilebilmektedir. Formülasyonda farklı olarak eliptik silindirik koordinatlar da kullanılabilir [15]. İki boyutlu analitik çözümlerde değişkenlere ayırma yöntemi ile kompleks Fourier serileri ile analitik çözüm bulunabilmektedir [4]. Literatürde özellikle sadece iç basınç hali için yapılmış çalışmalar nispeten fazla iken, iç basınçla beraber dış basıncın ve bu çalışmada olduğu gibi dönme etkisinin [11, 13] de eş zamanlı olarak ele alındığı [11] çalışmaların sayısı oldukça azdır. Mevcut çalışmalar da genellikle ya sadece silindir [11] ya da sadece küre olmak üzere tek bir geometriye hitap edilmektedir. Bu çalışmada her iki tip geometri için iç ve dış basınçların ve sabit açısal hızla dönmeyen etkileri formülasyonda göz önüne alınmış; hem gerilmeler hem de yer değiştirmelere ait formüllerde her bir etki ayrı ayrı sunulmuştur. Elde edilen formüllerin literatürde bulunanlar ile uyum içinde olduğu görülmüştür.

ALAN DENKLEMLERİ, FORMÜLASYON ve ÇÖZÜMLER



Şekil 1. İç ve dış basınca maruz, kalın cidarlı dönen silindirik/küresel basınç kabı kesiti

Radyal koordinat r , radyal yer değiştirme u_r , sabit açısal hız $\omega(rad/s)$, elastisite modülü E ve yoğunluk ρ ile gösterilmek üzere, söz konusu basınçlı kaplarda düzlem şekil değiştirme hali için lineer elastisite denklemleri aşağıda olduğu şekilde elde edilebilir $\{d()/dr = ()'\}$

$$u_r''(r) + u_r'(r) \left(\frac{1}{r} + \frac{C_{11}'(r)}{C_{11}(r)} \right) - u(r) \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\lambda}{r} \frac{C_{11}'(r)}{C_{11}(r)} \right) = -\frac{\omega^2 r \rho(r)}{C_{11}(r)} \quad (\text{silindir}) \quad (1a)$$

$$u_r''(r) + u_r'(r) \left(\frac{2}{r} + \frac{C_{11}'(r)}{C_{11}(r)} \right) - u(r) \left(\frac{2}{r^2} - \frac{2\lambda}{r} \frac{C_{11}'(r)}{C_{11}(r)} \right) = -\frac{\omega^2 r \rho(r)}{C_{11}(r)} \quad (\text{küre}) \quad (1b)$$

Burada

$$C_{11}(r) = \frac{(1-\nu)E(r)}{(1-2\nu)(1+\nu)}; \quad \frac{C_{11}'(r)}{C_{11}(r)} = \frac{E'(r)}{E(r)}; \quad \lambda = \frac{\nu}{1-\nu} \quad (2)$$

Yukarıda ν kalınlık boyunca sabit kabul edilen ve bu çalışmada iki malzemenin ortalaması olarak kullanılan Poisson oranını göstermektedir. Kapalı çözüm elde edebilmek amacı ile bu çalışmada ilgili malzeme özelliklerinin radyal doğrultuda basit kuvvet fonksiyonu (simple power) ile değiştirildiği kabul edilmiştir.

$$E(r) = E_a \left(\frac{r}{a} \right)^\beta ; \beta = \ln \left(\frac{E_a}{E_b} \right) / \ln \left(\frac{a}{b} \right) ; \rho(r) = \rho_a \left(\frac{r}{a} \right)^q ; q = \ln \left(\frac{\rho_a}{\rho_b} \right) / \ln \left(\frac{a}{b} \right)$$

