

Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies, 2017, 10(2), 260-270

~ ~ ~

УДК 621.931

## **The Immunity of Non-Coherent and Coherent Reception of a Signal DQPSK in the Conditions of Influence of PSK, a Harmonic Interference or Gaussian Noise**

**Konstantin Yu. Lozhkin and Alexander I. Stitsenko\***

*Military Education and Research Centre of Military-Air Forces  
«Military-Air Academy  
Named After Professor N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin»  
54a Starykh Bolshevikov Str., Voronezh, 394064, Russia*

Received 23.10.2017, received in revised form 25.12.2017, accepted 19.01.2017

---

*By the method of making the indicators of output elements obtained according to the average probability of correct reception in optimum incoherent receiving-solver symbol and binary element no fading DQPSK signal when exposed to PSK or harmonic interference from the signal-to-noise ratio. The analysis of these dependencies and comparison of optimal noise immunity of incoherent and coherent of receivers with DQPSK signal with PSK, a harmonic interference and Gaussian noise.*

*Keywords: DQPSK signal, optimal incoherent receiving-solver, PSK, harmonic interference, Gaussian noise, probabilistic-surface indicators of reliability of signal reception.*

---

Citation: Lozhkin K.Yu., Stitsenko A.I. The immunity of non-coherent and coherent reception of a signal DQPSK in the conditions of influence of PSK, a harmonic interference or Gaussian noise, J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol., 2017, 10(2), 260-270. DOI: 10.17516/1999-494X-2017-10-2-260-270.

---

---

© Siberian Federal University. All rights reserved

\* Corresponding author E-mail address: [K.Yu.Lozhkin@mail.ru](mailto:K.Yu.Lozhkin@mail.ru), [sticenکو@mail.ru](mailto:sticenکو@mail.ru)

## **Помехоустойчивость некогерентного и когерентного приема ДФРМ-сигнала в условиях воздействия фазоманипулированной, гармонической или гауссовской помех**

**К.Ю. Ложкин, А.И. Стищенко**

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил  
«Военно-воздушная академия  
имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»  
Россия, 394064, Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54а*

---

*Методом индикаторов решений о переданных элементах получены зависимости средних вероятностей правильного приема в оптимальном некогерентном приемно-решающем устройстве символа и двоичного элемента простого незамирающего сигнала с двукратной фазоразностной манипуляцией при воздействии фазоманипулированной или гармонической помех от отношения сигнал-помеха. Проведен анализ указанных зависимостей и выполнено сравнение помехоустойчивости оптимального некогерентного и когерентного приемно-решающих устройств сигналов с двукратной фазоразностной манипуляцией при воздействии фазоманипулированной, гармонической и гауссовской помех.*

*Ключевые слова: сигнал с двукратной фазоразностной манипуляцией; оптимальное некогерентное приемно-решающее устройство; фазоманипулированная, гармоническая, гауссовская помехи; вероятностные показатели достоверности приема сигнала.*

---

### **Актуальность и цель работы**

В практике радиосвязи широкое применение находят сигналы с двукратной фазоразностной манипуляцией (ДФРМ), прием которых осуществляется некогерентными и когерентными приемно-решающими устройствами (ПРУ) [1]. Ряд задач оценки эффективности конфликтного взаимодействия линий радиосвязи, использующих такие сигналы, и источников станционных и преднамеренных помех решаются с применением методик расчета средних вероятностей правильного приема символа и двоичного элемента в ПРУ. Известны результаты исследований помехоустойчивости когерентного приема ДФРМ-сигнала в условиях гауссовской и незамирающей гармонической помех [2–4] и некогерентного приема этого сигнала при воздействии гауссовской помехи [1]. Однако в литературе отсутствуют результаты сравнительной оценки помехоустойчивости указанных ПРУ при воздействии фазоманипулированной и гармонической помех, являющихся удовлетворительными моделями сигналоподобных преднамеренных и непреднамеренных помеховых воздействий. Поэтому актуальна задача оценки помехоустойчивости оптимального некогерентного и когерентного приема ДФРМ-сигнала в условиях воздействия фазоманипулированной и гармонической помех, а также сравнительный анализ полученных результатов с известными [1–3] в части помехоустойчивости рассматриваемых ПРУ в условиях гауссовской помехи.

Цель работы – получение зависимостей средних вероятностей правильного приема в оптимальном некогерентном ПРУ символа и двоичного элемента простого незамирающего ДФРМ-сигнала в условиях воздействия фазоманипулированной или гармонической помехи от отношения сигнал-помеха, а также сравнительный анализ помехоустойчивости оптималь-

ного некогерентного и когерентного ПРУ при воздействии перечисленных и гауссовской помех.

### Постановка задачи

Поставленную задачу решим методом индикаторов решений о переданных элементах [5, 6] в предположении, что прием аддитивной смеси сигнала и помехи осуществляется оптимальным некогерентным ПРУ [1, с. 171]. Положим, что мощность внутренних и внешних шумов пренебрежимо мала по сравнению с мощностью сигнала воздействующей помехи.

