

Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies, 2017, 10(2), 169-182

~ ~ ~

УДК 623.46

## Synthesis of Optimum Algorithms of Aircraft Guidance at the Group Aerial Target

**Alexander A. Antsiferov<sup>a</sup>,  
Alexander V. Bogdanov<sup>a</sup>, Victor N. Bondarev<sup>a</sup>,  
Evgeniy N. Garin<sup>b</sup>, Andrey M. Goncharov<sup>a</sup>,  
Alexander A. Kuchin<sup>a</sup> and Igor V. Lyutikov<sup>\*b</sup>**

<sup>a</sup>*VKO Military Academy named after Marshal  
of the Soviet Union Georgiy Zhukov  
50 Zhigareva Str., Tver, 170100, Russia*

<sup>b</sup>*Siberian Federal University  
79 Svobodny, Krasnoyarsk, 660041, Russia*

Received 21.12.2016, received in revised form 19.02.2017, accepted 04.03.2017

*In the article, in the framework of optimal control theory in state space, while approaches in the formulation of the Letov-Kalman's and on the basis of inverse dynamics problems, the synthesized optimal by the criterion of minimum quadratic local functional quality of the algorithms targeting the fighter and the missiles "air-to-air" on-air group goal. These algorithms guidance together with minimal penalties additionally provide onboard radar stations of aircrafts of appropriate conditions required for the radar reflected from an aerial target group signals in the interests of resolution of the elements of group air targets on a Doppler frequency based on the effect of radar synthetic aperture antenna and recognition of the attacked VTS based on the effect the secondary modulation.*

*Keywords: multiple air target, optimal algorithm guidance, fighter, a guided missile of class «air-to-air», active radar homing head.*

Citation: Antsiferov A.A., Bogdanov A.V., Bondarev V.N., Garin E.N., Goncharov A.M., Kuchin A.A., Lyutikov I.V. Synthesis of optimum algorithms of aircraft guidance at the group aerial target, J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol., 2017, 10(2), 169-182. DOI: 10.17516/1999-494X-2017-10-2-169-182.

© Siberian Federal University. All rights reserved

\* Corresponding author E-mail address: [lyutikovigor@mail.ru](mailto:lyutikovigor@mail.ru)

# **Синтез оптимальных алгоритмов наведения летательных аппаратов на групповую воздушную цель**

**А.А. Анциферов<sup>а</sup>, А.В. Богданов<sup>а</sup>,  
В.Н. Бондарев<sup>а</sup>, Е.Н. Гарин<sup>б</sup>,  
А.М. Гончаров<sup>а</sup>, А.А. Кучин<sup>а</sup>, И.В. Лютиков<sup>б</sup>**  
*<sup>а</sup>Военная академия ВКО  
имени маршала Советского Союза Г.К. Жукова  
Россия, 170100, Тверь, ул. Жигарева, 50  
<sup>б</sup>Сибирский федеральный университет  
Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79*

---

*В статье в рамках теории оптимального управления в пространстве состояний, при подходах в постановке Лётова-Калмана и на основе обратных задач динамики синтезированы оптимальные по критерию минимума квадратичного локального функционала качества алгоритмы наведения истребителя и ракеты класса «воздух-воздух» на групповую воздушную цель. Данные алгоритмы наведения совместно с минимальным промахом дополнительно обеспечивают в бортовых радиолокационных станциях соответствующих летательных аппаратов требуемые условия для радиолокационного наблюдения отраженных от групповой воздушной цели сигналов в интересах разрешения элементов групповой воздушной цели по доплеровской частоте на основе эффекта радиолокационного синтезирования апертуры антенны и распознавания типа атакуемой ВЦ на основе эффекта вторичной модуляции.*

*Ключевые слова: групповая воздушная цель, оптимальный алгоритм наведения, истребитель, управляемая ракета класса «воздух-воздух», активная радиолокационная головка самонаведения.*

---

## **Введение**

Эффективным способом поражения элементов групповой воздушной цели (ГВЦ) с помощью управляемых ракет (УР) с активной радиолокационной головкой самонаведения (АРГС) класса «воздух-воздух» является практически одновременное наведение нескольких ракет на несколько воздушных целей (ВЦ) из состава группы [1]. При этом каждая пущенная с борта истребителя ракета наводится на соответствующий элемент ГВЦ по выбранному летчиком «жесткому» целераспределению (ЦР), т.е. реализация индивидуального наведения ракеты на заданную цель из состава группы. При этом возникает необходимость в обязательном выполнении следующих требований:

- все цели в составе группы должны быть разрешены в бортовой радиолокационной станции (БРЛС) истребителя для выдачи в АРГС ракет достоверного предстартового целеуказания (ЦУ);
- все цели в составе группы должны быть также разрешены в АРГС ракеты на этапе ее самонаведения на ГВЦ для эффективного индивидуального наведения УР на заданную в соответствии с ЦУ воздушную цель в группе.

