

УДК 519.81

Г.М. Гнатієнко, канд. техн. наук.,

Група компаній "Верес", директор з персоналу

О.В. Присяжнюк, доц., канд. техн. наук

Кіровоградський педагогічний університет ім. В. Винниченка

## Процедури та критерії адекватності перетворення інтервальних бальних оцінок в нормовані вагові коефіцієнти

Описуються процедури перетворення бальних інтервалів в гіперпаралелепіед вагових коефіцієнтів та критерії їх адекватності. Проведено порівняльний аналіз ефективності процедур шляхом їх тестування з використанням різних критеріїв оптимальності

**бали, вагові коефіцієнти, експерт**

При розробці складних автоматизованих систем на етапі моделювання досить часто виникає необхідність застосування експертних оцінок. Залучення професійних експертів також необхідне і в ситуаціях, коли визначення вагових коефіцієнтів параметрів моделі складної системи за об'єктивними даними практично неможливе завдяки відсутності певного рівня об'єктивної інформації.

Метод приписування балів при проведенні експертного оцінювання об'єктів є найзручнішим та найменш трудомістким [1]. Інтервальні бальні оцінки адекватніше відображують суб'єктивну нечіткість, притаману природі експертного оцінювання [2]. Розмита форма експертної інформації у вигляді інтервалів бальних оцінок часто застосовується на практиці. Але для розв'язання багатьох практичних задач використовуються нормовані коефіцієнти відносної важливості об'єктів. Тому виникає задача розробки процедур переходу між інтервальними бальними оцінками та інтервалами нормованих вагових коефіцієнтів.

Нехай експерт задає свої переваги в N-бальній шкалі у вигляді інтервалів зміни балів кожного об'єкта в межах від 0 до N - чим важливіший об'єкт з точки зору експерта, тим більші значення  $B_i^H, B_i^B, i \in I$ , йому присвоюються ( $B_i^H, B_i^B$  - відповідно нижня та верхня межі зміни балів кожного об'єкта,  $I$  – множина індексів об'єктів), тобто

$$b_i \in [B_i^H, B_i^B], i \in I. \quad (1)$$

Необхідно знайти гіперпаралелепіед вагових коефіцієнтів (ГВК), який би максимально зберігав задану структуру переваг експертів:

$$\rho \in \Pi = \prod_{i \in I} [\rho_i^H, \rho_i^B], \rho = \{\rho_i, i \in I\}, 0 < \rho_i^H \leq \rho_i^B < 1, i \in I, \sum_{i \in I} \rho_i = 1, \rho_i > 0, i \in I, \quad (2)$$

де  $\rho_i^H, \rho_i^B$  - відповідно нижня та верхня межі зміни компонент вектора,  $\rho_i, i \in I$ .

Знайдений ГВК не повинен містити надлишкових значень [3], тобто мають виконуватися умови:

$$\sum_{i \in I} \rho_i^H \leq 1, \sum_{i \in I} \rho_i^B \geq 1, \rho_i^H \geq 1 - \sum_{j \neq i} \rho_j^B, \rho_i^B \leq 1 - \sum_{j \neq i} \rho_j^H, i \in I \quad (3)$$

Наведемо деякі процедури перетворення від інтервальних бальних оцінок до інтервалів вагових коефіцієнтів

**Процедура 1.** Найпростішим способом перетворення інтервальних бальних оцінок до інтервалів нормованих коефіцієнтів є застосування формули

$$\rho_i^{H(B)} = 2 * B_i^{H(B)} / \sum_{j \in I} (B_j^H + B_j^B).$$

**Процедура 2.** Для перетворення інтервальних бальних оцінок у вагові коефіцієнти можна також застосовувати формулу

$$\rho^{H(B)}_i = B^{H(B)}_i / (X \pm \varepsilon), \quad i \in I, \quad (4)$$

де  $\varepsilon > 0$ , а величина  $X$  має вибиратися з інтервалу:

$$\max_{i \in I} (B^B_i + \sum_{j \neq i} B^H_j) \leq X \leq \min_{i \in I} (B^H_i + \sum_{j \neq i} B^B_j),$$

або обчислюється за формулою  $X = \sum (B_i^H + B_i^B) / 2n$ .

Якщо  $\max_{i \in I} (B^B_i + \sum_{j \neq i} B^H_j) > \min_{i \in I} (B^H_i + \sum_{j \neq i} B^B_j)$ , то значення  $X$  можна вибрати,

наприклад, як  $X = (\max_{i \in I} (B^B_i + \sum_{j \neq i} B^H_j) + \min_{i \in I} (B^H_i + \sum_{j \neq i} B^B_j)) / 2$ .