Рассматриваемый сигнал на интервале приема  $(n - 1)$ -й («опорной») и  $n$ -й («текущей») посылок запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} s_{n-1}(t) &= U_s \sin(\omega_s t + \varphi_s + \frac{\pi}{4} + \Theta_{n-1}), & (n-1)T < t \leq nT, \\ s_n(t) &= U_s \sin(\omega_s t + \varphi_s + \frac{\pi}{4} + \Theta_n), & nT < t \leq (n+1)T, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U_s$ ,  $\omega_s$ ,  $T$ ,  $\varphi_s$  – амплитуда, несущая частота, длительность посылки и начальная фаза сигнала, которую можно считать постоянной величиной на интервале  $(n - 1)T < t \leq (n + 1)T$ ;  $\Theta_{n-1}$  и  $\Theta_n$  – приращения фазы сигнала. Разность фаз  $\Delta\Theta_n = \Theta_n - \Theta_{n-1}$  соседних посылок сигнала (1) содержит информацию о передаваемых двоичных элементах  $i_n = 0,1$  и  $q_n = 0,1$ . Соответствие величин  $i_n$ ,  $q_n$ ,  $\Delta\Theta_n$ ,  $\Theta_{n-1}$ ,  $\Theta_n$  и напряжений  $I_n$ ,  $Q_n$  на выходе ПРУ при использовании манипуляционного кода Грея приведены в табл. [1, с. 169].

Таблица. Соответствие значений передаваемых двоичных элементов, разности фаз соседних посылок сигнала и напряжений на выходе ПРУ

Передаваемые двоичные элементы		Разность фаз соседних посылок сигнала $\Delta\Theta_n$	Значения приращения фазы сигнала		Напряжения на выходе каналов ПРУ в случае принятия правильных решений	
$i_n$	$q_n$		$\Theta_{n-1}$	$\Theta_n$	$I_n$	$Q_n$
0	0	0	0	0	+	+
			$\pi/2$	$\pi/2$		
			$\pi$	$\pi$		
			$3\pi/2$	$3\pi/2$		
0	1	$\pi/2$	0	$\pi/2$	+	-
			$\pi/2$	$\pi$		
			$\pi$	$3\pi/2$		
			$3\pi/2$	0		
1	1	$\pi$	0	$\pi$	-	-
			$\pi/2$	$3\pi/2$		
			$\pi$	0		
			$3\pi/2$	$\pi/2$		
1	0	$3\pi/2$	0	$3\pi/2$	-	+
			$\pi/2$	0		
			$\pi$	$\pi/2$		
			$3\pi/2$	$\pi$		

Фазоманипулированную помеху (ФМП), частота и тактовые моменты манипуляции которой совпадают с соответствующими параметрами сигнала (1) на входе ПРУ, на интервале приема  $(n - 1)$ -й и  $n$ -й посылок сигнала представим в виде

$$\begin{aligned} u_{n-1}(t) &= U_j \sin(\omega_s t + \varphi_{n-1}), & (n-1)T < t \leq nT, \\ u_n(t) &= U_j \sin(\omega_s t + \varphi_n), & nT < t \leq (n+1)T, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $U_j$  – амплитуда ФМП;  $\varphi_{n-1}, \varphi_n$  – ее начальные фазы, являющиеся независимыми равномерно распределенными от 0 до  $2\pi$  случайными величинами.

Аналогично на интервале приема  $(n - 1)$ -й и  $n$ -й посылок сигнала (1) запишем выражение для гармонической помехи (ГП) с амплитудой  $U_j$

$$u_{hi}(t) = U_j \sin(\omega_s t + \varphi_{hi}), \quad (n-1)T < t \leq (n+1)T, \quad (3)$$

частота которой совпадает с частотой сигнала, а начальная фаза  $\varphi_{hi}$  является равномерно распределенной от 0 до  $2\pi$  случайной величиной, изменяющейся от сеанса к сеансу связи.

Для решения поставленной задачи вначале конкретизируем для рассматриваемых помех напряжения  $f_I$  и  $f_Q$  на входах решающих устройств ПРУ:

$$\begin{aligned} f_I &= (X_n X_{n-1} + Y_n Y_{n-1}) - (Y_n X_{n-1} - X_n Y_{n-1}), \\ f_Q &= (X_n X_{n-1} + Y_n Y_{n-1}) + (Y_n X_{n-1} - X_n Y_{n-1}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $X_{n-1}, X_n$  и  $Y_{n-1}, Y_n$  – напряжения на выходах корреляторов синфазного и квадратурного каналов в моменты окончания  $(n - 1)$ -й и  $n$ -й посылок сигнала. Указанные напряжения в соответствии со структурной схемой ПРУ [1, с. 171] описываются следующими выражениями: для ФМП (2)

$$\begin{aligned} X_{n-1} &= \frac{1}{T} \int_{(n-1)T}^{nT} [s_{n-1}(t) + u_{n-1}(t)] u_I(t) dt, & X_n &= \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} [s_n(t) + u_n(t)] u_I(t) dt, \\ Y_{n-1} &= \frac{1}{T} \int_{(n-1)T}^{nT} [s_{n-1}(t) + u_{n-1}(t)] u_Q(t) dt, & Y_n &= \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} [s_n(t) + u_n(t)] u_Q(t) dt; \end{aligned} \quad (5)$$

