



XIX. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ  
24-28 Ağustos 2015, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon

## RİJİT ORTAM ÜZERİNDEKİ VİSKO-ELASTİK ÖRTÜ TABAKASI VE VİSKO-ELASTİK LEVHADAN OLUŞAN SİSTEMİN DİNAMİK DAVRANIŞINA LEVHA YÜKSEKLİĞİNİN ETKİSİ

Surkay Akbarov<sup>1</sup>, Nihat İlhan<sup>2</sup> ve Nezihe Sevgi Şahin<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

### ABSTRACT

This paper investigates the dynamic response to a time-harmonic moving load of a system comprising visco-elastic covering layer and a visco-elastic layer on a rigid foundation. The effects of the viscoelasticity of the materials and the plate thickness on the dynamic response of system are investigated.

Mathematical formulation of the sought problem is performed within the framework of the equation of wave-propagation on visco-elastic spaces and the solution of the obtained boundary value problem is found by applying Fourier transformation. The research is performed within the scope of the piecewise-homogeneous body model. The investigation of the appropriate problem for visco-elastic covering layer and visco-elastic half plane condition is handled in [1].

The effects of material parameters and plate thicknesses on numerical results related to critical velocity and stress distribution are presented.

### ÖZET

Çalışmada rijit bir ortam üzerindeki visko-elastik levha ve bunun üzerindeki visko-elastik örtü tabakasından oluşan sistemin harmonik değişen hareketli yük etkisindeki dinamik davranışı ele alınmıştır. Sistemin bileşenlerindeki visko-elastisitenin ve tabaka kalınlıklarının bu davranışa etkisi incelenmiştir.

Visko-elastik ortamlarda dalga yayılımının kesin denklemleri çerçevesinde uygun problemin matematiksel formülasyonu yapılmış ve elde edilen sınır değer probleminin çözümü integral Fourier dönüşümü uygulanarak bulunmuştur. Araştırma parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde yapılmıştır. Visko-elastik örtü tabakası ve visko-elastik yarı-düzlem durumuna ait uygun problemin incelenmesi [1] de ele alınmıştır.

Çalışmada malzeme parametrelerinin ve levha kalınlıklarının kritik hıza ve gerilme yayılımına etkisine ait sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

### GİRİŞ

Hareketli yük etkisindeki ortamlarda dinamik davranışın belirlenmesine yönelik çalışmalar geçmişten günümüze kadar önemli bir problem olarak ele alınmaktadır. Bu alanda yapılan çalışmalar, özellikle yüksek hızlı tren teknolojisinin dünya çapında artan ulaşım ihtiyacının en verimli koşullarda, hızlı ve konforlu bir şekilde sağlanması açısından inşaat mühendisliği, çevre mühendisliği, geoteknik mühendisliği, makine mühendisliği gibi birçok mühendislik dallarını kapsamakta olup, önemli bir araştırma konusu olarak güncelliğini kaybetmemektedir.

Hareketli yük etkisindeki tabakalı sistemlerin dinamik davranışı ile ilgili ilk çalışma [2] de ortaya atılan araştırma ile başlamıştır. Zamanla bu çalışma araştırmacılarca sürekli olarak

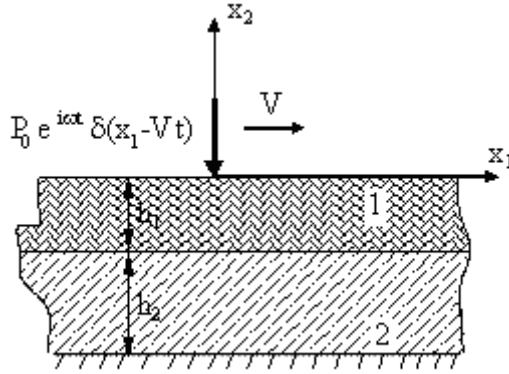
geliştirilmiştir; bu konunun geliştirilmesine yönelik çalışmalar [3 - 9] da ele alınmıştır. Ayrıca [10 - 12] deki çalışmalarda titreşimli hareketli yükün tabakalı sistemlere etkisi incelenmiştir. Bu çalışmalarda titreşimli hareketli yük olması durumunda, titreşim olmadığı durumda elde edilen kritik hız değerinden daha büyük ve daha küçük olmak üzere iki farklı kritik hız değerinin oluştuğu saptanmıştır.

Visko-elastik örtü tabakası ve visko-elastik yarı-düzlem durumuna ait uygun problemin incelenmesi [1] de ele alınmıştır. Ayrıca [13] te titreşimli hareketli yük etkisi altındaki visko-elastik örtü tabakası ve visko-elastik yarı-düzlemden oluşan sistemde visko-elastisiteye yönelik reolojik malzeme parametrelerinin kritik hız ve gerilme yayılımına etkisi incelenmiştir.

Mevcut çalışmada rijit bir ortam üzerindeki visko-elastik levha ve bunun üzerindeki visko-elastik örtü tabakasından oluşan sistemin harmonik değişen hareketli yük etkisindeki dinamik davranışı ele alınmıştır. Sistemin bileşenlerindeki visko-elastisite özelliklerini etkileyen parametrelerin ve tabaka kalınlıklarının gerilme yayılımına etkisine ait sayısal sonuçlar elde edilmiş ve yorumlanmıştır.

