



XIX. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ  
24-28 Ağustos 2015, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon

## DÜZLEM ÇUBUK ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİNİN DENEYSEL OLARAK BELİRLENMESİ

Orhan Yapıcı<sup>1</sup>, Emre Karaman<sup>2</sup>, Sezer Öztürk<sup>3</sup>, Nihan Doğramacı Aksoylar<sup>4</sup> ve  
Cenk Aksoylar<sup>5</sup>

<sup>1,2,3,4,5</sup>Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesi, İstanbul

### ABSTRACT

In finite element method which is one of the most widely used numerical analysis method of structural systems, forces and displacements are related by stiffness matrix. The aim of this study is to determine the stiffness matrix of plane frame element by experimentally. Experimental studies are performed in two stages. In the first stage, tensile tests are done to determine the mechanical properties of the specimens. In the second stage, coefficients of stiffness matrix is determined experimentally using Load and Boundary Conditions Box (LBCB) which has ability to generate displacements and rotations in six degree of freedom by applying unit displacements. Then the related coefficients of stiffness matrix is compared with theoretical ones and reasons of deviations are examined. According to the results, it is observed that the values of related coefficients are quite close to each other.

### ÖZET

Yapısal sistemlerin sayısal analizleri içinde en yaygın kullanım alanına sahip olan sonlu elemanlar metodunun uygulanması sırasında her bir elemana ait serbestlik derecelerinde oluşan deplasman ve kuvvetlerin ilişkisi eleman rijitlik matrisleri ile oluşturulur. Bu çalışmanın amacı, elastik bölgede davranış gösteren çelik malzemeli bir düzlem çubuk elemanına ait rijitlik matrisinin deneysel çalışmalarla elde edilmesi ve teorik rijitlik matrisiyle karşılaştırılarak oluşan farklılıkların irdelenmesidir. Deneysel çalışmalar iki aşamalı olarak yürütülmüştür. Çalışmanın ilk aşamasında deneylerde kullanılacak numunelere ait mekanik malzeme özellikleri çekme testleri yapılarak belirlenmiştir. İkinci aşamada ise altı serbestlik dereceli yük ve deplasman hücresi kullanılarak deney düzeneği hazırlanmış ve rijitlik matrisinin ilgili terimleri birim yüklemeler yapılarak deneysel olarak belirlenmiştir. Ardından deneysel olarak belirlenen rijitlik matrisi teorik sonuçlarla karşılaştırılmış ve oluşan farklılıkların nedenleri irdelenmiştir. Yapılan deneyler sonucunda elde edilen rijitlik matrisi ve teorik rijitlik matrisinin ilgili terimlerinin birbirlerine oldukça yakın olduğu görülmüştür.

### GİRİŞ

Yapısal sistemlerin analizi, yapı davranışına ait kabullerin yapılması ile denge koşullarından veya enerji yöntemlerinden çıkarılan denklemlerin yaklaşık sayısal çözümünü sağlamak yoluyla yapılır. Yapısal sistemlerin sayısal analizleri için seri çözümleri, sonlu farklar, sınır elemanlar ve sonlu elemanlar gibi pek çok yaklaşık çözüm yöntemi kullanılmaktadır. Bu çözüm yöntemleri içinde sonlu elemanlar en yaygın kullanım alanına sahiptir. Sonlu eleman yöntemi, incelenecek bölgenin sonlu eleman denilen çeşitli alt bölgelere ayrılması ve sonra her bir elemanın kendisine komşu olan elemanlarla düğüm noktaları üzerinden uygun bir biçimde ilişkilendirilmesi esasına dayanır [1].

Sonlu elemanlar metodunun uygulanması sırasında, her bir elemana ait serbestlik derecelerinde oluşan deplasman ve kuvvetlerin ilişkisini kuran eleman rijitlik matrisleri

oluşturulur. Ardından eleman matrislerinden sistem matrislerine geçilerek yapının genel rijitlik matrisi elde edilir.

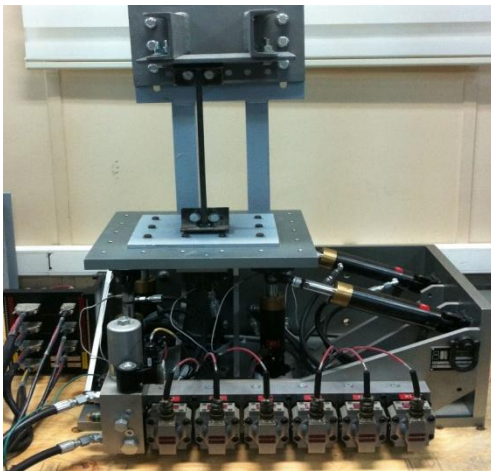
Çalışmanın amacı, elastik bölgede davranış gösteren çelik malzemeli bir düzlem çubuk elemanına ait (1)'de verilen rijitlik matrisinin deneysel olarak elde edilmesi ve teorik rijitlik matrisi terimleriyle kıyaslanarak ortaya çıkan farklılıkların nedenlerinin irdelenmesidir. Düzlem eleman her iki ucunda ikişer adet öteleme ve bir adet dönme serbestlik derecesi içermektedir. İşlemlerin basitliği açısından, elemanın uniform uzama rijitliğinin (EA) ve uniform eğilme rijitliğinin (EI) olduğu kabul edilmiştir. Teorik rijitlik matrisi Bernoulli-Euler varsayımına göre belirlendiği için deney numuneleri de bu varsayımı sağlayacak şekilde uzunluğu en büyük kesit boyutunun 10 katından fazla olacak şekilde tasarlanmıştır.