для ГП (3)

$$\begin{aligned} X_{n-1} &= \frac{1}{T} \int_{(n-1)T}^{nT} [s_{n-1}(t) + u_{hi}(t)] u_I(t) dt, & X_n &= \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} [s_n(t) + u_{hi}(t)] u_I(t) dt, \\ Y_{n-1} &= \frac{1}{T} \int_{(n-1)T}^{nT} [s_{n-1}(t) + u_{hi}(t)] u_Q(t) dt, & Y_n &= \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} [s_n(t) + u_{hi}(t)] u_Q(t) dt, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $u_I(t) = \sin(\omega_s t)$ ,  $u_Q(t) = \sin(\omega_s t + \pi/2)$  – опорные напряжения корреляторов синфазного и квадратурного каналов.

Напряжения  $f_I$  и  $f_Q$  для помех (2), (3) получим следующим образом.

Для ФМП – путем подстановки (1) и (2) в (5), а (5) – в (4):

$$\begin{aligned} f_I(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s) &= \\ &= h_s^2 \cos[\frac{\pi}{4} - (\Theta_n - \Theta_{n-1})] + \cos[\frac{\pi}{4} - (\varphi_n - \varphi_{n-1})] + h_s \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi_n + \varphi_s + \Theta_{n-1}) + h_s \cos(\varphi_{n-1} - \varphi_s - \Theta_n), \\ f_Q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s) &= \\ &= h_s^2 \cos[\frac{\pi}{4} + (\Theta_n - \Theta_{n-1})] + \cos[\frac{\pi}{4} + (\varphi_n - \varphi_{n-1})] + h_s \cos(\varphi_n - \varphi_s - \Theta_{n-1}) + h_s \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi_{n-1} + \varphi_s + \Theta_n). \end{aligned} \quad (7)$$

Для ГП – путем подстановки (1) и (3) – в (6), а затем (6) – в (4):

$$\begin{aligned} f_I(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{hi}, \varphi_s) &= h_s^2 \cos\left[\frac{\pi}{4} - (\Theta_n - \Theta_{n-1})\right] + h_s \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{hi} + \varphi_s + \Theta_{n-1}\right) + h_s \cos(\varphi_{hi} - \varphi_s - \Theta_n) + \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ f_Q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{hi}, \varphi_s) &= h_s^2 \cos\left[\frac{\pi}{4} + (\Theta_n - \Theta_{n-1})\right] + h_s \cos(\varphi_{hi} - \varphi_s - \Theta_{n-1}) + h_s \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{hi} + \varphi_s + \Theta_n\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $h_s = U_s / U_j$  – отношение сигнал-помеха по напряжению на входе ПРУ.

Далее, следуя методу индикаторов решений о переданных элементах [5, 6], запишем правила принятия решений  $\hat{i}_n$ ,  $\hat{q}_n$  о переданных двоичных элементах  $i_n, q_n$ , индикаторы правильных решений об этих элементах  $I_i, I_q$ , а также выражения средних вероятностей правильного приема символа  $\dot{p}_s$  и двоичного элемента  $\dot{p}_b$  ДФРМ сигнала в рассматриваемом ПРУ при воздействии ФМП или ГП.

Вначале приведем указанные соотношения в общем виде, а затем конкретизируем их применительно к воздействию ФМП (2) и ГП (3).

### Решение задачи

Правила принятия решений  $\hat{i}_n$ ,  $\hat{q}_n$  о переданных двоичных элементах  $i_n, q_n$  с учетом таблицы для рассматриваемого ПРУ описываются неравенствами

$$\begin{aligned} \hat{i}_n=0 & & \hat{q}_n=0 \\ f_I & > 0, & f_Q & > 0, \\ \hat{i}_n=1 & & \hat{q}_n=1 \end{aligned} \quad (9)$$

где  $f_i$  и  $f_Q$  определяются выражениями (7) для ФМП и (8) для ГП.