ГВК, одержаний в результаті перетворень (4), не повинен містити надлишкових значень. При відсіюванні надлишкових значень ГВК вигляду (3) може порушитися початкова структура переваг експерта.

При  $\varepsilon=0$  зберігається профіль переваг, але можуть з'явитися надлишкові значення ГВК. Тому з допомогою варіації значення величини  $\varepsilon$  можна регулювати інтервали зміни вагових коефіцієнтів.

**Процедура 3.** Одним з підходів переходу від інтервальних бальних оцінок до ГВК є застосування монотонного перетворення вигляду:

$$\omega^{*H}_i = (N - b^B_i) / N, \quad \omega^{*B}_i = (N - b^H_i) / N, \quad i \in I. \quad (5)$$

В результаті задані інтервали бальних оцінок приймають нормовані значення  $\omega^*_i \in [\omega^{*H}_i, \omega^{*B}_i]$ ,  $i \in I$ , де  $\omega^{*H}_i = \omega_i(b^{*H}_i)$ ,  $\omega^{*B}_i = \omega_i(b^{*B}_i)$ ,  $i \in I$ , - відповідно нижня та верхня межі інтервалів бальних оцінок у безрозмірному просторі.

Межі зміни ГВК, який породжується гіперпаралелепіпедом  $\prod_{i \in I} [\omega^{*H}_i, \omega^{*B}_i]$  вигляду (5), обчислюються за формулами [4]:

$$\begin{aligned} \rho^H_i &= \prod_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \omega^{*H}_j / \left( \sum_{\substack{q \in I \\ j \neq q}} \omega^{*B}_q \prod_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \omega^{*H}_j + \prod_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \omega^{*B}_j \right), \\ \rho^B_i &= \prod_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \omega^{*B}_j / \left( \sum_{\substack{q \in I \\ j \neq q}} \omega^{*H}_q \prod_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \omega^{*B}_j + \prod_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \omega^{*H}_j \right) \end{aligned} \quad (6)$$

**Процедура 4.** Перед обчисленням ГВК за формулами (6) задані бальні оцінки можуть нормуватися формулами:

$$\omega^{*H}_i = b^H_i / \left( \sum_{j \in I} b^H_j - \min_{j \in I} (b^B_j - b^H_j) \right), \quad \omega^{*B}_i = b^B_i / \left( \sum_{j \in I} b^B_j - \min_{j \in I} (b^B_j - b^H_j) \right), \quad i \in I.$$

**Процедура 5.** На попередньому етапі замість значення  $N$  використовуються значення

$$b^{(\min)} = \min_{i \in I} b^H_i, \quad b^{(\max)} = \max_{i \in I} b^B_i, \quad i \in I.$$

Тоді для переходу до безрозмірних значень використовуються формули

$$\omega^{*H}_i = b^H_i / (b^{(\max)} - b^{(\min)}), \quad \omega^{*B}_i = b^B_i / (b^{(\max)} - b^{(\min)}), \quad i \in I.$$

**Процедура 6.** В деяких спеціальних задачах експертиза приписування балів модифікується таким чином. Експерт має можливість крім інтервалів відносної важливості об'єктів за  $N$ -бальною шкалою вказати степінь впевненості в своїй оцінці, наприклад, числом  $0 < v_i < 1$ ,  $i \in I$ .

**Евристика Е1.** Експертним шляхом встановлюється співвідношення  $\mu$  між пріоритетністю заданої важливості об'єкта та впевненістю експерта у своїх оцінках (у

технічних задачах – між заданою важливістю об'єкта та ймовірністю його вірної класифікації).

Значення  $\omega^{*H}_i, \omega^{*B}_i, i \in I$ , обчислюються в цьому випадку за формулами:

$$\omega^{*H}_i = \begin{cases} (b^H_i)^\mu / v_i, & \mu \leq 1, \\ (b^B_i)^\mu / v_i, & \mu > 1, \end{cases} \quad \omega^{*B}_i = \begin{cases} (b^H_i)^\mu / v_i, & \mu \geq 1, \\ (b^B_i)^\mu / v_i, & \mu < 1 \end{cases}, i \in I.$$

Наведемо також деякі процедури переходу від ГВК до інтервальних бальних оцінок.