Burada a , silindir/küre iç yarıçapını göstermekte (Şekil 1); a alt indisi ilgili büyüklüğün iç yüzeydeki, b alt indisi ise dış yüzeydeki değerini göstermektedir. Bu fonksiyonlardaki üsler ise keyfi ve fiziksel gerçeklikten uzak olmayıp, bir yüzeyde sadece metal diğer yüzeyde sadece seramik (veya tersi) olacak şekilde belirlenmiştir. Bu şekilde fonksiyonel derecelenmiş

malzeme için (1) denklemleri $\left(\frac{E'(r)}{E(r)} = \frac{\beta}{r}, \frac{\rho'(r)}{\rho(r)} = \frac{q}{r} \right)$ ile

$$u_r''(r) + \frac{(1+\beta)}{r} u_r'(r) + \frac{(-1+\beta\lambda)}{r^2} u_r(r) = -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)\rho_a \omega^2}{E_a(1-\nu)} r^{1+q-\beta} \quad (\text{silindir}) \quad (3a)$$

$$u_r''(r) + \frac{(2+\beta)}{r} u_r'(r) + \frac{2(-1+\beta\lambda)}{r^2} u_r(r) = -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)\rho_a \omega^2}{E_a(1-\nu)} r^{1+q-\beta} \quad (\text{küre}) \quad (3b)$$

halini alırlar. Bu diferansiyel denklemlerin çözümünden radyal doğrultudaki yer değiştirme bulunduktan sonra; radyal doğrultudaki birim şekil değiştirmenin ε_r , teğetsel doğrultudaki birim şekil değiştirmenin ε_θ ile temsil edildiği aşağıda sunulan şekil-yer değiştirme bağıntıları

$$\varepsilon_r(r) = u_r' ; \varepsilon_\theta(r) = \frac{u_r(r)}{r} \quad (\text{silindir/küre})$$

ile birlikte bünye denklemleri (gerilme-şekil değiştirme bağıntıları)

$$\sigma_r(r) = C_{11}(r)\varepsilon_r(r) + \lambda C_{11}(r)\varepsilon_\theta(r) ; \sigma_\theta(r) = \lambda C_{11}(r)\varepsilon_r(r) + C_{11}(r)\varepsilon_\theta(r) \quad (\text{silindir})$$

$$\sigma_r(r) = C_{11}(r)\varepsilon_r(r) + 2\lambda C_{11}(r)\varepsilon_\theta(r) ; \sigma_\theta(r) = \lambda C_{11}(r)\varepsilon_r(r) + (1+\lambda)C_{11}(r)\varepsilon_\theta(r) \quad (\text{küre})$$

kullanılarak radyal ve teğetsel doğrultudaki gerilmeler, σ_r ve σ_θ , bulunur. İkinci dereceden homojen olmayan (3) nolu diferansiyel denklemler, Euler-Cauchy tipinde olup, bu çalışmada her bir basınçlı kap için farklı iki sınır şartında ayrı ayrı çözülmüşler, daha sonra da bu çözümler süperpoze edilmiştir. Sadece iç ve dış basınç etkisinden meydana gelen yer değiştirmelerin bulunması amacı ile (3) nolu denklemlerin homojen halleri kullanılmış olup, bu denklemler iç ve dış yüzeydeki gerilmeler için sınır şartları $\{ \sigma_r(a) = -p_a ; \sigma_r(b) = -p_b \}$ olacak şekilde çözülmüştür. Daha sonra sadece dönmenin etkisini göz önüne alabilmek için (3) nolu homojen olmayan diferansiyel denklemler $\{ \sigma_r(a) = 0 ; \sigma_r(b) = 0 \}$ sınır şartları için çözülmüştür. Aşağıda sunulan sabitler yardımı ile de,

$$\xi = \sqrt{4 + \beta^2 - 4\beta\lambda} ; \alpha = \sqrt{9 + 2\beta + \beta^2 - 8\beta\lambda} ; E^* = \frac{E_a}{a^\beta} ; \rho^* = \frac{\rho_a}{a^q}$$

$$\Omega_s = \frac{(-1 + \nu + 2\nu^2)\rho^* \omega^2}{E^* (8 + q(6 + q - \beta) - 3\beta + \beta\lambda) (-1 + \nu)}$$

$$\Omega_k = \frac{(-1 + \nu + 2\nu^2) \rho^* \omega^2}{E^* (10 + q(7 + q - \beta) - 4\beta + 2\beta\lambda) (-1 + \nu)}$$