Индикаторы  $I_i, I_q$  событий [5], заключающихся в правильном принятии решений о переданных двоичных элементах  $i_n, q_n$ , на основании правил (9), выражений (7), (8) и приведенного в таблице соответствия всех возможных значений величин  $\Theta_{n-1}$ ,  $\Theta_n$  и  $\Delta\Theta_n$  представим следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{при } \Delta\Theta_n = \Theta_n - \Theta_{n-1} = \{0; \pi/2\}, & & I_i &= \begin{cases} 1, & \text{если } f_I > 0, \\ 0, & \text{если } f_I \leq 0; \end{cases} \\ \text{при } \Delta\Theta_n = \{\pi; 3\pi/2\}, & & I_i &= \begin{cases} 1, & \text{если } f_I < 0, \\ 0, & \text{если } f_I \geq 0; \end{cases} \\ \text{при } \Delta\Theta_n = \{0; 3\pi/2\}, & & I_q &= \begin{cases} 1, & \text{если } f_I > 0, \\ 0, & \text{если } f_I \leq 0; \end{cases} \\ \text{при } \Delta\Theta_n = \{\pi/2; \pi\}, & & I_q &= \begin{cases} 1, & \text{если } f_I < 0, \\ 0, & \text{если } f_I \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

При получении средних вероятностей правильного приема символа  $\dot{p}_s$  и двоичного элемента  $\dot{p}_b$  ДФРМ сигнала положим, что все возможные значения  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$  величин  $\Theta_{n-1}, \Theta_n$  появляются независимо и равновероятно. Поэтому при получении выражений  $\dot{p}_s$  и  $\dot{p}_b$  применим формулу полной вероятности и учтем, что вероятность появления события  $Z$  равна ма-

тематическому ожиданию  $M\{I_s\}$  индикатора  $I_s$  этого события, а индикатор пересечения событий равен произведению индикаторов этих событий [5].

На основании изложенного среднюю вероятность правильного приема символа сигнала (1) при воздействии помехи запишем в обобщенном виде:

$$\dot{p}_s = \sum_{k=1}^4 \sum_{\ell=1}^4 P\{\Theta_{[(n-1),\ell]}\} P\{\Theta_{(n,k)}\} \dot{P}\{(\hat{i}_n = i_n) \cap (\hat{q}_n = q_n) | \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\}, \quad (11)$$

где величины  $\Theta_{[(n-1),\ell]}$ ,  $\ell = \overline{1,4}$ ,  $\Theta_{(n,k)}$ ,  $k = \overline{1,4}$ , независимо принимают значения  $0$ ,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{3\pi}{2}$  с вероятностями  $P\{\Theta_{[(n-1),\ell]}\} = P\{\Theta_{(n,k)}\} = 1/4$ ,  $\dot{P}\{(\hat{i}_n = i_n) \cap (\hat{q}_n = q_n) | \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\}$  – вероятность правильного приема символа ДФРМ сигнала (одновременного правильного приема двоичных элементов  $i_n$  и  $q_n$ ) при условии появления конкретных значений  $\Theta_{[(n-1),\ell]}$  и  $\Theta_{(n,k)}$ .

Аналогично получим обобщенное выражение средней вероятности правильного приема двоичного элемента ДФРМ сигнала

$$\begin{aligned} \dot{p}_b &= \frac{1}{2} [\dot{P}\{\hat{i}_n = i_n\} + \dot{P}\{\hat{q}_n = q_n\}] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \sum_{k=1}^4 \sum_{\ell=1}^4 P\{\Theta_{[(n-1),\ell]}\} P\{\Theta_{(n,k)}\} \dot{P}\{(\hat{i}_n = i_n) | \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^4 P\{\Theta_{[(n-1),\ell]}\} P\{\Theta_{(n,k)}\} \dot{P}\{(\hat{q}_n = q_n) | \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\} \right], \quad (12) \end{aligned}$$

где  $\dot{P}\{\hat{i}_n = i_n\}$ ,  $\dot{P}\{\hat{q}_n = q_n\}$  – средние вероятности правильного приема двоичных элементов  $i_n$  и  $q_n$ ,  $\dot{P}\{(\hat{i}_n = i_n) | \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\}$ ,  $\dot{P}\{(\hat{q}_n = q_n) | \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\}$  – вероятности правильного приема двоичных элементов  $i_n$  и  $q_n$  при условии появления конкретных значений  $\Theta_{[(n-1),\ell]}$  и  $\Theta_{(n,k)}$ .

Конкретизируем выражения (11), (12) вероятностей  $\dot{p}_s$  и  $\dot{p}_b$  для случая воздействия на рассматриваемое ПРУ ФМП со случайным набегом фазы (2). При этом учтем, что согласно (7) и (9) индикаторы  $I_s$ ,  $I_q$  (10) для этой помехи являются функциями величин  $h_s$ ,  $\Theta_{n-1}$ ,  $\Theta_n$ ,  $\varphi_{n-1}$ ,  $\varphi_n$ ,  $\varphi_s$ :  $I_s = I_s(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)$ ,  $I_q = I_q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)$ .

Подставим выражения  $f_I$  и  $f_Q$  (7) в (10) при соответствующих значениях  $\Theta_{n-1}$ ,  $\Theta_n$  и  $\Delta\Theta_n$  (см. табл.), а выражения (10) – в (11) и (12) и учтем, что плотности вероятности независимых случайных величин  $\varphi_{n-1}$  и  $\varphi_n$  определяются как  $W(\varphi_{n-1}) = W(\varphi_n) = 1/(2\pi)$ ,  $0 \leq \varphi_{n-1} \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \varphi_n \leq 2\pi$ .