Позначимо максимальне значення верхніх меж вагових коефіцієнтів через

$$R^B = \max_{i \in I} \rho_i^B.$$

Найпростіший спосіб перетворення нормованих вагових коефіцієнтів у бальні інтервальні оцінки:

$$B^{H(B)}_i = \rho^{H(B)}_i \cdot N / R^B, i \in I.$$

Інколи вводиться додаткова евристика.

**Евристика Е2.** Експертним шляхом встановлюється, що максимальний присвоєний бал є меншим від верхньої межі бальної шкали  $N$  на  $D$  балів або на  $P$  відсотків.

Тоді інтервали бальних оцінок визначаються за формулами:

$$B^{H(B)}_i = \rho^{H(B)}_i \cdot (N - D) / R^B, i \in I,$$

$$B^{H(B)}_i = \rho^{H(B)}_i \cdot N \cdot (100 - P) / R^B, i \in I.$$

Важливим аспектом дослідження перетворень між інтервалами бальних оцінок та ГВК є визначення змін у структурі переваг. Мірою зміни структури переваг експерта будемо вважати функцію від структури переваг, задану експертом в інтервальній бальній шкалі та у вигляді ГВК.

Введемо позначення:

$$\mu_{ij}^{bP} = (B_i^B - B_i^H) / (B_j^B - B_j^H), \quad \mu_{ij}^{bC} = (B_i^B + B_i^H) / (B_j^B + B_j^H).$$

$$\mu_{ij}^{\rho P} = (\rho_i^B - \rho_i^H) / (\rho_j^B - \rho_j^H), \quad \mu_{ij}^{\rho C} = (\rho_i^B + \rho_i^H) / (\rho_j^B + \rho_j^H).$$

Тоді можна розглядати такі критерії:

$$K_1 = 2 \cdot \sum_{i,j \in I} |\mu_{ij}^{bP} - \mu_{ij}^{\rho P}| / n(n-1);$$

$$K_2 = 2 \cdot \sum_{i,j \in I} |\mu_{ij}^{bC} - \mu_{ij}^{\rho C}| / n(n-1).$$

Для перевірки адекватності знайденого ГВК початковим інтервалам переваг, заданих в бальній формі, можна розглядати таке значення критерію

$$K_3 = \max_{i,j \in I} d_{ij},$$

$$d_{ij} = \begin{cases} d^H_{ij} - p^H_{ij}, & \text{якщо } d^H_{ij} > p^H_{ij} \text{ і } d^B_{ij} > p^B_{ij}, \\ p^B_{ij} - d^B_{ij}, & \text{якщо } d^H_{ij} < p^H_{ij} \text{ і } d^B_{ij} < p^B_{ij}, \\ \max(d^H_{ij} - p^H_{ij}, p^B_{ij} - d^B_{ij}), & \text{якщо } d^H_{ij} > p^H_{ij} \text{ і } d^B_{ij} < p^B_{ij}, \\ 0, & \text{якщо } d^H_{ij} \leq p^H_{ij} < p^B_{ij} \leq d^B_{ij}, \end{cases}$$

де  $d^H_{ij} = \min(\rho^H_i / \rho^B_j, \rho^B_i / \rho^H_j)$ ,  $d^B_{ij} = \max(\rho^H_i / \rho^B_j, \rho^B_i / \rho^H_j)$ ,  $i, j \in I$ ; аналогічно,  $p^H_{ij} = \min(B^H_i / B^B_j, B^B_i / B^H_j)$ ,  $p^B_{ij} = \max(B^H_i / B^B_j, B^B_i / B^H_j)$ ,  $i, j \in I$ .

Критерієм адекватності знайденого ГВК початковій структурі переваг може слугувати розв'язання оберненої задачі: переведення нормалізованого ГВК в  $N$ -бальну інтервальну шкалу.

Нехай задано такі інтервали бальних оцінок:

$$B_1^H = 5; B_2^H = 3; B_3^H = 5; B_1^B = 9.5; B_2^B = 4; B_3^B = 5.5;$$

В таблиці 1 наведено обрахунки інтервалів вагових коефіцієнтів процедурами 1-5, та уточнених процедурами перевірки обрахованих інтервалів на надлишковість (3). Для процедур наведені критерії адекватності  $K_1$ - $K_3$