Teorik rijitlik matrisinin elastik sınırlar içerisinde yeterli hassasiyette sonuçlar vermesine rağmen, rijitlik matrisinin deneysel olarak elde edilebilmesi özellikle elastik ötesi bölgedeki teğetsel davranışın belirlenebilmesi açısından büyük öneme sahiptir.

$$K^e = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \quad (1)$$

Deney numunesine etkitilecek deplasmanlar, Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesi “Yapı Mekaniği ve Deprem Araştırma Laboratuvarı” nda bulunan altı serbestlik dereceli yük ve deplasman hücresi kullanılarak verilmiştir. Altı serbestlik dereceli yük ve deplasman hücresi her üç eksen doğrultusunda öteleme veya kuvvet ve her üç eksen etrafında dönme veya moment olarak aldığı komutları deney numunesine yansıtabilmektedir. Laboratuvarında kullanılan hücrenin fotoğrafı ve teknik kapasitesi Şekil 1’de verilmiştir. Altı eksenli yük ve deplasman hücresi temel olarak altı bileşenden oluşmaktadır. Bunlar; 1) hücrenin sabit kasası, 2) hücrenin hareketli yüzeyi, altışar adet 3) hidrolik kriko, 4) yük ölçer, 5) deplasman ölçer, ve 6) servo vana dır. Bu sayede, hücrenin hareketli yüzeyinin her bir serbestlik derecesi hem deplasman/dönme hem de kuvvet/moment olarak kontrol edilebilmektedir. Yük ve deplasman hücresi SC6000 (Servo controller) ile kontrol edilmektedir [2].

#### Teknik Kapasite



	X	Y	Z
Yer Değiştirme	± 50 mm	± 25 mm	± 25 mm
Dönme	± 11.6°	± 9.4°	± 20.4°
Kuvvet	18.6/31 kN (B/Ç)	9.3/15.6 kN (B/Ç)	27.9/46.8 kN (B/Ç)
Moment	2.2 kN.m	2.6 kN.m	2.2 kN.m