После выполненных подстановок в результате численных расчетов можно показать, что при воздействии на рассматриваемое ПРУ помехи (2) входящие в (11) условные вероятности

$$\begin{aligned} \dot{P}\{(\hat{i}_n = i_n) \cap (\hat{q}_n = q_n) | \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\} &= \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [I_s(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s) I_q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)] W(\varphi_{n-1}) W(\varphi_n) d\varphi_{n-1} d\varphi_n, \end{aligned}$$

равны при всех возможных значениях  $0$ ,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\pi$ ,  $\frac{3\pi}{2}$  величин  $\Theta_{[(n-1),\ell]}$ ,  $\ell = \overline{1,4}$ ,  $\Theta_{(n,k)}$ ,  $k = \overline{1,4}$ .

Поэтому выражение вероятности  $\dot{p}_s$  (11) применительно к воздействию ФМП (2) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{p}_s &= \dot{P}\left\{(\hat{i}_n = i_n) \cap (\hat{q}_n = q_n) \mid \Theta_{[(n-1),1]}, \Theta_{(n,1)}\right\} = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [I_i(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s) I_q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)] \quad (13) \\ &\mid_{\Theta_{n-1}=0, \Theta_n=0} d\varphi_{n-1} d\varphi_n. \end{aligned}$$

Также с применением численных расчетов можно показать, что при воздействии помехи (2) входящие в (12) условные вероятности

$$\dot{P}\left\{(\hat{i}_n = i_n) \mid \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\right\} = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [I_i(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s) W(\varphi_{n-1}) W(\varphi_n) d\varphi_{n-1} d\varphi_n$$

и

$$\dot{P}\left\{(\hat{q}_n = q_n) \mid \Theta_{[(n-1),\ell]}, \Theta_{(n,k)}\right\} = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [I_q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)] W(\varphi_{n-1}) W(\varphi_n) d\varphi_{n-1} d\varphi_n$$

равны при всех возможных значениях  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$  величин  $\Theta_{[(n-1),\ell]}, \ell = \overline{1,4}, \Theta_{(n,k)}, k = \overline{1,4}$ .

Поэтому выражение вероятности  $\dot{p}_b$  (12) для случая воздействия ФМП (2) запишем следующим образом:

$$\dot{p}_b = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [I_i(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)] \mid_{\Theta_{n-1}=0, \Theta_n=0} d\varphi_{n-1} d\varphi_n. \quad (14)$$

Важно отметить, что, как и следовало ожидать для некогерентного ПРУ, средние вероятности правильного приема символа и двоичного элемента ДФРМ-сигнала при воздействии фазоманипулированной помехи не зависят от начальной фазы сигнала  $\varphi_s$ . Действительно, изменение значения  $\varphi_s$  в интегралах при расчете вероятностей (13), (14) смещает подынтегральную функцию в области определения, но не меняет значений указанных вероятностей.

С использованием симметрии подынтегральных функций в выражениях вероятностей (13) и (14) относительно плоскостей, описываемых уравнениями  $\varphi_{n-1} = (2\pi - \varphi_n)$  и  $\varphi_{n-1} = \varphi_n$  соответственно, возможно сокращение временных затрат на численные расчеты путем применения эквивалентных выражений с уменьшенной вдвое областью интегрирования:

$$\begin{aligned} \dot{p}_s &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi-\varphi_n} [I_i(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s) \times \\ &\quad \times I_q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)] \mid_{\Theta_{n-1}=0, \Theta_n=0} d\varphi_{n-1} d\varphi_n, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\dot{p}_b = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\varphi_n} [I_i(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{n-1}, \varphi_n, \varphi_s)] \mid_{\Theta_{n-1}=0, \Theta_n=0} d\varphi_{n-1} d\varphi_n. \quad (16)$$

При получении выражений вероятностей  $\dot{p}_s$  и  $\dot{p}_b$  для случая воздействия на ПРУ ДФРМ-сигналов ГП (3) с нулевой расстройкой по частоте относительно сигнала учтем, что согласно (8) и (9) индикаторы  $I_i, I_q$  (10) для этой помехи являются функциями величин  $h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{hi}, \varphi_s$ :  $I_i = I_i(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{hi}, \varphi_s), I_q = I_q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{hi}, \varphi_s)$ .

С применением выражений индикаторов  $I_i(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{hi}, \varphi_s)$ ,  $I_q(h_s, \Theta_{n-1}, \Theta_n, \varphi_{hi}, \varphi_s)$  (10) из выражений (11) и (12) получим вероятности  $\dot{p}_s$  и  $\dot{p}_b$  для случая воздействия на рассматриваемое ПРУ помехи (3):

$$\dot{p}_s = \frac{1}{16} \sum_{k=1}^4 \sum_{\ell=1}^4 M_{\varphi_{hi}} \{I_i(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s) I_q(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s)\} = \quad (17)$$

$$= \frac{1}{16} \sum_{k=1}^4 \sum_{\ell=1}^4 \int_0^{2\pi} I_i(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s) I_q(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s) W(\varphi_{hi}) d\varphi_{hi};$$