$$C_1 = \frac{2a^{\frac{\xi-\beta}{2}} b^{\frac{\xi-\beta}{2}} \left(a^{\frac{\beta+\xi}{2}} b^{q+3} - a^{q+3} b^{\frac{\beta+\xi}{2}} \right) (-q + \beta - \lambda - 3) \Omega_s}{(a^\xi - b^\xi) (\beta - 2\lambda + \xi)}$$

$$C_2 = - \frac{2a^{-\frac{\beta}{2}} b^{-\frac{\beta}{2}} \left(a^{\frac{2q+\xi+6}{2}} b^{\frac{\beta}{2}} - a^2 b^{\frac{2q+\xi+6}{2}} \right) (q - \beta + \lambda + 3) \Omega_s}{(a^\xi - b^\xi) (\beta - 2\lambda - \xi)}$$

$$k_1 = (-2 + \lambda (-1 + \beta - \alpha))$$

$$k_2 = (-2 + \lambda (-1 + \beta + \alpha))$$

$$k_3 = (\beta - 4\lambda - \alpha + 1)(\lambda(\beta + \alpha - 1) - 2)$$

$$k_4 = (\beta - 4\lambda + \alpha + 1)(\lambda(-\beta + \alpha + 1) + 2)$$

$$D_1 = \frac{2a^{\frac{\alpha-\beta}{2}} b^{\frac{\alpha-\beta}{2}} \left(a^{\frac{\alpha+\beta}{2}} b^{q+\frac{7}{2}} - a^{q+\frac{7}{2}} b^{\frac{\alpha+\beta}{2}} \right) (-q + \beta - 2\lambda - 3) \Omega_k}{(a^\alpha - b^\alpha) (\beta - 4\lambda + \alpha + 1)}$$

$$D_2 = - \frac{2a^{-\frac{\beta}{2}} b^{-\frac{\beta}{2}} \left(a^{\frac{2q+\alpha+7}{2}} b^{\frac{\beta}{2}} - a^2 b^{\frac{2q+\alpha+7}{2}} \right) (q - \beta + 2\lambda + 3) \Omega_k}{(a^\alpha - b^\alpha) (\beta - 4\lambda - \alpha + 1)}$$

$r > 0$ için elde edilen çözümler aşağıda olduğu gibi en sade ve kullanışlı bir biçimde sunulmuştur:

$$(u_r)_{Silindir}^{FGM} = \left\{ \frac{2a^{\frac{1}{2}(-\beta+\xi+2)} p_a r^{\frac{1}{2}(-\beta-\xi)} (2\nu^2 + \nu - 1) ((-\beta + 2\lambda + \xi) b^\xi + r^\xi (\beta - 2\lambda + \xi))}{(a^\xi - b^\xi) E^* (\nu - 1) ((\beta - 2\lambda)^2 - \xi^2)} \right\}$$

$$+ \left\{ \frac{2b^{\frac{1}{2}(-\beta+\xi+2)} p_b r^{\frac{1}{2}(-\beta-\xi)} (2\nu^2 + \nu - 1) ((-\beta + 2\lambda + \xi) a^\xi + r^\xi (\beta - 2\lambda + \xi))}{(a^\xi - b^\xi) E^* (\nu - 1) (\xi^2 - (\beta - 2\lambda)^2)} \right\}$$

