

学校编码: 10384

分类号\_\_\_\_\_密级\_\_\_\_\_

学号: 33120131152830

UDC\_\_\_\_\_

廈門大學

硕士学位论文

压缩感知磁共振成像在紧标架下的重建模型及算法研究

Models and Algorithms of Compressed Sensing Magnetic Resonance Imaging under Tight-Frame Image Representation

刘运松

指导教师姓名: 屈小波 副教授

专业名称: 物理电子学

论文提交日期: 2016年05月

论文答辩时间: 2016年05月

学位授予日期: 2016年 月

答辩委员会主席: \_\_\_\_\_

评阅人: \_\_\_\_\_

2016年 月

压缩感知磁共振成像在紧标架下的重建模型及算法研究

刘运松

指导教师

屈小波

副教授

厦门大学

厦门大学博硕士学位论文摘要库

## 厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为( )课题(组)的研究成果,获得( )课题(组)经费或实验室的资助,在( )实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

刘运松

年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

# 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，  
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

刘运松

年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

## 专用符号索引

$\mathbf{x}$	图像展成的一维向量
$\boldsymbol{\alpha}$	稀疏表示系数
$\mathbf{y}$	测量向量
$\mathbf{X}$	二维图像
$\mathbf{U}$	欠采样算子
$\mathbf{F}$	傅里叶变换算子
$\Phi$	字典或标架
$\ll$	远小于和远大于，一般指差两个数量级以上
$\gg$	
$\ \cdot\ _0$	向量中非零值个数
$\ \cdot\ _1$	向量 $l_1$ 范数（绝对值求和）
$\ \cdot\ _2$	向量 $l_2$ 范数，定义为向量元素的绝对值平方和开根号； 或矩阵谱范数，定义为最大奇异值
$\mathbb{C}^N$	$N$ 维复数域空间
$\mathbb{R}^N$	$N$ 维实数域空间
TR	Repetition Time, 重复时间
TE	Echo Time, 回波时间
FOV	Field of View, 视野范围
ISTA	Iterative Soft-Thresholding Algorithm, 迭代软阈值算法
FISTA	Fast ISTA, 快速迭代软阈值算法
APG	Accelerated Proximal Gradient Algorithm, 快速近邻梯度算法
pFISTA	Projected FISTA, 快速迭代软阈值投影算法
SFISTA	Smoothing-based FISTA, 光滑化的快速迭代软阈值算法
ADM	Alternating Direction Method, 交替方向法
ADMM	Alternating Direction Method of Multipliers, 交替方向乘子法
RLNE	Relative $l_2$ Norm Error, 相对 $l_2$ 范数误差

厦门大学博硕士学位论文摘要库



# 目 录

中 文 摘 要 .....	i
ABSTRACT.....	iii
<b>1 绪论.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 图像的稀疏表示 .....</b>	<b>1</b>
1.1.1 图像的稀疏性和可压缩性.....	1
1.1.2 图像的稀疏表示.....	2
<b>1.2 压缩感知基础 .....</b>	<b>5</b>
1.2.1 自稀疏信号的压缩感知基础.....	6
1.2.2 非自稀疏信号的压缩感知基础.....	8
<b>1.3 压缩感知磁共振成像 .....</b>	<b>10</b>
1.3.1 磁共振图像的采集.....	10
1.3.2 压缩感知磁共振成像.....	12
<b>1.4 本论文讨论的问题及论文结构 .....</b>	<b>15</b>
<b>2 紧标架下磁共振图像稀疏重建的平衡型模型.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 引言.....</b>	<b>17</b>
<b>2.2 方法.....</b>	<b>19</b>
2.2.1 与本文相关的工作.....	19
2.2.2 本文所提的方法.....	21
<b>2.3 实验结果 .....</b>	<b>23</b>
2.3.3 实验设置.....	23
2.3.4 分别使用分解型、综合型和平衡型的 CS-MRI 重建结果对比.....	25
2.3.5 算法 C-SALSA-B 在实验中的收敛性.....	26
<b>2.4 讨论.....</b>	<b>27</b>
2.4.1 平衡参数对平衡型模型 CS-MRI 重建的影响.....	27
2.4.2 三种模型在不同欠采率下的 CS-MRI 重建误差.....	28
2.4.3 三种不同紧标架下的实验结果.....	28
2.4.4 不同实验数据集的实验结果.....	30
2.4.5 对比 C-SALSA-B 算法和快速结合分离算法 (FCSA) .....	30
2.4.6 正交小波变换下的实验结果.....	31
<b>2.5 结论.....</b>	<b>31</b>