$$\dot{p}_b = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{16} \sum_{k=1}^4 \sum_{\ell=1}^4 M_{\varphi_{hi}} \{I_i(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s)\} + \right. \\ \left. + \frac{1}{16} \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^4 M_{\varphi_{hi}} \{I_q(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s)\} \right] = \quad (18)$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{16} \sum_{k=1}^4 \sum_{\ell=1}^4 \int_0^{2\pi} I_i(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s) W(\varphi_{hi}) d\varphi_{hi} + \right. \\ \left. + \frac{1}{16} \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^4 \int_0^{2\pi} I_q(h_s, \Theta_{[(n-1), \ell]}, \Theta_{(n,k)}, \varphi_{hi}, \varphi_s) W(\varphi_{hi}) d\varphi_{hi} \right],$$

где  $W(\varphi_{hi}) = \frac{1}{2\pi}$ ,  $0 \leq \varphi_{hi} \leq 2\pi$  – плотность вероятности случайной величины  $\varphi_{hi}$ .

Для получения аналитических выражений вероятностей  $\dot{p}_s$  и  $\dot{p}_b$  графически построим зависимости индикаторов в интегралах выражений (17) и (18) от переменной  $\varphi_{hi}$ , которые являются ступенчатыми функциями от этой переменной. Затем перемножим ступенчатые функции, входящие в (17), (18), и вычислим (17), (18) путем представления каждого из слагаемых этих выражений в виде суммы интегралов с интервалами интегрирования, на которых подынтегральные функции не претерпевают скачков. В результате интегрирования получим следующие формулы вероятностей  $\dot{p}_s$  и  $\dot{p}_b$ :

$$\dot{p}_s = \begin{cases} \frac{1}{4}, & \text{если } 0 < h_s \leq 1, \\ 1 - \frac{1}{2\pi} \left[ \arccos\left(\frac{1+h_s^2}{2\sqrt{2}h_s}\right) + \arccos\left(\frac{h_s^2-1}{2h_s}\right) \right], & \text{если } 1 < h_s \leq (\sqrt{2}+1), \\ 1, & \text{если } h_s > (\sqrt{2}+1); \end{cases} \quad (19)$$

$$\dot{p}_b = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{если } 0 < h_s \leq (\sqrt{2}-1), \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi} \left[ \arccos\left(\frac{1+h_s^2}{2\sqrt{2}h_s}\right) - \arccos\left(\frac{h_s^2-1}{2h_s}\right) \right], & \text{если } (\sqrt{2}-1) < h_s \leq 1, \\ 1 - \frac{1}{4\pi} \left[ \arccos\left(\frac{1+h_s^2}{2\sqrt{2}h_s}\right) + \arccos\left(\frac{h_s^2-1}{2h_s}\right) \right], & \text{если } 1 < h_s \leq (\sqrt{2}+1), \\ 1, & \text{если } h_s > (\sqrt{2}+1). \end{cases} \quad (20)$$

Выражения (19), (20) подтверждают очевидное для некогерентного ПРУ отсутствие зависимости вероятностей  $\dot{p}_s$ ,  $\dot{p}_b$  от начальной фазы сигнала  $\varphi_s$  для случая воздействия ГП.