$$+ \left\{ r^{-\beta} \left(r^{\frac{\beta-\xi}{2}} (C_1 + C_2 r^\xi) - r^{3+q} \Omega_s \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
(\sigma_r)_{Silindir}^{FGM} &= \left\{ \frac{a^{\frac{1}{2}(-\beta+\xi+2)} p_a r^{\frac{1}{2}(\beta-\xi-2)} (b^\xi - r^\xi)}{a^\xi - b^\xi} \right\} + \left\{ \frac{b^{\frac{1}{2}(-\beta+\xi+2)} p_b r^{\frac{1}{2}(\beta-\xi-2)} (a^\xi - r^\xi)}{b^\xi - a^\xi} \right\} \\
&+ \left\{ -\frac{1}{2} C_{11} r^{\frac{1}{2}(-2-\beta-\xi)} (C_2 r^\xi (\beta - 2\lambda - \xi) + C_1 (\beta - 2\lambda + \xi)) - C_{11} r^{2+q-\beta} (3+q-\beta+\lambda) \Omega_s \right\} \\
(\sigma_\theta)_{Silindir}^{FGM} &= \left\{ -\frac{a^{\frac{1}{2}(-\beta+\xi+2)} p_a r^{\frac{1}{2}(\beta-\xi-2)} ((\beta - 2\lambda - \xi)(\lambda(\beta + \xi) - 2)b^\xi + r^\xi(\beta - 2\lambda + \xi)(-\beta\lambda + \xi\lambda + 2))}{(a^\xi - b^\xi)(\xi^2 - (\beta - 2\lambda)^2)} \right\} \\
&+ \left\{ \frac{b^{\frac{1}{2}(-\beta+\xi+2)} p_b r^{\frac{1}{2}(\beta-\xi-2)} ((\beta - 2\lambda - \xi)(\lambda(\beta + \xi) - 2)a^\xi + r^\xi(\beta - 2\lambda + \xi)(-\beta\lambda + \xi\lambda + 2))}{(a^\xi - b^\xi)(\xi^2 - (\beta - 2\lambda)^2)} \right\} \\
&+ \left\{ \frac{1}{2} r^{\frac{1}{2}(-2-\beta-\xi)} (C_{11} C_2 r^\xi (2 - \beta\lambda + \lambda\xi) - C_1 C_{11} (-2 + \lambda(\beta + \xi))) - C_{11} r^{2+q-\beta} (1 + (3+q-\beta)\lambda) \Omega_s \right\} \\
(u_r)_{Küre}^{FGM} &= \left\{ \frac{2 a^{\frac{1}{2}(-\beta+\alpha+3)} p_a r^{\frac{1}{2}(-\beta-\alpha-1)} (2\nu^2 + \nu - 1) ((-\beta + 4\lambda + \alpha - 1)b^\alpha + r^\alpha (\beta - 4\lambda + \alpha + 1))}{(a^\alpha - b^\alpha) E^*(\nu - 1)(\beta - 4\lambda - \alpha + 1)(\beta - 4\lambda + \alpha + 1)} \right\} \\
&+ \left\{ \frac{2 b^{\frac{1}{2}(-\beta+\alpha+3)} p_b r^{\frac{1}{2}(-\beta-\alpha-1)} (2\nu^2 + \nu - 1) ((-\beta + 4\lambda + \alpha - 1)a^\alpha + r^\alpha (\beta - 4\lambda + \alpha + 1))}{(a^\alpha - b^\alpha) E^*(\nu - 1)(\beta - 4\lambda + \alpha + 1)(-\beta + 4\lambda + \alpha - 1)} \right\} \\
&+ \left\{ r^{\frac{1}{2}(-\beta-\alpha-1)} (D_1 + D_2 r^\alpha) - r^{3+q-\beta} \Omega_k \right\} \\
(\sigma_r)_{Küre}^{FGM} &= \left\{ \frac{a^{\frac{1}{2}(-\beta+\alpha+3)} p_a r^{\frac{1}{2}(\beta-\alpha-3)} (b^\alpha - r^\alpha)}{a^\alpha - b^\alpha} \right\} + \left\{ \frac{b^{\frac{1}{2}(-\beta+\alpha+3)} p_b r^{\frac{1}{2}(\beta-\alpha-3)} (a^\alpha - r^\alpha)}{b^\alpha - a^\alpha} \right\} \\
&+ \left\{ -\frac{1}{2} C_{11} r^{\frac{(-3-2\beta-\alpha)}{2}} \left(D_2 r^{\alpha+\frac{\beta}{2}} (1 + \beta - 4\lambda - \alpha) + D_1 r^{\frac{\beta}{2}} (1 + \beta - 4\lambda + \alpha) + 2r^{\frac{7+2q+\alpha}{2}} (3+q-\beta+2\lambda) \Omega_k \right) \right\} \\
(\sigma_\theta)_{Küre}^{FGM} &= \left\{ \frac{1}{2} C_{11} r^{\frac{(-3-2\beta-\alpha)}{2}} \left(-D_2 r^{\alpha+\frac{\beta}{2}} k_1 - D_1 r^{\frac{\beta}{2}} k_2 - 2r^{\frac{7+2q+\alpha}{2}} (1 + (4+q-\beta)\lambda) \Omega_k \right) \right\} \\
&+ \left\{ \frac{a^{\frac{1}{2}(-\beta+\alpha+3)} p_a r^{\frac{1}{2}(\beta-\alpha-3)} (k_3 b^\alpha + r^\alpha k_4)}{(a^\alpha - b^\alpha)(\beta - 4\lambda - \alpha + 1)(\beta - 4\lambda + \alpha + 1)} \right\} + \left\{ \frac{b^{\frac{1}{2}(-\beta+\alpha+3)} p_b r^{\frac{1}{2}(\beta-\alpha-3)} (k_3 a^\alpha + r^\alpha k_4)}{(a^\alpha - b^\alpha)(\beta - 4\lambda + \alpha + 1)(-\beta + 4\lambda + \alpha - 1)} \right\}
\end{aligned}$$