<b>3</b>	<b>紧标架下磁共振图像重建的快速软阈值迭代投影算法.....</b>	<b>33</b>
3.1	引言.....	33
3.2	背景.....	35
3.2.1	紧标架下 CS-MRI 的重建模型.....	35
3.2.2	与本文相关的工作.....	35
3.3	本文提出的方法 .....	37
3.3.1	迭代软阈值投影算法.....	37
3.3.2	收敛性分析.....	40
3.3.3	与平衡型模型的联系.....	43
3.4	实验结果 .....	43
3.4.1	主要实验结果.....	45
3.4.2	讨论.....	46
3.5	结论.....	51
<b>4</b>	<b>全文总结和展望 .....</b>	<b>52</b>
4.1	全文总结 .....	52
4.2	展望.....	53
<b>5</b>	<b>附录.....</b>	<b>55</b>
5.1	证明(2.11)式 .....	55
5.2	证明(3.8)式和(3.1)式等价 .....	56
	参考文献.....	58
	论文发表情况 .....	67
	致 谢.....	69

# Contents

<b>Abstract in Chinese.....</b>	<b>i</b>
<b>Abstract in English .....</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introduction.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Sparse Representations of Images .....</b>	<b>1</b>
1.1.1 Sparsity and Compressibility of Images .....	1
1.1.2 Sparse Representations of Images .....	2
<b>1.2 Compressed Sensing.....</b>	<b>5</b>
1.2.1 Compressed Sensing of Self-Sparse Signals.....	6
1.2.1 Compressed Sensing of Compressible Signals.....	8
<b>1.3 Compressed Sensing Magnetic Resonance Imaging .....</b>	<b>10</b>
1.3.1 Acquiring MRI Datasets .....	10
1.3.2 Compressed Sensing MRI.....	12
<b>1.4 Contribution and Structure of the Thesis .....</b>	<b>15</b>
<b>2 Balanced Sparse Model for Tight Frames in CS-MRI.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 Introduction .....</b>	<b>17</b>
<b>2.2 Methods .....</b>	<b>19</b>
2.2.1 Related Work.....	19
2.2.2 Proposed Work.....	21
<b>2.3 Results.....</b>	<b>23</b>
2.3.1 Experimental Setup.....	23
2.3.2 Reconstructions Using Analysis, Synthesis and Balance Models .....	25
2.3.3 Empirical convergence of C-SALSA-B.....	26
<b>2.4 Discussion .....</b>	<b>27</b>
2.4.1 Impact of the Balancing Parameter on Reconstructed Errors.....	27
2.4.2 Reconstructed Errors for Different Acceleration Factors .....	28
2.4.3 Experiments on Other Tight Frames .....	28
2.4.4 Experiments on More MR images .....	30
2.4.5 Comparison to Fast Composite Splitting Algorithm (FCSA).....	30
2.4.6 Experiments on Orthogonal Wavelets.....	31
<b>2.5 Conclusion.....</b>	<b>31</b>
<b>3 Projected Iterative Soft-thresholding Algorithm for Tight Frames</b>	

<b>in CS-MRI.....</b>	<b>33</b>
<b>3.1 Introduction .....</b>	<b>33</b>
<b>3.2 Background .....</b>	<b>35</b>
3.2.1 Reconstruction Models .....	35
3.2.2 Related Work.....	35
<b>3.3 Proposed Method.....</b>	<b>37</b>
3.3.1 Projected Iterative Soft-Thresholding Algorithm .....	37
3.3.2 Convergence Analysis .....	40
3.3.3 Connections with Balanced Sparse Models .....	43
<b>3.4 Numerical Experiments .....</b>	<b>43</b>
3.4.1 Main Results .....	45
3.4.2 Discussion .....	46
<b>3.5 Conclusion.....</b>	<b>51</b>
<b>4 Summary and Prospect .....</b>	<b>52</b>
4.1 Summary .....	52
4.2 Prospect .....	53
<b>5 Appendix.....</b>	<b>55</b>
5.1 Proof of Eq. (2.11).....	55
5.2 Proof of Equivalence of Eq. (3.1) and Eq. (3.8) .....	56
<b>References.....</b>	<b>58</b>
<b>Publications .....</b>	<b>67</b>
<b>Acknowledgements .....</b>	<b>69</b>