В общем случае БРЛС истребителя и АРГС ракеты как информационно-вычислительные подсистемы входят в состав радиоэлектронной системы управления (РЭСУ), главным содержанием которой являются:

- совокупность алгоритмов обработки информации, позволяющих осуществлять на борту истребителя или ракеты обнаружение, разрешение, сопровождение и распознавание атакуемых воздушных целей;
- методы наведения истребителей и ракет (алгоритмы функционирования соответствующих РЭСУ), которые должны обеспечивать не только полёт летательного аппарата (ЛА) по определённой траектории, но и необходимые условия для эффективной работы алгоритмов обработки информации, дающих возможность извлечь её из отражённых от воздушных целей радиолокационных сигналов [1, 2].

Разработанные к настоящему времени алгоритмы, основанные на применении узкополосной доплеровской фильтрации (УДФ) отраженных сигналов при их спектральном анализе в БРЛС или АРГС, позволяют эффективно осуществить в БРЛС истребителя и АРГС ракеты селекцию элементов ГВЦ путем разрешения целей на основе УДФ отражённых от них радиолокационных сигналов и распознавания состояния разрешаемых элементов ГВЦ на этапе их сопровождения [3].

Анализ методов наведения истребителей и ракет с АРГС показывает, что, несмотря на свои объективные достоинства, в большинстве случаев они разработаны для наведения на одиночные воздушные цели и не всегда дополнительно обеспечивают требуемые условия радиолокационного наблюдения отраженных от целей сигналов в БРЛС ЛА. Кроме того, рассмотренные методы наведения не являются оптимальными по критерию минимума промаха при наведении на элементы ГВЦ [1].

Цель работы – синтезировать оптимальные алгоритмы наведения истребителей и ракет с АРГС на элементы ГВЦ, которые вместе с минимальным промахом обеспечивают требуемые условия радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в БРЛС истребителя и АРГС ракеты.

## **1. Синтез оптимальных алгоритмов наведения истребителя на групповую воздушную цель**

Наибольшее распространение при синтезе оптимальных алгоритмов наведения истребителей и ракет получил метод обратных задач динамики и алгоритм локальной оптимизации, который базируется на принципе оптимальности Беллмана [2].

В работах [2, 4, 5] рассмотрены вопросы синтеза оптимальных методов самонаведения только на одиночные воздушные цели, при этом в качестве критерия оптимальности по совокупному показателю «точность–экономичность» применялся, как правило, критерий минимума квадратичного локального функционала качества. Аналогичный критерий использован и в работах [6, 7] при синтезе методов самонаведения самолётов на наземные цели с созданием эффекта радиолокационного синтезирования апертуры (РСА) антенны. Тот же критерий нашёл применение при синтезе методов самонаведения управляемых ракет на элементы ГВЦ с созданием эффекта РСА апертуры антенны [8, 9].

Подход к синтезу методов самонаведения самолётов и ракет по тому же критерию оптимальности, но на основе концепции обратных задач динамики достаточно глубоко развит для других по своему назначению систем управления в работах [2, 9, 10].

При синтезе методов самонаведения истребителя и ракеты на ГВЦ в основу положили критерий минимума квадратичного локального функционала качества.

Процедуру синтеза оптимальных по минимуму локального функционала качества алгоритмов наведения истребителя на ГВЦ, которые вместе с минимальным промахом обеспечивают требуемые условия радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в БРЛС истребителя, рассмотрим на примере синтеза алгоритма наведения истребителя, обеспечивающего в его БРЛС условия для эффективного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, летящих в сомкнутом боевом порядке.

*1.1. Синтез оптимального по минимуму локального функционала качества алгоритма наведения истребителя, обеспечивающего в его БРЛС условия для эффективного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, летящих в сомкнутом боевом порядке в постановке Лётова-Калмана*

В соответствии с последовательностью синтеза [1, 2] алгоритма наведения на первом этапе необходимо определить динамическую модель взаимного перемещения истребителя и ГВЦ в процессе наведения, под которой понимается совокупность дифференциальных уравнений, описывающих динамику изменения управляемого параметра – угла  $\varphi$  (между линией визирования «истребитель – ГВЦ» и вектором скорости истребителя) и параметра управления – бокового  $j_n$  ускорения истребителя.