Таблиця 1 – Обрахунки інтервалів вагових коефіцієнтів процедурами 1-5

	$B_1^H$	$B_2^H$	$B_3^H$	$B_1^B$	$B_2^B$	$B_3^B$			
	5	3	5	9,5	4	5,5	$K_1$	$K_2$	$K_3$
	$\rho_1^H$	$\rho_2^H$	$\rho_3^H$	$\rho_1^B$	$\rho_2^B$	$\rho_3^B$			
Процедура 1	0,31	0,19	0,31	0,59	0,25	0,34			
Поправка на ненадлишковість	0,41	0,19	0,31	0,50	0,25	0,34	3,22	0,00	0,50
Процедура 2	0,28	0,17	0,28	0,53	0,22	0,31			
Поправка на ненадлишковість	0,47	0,17	0,28	0,53	0,22	0,31	3,89	2,14	0,32
Процедура 3	0,25	0,08	0,09	0,55	0,63	0,71			
Поправка на ненадлишковість	0,25	0,08	0,09	0,55	0,63	0,67	5,79	0,87	0,00
Процедура 4	0,21	0,30	0,27	0,49	0,60	0,60			
Поправка на ненадлишковість	0,21	0,30	0,27	0,43	0,51	0,48	4,89	1,35	1,75
Процедура 5	0,19	0,28	0,25	0,41	0,53	0,49			
Поправка на ненадлишковість	0,19	0,28	0,25	0,41	0,53	0,49	4,99	1,42	1,68

Процедури було протестовано на 1000 випадках завдання випадковим чином інтервалів бальних оцінок в 3-мірному критеріальному просторі. Для перевірки критеріїв на чутливість обраховувалось середнє значення абсолютних відхилень від середнього значення по кожному критерію. Результати тестування представлені в Таблиці 2. Найбільшу стійкість по всім процедурам показав критерій  $K_2$ , а найменшу – критерій  $K_3$ . Показники адекватності процедур перетворення за введеними критеріями обраховувались за критерієм лінійної згортки та мінімаксу, відповідно за (7)-(8). За обома критеріями кращі показники по  $K_1$ - $K_2$  показала процедура 1, найгірші – процедура 4.

$$\min_i \sum_{j=1}^3 K_j, \quad (7)$$

$$\min_i \max_j K_j, \quad (8)$$

де  $i$  – відповідно індекс процедури,  $i=1, \dots, 5$ .

Таблиця 2 – Результати тестування на 1000 випадках завдання випадковим чином інтервалів бальних оцінок в 3-мірному критеріальному просторі

	$K_1$	$K_2$	$K_3$
	0,42	0,00	0,77
Процедура 2	0,52	0,61	1,27
Процедура 3	0,86	0,44	1,73
Процедура 4	0,85	0,49	1,79
Процедура 5	0,86	0,49	1,78

Запропоновані процедури перетворення бальної форми задання переваг до нормованих вагових коефіцієнтів є обґрунтованими і можуть знайти широке застосування у процесі формалізації експертних оцінок.

По-перше, процедури орієнтовані на одержання ГВК, який апроксимує задану структуру переваг (1), що сприяє збереженню інформації про переваги і надає можливість застосування цієї інформації у математичних моделях.

По-друге, критерії аналізу одержаного ГВК на адекватність початковим інтервалам, заданим у бальній формі, можна використовувати для аналізу ненадлишковості одержаного ГВК, що є самостійною задачею.

По-третє, процедури використовують інтервальну бальну шкалу, яка, згідно [1], є найпоширенішою в практиці експертного оцінювання.

## Список літератури

1. Панкова Л.А., Петровский А.М., Шнейдерман М.В. Организация экспертизы и анализ экспертной информации – М.: Наука, 1984. – 120 с.
2. Нариньяни А.С. Неточность как НЕ-фактор. Попытка доформального анализа: Препр./РосНИИ ИИ. – Москва-Новосибирск: 1994. – 34 с.
3. Гнатієнко Г.М., Дробот О.В. Процедури обробки експертної інформації при моделюванні складних сільськогосподарських комплексів//Збірник наукових праць Кіровоградського державного технічного університету. Випуск 10. – Кіровоград. 2001. – С.101-106.
4. Доленко Г.А. Задание вектора предпочтений критериев на интервалах в задачах векторной оптимизации. Сб. “Кибернетика и вычислительная техника”. Вып.51. К. 1981. С.101-108.

Рассматриваются процедуры преобразования экспертных оценок, заданных в бальных интервалах в гиперпараллелепипед весовых коэффициенты и критерии их адекватности. Проведен анализ эффективности процедур путем их тестирования с использованием различных критериев оптимальности.

The author describes the transformation procedures of scale intervals in hyperparallelepiped of weight coefficients and criteria of their correspondence. The comparative analysis of the effectiveness of the procedures through their testing using different criteria of optimization is given.