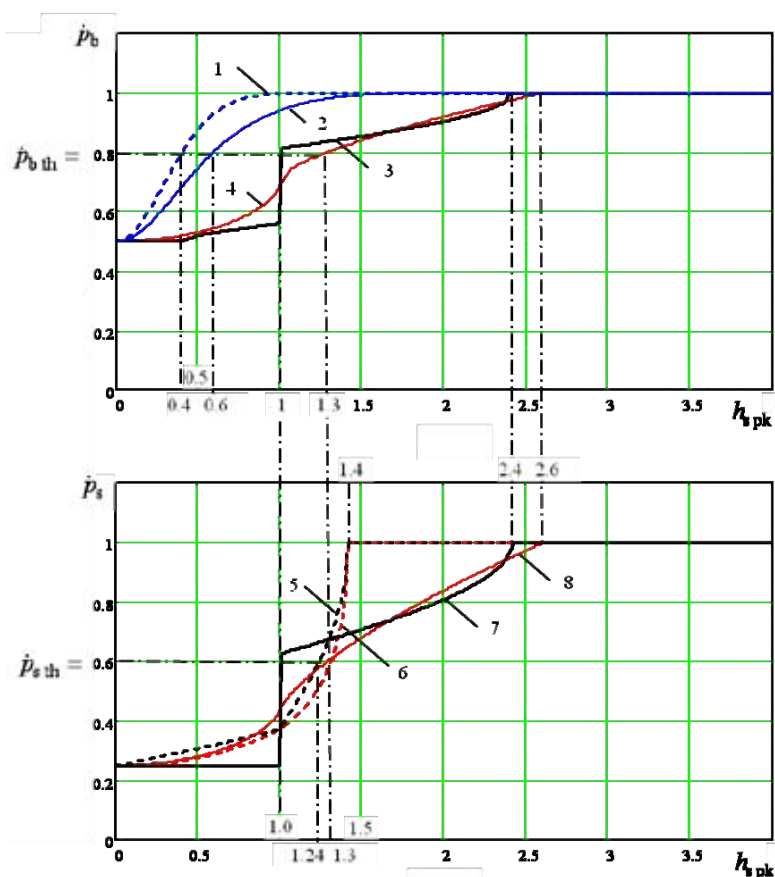


Рис. 1. Зависимости вероятностей  $\dot{p}_b$  и  $\dot{p}_s$  от  $h_{s, pk}$  в некогерентном и когерентном ПРУ ДФРМ сигнала при воздействии фазоманипулированной и гармонической помех: 1 – когерентное ПРУ, гауссовская помеха; 2, 3, 4 – некогерентное ПРУ – гауссовская, гармоническая и фазоманипулированная помехи; 5, 6 – когерентное ПРУ – гармоническая и фазоманипулированная помехи; 7, 8 – некогерентное ПРУ – гармоническая и фазоманипулированная помехи

Используя полученные зависимости вероятностей  $\dot{p}_s$  и  $\dot{p}_b$ , проведем анализ помехоустойчивости оптимального некогерентного и когерентного ПРУ ДФРМ сигнала при воздействии фазоманипулированной, гармонической и гауссовской помех по пиковым отношениям сигнал-помеха, поскольку у источников стационарных и преднамеренных помех пиковая мощность, как правило, ограничена.

Для ФМП и ГП отношение сигнал-помеха по эффективным  $h_s$  и пиковым  $h_{s, pk}$  напряжениям одинаковы, а для гауссовской помехи, пикфактор которой  $\Pi_g \approx 3$  при небольших  $h_s$ , справедливо приближенное равенство  $h_s \approx (\Pi_g / \Pi_s) h_{s, pk} = (3/\sqrt{2}) h_{s, pk}$ , где  $\Pi_s = \sqrt{2}$  – пикфактор сигнала (1).

На рис. 1 по формулам (15), (16), (19) и (20) сплошными линиями построены зависимости вероятностей  $\dot{p}_b$  и  $\dot{p}_s$  от отношения сигнал-помеха  $h_{s, pk}$  по пиковым напряжениям в оптимальном некогерентном ПРУ при воздействии ФМП (2) и ГП (3). Штриховыми линиями построены полученные по методике [4] зависимости вероятности  $\dot{p}_s$  от  $h_{s, pk}$  в когерентном ПРУ [1, с. 118] при воздействии помех (2) и (3):

для ФМП

$$\dot{p}_s = \begin{cases} \frac{1}{4} + \frac{2}{\pi^2} [\arcsin(h_s / \sqrt{2})]^2, & \text{если } 0 < h_s \leq 1, \\ \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \arcsin(h_s \sqrt{2}) + \frac{6}{\pi^2} [\arcsin(h_s / \sqrt{2})]^2, & \text{если } 1 < h_s < \sqrt{2}, \\ 1, & \text{если } h_s > \sqrt{2}; \end{cases}$$

для ГП

$$\dot{p}_s = \begin{cases} \frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \arcsin(h_s / \sqrt{2}), & \text{если } 0 < h_s \leq 1, \\ \frac{5}{2\pi} \arcsin(h_s \sqrt{2}) - \frac{1}{4}, & \text{если } 1 < h_s < \sqrt{2}, \\ 1, & \text{если } h_s > \sqrt{2}. \end{cases}$$

Для случая воздействия гауссовской помехи на рис. 1 сплошной и штриховой линиями построены зависимости вероятности  $\dot{p}_b$  от  $h_{s, \text{pk}}$  для оптимального некогерентного и когерентного ПРУ соответственно с применением формул [1, ф. (6.125)] и [3].

### Обсуждение результатов

Из рис. 1 видно, что воздействие ФМП и ГП характеризуется пороговым эффектом. Для когерентного ПРУ вероятность  $\dot{p}_s$  меньше 1 при  $h_{s, \text{pk}}$  меньше величины  $\approx 1,41$ . Применительно к некогерентному ПРУ вероятности  $\dot{p}_b$  и  $\dot{p}_s$  меньше 1 при  $h_{s, \text{pk}}$ , не превышающих  $\approx 2,6$  для ФМП и  $\approx 2,41$  для ГП. Следовательно, для достижения порогового эффекта в некогерентном ПРУ требуемая мощность ФМП оказывается в 3,4 меньше, чем для когерентного ПРУ, а мощность ГП – в 2,9 раза.

При отношениях сигнал-помеха по пиковым напряжениям нижеуказанных пороговых значений гауссовская помеха менее неблагоприятна по сравнению с фазоманипулированной и гармонической помехами для обоих рассматриваемых ПРУ.