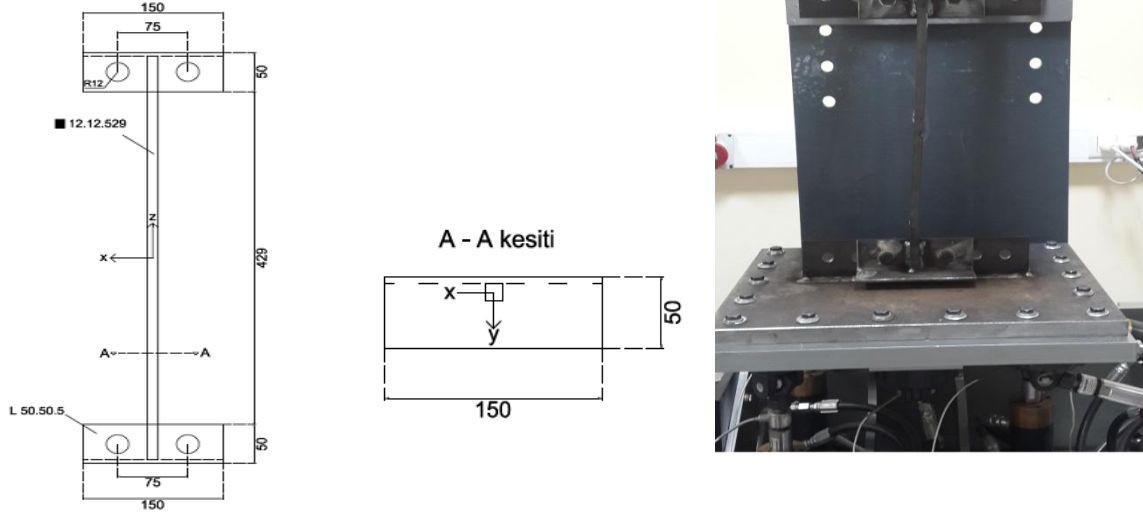
Şek

il 1. Altı serbestlik dereceli yük ve deplasman hücresi

#### DENEYSEL ÇALIŞMA

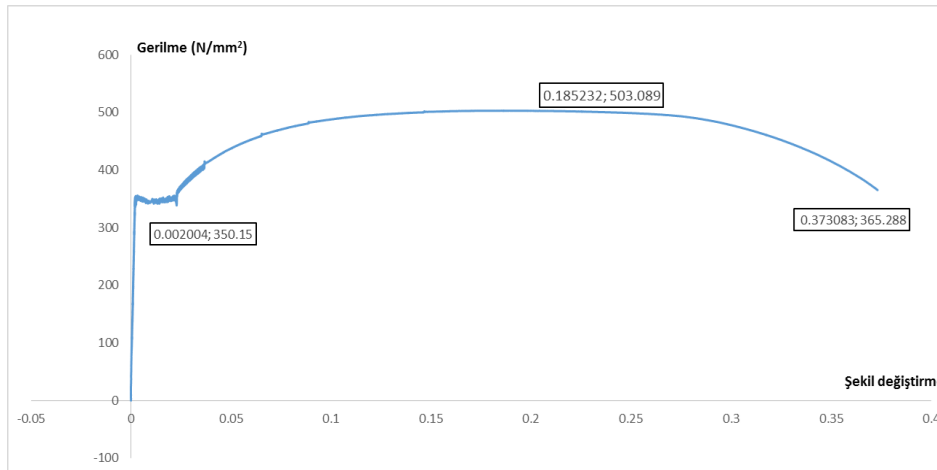
Yapılan çalışmada ilk olarak deneylerde kullanılacak olan numunelerin geometrik özellikleri ile bağlantı detayları belirlenmiştir. Deneylerde içi dolu 12mm’lik kare kesitli çelik profiller

kullanılmıştır. Çalışmada teorik rijitlik matrisi Bernoulli-Euler varsayımına göre belirlendiği için deney numuneleri de bu varsayımı sağlayacak şekilde uzunluğu en büyük kesit boyutunun 10 katından fazla olacak şekilde tasarlanmıştır. Her iki ucundan 50mm'lik eşit kollu korniyerlere kaynaklanan kare profil, güçlü duvar ve yük hücresi üzerinde bulunan bağlantı elemanlarına M12 bulonlarla bağlanmıştır. Deney numunesine ve bağlantı elemanlarına ait geometrik özellikler Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Deney numunesi ve bağlantı detayları

Düzlem çubuk elemanın deneysel rijitlik matrisinin hesaplanmasına geçilmeden önce deney numunelerinin mekanik malzeme özellikleri ve gerilme-şekil değiştirme ilişkileri TS EN ISO 6892-1, 2011 [3] yönetmeliğine göre ortam sıcaklığında yapılan çekme deneyleri ile belirlenmiştir. Bu deneylerde kullanılan üç numune de aynı profilden 300 mm uzunluğunda kesilerek hazırlanmıştır. Deney hızı 0.21mm/dak alınmıştır. Her bir numune için gerilme-şekil değiştirme eğrileri ayrı ayrı elde edilerek elastisite modülleri hesaplanmış ve ortalamaları alınarak teorik rijitlik matrisinde kullanılacak elastisite modülü 181860 MPa bulunmuştur. Bir deney numunesine ait gerilme-şekil değiştirme grafiği Şekil 3'te sunulmuştur.



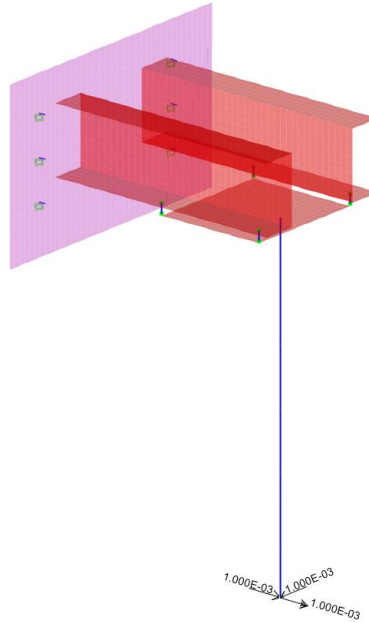
Şekil 3: Çekme deneyinden elde edilen gerilme-şekil değiştirme grafiği

Deneylerde numunenin bir ucu yük ve deplasman hücresinin hareketli yüzeyine, diğer ucu ise güçlü duvar görevi yapan çelik konstrüsiyona rijit davranış gösterecek şekilde bağlanmıştır. Ardından yük ve deplasman hücresinin hareketli yüzeyine sırasıyla her bir serbestlik derecesi

için ( $\Delta x$ , yatay ekseninde öteleme,  $\Delta z$ , düşey ekseninde öteleme ve  $\theta y$ , düzleme dik eksen etrafında dönme) 1 birimlik deplasman etkililerek, hareketli yüzeyde oluşan kuvvet ve momentler, her bir krikonun ucunda bulunan yük ölçerler yardımıyla hesaplanmıştır.