Дифференциальные уравнения, описывающие динамику изменения  $\varphi$  и  $j_n$  в процессе самонаведения истребителя на ГВЦ в интересах обеспечения в его БРЛС условий для эффективного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, летящих в сомкнутом боевом порядке, запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t) &= \omega(t) + \frac{1}{D(t)} j_n(t), & \varphi(0) &= \varphi_0; \\ \dot{\varphi}_{\text{тр}}(t) &= 0, & \varphi_{\text{тр}}(0) &= \frac{D \Delta f_d \lambda}{2 \Delta L_{\text{min}} V_n} - \frac{V_{\text{ГВЦ}}}{V_n} q_{\text{ГВЦ}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\omega(t)$  – угловая скорость вращения линии визирования «истребитель – ГВЦ»;  $D(t)$  – дальность до ГВЦ;  $\varphi_{\text{тр}}(t)$  – требуемое значение угла пеленга цели;  $\Delta f_d$  – ширина полосы пропускания узкополосного доплеровского фильтра БРЛС;  $\lambda$  – длина волны БРЛС истребителя;  $V_{\text{ГВЦ}}(t)$  – вектор скорости энергетического центра ГВЦ;  $V_n(t)$  – собственная скорость истребителя;  $\Delta L_{\text{min}}$  – требуемое минимальное линейное разрешение целей в группе;  $q_{\text{ГВЦ}}(t)$  – угол между линией визирования и вектором скорости  $V_{\text{ГВЦ}}(t)$  ГВЦ [1, 2].

Динамическая модель (1) обладает такими свойствами [2], как измеримость, наблюдаемость, идентифицируемость и управляемость.

Анализ системы дифференциальных уравнений (1) позволяет определить следующий вектор состояния  $\mathbf{X}$  (для сокращения записей временные зависимости в дальнейшем опущены):

$$\mathbf{X} = [D, V_n, \varphi, \omega, j_n, \varphi_{\text{тр}}, q_{\text{ГВЦ}}]^T. \quad (2)$$

Исходя из того, что параметром управления является боковое ускорение истребителя, для синтеза оптимального алгоритма наведения истребителя, позволяющего обеспечить требуемые условия для линейного разрешения элементов ГВЦ, вектор управления  $\mathbf{U}$  вырождается в следующий вид:

$$\mathbf{U} = j_n. \quad (3)$$

Требуемым параметром для системы самонаведения истребителя, учитывающим управление по крену для реализации РСА антенны на борту истребителя, является  $\varphi_{\text{тр}}$ , т. е. вектор требуемых фазовых координат  $\mathbf{X}_r$  будет иметь вид

$$\mathbf{X}_r = \varphi_{\text{тр}}. \quad (4)$$

Соответственно, управляемым параметром для системы самонаведения истребителя является  $\varphi$ , т. е. вектор управляемых фазовых координат  $\mathbf{X}_y$  тоже будет включать один элемент и примет следующий вид:

$$\mathbf{X}_y = \varphi. \quad (5)$$

Значит, матрицы штрафов на точность слежения  $\mathbf{Q}$  и величину сигналов управления  $\mathbf{K}$  запишем таким образом:

$$\mathbf{Q} = q, \quad (6)$$

$$\mathbf{K} = k. \quad (7)$$

Анализ выражений (1) позволяет определить матрицу эффективности сигналов управления  $\mathbf{B}_y^T$  в следующем виде:

$$\mathbf{B}_y^T = \frac{1}{\dot{D}}. \quad (8)$$

В результате подлежащий минимизации локальный функционал качества [1, 2] принимает вид

$$I = M_y \left\{ [\varphi_{\text{тр}} - \varphi]^T q [\varphi_{\text{тр}} - \varphi] + \int_0^{t_i} j_n^2 k dt \right\}. \quad (9)$$

Известно [2], что оптимальный по минимуму локального функционала качества сигнал управления определяется выражением

$$u(t) = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T(t) \mathbf{Q} [\widehat{\mathbf{X}}_r(t) - \widehat{\mathbf{X}}_y(t)]. \quad (10)$$

Решив (10) с учетом формул (3)–(8), получим следующий закон оптимального управления боковым ускорением истребителя:

$$j_n^{(1)} = \frac{q}{\dot{D}k} (\varphi_{\text{тр}} - \widehat{\varphi}). \quad (11)$$

Для данного оптимального закона управления параметр рассогласования таков:

$$\Delta_1 = \left[ \frac{q}{Dk} (\varphi_{\text{тр}} - \bar{\varphi}) \right] - \hat{j}_n. \quad (12)$$

Анализ выражения (12) показывает, что для формирования сигнала оптимального управления  $j_n^{(1)}$  на борту истребителя необходимо иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, скорости сближения, скорости полёта ВЦ, собственной скорости истребителя и угла  $\varphi$  пеленга цели.

Таким образом, в постановке Лётова-Калмана синтезирован оптимальный по минимуму локального функционала качества алгоритм наведения истребителя на ГВЦ, обеспечивающий требуемые условия для линейного разрешения элементов ГВЦ, находящихся в главном луче диаграммы направленности антенны БРЛС, что позволит обеспечить в БРЛС истребителя радиолокационное распознавание численного состава ГВЦ, характера полета ее элементов и функционального назначения самолетов в группе [12].