SAYISAL UYGULAMALAR ve SONUÇLAR

Literatürde basit kuvvet fonksiyonu ile döneleksen simetrik yapıların elastik analizinde, bazı araştırmacılar (3) denklemlerinde sağ taraftaki $(r^{1+q-\beta})$ ifadesinde $\beta = q$ kabulü yaparak çözüm bulmuşlardır. Bu kabul ile yoğunluğun değişim etkisi yazılanın aksine göz önüne alınmamakla kalmayıp, elastisite modülünün değişiminin dönmeye olan katkısı da tamamen

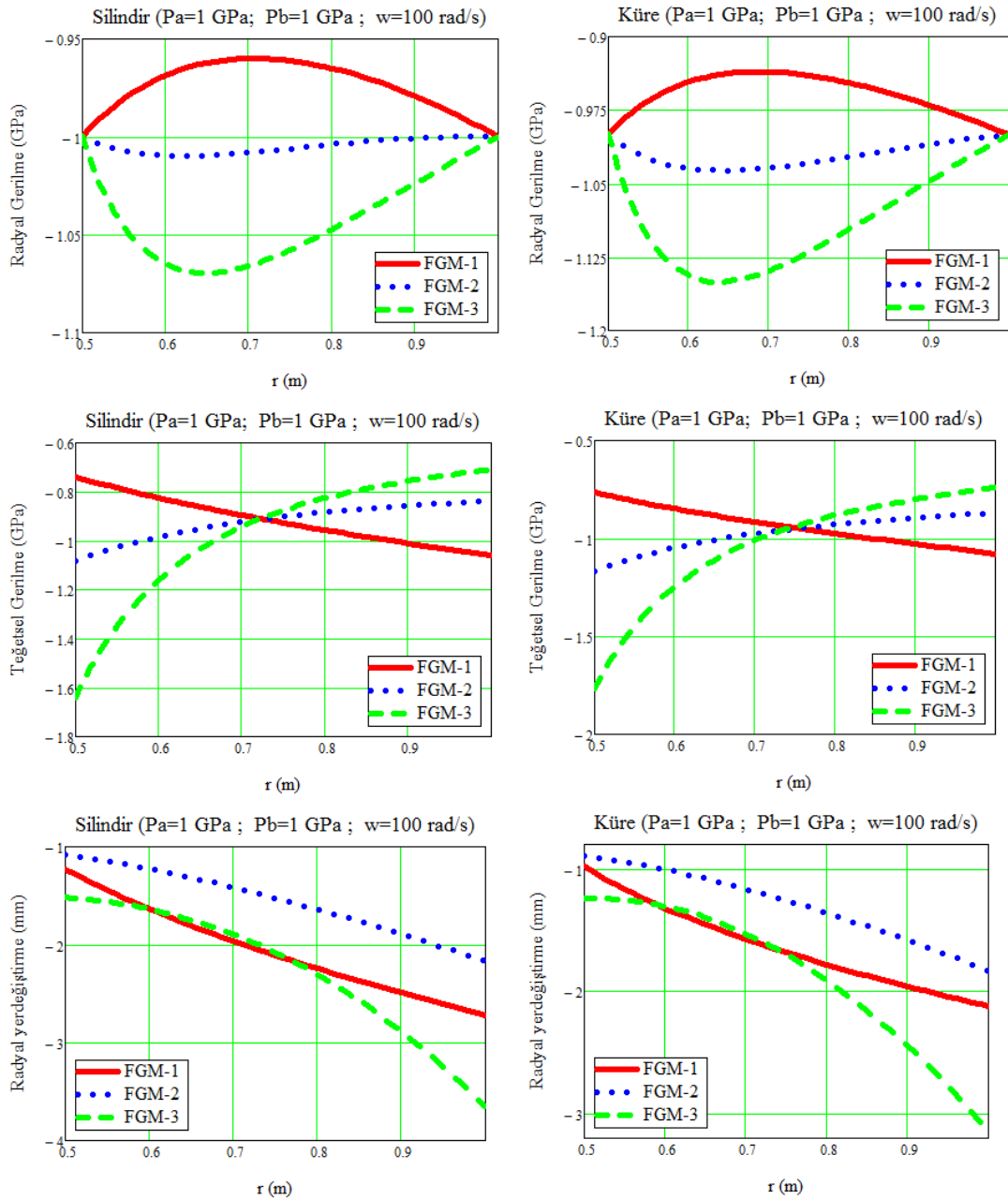
iptal edilmiş olmaktadır. Sonuç olarak problemde dönme katkıları (3) denkleminde sağ taraf izotrop ve homojen bir malzemeymiş gibi (sadece iç yüzeydeki veya sadece dış yüzeydeki malzeme kullanılarak) ele alınmaktadır. Üstelik bu özelliğe sahip gerçek bir malzeme bulmak ta imkânsız gibidir. Böyle bir çözüm gerçekten uzaktır ve okuyucuları yanıltıcı bir mahiyettedir. Bazı çalışmalar da yoğunluk sabit kabulü ile gerçekleştirilmiştir. Bazılarında sadece iç basınç, bazılarında sadece dış basınç etkisi göz önüne alınmıştır. Yazarlar dönele simetrik yapılar için mevcut çözümlerin bazılarının kullanımının kolay olmaması, bazılarının yukarıda anlatıldığı gibi yanlış kabullere dayanması, basım hataları, eksik veri, doğru formülasyon fakat sayısal sonuç bulunmaması, sayısal sonuçlardan ihtiyaç duyulan etkilerin ayrıştırılamaması v.b. gibi nedenler yüzünden, üzerinde çalıştıkları sayısal yöntemlerini destekleyici mahiyette kullanmak üzere bu çalışmaya girişmek zorunda kalmışlardır. Sonuçta kendileri gibi aynı durumda olan/olabilecek araştırmacılara yararlı ve kullanışlı bir kaynak sunabilmek amacı ile bu bildiriye hazırlamışlardır. Bu formüller çalışmaların kontrolleri amacına ilaveten doğrudan tasarım ve optimizasyonda da kullanılabilir.

Silindir için elde edilen çözümler, çözümlerde $C_{11}(r) = \frac{E(r)}{(1-\nu^2)}$ ve $\lambda = \nu$ konulması