Düzlem çubuk elemanın teorik rijitlik matrisinin doğrusal olmayan geometrik davranışı içermemesi ancak deneysel çalışmada bu etkilerin tamamen sıfırlanmasının mümkün olmaması nedeniyle referans bir numune üzerinde bu sorunun aşılması için deneyler gerçekleştirilmiş ve birim deplasmanlar için sağlıklı ölçümlerin yapılabileceği en alt sınırları belirlenmiştir. Bu sonuçların ışığında ( $\Delta x$ ) yatay ekseninde öteleme +5 ile -5 aralığında 1 mm deplasman adımıyla, ( $\Delta z$ ) düşey ekseninde öteleme -0,4 ile 0.0 aralığında 0.1 mm deplasman adımıyla, ( $\theta y$ ) düzleme dik eksen etrafında dönme +0.5 ile -0.5 aralığında 0.1 derece dönme adımıyla gerçekleştirilmiştir. Her bir yükleme beş defa tekrarlanmıştır. Birim yüklemeler sonucu elde edilen kuvvet ve momentler rijitlik matrisinin ilgili terimlerine yerleştirilmiştir. Deneyler sırasında numunenin sadece bir ucunda ölçüm yapılabildiğinden bu uca ait 3x3 lük rijitlik matrisleri kıyaslanmıştır.

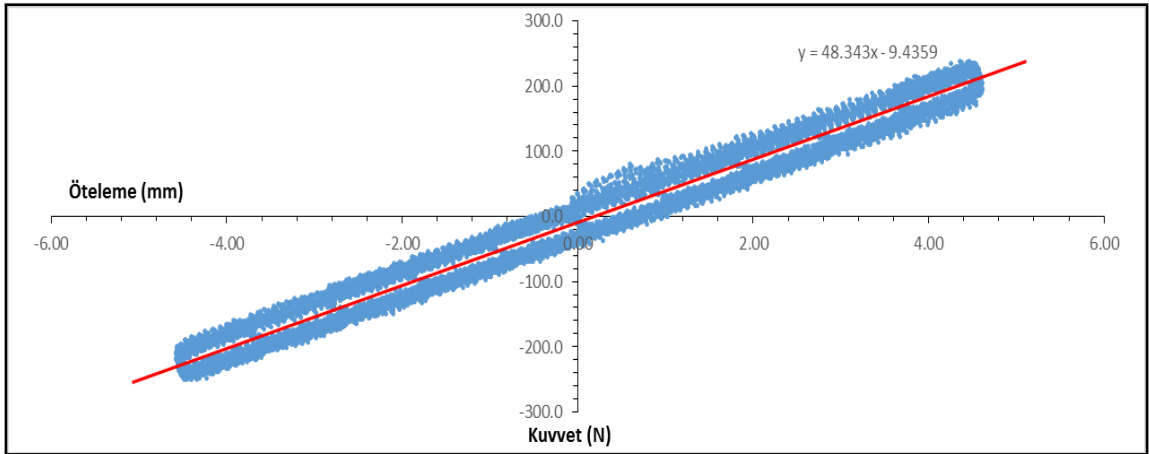
Yapılan deneyler neticesinde numuneye uygulanan deplasmanın tamamının numunede gerçekleşmediği tespit edilmiştir. Numunenin rijit şekilde bağlı olduğu güçlü duvarın yaptığı deplasmanın ve sadece numunenin yaptığı deplasmanın tespit edilebilmesi için deney düzeneğinin bazı bileşenleri SAP2000 sonlu eleman programında modellenmiş (Şekil 4) ve gerekli rijitlik değerleri elde edilmiştir [4]. Gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra sadece numuneye ait deplasmanlar için elde edilen kuvvet ve momentler rijitlik matrisinin ilgili terimlerine yerleştirilmiştir.



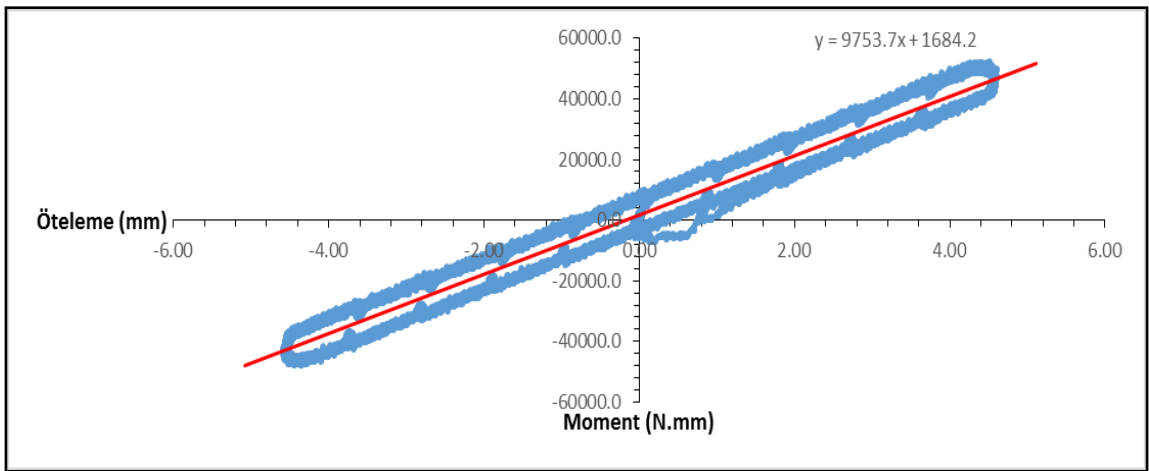
Şekil 4 : SAP2000 programında modellenen deney sistemi