В соответствии с представленной выше процедурой синтезирован оптимальный в постановке Лётова-Калмана алгоритм наведения истребителя на ГВЦ, обеспечивающий в его БРЛС радиолокационное распознавание типового состава ГВЦ при её стационарном полёте на основе эффекта вторичной модуляции [1, 12]. Данный алгоритм определяется следующим выражением:

$$\Delta_2 = \left[ \frac{q_{11}}{k} (q_{\text{тр}} - \bar{q}) + \frac{1}{Dk} \right] - \hat{j}_n, \quad (13)$$

где, кроме ранее указанных,  $q_{\text{тр}}$  – требуемое значение угла радиолокационного наблюдения цели в БРЛС истребителя для совместного обеспечения устойчивости наведения истребителя на элементы ГВЦ и наблюдения отражённых сигналов вторичной модуляции в интересах распознавания их типа;  $\bar{q}$  – текущее значение угла радиолокационного наблюдения цели в БРЛС истребителя.

*1.2. Синтез оптимального по минимуму локального функционала качества алгоритма наведения истребителя, обеспечивающего в его БРЛС условия для эффективного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, летящих в сомкнутом боевом порядке, на основе концепции обратных задач динамики*

В терминах обратных задач динамики [1, 2, 10, 11] процедура синтеза закона оптимального управления боковым ускорением истребителя формулируется следующим образом.

Для объекта управления, описываемого выражениями (1), необходимо найти такое управление  $j_n$ , чтобы функционал качества

$$I = \int_0^{t_k} L(\varphi, \varphi_{\text{тр}}, j_n) dt \quad (14)$$

был минимальным при условии

$$F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) = \varphi(t) - \varphi_{\text{тр}}(t) \quad (15)$$

или

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) = 0, \quad (16)$$

где  $F(\varphi, \varphi_{\text{тр}})$  – функция рассогласования между текущим и требуемым значениями угла пеленга цели [1, 2, 10, 11].

Из анализа выражений (1) следует, что управляемая фазовая координата  $\varphi$  связана с параметром управления  $j_{\text{и}}$  следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{\varphi} = \omega + \frac{1}{D} j_{\text{и}}, \quad (17)$$

которое представляет собой дифференциальное уравнение 1-го порядка.

Тогда закон стремления к нулю функции рассогласования (выражения (15) и (16)) запишем в виде линейного однородного дифференциального уравнения 1-го порядка:

$$\dot{F}(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) + \chi F(\varphi, \varphi_{\text{тр}}) = 0, \quad (18)$$

где  $\chi$  – в данном случае весовой коэффициент, обеспечивающий устойчивость решения (18) [1, 2, 10, 11].

Подставив (15) в (18) и преобразовав с учетом того, что  $\varphi_{\text{тр}} = \text{const}$ , получим

$$\dot{\varphi} + \chi(\varphi - \varphi_{\text{тр}}) = 0. \quad (19)$$

С учетом формулы (17) выражение (19) можно записать в виде

$$\omega + \frac{1}{D} j_{\text{и}} + \chi(\varphi - \varphi_{\text{тр}}) = 0. \quad (20)$$

После соответствующих преобразований получим аналитическое выражение для оптимального закона управления боковым ускорением истребителя:

$$j_{\text{и}}^{(2)} = -\dot{D}\chi(\hat{\varphi} - \varphi_{\text{тр}}) - \dot{D}\hat{\omega}. \quad (21)$$

Для данного оптимального закона управления параметр рассогласования принимает следующий вид:

$$\Delta_3 = [-\dot{D}\chi(\hat{\varphi} - \varphi_{\text{тр}}) - \dot{D}\hat{\omega}] - \hat{j}_{\text{и}}. \quad (22)$$

Анализ выражения (22) показывает, что для формирования сигнала оптимального управления  $j_{\text{и}}^{(2)}$  на борту истребителя необходимо иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, скорости сближения, скорости полёта ВЦ, собственной скорости истребителя, угловой скорости вращения линии визирования «истребитель – цель» и угла  $\varphi$  пеленга цели.

Таким образом, синтезирован оптимальный по минимуму локального функционала качества алгоритм наведения истребителя на ГВЦ, основанный на концепции обратных задач динамики, обеспечивающий требуемые условия для линейного разрешения элементов ГВЦ, находящихся в главном луче диаграммы направленности антенны БРЛС.

Аналогично в соответствии с процедурой синтеза алгоритмов управления на основе концепции обратных задач динамики синтезирован оптимальный в постановке обратных задач

динамики алгоритм наведения истребителя на ГВЦ, обеспечивающий в его БРЛС радиолокационное распознавание типового состава ГВЦ при её стационарном полёте, который определяется следующим выражением:

$$\Delta_4 = [2\dot{D}\hat{\omega} + \hat{j}_{ц} + \chi(\bar{q} - q_{тр})] - \hat{j}_и. \quad (23)$$

Следует отметить, что для формирования алгоритмов наведения истребителя на ГВЦ  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_3$  и  $\Delta_4$  уже в настоящее время имеются на борту истребителя все необходимые штатные измерители.