作者姓名：刘运松

论文题目：压缩感知磁共振成像在紧标架下的重建模型及算法研究

作者简介：刘运松，男，1991年02月出生，2013年09月师从厦门大学屈小波副教授，于2016年x月获硕士学位。

## 中文摘要

压缩感知 (CS) 技术在加速磁共振成像 (MRI) 上已经展示非常大的潜力，该技术简称为 CS-MRI。它首先通过减少  $k$  空间采样数据来加速成像，然后再求解约束图像稀疏性的最优化问题从欠采样的  $k$  空间数据中恢复出完整的磁共振图像。如何从有限的的数据中快速地重建出高质量的磁共振图像是 CS-MRI 面临的主要挑战之一。在典型的 CS-MRI 重建中，正交变换通常用于图像稀疏表示，变换的正交性也使得求解最优化模型具有快速重建算法。近年来，冗余的变换(或字典)因其在磁共振图像稀疏表示的优越性而越来越多地应用于 CS-MRI。但针对冗余表示的磁共振稀疏重建模型和算法的研究尚不明确，这制约图像重建质量的提高和快速算法的提出。

本文主要研究在紧标架图像稀疏表示下 CS-MRI 的重建模型及快速算法。CS-MRI 重建模型主要有两大类：分解型和综合型模型，它们分别从不同角度体现了磁共振图像的稀疏性：分解型模型假设磁共振图像经过某个变换后是稀疏的，而综合型模型假设磁共振图像在某个字典下有稀疏的表示。为了探究这两种模型在 CS-MRI 重建中的性能，我们首先将平衡型模型引入到 CS-MRI 重建问题，通过调节平衡参数，我们可以获得分解型、综合型以及介于他们之间的平衡型模型的解。实验结果表明，对于测试的紧标架变换，分解型和平衡型模型的图像重建误差都要比综合型模型低。然后，为了简洁快速地求解重建问题，我们进一步提出一种快速迭代软阈值投影算法 (pFISTA)，并理论上证明该算法收敛到一个与迭代步长相关的平衡型模型。pFISTA 继承了著名的 FISTA 一阶算法的最优收敛性，我们也证明了 pFISTA 的可调步长的明确取值范围。数值实验表明，pFISTA 比求解综合型模型的 FISTA 算法比可以达到更低的重建误差，与最新的近似求

解分解型模型的算法 SFISTA 相比具有更快的收敛性且对算法参数不敏感。

关键词：磁共振成像；压缩感知；紧标架；平衡型模型；快速算法

厦门大学博硕士学位论文摘要库

# **Models and Algorithms of Compressed Sensing Magnetic Resonance Imaging under Tight-Frame Image Representation**

## **ABSTRACT**

Compressed Sensing (CS) has shown great potential in accelerating Magnetic Resonance Imaging (MRI). This technique is termed as CS-MRI. It first reduces the k-space samples of MRI images to speed up the imaging process and then reconstruct the whole image by solving an optimization problem which forces image sparsity in the objective. Due to the benefit in fast algorithm designing and theoretical analysis, orthogonal transforms are used in the early stage of the development of CS-MRI. However, in applications, the sparsifying capability of an orthogonal transform is limited by the number of atom signals it can contain. Recently, redundant transforms or dictionaries are widely used in CS-MRI as they are allowed to contain more atom signals and are more flexible to design. In this case, how to model the reconstruction problems properly and design fast and efficient algorithms to solve these problems are still open questions.

In this paper, we study the models and fast algorithms of CS-MRI under tight frame representation systems. There are two typical reconstruction models in CS-MRI, analysis and synthesis models, who assume MRI image sparsity from two different perspectives: analysis models assume that MRI images are sparse after the operation of some sparsifying transform and synthesis models assume that MRI images have sparse representations under some dictionary. In order to investigate the performance of these two models in CS-MRI, we introduce a balance model in which we can get analysis, synthesis or some model in between these two by setting the balancing parameters to different values. Experimental results show that for the tested tight frames, both the reconstructions of analysis and balance models are better than that of synthesis models. Then, we propose a projected fast iterative soft-thresholding algorithm (pFISTA) to solve CS-MRI reconstruction problems under tight frames

representation systems. pFISTA introduces only one adjustable parameter, the step size, and we provide an explicit rule to set this parameter and prove that once following this rule, pFISTA will converge to a balance model parameterized with the step size. Experimental results show that pFISTA achieves lower reconstruction errors than FISTA for synthesis models and converges faster than a state-of-the-art algorithm SFISTA while their reconstruction errors are comparable. Besides, reconstruction errors of pFISTA appear insensitive to the step size. All these advantages make pFISTA a very efficient and easy to use algorithm in the applications of CS-MRI under tight frame representation systems.

**Keywords: MRI; Compressed Sensing; Tight Frames; Balance Models; Fast Algorithms.**



Degree papers are in the “[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)”.

Fulltexts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to [etd@xmu.edu.cn](mailto:etd@xmu.edu.cn) for delivery details.