### SAYISAL SONUÇLAR

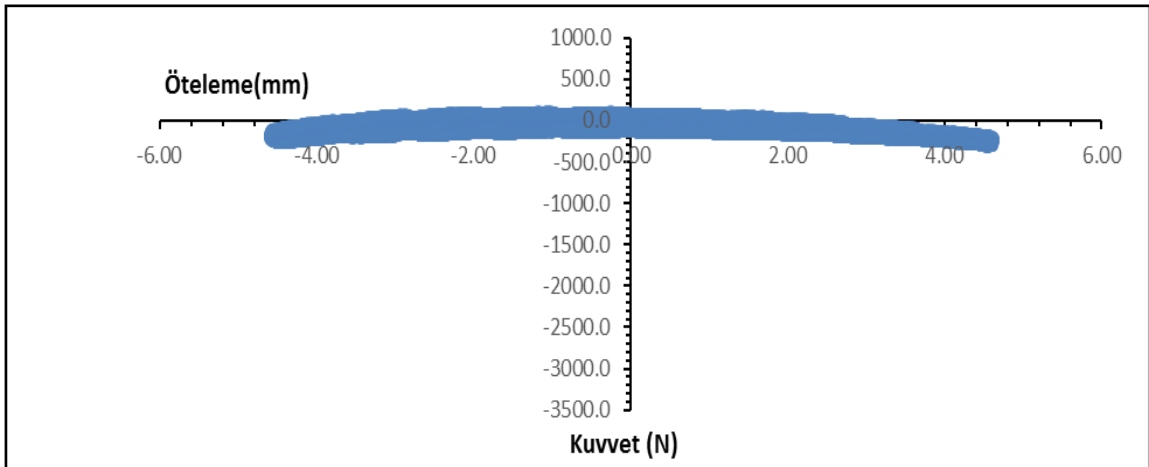
Yatay ekseninde +5 ile -5 aralığında 1 mm deplasman adımıyla gerçekleştirilen ( $\Delta x$ ) öteleme deneyleri sonucunda  $\Delta x - Fx$ ,  $\Delta x - My$ ,  $\Delta x - Fz$  grafikleri elde edilerek sırasıyla Şekil 5, Şekil 6 ve Şekil 7’de gösterilmiştir.



Şekil 5. x doğrultusunda öteleme ( $\Delta x$ ) ve kuvvet ( $F_x$ )

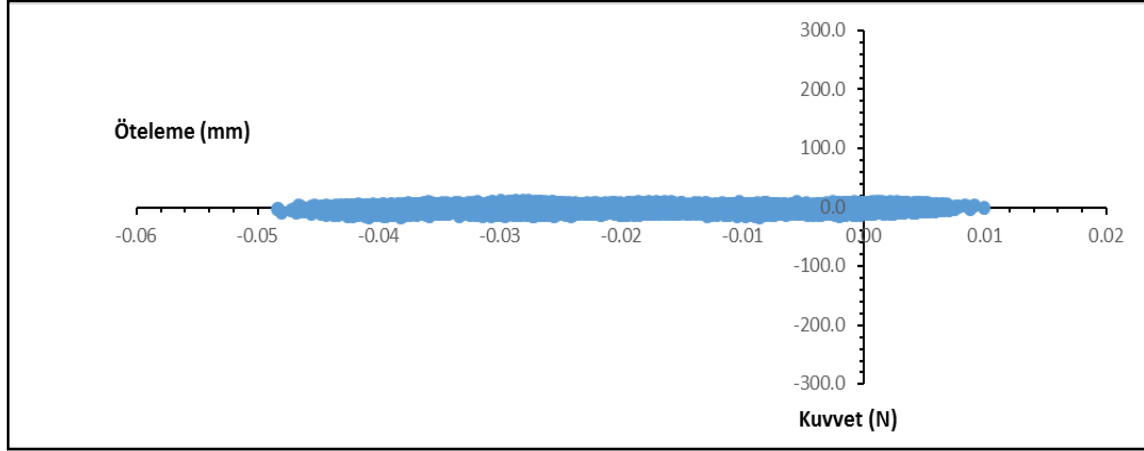


Şekil 6. x doğrultusunda öteleme ( $\Delta x$ ) ve y eksenini etrafında moment ( $M_y$ )