## 2. Синтез оптимальных алгоритмов наведения ракеты класса «воздух-воздух» с активной радиолокационной головкой самонаведения на групповую воздушную цель

*2.1. Синтез оптимального по минимуму локального функционала качества алгоритма наведения ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС на ГВЦ, обеспечивающего разрешение по доплеровской частоте элементов ГВЦ и наблюдение сигналов вторичной модуляции под требуемым ракурсом, в постановке Лётова-Калмана*

Алгоритм наведения ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС на ГВЦ должен обеспечить разрешение по доплеровской частоте ВЦ, находящихся на больших и средних дальностях в главном луче диаграммы направленности антенны АРГС, наблюдение сигналов вторичной модуляции под требуемым ракурсом в интересах последующего распознавания их типа, распределение элементов ГВЦ между атакующими их ракетами по типовому составу целей в группе с помощью известных алгоритмов [1].

В общем виде динамическая модель при наведении  $j$ -й ракеты на  $i$ -ю цель может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{ji} &= -\frac{2\dot{D}_{ji}}{D_{ji}}\omega_{ji} + \frac{1}{D_{ji}}(j_{ji} - j_{ц,ji}) + \xi_{\omega_j}; & \omega_{ji}(0) &= \omega_{ji0}; \\ \dot{\omega}_{т,ji} &= 0; & \omega_{т,ji}(0) &= \frac{\lambda}{2\Delta L_{\min}}\Delta f_d; \\ \dot{q}_{ji} &= C(\omega_{ji}\dot{D}_{ji} + V_p\dot{\phi}_{ji} + j_{ji} - j_{ц,ji}); & q_{ji}(0) &= q_{ji0}; \\ \dot{q}_{т,ji} &= 0; & q_{т,ji}(0) &= \text{const}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $D_{ji}$  – расстояние между  $j$ -й ракетой и  $i$ -й целью;  $j_{ji}$  – боковое ускорение  $j$ -й ракеты при наведении на  $i$ -ю цель;  $j_{ц,i}$  – боковое ускорение  $i$ -й цели;  $\omega_{ji}$  – угловая скорость вращения линии визирования « $j$ -я ракета –  $i$ -я цель»;  $\xi_{\omega_j}$  – центрированный белый гауссовский шум с известной односторонней спектральной плотностью;  $\omega_{т,ji}$  – требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования « $j$ -я ракета –  $i$ -я цель», позволяющее реализовать на борту  $j$ -й ракеты РСА антенны;  $V_p$  – вектор скорости ракеты;  $q_{ji}$  – ракурс радиолокационного наблюдения отражённых от  $i$ -й цели сигналов вторичной модуляции в АРГС  $j$ -й ракеты;  $q_{т,ji}$  – требуемое значение ракурса радиолокационного наблюдения отражённых от  $i$ -й цели сигналов в АРГС  $j$ -й ракеты.

Для того чтобы осуществить синтез алгоритма наведения ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС на ГВЦ, из системы дифференциальных уравнений (24) выделим вектор состояния  $\mathbf{X}$ , который будет определяться как

$$\mathbf{X} = (D, V_p, V_{из}, \omega, j_{из}, j, q, q_T)^T. \quad (25)$$

Исходя из того, что параметром управления является боковое ускорение ракеты, при синтезе оптимального алгоритма наведения УР, позволяющего обеспечить в её АРГС требуемые условия радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов при минимальном промахе, вектор управления  $\mathbf{U}$  вырождается в скаляр

$$\mathbf{U} = j. \quad (26)$$

Требуемыми параметрами для системы самонаведения УР, учитывающими управление угловой скоростью вращения линии визирования «УР–ВЦ» для реализации РСА антенны на борту ракеты и ракурсом радиолокационного наблюдения в АРГС ракеты отражённых от ВЦ сигналов, являются  $\omega_T$  и  $q_T$  соответственно, т. е. вектор требуемых фазовых координат  $\mathbf{X}_T$  будет иметь вид

$$\mathbf{X}_T = [\omega_T \quad q_T]^T. \quad (27)$$

Соответственно, управляемые параметры для системы самонаведения УР –  $\omega_T$  и  $q_T$ , т. е. вектор управляемых фазовых координат  $\mathbf{X}_y$  будет следующим:

$$\mathbf{X}_y = [\omega_T \quad q_T]^T. \quad (28)$$

Так как параметром управления является боковое ускорение ракеты  $j$ , а управляемыми параметрами –  $\omega$  и  $q$ , то матрицу эффективности сигналов управления  $\mathbf{B}_y^T$  образуют коэффициенты при  $j$  в дифференциальных уравнениях, описывающих изменение  $\omega$  и  $q$ . Из (24) матрица эффективности сигналов управления  $\mathbf{B}_y^T$  принимает следующий вид:

$$\mathbf{B}_y^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{D} & C \end{bmatrix}. \quad (29)$$

С учетом единичного размера вектора управления (выражение (16)) и размерности матриц (17)–(19) можно определить матрицы штрафов на точность слежения  $\mathbf{Q}$  и величину сигналов управления  $\mathbf{K}$ :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\mathbf{K} = k. \quad (31)$$

В результате подлежащий минимизации локальный функционал качества [1, 2] таков:

$$I = M_y \left\{ \begin{bmatrix} \omega_T - \omega \\ q_T - q \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_T - \omega \\ q_T - q \end{bmatrix} + \int_0^{t_i} j^2 k \, dt \right\}. \quad (32)$$

Вектор оптимального управления, доставляющий минимум локальному функционалу качества (32), определяется формулой (10).