### ALAN DENKLEMLERİ VE FORMÜLASYON

Kalınlıkları sırasıyla  $h_1$  ve  $h_2$  olan visko-elastik örtü tabakası ve visko-elastik levha rijit ortam üzerinde bulunmaktadır (Şekil 1). Örtü tabakası ve visko-elastik levhanın sınırları sırasıyla  $\{-\infty < x_1 < \infty, -h_1 \leq x_2 \leq 0, -\infty < x_3 < +\infty\}$ ,  $\{-\infty < x_1 < +\infty, -(h_1 + h_2) \leq x_2 \leq -h_1, -\infty < x_3 < \infty\}$  şeklinde tanımlanmaktadır. Tabakalar homojen ve izotrop olarak kabul edilmiş olup,  $Ox_1x_2$  düzleminde düzlem şekil değiştirme durumu dikkate alınmıştır. Formülasyonlar yazılırken tabakalar için sırasıyla (1) ve (2) üst indisleri kullanılmıştır.



Şekil 1. Sistemin geometrisi.

Probleme ilişkin hareket denklemi (1) de verilmiştir.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(m)}}{\partial x_i} = \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_j^{(m)}}{\partial t^2} \quad i, j = 1, 2, \quad m = 1, 2. \quad (1)$$

Visko-elastik levhada şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları izleyen şekilde olmaktadır.

$$\varepsilon_{ij}^{(m)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, \quad m = 1, 2. \quad (2)$$

Düzlem şekil değiştirme durumu için aşağıda verilen eşitlikler yazılabilir:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{11}^{(m)}}{dt} + q^{(m)} \sigma_{11}^{(m)} &= \lambda_0^{(m)} \left( \frac{d\theta^{(m)}}{dt} + r_\lambda^{(m)} \theta^{(m)} \right) + 2\mu_0^{(m)} \left( \frac{d\varepsilon_{11}^{(m)}}{dt} + r_\mu^{(m)} \varepsilon_{11}^{(m)} \right) \\ \frac{d\sigma_{22}^{(m)}}{dt} + q^{(m)} \sigma_{22}^{(m)} &= \lambda_0^{(m)} \left( \frac{d\theta^{(m)}}{dt} + r_\lambda^{(m)} \theta^{(m)} \right) + 2\mu_0^{(m)} \left( \frac{d\varepsilon_{22}^{(m)}}{dt} + r_\mu^{(m)} \varepsilon_{22}^{(m)} \right) \\ \frac{d\sigma_{12}^{(m)}}{dt} + q^{(m)} \sigma_{12}^{(m)} &= 2\mu_0^{(m)} \left( \frac{d\varepsilon_{12}^{(m)}}{dt} + r_\mu^{(m)} \varepsilon_{12}^{(m)} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

(3) eşitliğinde  $\lambda_0^{(m)}$  ve  $\mu_0^{(m)}$  Lamé sabitlerinin anlık değerleridir.  $q^{(m)}$ ,  $r_\lambda^{(m)}$  ve  $r_\mu^{(m)}$  dikkate alınan sistemde m. tabakanın reolojik parametreleridir. Ayrıca (3) eşitliğinde  $1/q^{(m)}$ ,  $1/r_\lambda^{(m)}$  ve  $1/r_\mu^{(m)}$  oranları zaman boyutuna sahiptir. Sonuç olarak  $1/q^{(m)}$  karakteristik relaksasyon süresi şeklinde,  $1/r_\lambda^{(m)}$  veya  $1/r_\mu^{(m)}$  ise sünme süresi şeklinde dikkate alınabilir.

Örtü tabakasının üst yüzeyinde;

$$\sigma_{12}^{(1)} \Big|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{22}^{(1)} \Big|_{x_2=0} = P e^{i\omega t} \delta(x_1 - Vt) \quad (4)$$

sınır koşulları bulunmaktadır. Buradaki  $\delta$  Dirac delta fonksiyonunu göstermektedir. Örtü tabakası ile visko-elastik levha arasındaki yüzeyde izleyen tam temas koşulları bulunmaktadır:

$$\sigma_{i2}^{(1)} \Big|_{x_2=-h_1} = \sigma_{i2}^{(2)} \Big|_{x_2=-h_1}, \quad u_i^{(1)} \Big|_{x_2=-h_1} = u_i^{(2)} \Big|_{x_2=-h_1}, \quad i=1,2 \quad (5)$$

Ayrıca visko-elastik levhanın rijit ortam üzerine temas ettiği bölgede yer değiştirme oluşmamaktadır.

$$u_1^{(2)} \Big|_{x_2=-(h_1+h_2)} = 0, \quad u_2^{(2)} \Big|_{x_2=-(h_1+h_2)} = 0 \quad (6)$$

(4-6) sınır ve süreklilik koşulları kullanılarak çözümü yapılan (1-3) denklemleri ile probleme ait bilinmeyen büyüklükler hesaplanabilmektedir.