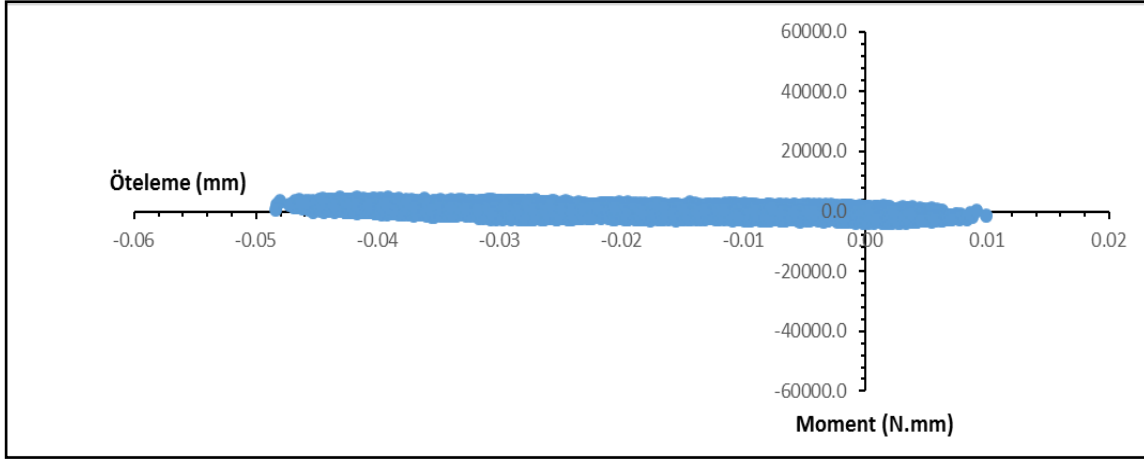


Şekil 7. x doğrultusunda öteleme ( $\Delta x$ ) ve z doğrultusunda kuvvet ( $F_z$ )

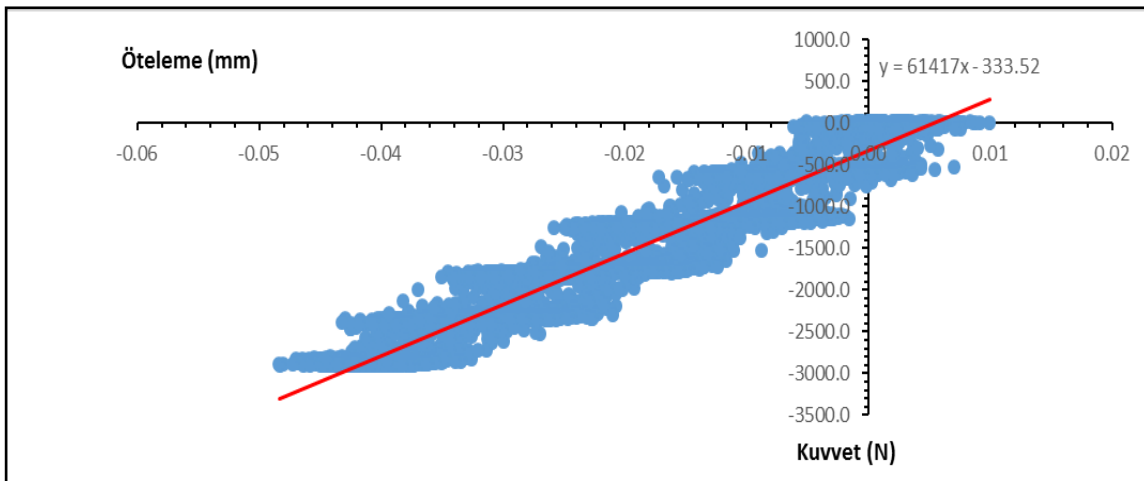
Düşey ekseninde -0,4 ile 0.0 aralığında 0.1 mm deplasman adımıyla gerçekleştirilen ( $\Delta z$ ) öteleme deneyleri sonucunda  $\Delta z - F_x$ ,  $\Delta z - M_y$ ,  $\Delta z - F_z$  grafikleri elde edilerek sırasıyla Şekil 8, Şekil 9 ve Şekil 10'da gösterilmiştir.



Şekil 8. z doğrultusunda öteleme ( $\Delta z$ ) ve x doğrultusunda kuvvet ( $F_x$ )