Анализ приведенных на рис. 1 зависимостей показывает, что для когерентного ПРУ из соизмеримых по эффективности гармонической и фазоманипулированной помех при всех  $h_{s, \text{pk}}$  более неблагоприятна ФМП. Для некогерентного ПРУ такая однозначность отсутствует. Действительно, для значений  $\dot{p}_b$  и  $\dot{p}_s$  меньше 1 более неблагоприятной оказывается ГП при  $h_{s, \text{pk}}$  от 0 до 1 и от  $\approx 1,7$  до  $\approx 2,37$ , а при остальных значениях  $h_{s, \text{pk}}$  – ФМП.

Для представляющих практический интерес пороговых значений вероятности искажения двоичного элемента  $\bar{p}_{b, \text{th}} = 0,2$  и вероятности его правильного приема  $\dot{p}_{b, \text{th}} = 1 - \bar{p}_{b, \text{th}} = 0,8$ , при достижении которых полностью разрушается информационное содержание передаваемого сообщения [7], наиболее неблагоприятной для некогерентного ПРУ является ФМП. Поскольку требуемое для достижения этого эффекта значение  $h_{s, \text{pk}} \approx 1,3$ , то проигрыш ГП фазоманипулированной помехе по мощности составляет 1,7 раза. Проигрыш гауссовской помехи ФМП по пиковой мощности – 4,9 раза.

Достижение порогового значения вероятности  $\dot{p}_{b, \text{th}} = 0,8$  в когерентном ПРУ ДФРМ сигнала требует в 2,2 раза большей пиковой мощности гауссовской помехи, чем в оптимальном некогерентном ПРУ.

При указанном  $h_{s, pk} \approx 1,3$  из зависимости вероятности  $\dot{p}_s$  от  $h_{s, pk}$  для ФМП следует пороговое значение этой вероятности  $\dot{p}_{s, th} = 0,6$ . Для достижения этого значения вероятности в некогерентном и когерентном ПРУ требуется практически одинаковая мощность ФМП. Аналогично при воздействии ГП более помехоустойчивым оказывается некогерентное ПРУ, так как для достижения  $\dot{p}_{s, th}$  не хуже 0,6 в этом приемнике требуемая мощность помехи оказывается в 1,5 раза больше, чем в когерентном ПРУ.

### Заключение

На основе метода индикаторов решений о переданных элементах получены вероятностные показатели помехоустойчивости оптимального некогерентного ПРУ простого незамирающего ДФРМ-сигнала, а также результаты их сравнения с аналогичными показателями когерентного ПРУ при воздействии фазоманипулированной, гармонической или гауссовской помех. Указанные результаты могут быть использованы для оценки помехоустойчивости ДФРМ-сигнала в условиях воздействия станционных или преднамеренных помех, а также для выбора помех приемно-решающим устройством этого сигнала.

### Список литературы

[1] Окунев Ю.Б. *Цифровая передача информации фазомодулированными сигналами*. М.: Радио и связь, 1991. 296 с. [Okunev Yu.B. *Digital data transmission phase-modulated signals*. Moscow, Radio i svjaz', 1991. 296 p. (in Russian)].

[2] Зюко А.Г., Фалько А.И., Панфилов И.П., Банкет В.Л., Иващенко П.В. *Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации*. М.: Радио и связь, 1985. 272 с. [Zjuko A.G., Fal'ko A.I., Panfilov I.P., Banket V.L., Ivashhenko P.V. *Immunity and efficiency of information transmission systems*. Moscow, Radio i svjaz', 1985. 272 p. (in Russian)].

[3] Гиршов В.С. Помехоустойчивость когерентного приема многопозиционных сигналов с фазоразностной модуляцией. *Радиотехника*, 1988, 1, 47-49. [Girshov V.S. Immunity coherent reception of signals from the multi-position phase difference modulation. *Radiotekhnika*, 1988, 1, 47-49 (in Russian)].

[4] Ложкин К.Ю., Поддубный В.Н. Достоверность когерентного приема простых ДФРМ сигналов на фоне помехи произвольной структуры. *Радиотехника*, 1999, 12, 34-38. [Lozhkin K.Yu., Poddubnyj V.N. Reliability of coherent reception simple DQPSK signals against interference of any structure. *Radiotekhnika*, 1999, 12, 34-38 (in Russian)].

[5] Loeve M. *Probability Theory*. Princeton, New Jersey, USA: D Van Nostrand, 1955. 685 p.

[6] Овчаренко Л.А., Поддубный В.Н. Определение вероятности искажения последовательности двоичных сигналов методом индикаторов решений о переданных элементах. *Известия вузов СССР. Серия Радиоэлектроника*, 1986, 29 (9), 12-18. [Ovcharenko L.A., Poddubnyj V.N. Determining the probability of distortion sequence of binary signals transmitted by a cell-making indicators. *Izvestija Vuzov SSSR. Serija Radioelektronika*, 1986, 29 (9), 12-18 (in Russian)].

[7] Яглом А.М., Яглом И.М. *Вероятность и информация*. М.: Наука, 1975. 511 с. [Jaglom A.M., Jaglom I.M. *Probability and Information*. Moscow, Nauka, 1975. 511 p. (in Russian)].