Тогда, решив (10) с учетом формул (26)–(31), можно получить следующий закон оптимального управления боковым ускорением УР:

$$j_p = \frac{Cq_{22}}{k}(q_T - \bar{q}) - \frac{q_{11}}{Dk}(\omega_T - \bar{\omega}), \quad (33)$$

где

$$C = \frac{1}{\sqrt{V_{\text{н}}^2 - (V_p - \omega D)^2}}.$$

В (33) требуемое значение угловой скорости вращения линии визирования «УР–ВЦ» определяется выражением [1, 2]

$$\omega_T = \frac{\lambda}{2\Delta L_{\min}} \Delta f_d. \quad (34)$$

В этом случае параметр рассогласования для закона (3.23) принимает следующий вид:

$$\Delta_5 = \left[ \frac{Cq_{22}}{k}(q_T - \bar{q}) - \frac{q_{11}}{Dk}(\omega_T - \bar{\omega}) \right] - \hat{j}_p. \quad (35)$$

Выражение (35) определяет оптимальный алгоритм наведения ракеты, позволяющий обеспечить в её АРГС совместные условия для разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ на основе создания эффекта синтезирования апертуры антенны и наведения ракеты под требуемым ракурсом (который определяется ракурсом устойчивого наблюдения сигналов вторичной модуляции) для последующего распознавания на основе эффекта вторичной модуляции заданного для атаки типа ВЦ из состава группы и минимальный промах [1].

Аналогично, только для других условий наведения ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС на элементы ГВЦ, были разработаны следующие алгоритмы наведения УР на ГВЦ [1]:

- оптимальный в постановке Лётова-Калмана алгоритм наведения ракеты, обеспечивающий в её АРГС радиолокационное распознавание численного состава ГВЦ, характер полета ее элементов и функциональное назначение самолётов в группе, который определяется выражением

$$\Delta_6 = \left[ -\frac{q_{11}}{Dk}(\omega_T - \bar{\omega}) \right] - \hat{j}_p; \quad (36)$$

- оптимальный в постановке Лётова-Калмана алгоритм наведения ракеты, обеспечивающий в её АРГС радиолокационное распознавание типового состава ГВЦ, при её стационарном полёте, аналитическое выражение для которого имеет вид

$$\Delta_7 = \left[ -\frac{Cq_{22}}{k}(q_T - \bar{q}) + \frac{q_{11}}{Dk}\bar{\omega} \right] - \hat{j}_p. \quad (37)$$

Алгоритмы наведения ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС, определяемые выражениями (36) и (37), являются частными случаями алгоритма наведения ракеты (35).

2.2. Синтез оптимального по минимуму локального функционала качества алгоритма наведения ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС, обеспечивающего в её АРГС условия для эффективного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, летящих в сомкнутом боевом порядке, на основе концепции обратных задач динамики

С точки зрения подхода, основанного на решении обратной задачи динамики [1, 2, 10, 11], процедура синтеза закона оптимального управления боковым ускорением ракеты, обеспечивающего в её АРГС условия для эффективного разрешения по доплеровской частоте элементов ГВЦ, летящих в сомкнутом боевом порядке, формулируется следующим образом. Для объекта необходимо найти такое управление  $j_p(t)$ , чтобы функционал качества

$$I = \int_0^{t_k} L(\omega, \omega_{\text{тр}}, j_p) dt \quad (38)$$

был минимальным при условии

$$F(\omega, \omega_{\text{тр}}) = \omega(t) - \omega_{\text{тр}}(t), \quad (39)$$

или

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(\omega, \omega_{\text{тр}}) = 0, \quad (40)$$

где  $F(\omega, \omega_{\text{тр}})$  – функция рассогласования между текущим и требуемым значением угловой скорости вращения линии визирования «ракета-цель».

Управляемая фазовая координата  $\omega$  связана с параметром управления  $j_p$  дифференциальным уравнением, которое представляет собой дифференциальное уравнение 1-го порядка.

Тогда закон стремления к нулю функции рассогласования (выражения (39) и (40)) запишем в виде линейного однородного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\dot{F}(\omega, \omega_{\text{тр}}) + \chi F(\omega, \omega_{\text{тр}}) = 0, \quad (41)$$

где  $\chi$  – весовой коэффициент, также обеспечивающий устойчивость решения (41).