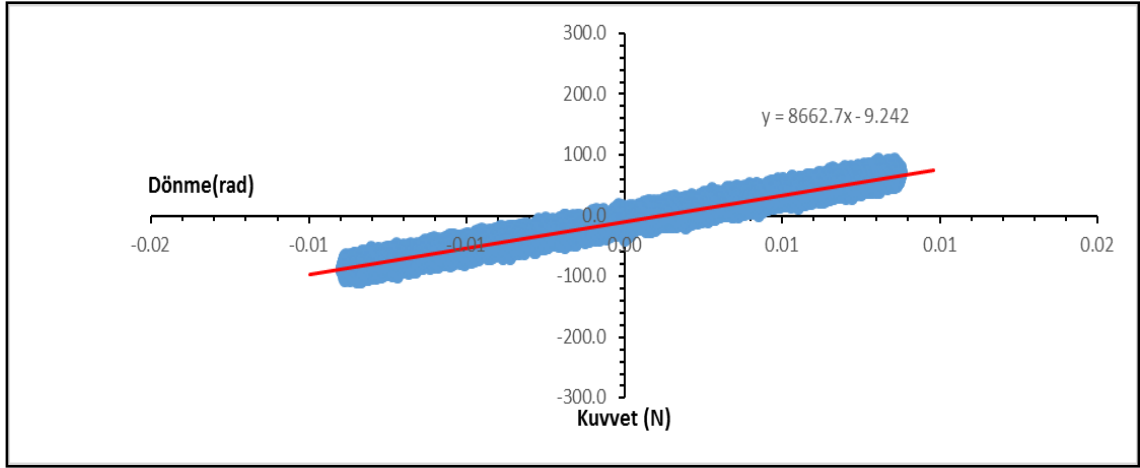


Şekil 9. z doğrultusunda öteleme ( $\Delta z$ ) ve y ekseninde moment ( $M_y$ )

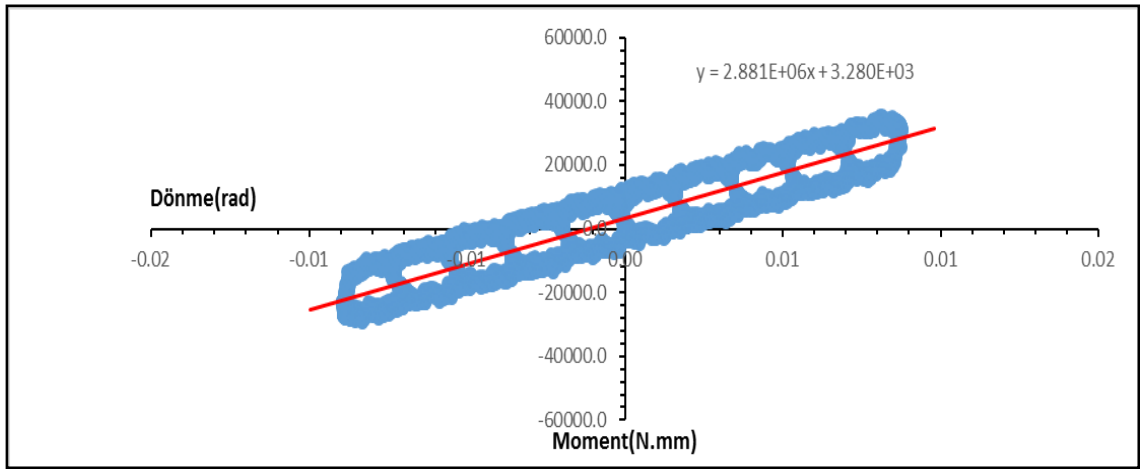


Şekil 10. z doğrultusunda öteleme ( $\Delta z$ ) ve kuvvet ( $F_z$ )

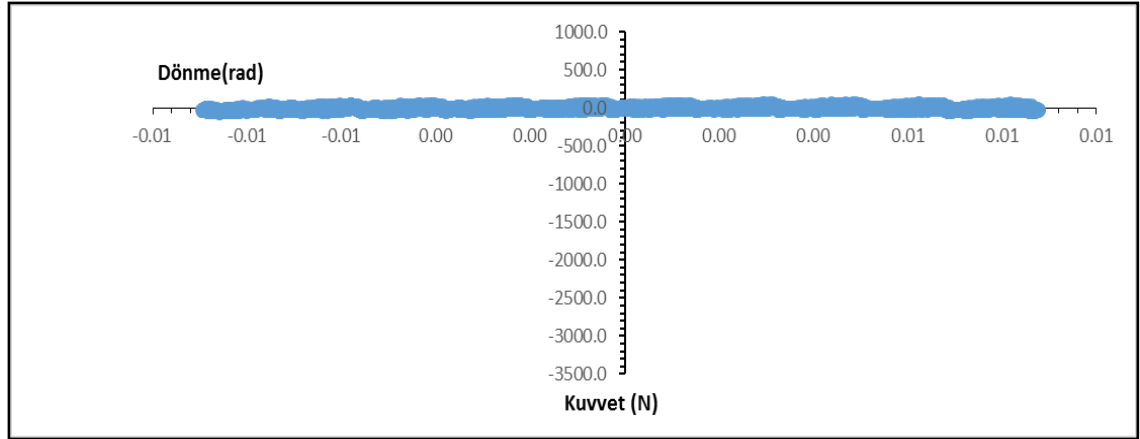
Düzleme dik eksen etrafında +0.5 ile -0.5 aralığında 0.1 derece dönme adımıyla gerçekleştirilen ( $\theta_y$ ) dönme deneyleri sonucunda  $\theta_y - F_x$ ,  $\theta_y - M_y$ ,  $\theta_y - F_z$  grafikleri elde edilerek sırasıyla Şekil 11, Şekil 12 ve Şekil 13'de gösterilmiştir.