$g(x'_1, x'_2, t) = \bar{g}(x'_1, x'_2) e^{i\omega t}$  tanımlaması ve  $x'_2 = x_2$ ,  $x'_1 = x_1 - Vt$  hareketli koordinat sistemi kullanılarak (1) den aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(m)}}{\partial x_i} = \rho^{(m)} \left( -V^2 \frac{\partial^2 u_j^{(m)}}{\partial x_1^2} - 2i\omega V \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_1} - \omega^2 u_j^{(m)} \right) \quad (7)$$

(4) eşitliğinde verilen ikinci sınır koşulu ve (3) korunum eşitliği, sırasıyla (8) ve (9) eşitliklerine dönüşür.

$$\sigma_{22}^{(1)} \Big|_{x_2=0} = -P \delta(x_1) \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
-V \frac{d\sigma_{11}^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + q^{(m)})\sigma_{11}^{(m)} &= \lambda_0^{(m)} \left( -V \frac{d\theta^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + r_\lambda^{(m)})\theta^{(m)} \right) + 2\mu_0^{(m)} \left( -V \frac{d\varepsilon_{11}^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + r_\mu^{(m)})\varepsilon_{11}^{(m)} \right), \\
-V \frac{d\sigma_{22}^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + q^{(m)})\sigma_{22}^{(m)} &= \lambda_0^{(m)} \left( -V \frac{d\theta^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + r_\lambda^{(m)})\theta^{(m)} \right) + 2\mu_0^{(m)} \left( -V \frac{d\varepsilon_{22}^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + r_\mu^{(m)})\varepsilon_{22}^{(m)} \right), \\
-V \frac{d\sigma_{12}^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + q^{(m)})\sigma_{12}^{(m)} &= 2\mu_0^{(m)} \left( -V \frac{d\varepsilon_{12}^{(m)}}{dx_1} + (i\omega + r_\mu^{(m)})\varepsilon_{12}^{(m)} \right).
\end{aligned} \quad (9)$$

Eşitliklerin çözümünde  $f_F(sx_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-isx_1} dx_1$  Fourier integral dönüşümü kullanılmıştır.

Böylece hareket denklemi:

$$\begin{aligned}
is\sigma_{11F}^{(m)} + \frac{d\sigma_{12F}^{(m)}}{dx_2} &= \rho^{(m)} (s^2V^2 - 2s\omega V - \omega^2) u_{1F}^{(m)}, \\
is\sigma_{12F}^{(m)} + \frac{d\sigma_{22F}^{(m)}}{dx_2} &= \rho^{(m)} (s^2V^2 - 2s\omega V - \omega^2) u_{2F}^{(m)},
\end{aligned} \quad (10)$$

Şekil değiştirme - yer değiştirme bağıntısı:

$$\varepsilon_{11F}^{(m)} = isu_{1F}^{(m)}, \quad \varepsilon_{22F}^{(m)} = \frac{du_{2F}^{(m)}}{dx_2}, \quad \varepsilon_{12F}^{(m)} = \frac{1}{2} \left( isu_{2F}^{(m)} + \frac{du_{1F}^{(m)}}{dx_2} \right) \quad (11)$$

ve korunum eşitlikleri:

$$\begin{aligned}
(q^{(m)} - i(sV - \omega))\sigma_{11F}^{(m)} &= \lambda_0^{(m)} (r_\lambda^{(m)} i(sV - \omega))\theta_F^{(m)} + 2\mu_0^{(m)} (r_\mu^{(m)} i(sV - \omega))\varepsilon_{11F}^{(m)}, \\
(q^{(m)} - i(sV - \omega))\sigma_{22F}^{(m)} &= \lambda_0^{(m)} (r_\lambda^{(m)} i(sV - \omega))\theta_F^{(m)} + 2\mu_0^{(m)} (r_\mu^{(m)} i(sV - \omega))\varepsilon_{22F}^{(m)}, \\
(q^{(m)} - i(sV - \omega))\sigma_{12F}^{(m)} &= 2\mu_0^{(m)} (r_\mu^{(m)} i(sV - \omega))\varepsilon_{12F}^{(m)},
\end{aligned} \quad (12)$$

Şeklini alırlar. (2) eşitliği, (4) te verilen birinci sınır koşulu, (5) ve (6) daki temas koşulları Fourier dönüşümü sonrasında da aynı kalır. Ancak (4) te verilen ikinci sınır koşulu aşağıdaki şekilde değişir.

$$\sigma_{22F}^{(1)} \Big|_{x_2=0} = -P \quad (13)$$

Bazı matematiksel işlemler neticesinde:

$$\sigma_{11F}^{(m)} = \lambda_{com}^{(m)} \theta_F^{(m)} + 2\mu_{com}^{(m)} \varepsilon_{11F}^{(m)}, \quad \sigma_{22F}^{(m)} = \lambda_{com}^{(m)} \theta_F^{(m)} + 2\mu_{com}^{(m)} \varepsilon_{22F}^{(m)}, \quad \sigma_{12F}^{(m)} = 2\mu_{com}^{(m)} \varepsilon_{12F}^{(m)} \quad (14)$$

elde edilir. (14) eşitliğinde aşağıdaki notasyonlar kullanılmıştır:

$$\begin{aligned}
\lambda_{com}^{(m)} &= \lambda_1^{(m)} + i\lambda_2^{(m)}, \quad \mu_{com}^{(m)} = \mu_1^{(m)} + i\mu_2^{(m)} \\
\lambda_1^{(m)} &= \lambda_0^{(m)} \frac{d_\lambda^{(m)} + \left( Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} \right)^2 ((sh_1)c - \Omega)^2}{1 + \left( Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} \right)^2 ((sh_1)c - \Omega)^2}, \quad \lambda_2^{(m)} = \lambda_0^{(m)} \frac{Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} ((sh_1)c - \Omega) (d_\lambda^{(m)} - 1)}{1 + \left( Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} \right)^2 ((sh_1)c - \Omega)^2},
\end{aligned} \quad (15)$$

$$\mu_1^{(m)} = \mu_0^{(m)} \frac{d_\mu^{(m)} + \left( Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} \right)^2 ((sh_1)c - \Omega)^2}{1 + \left( Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} \right)^2 ((sh_1)c - \Omega)^2}, \quad \mu_2^{(m)} = \mu_0^{(m)} \frac{Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} ((sh_1)c - \Omega)(d_\mu^{(m)} - 1)}{1 + \left( Q^{(m)} \frac{c_2^{(1)}}{c_2^{(m)}} \right)^2 ((sh_1)c - \Omega)^2} \quad (16)$$

burada;

$$c = \frac{V}{c_2^{(1)}}, \quad \Omega = \frac{h_1 \omega}{c_2^{(1)}}, \quad Q^{(m)} = \frac{c_2^{(1)}}{h_1 q^{(m)}}, \quad d_\lambda^{(m)} = \frac{r_\lambda^{(m)}}{q^{(m)}}, \quad d_\mu^{(m)} = \frac{r_\mu^{(m)}}{q^{(m)}} \quad (17)$$

olmaktadır.

Böylece (4), (5) ve (1) eşitliklerini kullanarak  $u_{1F}^{(m)}$  ve  $u_{2F}^{(m)}$  için eşitlikler elde edilir.

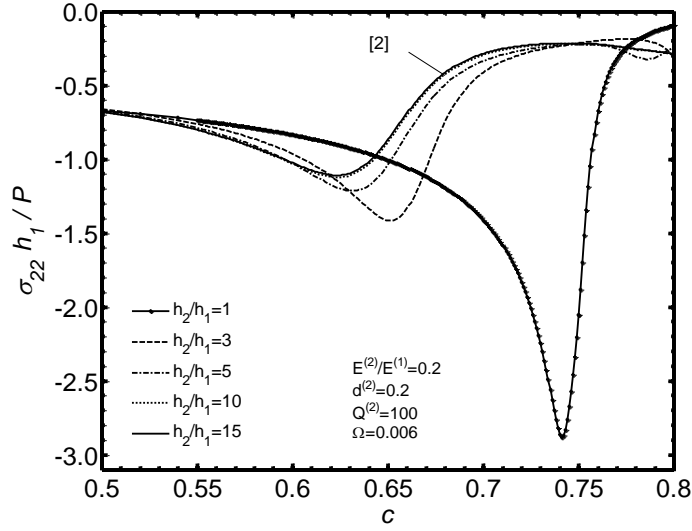
### SAYISAL SONUÇLAR

Çalışmada tanımlanan problemin çözümü için geliştirilen algoritma ile elde edilen sayısal sonuçlar grafiksel olarak verilmiş ve yorumlanmıştır. Bu çalışmada levha kalınlıklarının değişimi,  $h_2 / h_1$  oranı dikkate alınarak, visko-elastik iki tabakanın temas yüzeyindeki boyutsuz hızla göre gerilme dağılımı incelenmektedir. Ayrıca ikinci tabakaya ait visko-elastik özellikleri belirleyen reolojik parametreler olan,  $d^{(2)}$  ve  $Q^{(2)}$  parametrelerinin de hız - gerilme yayılımına etkisi incelenmiştir.

Basitleştirme açısından  $d_\lambda^{(m)} = d_\mu^{(m)}$  olarak varsayılmıştır ve  $d^{(m)} (= d_\lambda^{(m)} = d_\mu^{(m)})$  şeklinde tanımlanmıştır.  $d^{(2)}$  ve  $Q^{(2)}$  parametrelerinin değerindeki azalma, ikinci tabaka malzemesinin viskozite özelliklerinde artışa işaret etmektedir. Diğer taraftan bu parametrelerdeki artış, viskozitede azalmayı işaret etmektedir.