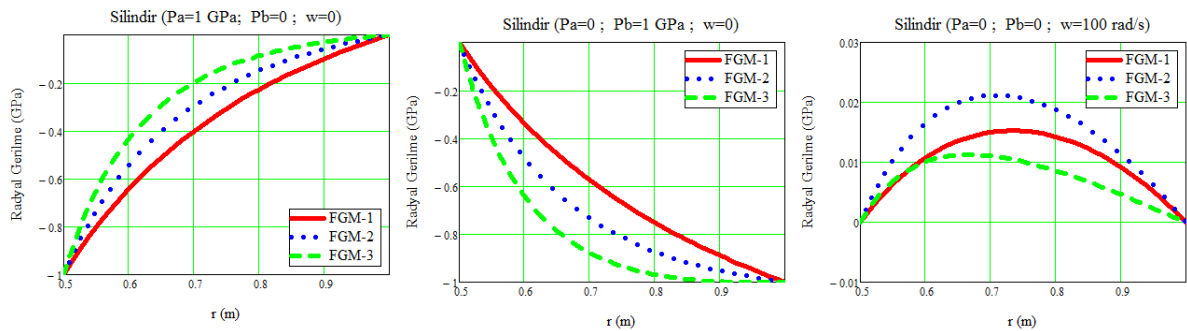
durumunda düzlem gerilme halindeki sabit kalınlıklı disk için de geçerlidir. Mevcut formüllerde radyal gerilmenin λ ' dan bağımsız olduğu görülmektedir. Bu aynı özelliklere sahip disk ve silindir geometrilerinde, radyal gerilme çözümlerinin sayısal olarak ta tıpatıp aynı olacağı anlamına gelir. Bu çalışmada 3 farklı metal-seramik çifti kullanılmış, malzeme özellikleri Çizelge (1) de sunulmuştur. Geometrik özellikler olarak: $a = 0.5m$, $b = 1m$ alınmış, iç yüzey tamamen seramik, dış yüzey tamamen metal olacak şekilde fonksiyonel derecelendirme yapılmıştır. İç ve dış basınç ile dönme etkisinin eş zamanlı etkimesi durumundaki silindir ve küre için gerilme ve yer değiştirmeler Şekil 2'de; iç ve dış basıncın ve dönmenin ayrı olarak etkimesi durumundaki radyal gerilmeler ise sadece silindir için Şekil 3' te, teğetsel gerilmeler sadece küre için Şekil 4'te sunulmuştur. Bu grafiklerden dönme etkisinin, basınç etkisinin çok altında olduğu açıkça görülmektedir. Sadece dönme halinde maksimum radyal gerilmelerin yeri FGM tipine göre ortaldan iç veya dış yüzeye doğru kayabilmektedir.

Çizelge 1. Malzeme özellikleri

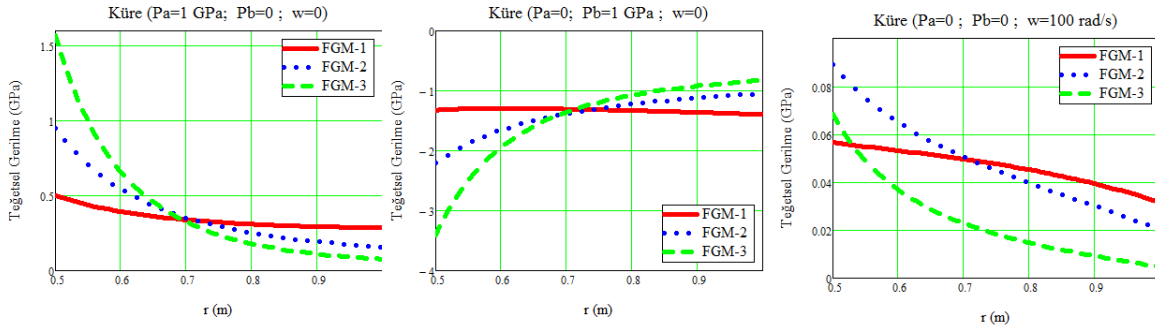
| | | E (GPa) | ρ (kg/m ³) | ν | β | q |
|--|---|-----------|-----------------------------|--------|---------|--------|
| FGM-1 (ZrO ₂ / SUS ₃ O ₄) | Zirconium Oxide (ZrO ₂) | 116.4 | 3657 | 0.3 | 0.788 | 1.093 |
| | SUS304 (Stainless Steel) | 201.04 | 7800 | 0.3262 | | |
| FGM-2 (Si ₃ N ₄ / Ni) | Silicon Nitride (Si ₃ N ₄) | 348.43 | 4429 | 0.24 | -0.804 | 1.007 |
| | Nickel (Ni) | 199.5 | 8900 | 0.3 | | |
| FGM-3 (Al ₂ O ₃ / Al) | Aluminum Oxide (Al ₂ O ₃) | 393 | 3970 | 0.3 | -2.489 | -0.556 |
| | Aluminum (Al) | 70 | 2700 | 0.3 | | |



Şekil 2. İç/dış basınç ile dönme etkisinin eş zamanlı etkimesi halinde gerilme ve yer değiştirmeler



Şekil 3. Silindirde iç/dış basıncın ve dönmenin ayrı olarak etkimesi durumdaki radyal gerilmeler