Подставив (39) в (41) и преобразовав с учетом того, что  $\omega_{\text{тр}} = \text{const}$ , получим

$$\dot{\omega} + \chi(\omega - \omega_{\text{тр}}) = 0. \quad (42)$$

Выражение (42) можно записать в виде

$$-\frac{2\dot{D}}{D}\omega + \frac{1}{D}(J_{\text{ц}} - J_p) + \chi(\omega - \omega_{\text{тр}}) = 0. \quad (43)$$

После соответствующих преобразований можно получить аналитическое выражение для оптимального по минимуму локального функционала качества закона управления боковым ускорением ракеты класса «воздух-воздух» с АРГС на ГВЦ на основе концепции обратных задач динамики

$$j_p = 2\dot{D}\omega + \hat{J}_{\text{ц}} + \chi\left(\hat{\omega} - \frac{\lambda\Delta f_{\text{д}}}{2\Delta L_{\text{min}}}\right). \quad (44)$$

Для данного оптимального закона управления параметр рассогласования принимает следующий вид:

$$\Delta_8 = \left[ 2\dot{D}\omega + \hat{j}_u + \chi \left( \hat{\omega} - \frac{\lambda\Delta f_d}{2\Delta L_{\min}} \right) \right] - \hat{j}_p. \quad (45)$$

Выражение (45) определяет оптимальный по минимуму локального функционала качества алгоритм наведения УР класса «воздух-воздух» с АРГС на ГВЦ на основе концепции обратных задач динамики.

В соответствии с данным подходом синтезирован оптимальный алгоритм наведения ракеты, обеспечивающий в её АРГС радиолокационное распознавание типового состава ГВЦ при её стационарном полёте. Данный алгоритм наведения ракеты имеет следующее аналитическое выражение:

$$\Delta_9 = [2\dot{D}\hat{\omega} + \hat{j}_u + \chi(\hat{q} - q_{\text{тр}})] - \hat{j}_p. \quad (46)$$

Для формирования сигналов оптимального управления в соответствии с выражениями (35)–(37), (45) и (46) на борту ракеты необходимо использовать информацию с выхода АРГС (угломерного канала, канала дальности и автоселектора скорости) и спецвычислителя для определения требуемых значений угловой скорости вращения линии визирования «ракета-цель» и ракурса радиолокационного наблюдения в АРГС ракеты отражённых от ГВЦ сигналов.

### Заключение

При подходах в постановке Лётова-Калмана и на основе обратных задач динамики синтезированы оптимальные по критерию минимума квадратичного локального функционала качества алгоритмы наведения истребителя и ракеты класса «воздух-воздух» на ГВЦ, которые совместно с минимальным промахом дополнительно обеспечивают в бортовых РЛС соответствующих летательных аппаратов требуемые условия для радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов в интересах разрешения элементов ГВЦ по доплеровской частоте на основе эффекта радиолокационного синтезирования апертуры антенны и распознавания типа атакуемой ВЦ на основе эффекта вторичной модуляции.

Для формирования сигналов оптимального управления на борту летательных аппаратов необходимо иметь оптимальные оценки дальности до ВЦ, скорости сближения, скорости полёта ВЦ, собственной скорости летательного аппарата, угловой скорости вращения линии визирования «ЛА-цель» и угла пеленга цели, а также спецвычислитель для определения требуемых значений угловой скорости вращения линии визирования «ЛА-цель» и ракурса радиолокационного наблюдения отражённых от ГВЦ сигналов. Для реализации синтезированных алгоритмов наведения достаточно уже имеющихся на борту истребителя и ракеты штатных измерителей и бортовой цифровой вычислительной машины.

Существенное влияние на величину сигналов оптимального управления при использовании синтезированных алгоритмов наведения ЛА оказывают отношения коэффициентов матриц штрафов к точности слежения и величине сигналов управления, а также весовому коэффициенту. Оценка их численных значений является одной из важных задач в процессе синтеза алгоритмов траекторного управления наведением ЛА [2]. Наиболее распростра-

ненным способом определения коэффициентов штрафов признано использование принципа равнопрочности [2].

Синтезированные оптимальные алгоритмы наведения истребителей и ракет класса «воздух-воздух» с АРГС на ГВЦ, определяемые выражениями (12), (13), (22), (23), (35)–(37), (45) и (46), вместе с базовым алгоритмом наведения истребителя в соответствии с методом самонаведения в наивыгоднейшую упрежденную точку встречи [2] и базовым алгоритмом наведения УР в соответствии с методом пропорционального наведения [2], целесообразно свести в единую систему алгоритмов наведения ЛА в интересах повышения эффективности атаки ГВЦ.