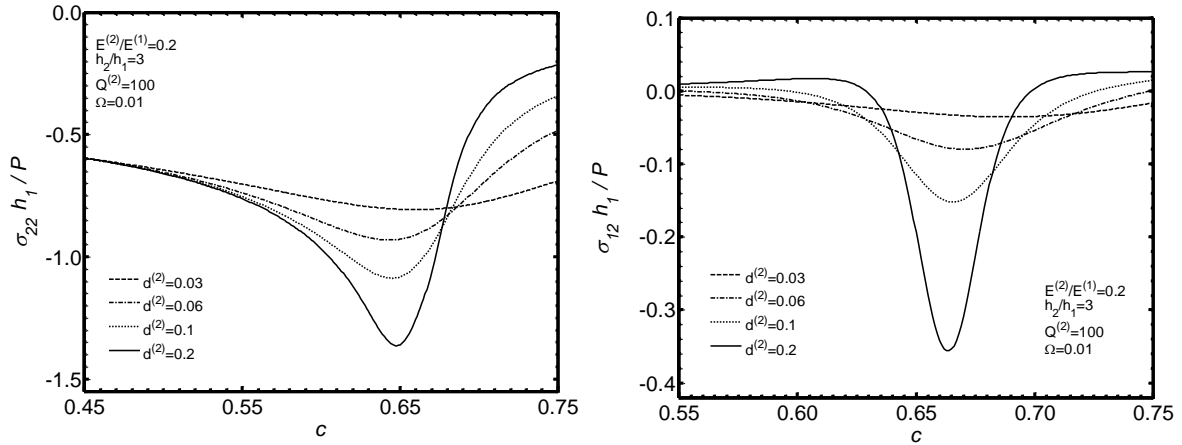
Bu çözüm yöntemini ve yazılan algoritmanın doğruluğunu kanıtlamak amacı ile [2] çalışmasındaki sayısal sonuçlar uygun parametreler alınarak karşılaştırılmıştır.  $h_2 / h_1$  oranı arttıkça problem teorik olarak örtü tabakalı yarı sonsuz levha problemine [2] dönüşmektedir. Böylelikle özel bir durum için sayısal sonuçlar mukayese edilebilmektedir.  $h_2 / h_1 = 15$  değeri bu duruma karşılık gelmektedir.

Şekil 2 de bu karşılaştırma verilmiştir. Burada  $E_0^{(2)} / E_0^{(1)} = 0.2$ ,  $\nu_0^{(2)} = \nu_0^{(1)} = 0.3$ ,  $\rho^{(2)} / \rho^{(1)} = 0.35$  ve  $\Omega = 0.006$  alınmıştır.  $x_1 / h_1 = 0$  da  $\sigma_{22} h_1 / P$  nin (17) de tanımlanan boyutsuz hız  $c$  ye göre değişimi incelenmiştir. Şekil 2 de  $Q^{(2)} = 100$  alınarak farklı  $h_2 / h_1$  oranlarına göre gerilme dağılımı incelenmiştir.



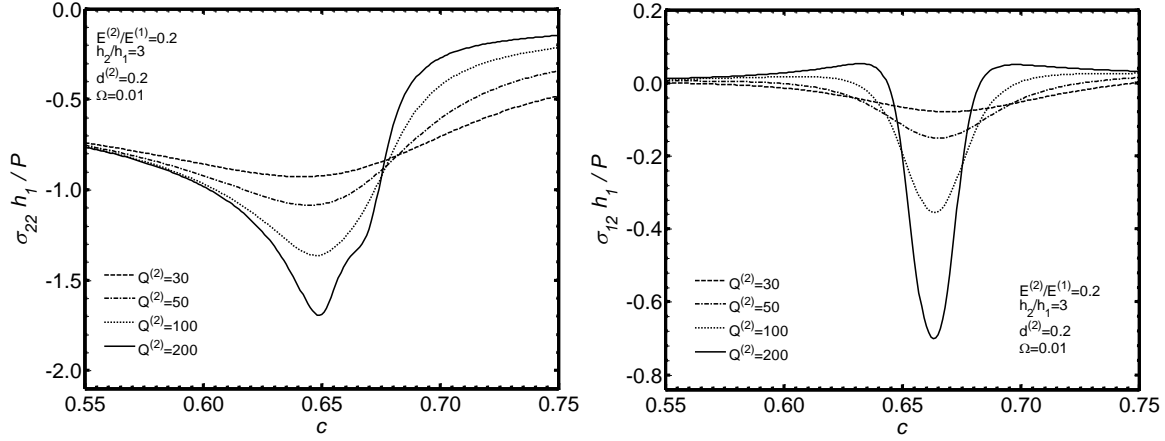
Şekil 2. Levha yüksek oranlarındaki değişimin kritik hıza etkisi

Şekil 2 de görüldüğü üzere levha kalınlıklarının artışı ile normal gerilme - boyutsuz hız ( $\sigma_{22} - c$ ) değişimine etkisi incelenmiştir. Normal gerilme  $\sigma_{22}$  nin mutlak maksimum değerleri  $h_2/h_1$  oranının artması ile azalmaktadır. Ayrıca normal gerilmenin mutlak en büyük değerine karşılık gelen kritik hız değerleri küçülmektedir.

Şekil 3.  $\Omega=0.01$  için  $d^{(2)}$  parametresinin a) normal gerilme, b) kayma gerilme dağılımlarına etkisi