Şekil 11. y ekseninde dönme ( $\theta_y$ ) ve x doğrultusunda kuvvet ( $F_x$ )



Şekil 12. y ekseninde dönme ( $\theta_y$ ) ve moment ( $M_y$ ) ilişkisi



Şekil 13. y ekseninde dönme ( $\theta_y$ ) ve z doğrultusunda kuvvet ( $F_z$ )

Şekil 8, Şekil 9 ve Şekil 13'de görüldüğü üzere birim deplasmanlara karşı gelen kuvvet ve moment değerleri sıfıra yakın olduğundan rijitlik matrisinde ilgili terimler sıfır kabul edilmiştir. Ayrıca Şekil 7'de x ekseninde doğrultusunda birim deplasmana karşı gelen z ekseninde doğrultusunda ikinci derece etkisi sonucu oluşan kuvvet değerlerinin sıfıra yakın olduğu gözlemlenmiştir ve rijitlik matrisindeki ilgili terim sıfır alınmıştır. Deneyler sonucunda elde edilen rijitlik matrisinin ilgili terimleri ve numunenin rijit şekilde bağlı olduğu güçlü duvarın yaptığı deplasmanın dikkate alındığı düzeltilmiş rijitlik matrisinin ilgili terimleri (2)'de verilmiştir.

$$K_{deneyssel}^e = \begin{bmatrix} 6952.7 & 0 & 0 \\ 0 & 44.603 & 8778.3 \\ 0 & 8943.1 & 2946453 \end{bmatrix} \quad K_{düzeltilmiş\ deneyssel}^e = \begin{bmatrix} 61417 & 0 & 0 \\ 0 & 48.343 & 8662.7 \\ 0 & 9753.7 & 2880933.7 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Elastik bölgede davranış gösteren numunenin teorik rijitlik matrisi (3) ile düzeltilmiş ve düzeltilmemiş deney sonuçları arasındaki farklar (4)de gösterilmiştir.

$$K_{teorik}^e = \begin{bmatrix} 60902 & 0 & 0 & -60902 & 0 & 0 \\ 0 & 47 & -10198 & 0 & -47 & -10198 \\ 0 & -10198 & 2923294 & 0 & 10198 & 1461647 \\ -60902 & 0 & 0 & 60902 & 0 & 0 \\ 0 & -47 & 10198 & 0 & 47 & 10198 \\ 0 & -10198 & 1461647 & 0 & 10198 & 2923294 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$Fark_{düzeltilmiş\ deneyssel} = \begin{bmatrix} \%0.9 & 0 & 0 \\ 0 & \%2.9 & \%15.1 \\ 0 & \%4.4 & \%1.4 \end{bmatrix} \quad Fark_{deneyssel} = \begin{bmatrix} \%88.6 & 0 & 0 \\ 0 & \%5.1 & \%13.9 \\ 0 & \%12.3 & \%0.8 \end{bmatrix} \quad (4)$$

### SONUÇLAR

Bu çalışmada elastik bölgede davranış gösteren çelik malzemeli bir düzlem çubuk elemanına ait rijitlik matrisi deneysel çalışmalarla elde edilmiş ve teorik rijitlik matrisi değerleriyle karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre teorik rijitlik matrisiyle düzeltilmiş deneysel rijitlik matrisinin ilgili terimleri arasında %0.9 ile %15.2 oranında değişen farklar tespit edilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde düzeltme işleminin teorik ve deneysel eksenel rijitlik değerleri arasındaki farka olumlu etkisi olurken özellikle birim dönmeden dolayı oluşan kuvvetlerle ilgili rijitlik teriminde benzer bir etki görülmemiştir. Elde edilen veriler ışığında çubuk elemanlarının elastik ötesi sınırlardaki teğetsel rijitlik matrislerinin elde edilmesinin önü açılmaktadır. Ayrıca bu çalışmanın fiziksel deneyler ve matematiksel modellerin bir arada kullanıldığı birden fazla kaynaktan beslenen yapı analiz sistemlerinin geliştirilmesine katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

### TEŞEKKÜRLER

Bu bildiri TÜBİTAK tarafından desteklenen 212M006 nolu “Hibrit Dinamik Benzeri Simülasyon ve Test İçeri Model Güncellemesi” projesi kapsamında gerçekleştirilen çalışmalardan hazırlanmıştır. Ayrıca bu çalışmanın gerçekleşmesine verdiği destekten ötürü yazarlar Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesi’ne teşekkürlerini sunarlar.

### KAYNAKLAR

- [1] M.H. Omurtag, *Çubuk Sonlu Elemanlar*, Birsen Yayınevi, 2010
- [2] Shore Western Man., Inc (2011) *SC6000 Software Operation Guide*. Monrovia, CA.
- [3] TS EN ISO 6892-1, 2011, *Metalik malzemeler - Çekme deneyi - bölüm 1: Oda sıcaklığında deney metodu*, Türk Standartları Enstitüsü
- [4] SAP2000 Computers and Structures Inc., *SAP2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design*, Analysis Reference Manual, Berkeley, California, U.S.A