Şekil 4. Kürede iç/dış basınç ve dönmenin ayrıık etkimesi durumundaki teğetsel gerilmeler

KAYNAKLAR

- [1] C. O. Horgan and A. M. Chan, The Pressurized Hollow Cylinder or Disk Problem for Functionally Graded Isotropic Linear Elastic Materials, *Journal of Elasticity*, Vol. 55, No. 1, 1999, pp. 43-59.
- [2] Tarn, J. Q. Exact solutions for functionally graded anisotropic cylinders subjected to thermal and mechanical loads. *Int. J. Solids Struct.*, 2001, 38 (46-47), 8189-8206.
- [3] Tutuncu, N. and Ozturk, M., Exact Solutions for Stresses in Functionally Graded Pressure Vessels, *Composites: Part B*, Vol. 32, (2001), 683-686.
- [4] Jabbari, M., Sohrabpour, S., Eslami, M.R., General solution for mechanical and thermal stresses in a functionally graded hollow cylinder due to nonaxisymmetric steady-state loads, *J. Appl. Mech.* 70, 111-118 (2003)
- [5] You, L.H., Zhang, J.J. and You, X.Y., Elastic Analysis of Internally Pressurized Thick-Walled Spherical Pressure Vessels of Functionally Graded Materials, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 82, (2005), 347-354.
- [6] Eslami, M.R., Babaei, M.H. and Poultangari, R., Thermal and Mechanical Stresses in a Functionally Graded Thick Sphere, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 82, (2005), 522-527
- [7] Zhifei S., Taotao, Z. and Hongjun, X., Exact Solutions of Heterogeneous Elastic Hollow Cylinders, *Composite Structures*, Vol. 79, (2007), 140-147
- [8] Tutuncu, N., Stresses in thick-walled FGM cylinders with exponentially-varying properties, *Eng. Struct.* 29, 2032-2035 (2007)
- [9] Jabbari, M., Mohazzab, A. H., Bahtui, A., and Eslami, M. R., Analytical solution for three-dimensional stresses in a short length FGM hollow cylinder. *J. Appl. Math. Mech.* Zamm Z. Angew. Math. Mech., 2007, 87, 413-429.
- [10] Batra, R.C., Iaccarino, G.L., Exact solutions for radial deformations of functionally graded isotropic and incompressible second-order elastic cylinders, *Int. J. Non-Linear Mech.* 43, 383-398 (2008)
- [11] G.H. Rahimi, M.Z. Nejad, 2008, Exact solutions for thermal stresses in rotating thick-walled cylinder of functionally graded materials, *J. of Applied Sciences*, 8 (18) 3267-3272
- [12] A.R. Saidi, S.R. Atashipour and E. Jomehzadeh. Exact elasticity solutions for thick-walled FG spherical pressure vessels with linearly and exponentially varying properties, *IJE Transactions A: Basics*, Vol. 22, No. 4, 2009 - 405-416
- [13] A. M. Zenkour Rotating Variable-Thickness Inhomogeneous Cylinders: Part I—Analytical Elastic Solutions, *Applied Mathematics*, 2010, 1, 481-488
- [14] S. S. Vel, Exact Thermoelastic Analysis of Functionally Graded Anisotropic Hollow Cylinders with Arbitrary Material Gradation, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 18:14-31, 2011

- [15] A. R. Khorshidv and, S.M.R. Khalili, A New Analytical Solution for Deformation and Stresses in Functionally Graded Rotating cylinder Subjected to Thermal and Mechanical Loads, *Continuum Mechanics, Fluids, Heat* 201-204
- [16] M. Z. Nejad, M. Abedi, M. H. Lotfian and M. Ghannad An exact solution for stresses and displacements of pressurized FGM thick-walled spherical shells with exponential-varying properties, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26 (12) (2012) 4081~4087
- [17] Y. Bayat, M. Ghannad, H. Torabi, Analytical and numerical analysis for the FGM thick sphere under combined pressure and temperature loading, *Arch Appl Mech* (2012) 82:229–242
- [18] R. Sburlati, Analytical elastic solutions for pressurized hollow cylinders with internal functionally graded coatings, *Composite Structures* 94 (2012) 3592–3600