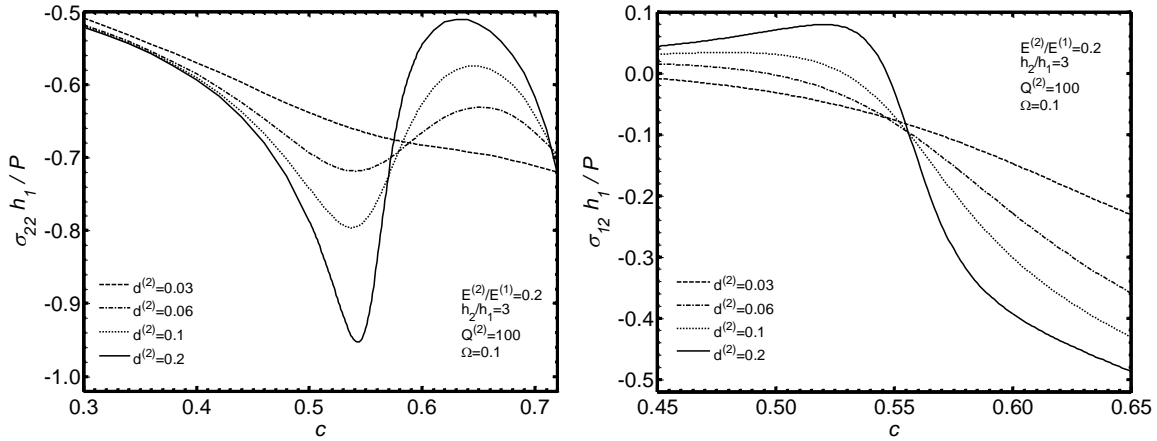
Şekil 3, 4 (a) ve (b) de  $E_0^{(2)}/E_0^{(1)} = 0.2$ ,  $\nu_0^{(2)} = \nu_0^{(1)} = 0.3$ ,  $\rho^{(2)}/\rho^{(1)} = 0.35$  ve  $\Omega = 0.01$  alınmıştır.  $x_1/h_1 = 0$  da  $\sigma_{22}h_1/P$  nin  $c$  ye göre değişimi ve  $x_1/h_1 = 0.7$  de  $\sigma_{12}h_1/P$  nin  $c$  ye göre değişimi incelenmiştir.

Şekil 3 (a) da  $Q^{(2)} = 100$ ,  $h_2/h_1 = 3$  için farklı  $d^{(2)}$  parametresinin boyutsuz hıza göre  $\sigma_{22}$  normal gerilmesinin ( $\sigma_{22} - c$ ) dağılımı, Şekil 3b de  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin ( $\sigma_{12} - c$ ) dağılımı incelenmiştir.  $d^{(2)}$  parametresinin artması ile malzemenin viskozitesi azalmakta, elastik duruma yaklaşmaktadır. Bu durumda beklenen şekilde  $\sigma_{22}$  normal gerilmesi ve  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin mutlak en büyük değeri artmaktadır.



Şekil 4.  $\Omega = 0.01$  için  $Q^{(2)}$  parametresinin a) normal gerilme, b) kayma gerilme dağılımlarına etkisi

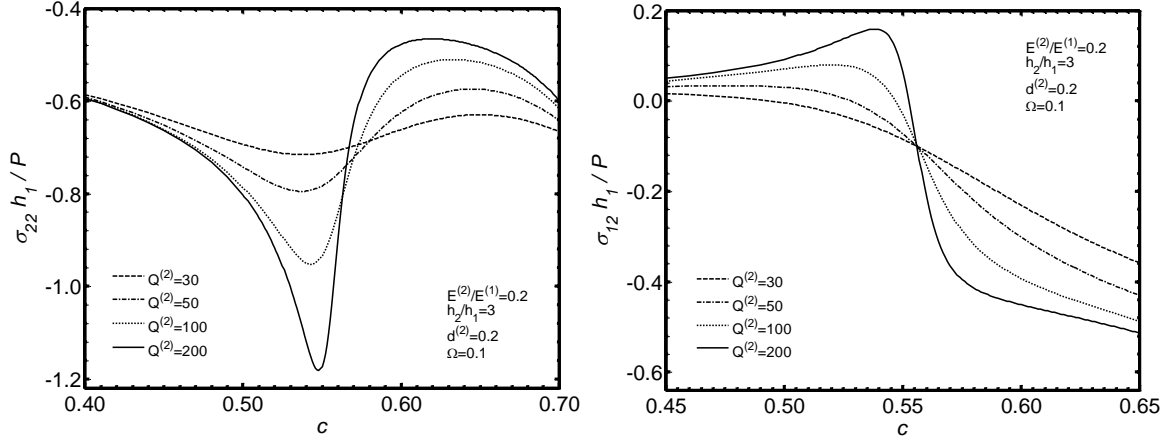
Şekil 4 (a) da  $d^{(2)} = 0.2$ ,  $h_2 / h_1 = 3$  için farklı  $Q^{(2)}$  parametresinin boyutsuz hıza göre  $\sigma_{22}$  normal gerilmesinin ( $\sigma_{22} - c$ ) dağılımı, Şekil 4 (b) de  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin ( $\sigma_{12} - c$ ) dağılımı incelenmiştir.  $Q^{(2)}$  parametresinin artması ile malzemenin viskozitesi azalmakta, elastik duruma yaklaşmaktadır. Bu durumda beklenen şekilde  $\sigma_{22}$  normal gerilmesi ve  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin mutlak en büyük değeri artmaktadır.