### Список литературы

[1] Богданов А.В., Ковалев А.А., Кучин А.А., Лютиков И.В., Филонов А.А. *Методы самонаведения истребителей и ракет класса «воздух-воздух» на групповую воздушную цель*; ред. А.А. Кучин. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2014. 168 с. [Bogdanov A.V., Kovalev A.A., Kuchin A.A., Lyutikov I.V., Filonov A.A. *Methods homing fighters and missiles «air-to-air» group aerial target*. Krasnoyarsk, Siberian Federal University, 2014, 168 p. (in Russian)].

[2] Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. *Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 1. Теоретические основы*; под ред. М.С. Ярлыкова. М.: Радиотехника, 2012. 504 с. [Yarlikov M.S., Bogachev A.S., Merkulov V.I., Dragalin V.V. *Radio-electronic systems of navigation, sighting and weapons control aircraft. Vol. 1. Theoretical foundations*. М., Radiotekhnika, 2012, 504 p. (in Russian)].

[3] Васильев О.В., Абатуров В.А., Потапов Р.А., Ситников А.Г., Коротков С.С. Особенности распознавания воздушных целей в бортовых РЛС при длительной когерентной обработке сигналов. *Радиотехника*, 2011, 2, 43–52 [Vasilyev O.V., Abaturov V.A., Potapov R.A., Sitnikov A.G., Korotkov S.S. Features of identification of air targets in airborne radar with long-term coherent signal processing, *Radiotekhnika*, 2011, 2, 43–52 (in Russian)].

[4] *Системы радиоуправления. Книга 1. Состояние и тенденции развития систем радиоуправления*; ред. В.С. Верба. М.: Радиотехника, 2013. 268 с. [*A radio control system. Book 1. The condition and tendencies of development of radio control systems*. М.: Radiotekhnika, 2013, 268 p. (in Russian)].

[5] Максимов М.В., Горгонов Г.И., Чернов В.С. *Авиационные системы радиоуправления*. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1984. 364 с. [Maksimov M.V., Gorgonov G.I., Chernov V.S. *Aviation radio system*. Moscow, Military-air engineering Academy of a name of N.E. Zhukovsky, 1984, 364 p. (in Russian)].

[6] Забелин И.В., Шуклин А.И. Чувствительность информационно-вычислительной системы ракеты «воздух-поверхность» к точности измерителей в режиме синтеза апертуры антенны. *Радиотехника*, 2003, № 6, 76–82 [Zabelin I.V., Shuklin A.I. The sensitivity of the computing system missiles «air-to-surface» for the accuracy of the measuring mode synthetic aperture antenna, *Radiotekhnika*, 2003, №6, 76–82 (in Russian)].

[7] Меркулов В.И., Шуклин А.И. Чувствительность к точности измерителей алгоритмов траекторного управления самолетом при наведении на наземную цель с адаптацией к режимам работы бортовой РЛС. *Радиотехника*, 2011, 6, 113–116 [Merkulov V.I., Shuklin A.I. Sensitivity to the accuracy of the measuring algorithms of trajectory control of the aircraft when hovering in ground

goal with adaptation to the modes of operation of onboard radar, *Radiotekhnika*, 2011, 6, 113–116 (in Russian)].

[8] Викулов О.В. Траекторное управление наведением в активной радиолокационной системе самонаведения. *Радиотехника*, 1995, 11, 81–85 [Vikulov O.V. Trajectory control guidance in an active radar homing system, *Radiotekhnika*, 1995, 11, 81–85 (in Russian)].

[9] Верба В.С., Садовский П.А., Меркулов В.И. Алгоритм индивидуального наведения на воздушную цель в составе плотной группы. *Информационно-измерительные и управляющие системы*, 2009, 9, 3–7 [Verba V.S., Sadovskiy P.A., Merkulov V.I. The algorithm of individual guidance to the aerial target in the dense composition of the group, *Information-measuring and Control Systems*, 2009, 9, 3–7 (in Russian)].

[10] Меркулов В.И., Харьков В.П. Оптимизация радиоэлектронных систем управления. Методы и алгоритмы синтеза оптимального управления (обзор). *Радиотехника*, 1998, 9, 5–17 [Merkulov V.I., Kharkov V.P. Optimization of electronic control systems. Methods and algorithms of synthesis of optimal control (a review), *Radiotekhnika*, 1998, 9, 5–17 (in Russian)].

[11] Крутько П.Д. *Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели*. М.: Наука, 1987. 304 с. [Krutko P.D. *Inverse problems of dynamics of controlled systems: Linear models*. Moscow, Nauka, 1987, 304 p. (in Russian)].

[12] Богданов А.В., Коротков С.С., Кучин А.А., Бондарев В.Н., Лютиков И.В. Концепция распознавания воздушных целей в авиационном радиолокационном комплексе. *Журнал СВУ. Техника и технологии*, 2016, 9(3), 319–331 [Bogdanov A.V., Korotkov S.S., Kuchin A.A., Bondarev V.N., Lyutikov V.I. The concept of recognition of air target in the aviation radar complex, *J. Sib. Fed. Univ. Eng. technol.*, 2016, 9(3), 319331 (in Russian)].