Şekil 5.  $\Omega = 0.1$  için  $d^{(2)}$  parametresinin a) normal gerilme, b) kayma gerilme dağılımlarına etkisi

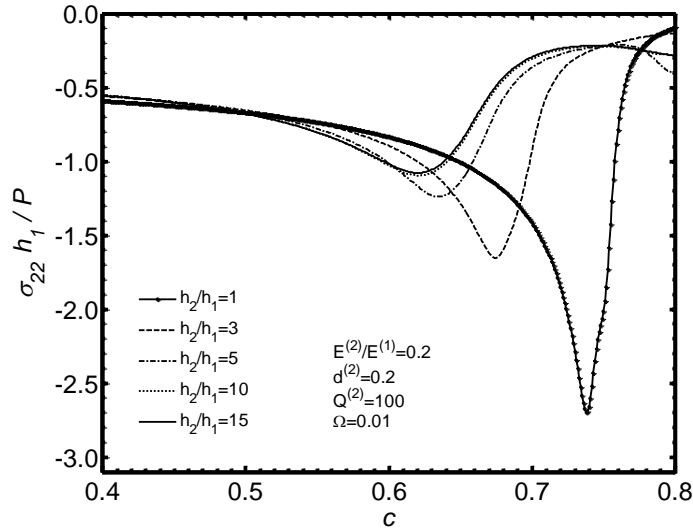
Şekil 5, 6 (a) ve (b) de  $E_0^{(2)} / E_0^{(1)} = 0.2$ ,  $v_0^{(2)} = v_0^{(1)} = 0.3$  ve  $\Omega = 0.01$  alınmıştır.  $x_1 / h_1 = 0$  da  $\sigma_{22} h_1 / P$  nin  $c$  ye göre değişimi ve  $x_1 / h_1 = 0.7$  de  $\sigma_{12} h_1 / P$  nin  $c$  ye göre değişimi incelenmiştir.

Şekil 5 (a) da  $Q^{(2)} = 100$ ,  $h_2 / h_1 = 3$  için farklı  $d^{(2)}$  parametresinin boyutsuz hıza göre  $\sigma_{22}$  normal gerilmesinin ( $\sigma_{22} - c$ ) dağılımı, Şekil 5(b) de  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin ( $\sigma_{12} - c$ ) dağılımı incelenmiştir.  $d^{(2)}$  parametresinin artması ile malzemenin viskozitesi azalmakta, elastik duruma yaklaşmaktadır. Bu durumda beklenen şekilde  $\sigma_{22}$  normal gerilmesi ve  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin mutlak en büyük değeri artmaktadır.



Şekil 6.  $\Omega = 0.1$  için  $Q^{(2)}$  parametresinin a) normal gerilme, b) kayma gerilme dağılımlarına etkisi

Şekil 6 (a) da  $d^{(2)} = 0.2$ ,  $h_2 / h_1 = 3$  için farklı  $Q^{(2)}$  parametresinin boyutsuz hıza göre  $\sigma_{22}$  normal gerilmesinin ( $\sigma_{22} - c$ ) dağılımı, Şekil 6 (b) de  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin ( $\sigma_{12} - c$ ) dağılımı incelenmiştir.  $Q^{(2)}$  parametresinin artması ile malzemenin viskozitesi azalmakta, elastik duruma yaklaşmaktadır. Bu durumda  $\sigma_{22}$  normal gerilmesi ve  $\sigma_{12}$  kayma gerilmesinin mutlak en büyük değeri artmaktadır.

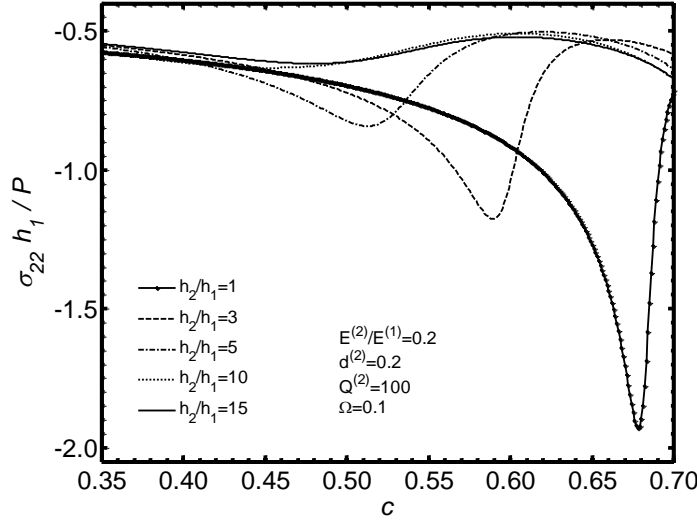


Şekil 7.  $\Omega = 0.01$  için levha yüksek oranlarındaki değişimin kritik hıza etkisi

Şekil 7 de  $E_0^{(2)} / E_0^{(1)} = 0.2$ ,  $v_0^{(2)} = v_0^{(1)} = 0.3$  ve  $\Omega = 0.01$  alınmıştır.  $x_1 / h_1 = 0$  da  $\sigma_{22} h_1 / P$  nin  $c$  ye göre değişimi incelenmiştir. Şekil 7 de  $Q^{(2)} = 100$  için farklı  $h_2 / h_1$  oranlarına göre gerilme dağılımı incelenmiştir.

Şekil 7 de görüldüğü üzere levha kalınlıklarının artışı ile normal gerilme - boyutsuz hız ( $\sigma_{22} - c$ ) değişimine etkisi incelenmiştir. Normal gerilme  $\sigma_{22}$  nin mutlak maksimum değerleri  $h_2 / h_1$  oranının artması ile, diğer bir deyişle tabaka kalınlığı oranlarının artması ile azalmaktadır. Ayrıca normal gerilmenin mutlak en büyük değerine karşılık gelen kritik hız değerleri belirgin bir biçimde küçülmektedir.





Şekil 8.  $\Omega = 0.1$  için levha yüksek oranlarındaki değişimin kritik hıza etkisi

### SONUÇLAR

Çalışmada rijit bir ortam üzerindeki visko-elastik levha ve bunun üzerindeki visko-elastik örtü tabakasından oluşan sistemin harmonik değişen hareketli yük etkisindeki dinamik davranışı ele alınmıştır. Sistemin bileşenlerindeki visko-elastisitenin ve tabaka kalınlıklarının bu davranışa etkisi incelenmiştir.

Elde edilen sonuçlara göre tabaka kalınlıkları oranı azaldıkça gerilme değerleri artmaktadır.

Malzemenin visko-elastik özelliklerini belirleyen parametreler olan,  $d^{(2)}$  ve  $Q^{(2)}$  parametrelerinin de gerilme yayılımına etkisi incelenmiştir.  $d^{(2)}$  ve  $Q^{(2)}$  parametrelerin değerindeki azalma ikinci tabaka malzemesinin viskozite özelliklerinde artışa işaret etmektedir.  $d^{(2)}$  ve  $Q^{(2)}$  parametreleri azaldıkça gerilmelerin mutlak en büyük değerleri azalmaktadır.

Ayrıca incelenen tüm problem parametreleri için  $h_2 / h_1$  oranının artması, diğer bir deyişle tabaka kalınlığı oranlarının artması ile normal gerilmenin mutlak en büyük değerine karşılık gelen boyutsuz hız değerleri yani  $c_{kr}$  kritik hız değerleri ve bu  $c_{kr}$  değerlerine karşılık gelen  $\sigma_{22}$  normal gerilme değerleri belirgin bir biçimde azalmaktadır.

Nümerik sonuçlar, temas yüzeyinde oluşan gerilme değerlerini göstermektedir. Mevcut çalışma, diğer hareketli ve titreşimli hareketli yük problemlerinde de uygulanabilir.

### KAYNAKLAR

- [1] S. D. Akbarov, *Dynamics of Pre-strained Bi-material Elastic Systems*, Springer, 2015.
- [2] J. D. Achenbach, S. P. Keshava, G. Herman, Moving load on a plate resting on an elastic half-space, *Trans ASME Ser. E. J. Appl. Mech.*, 1967: 34 (4) s. 183-189.
- [3] S. Yu. Babich, Yu. P. Glukhov, A.N. Guz, Dynamics of a layered compressible pre-stressed half-space under the influence of moving load, *Int. Appl. Mech.*, 1986: 22 (6) s. 808-815.
- [4] S. Yu. Babich, Yu. P. Glukhov, A.N. Guz, To the solution of the problem of the action of a live load on a two-layer half space with initial stress, *Int. Appl. Mech.*, 1988: 24 (8) s. 775-780.

- [5] S. Yu. Babich, Yu. P. Glukhov, A.N. Guz, Dynamics of a pre-stressed incompressible layered half-space under load, *Int. Appl. Mech.*, 2008: 44 (3) s. 268-285.
- [6] S. Yu. Babich, Yu. P. Glukhov, A.N. Guz, A dynamic for a pre-stressed compressible layered half-space under moving load, *Int. Appl. Mech.*, 2008b: 44 (4) s. 388-405.
- [7] S. D. Akbarov, C. Guler, E. Dincsoy, The critical speed of a moving load on a pre-stressed plate resting on a pre-stressed half-plane, *Mech. Comp. Mater.*, 2007: 43 (2) s. 388-405.
- [8] E. Dincsoy, V. Guler, S. D. Akbarov, Dynamical response of a pretrained system comprising of a substrate and bond and covering layers to a moving load, *Mech. Comp. Mater.*, 2009: 45 (5) s. 527-536.
- [9] S. D. Akbarov, N. İlhan, Dynamics of a system comprising a pre-stressed orthotropic layer and pre-stressed orthotropic half-plane under the action of a moving load, *Int. J. Solid Structure*, 2008: 45 (14-15) s. 4222-4235.
- [10] S. D. Akbarov, N. İlhan, Dynamics of a system comprising an orthotropic layer and orthotropic half-plane under the action of a oscillating moving load, *Int. J. Solid Structure*, 2009: 46 (21) s. 3873-3881.
- [11] S. D. Akbarov, K. A. Salmanova, On the dynamics of a finite pre-streined bi-layered slab resting on a rigid foundation under the action of an oscillating moving load, *J Sound Vibration*, 2009: 327 (3-5) s. 454-472.
- [12] N. İlhan, The critical speed of a moving time-harmonic load acting on a system consisting a pre-stressed orthotropic covering layer and a pre-stressed orthotropic half-plane, *Appl. Math. Model.*, 2012: 36 (8) s. 3663-3672.
- [13] S. D. Akbarov, N. İlhan, N. S. Sahin, Dynamic response to a time-harmonic moving load of a system comprising of viscoelastic layer covering a viscoelastic half space, *XVIII. International Conference on Mechanics on Composite Materials*, MCM 2014, Riga, Latvia, 2014, s. 21.