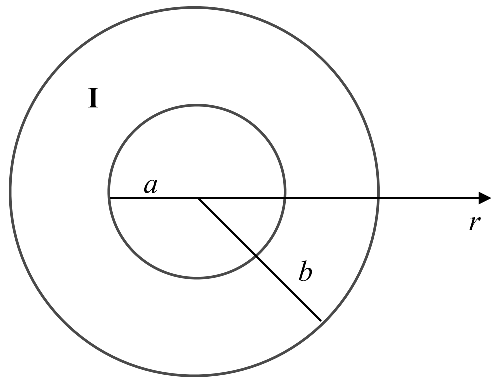
SECONDO PARZIALE — 01.06.2017
FISICA GENERALE T-2, Prof. G. Vannini
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica e dell'Automazione

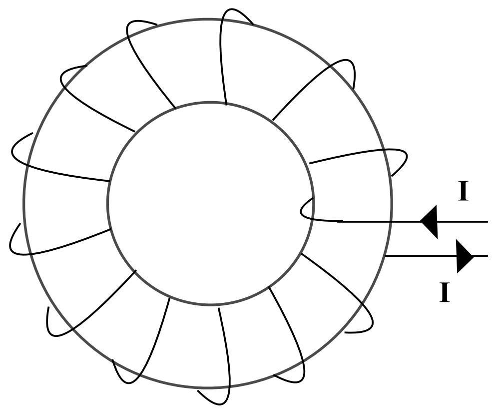
ESERCIZIO 1

Un conduttore cilindrico cavo, di raggi *a* e *b*, è percorso da una corrente I distribuita uniformemente e uscente dal foglio.
Calcolare il campo magnetico **B**(**r**) in funzione della distanza r dall'asse.



ESERCIZIO 2

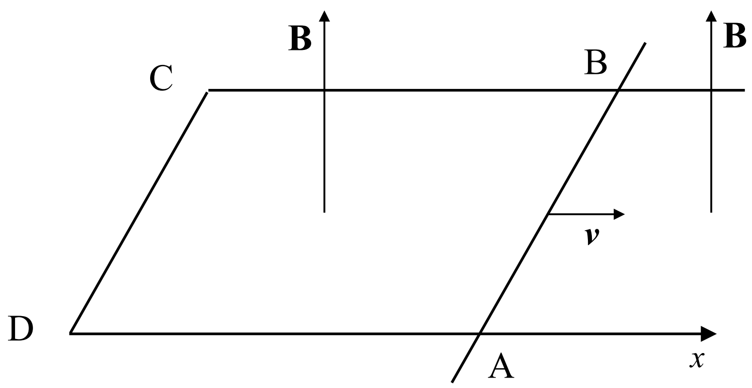
Un solenoide toroidale è riempito con un materiale isotropo e omogeneo avente permeabilità magnetica relativa μ_r.
Calcolare **H**, **B** e **M** nel suo interno e dire come sono diretti.



ESERCIZIO 3

Un conduttore metallico di resistenza trascurabile è piegato a U, come mostrato in figura; i tratti paralleli distano $b = 5$ cm. Su di esso può spostarsi senza attrito un conduttore di resistenza R = 5 Ω, ortogonale ai tratti paralleli. Questo viene tenuto in moto secondo il verso positivo dell'asse x con velocità costante di modulo $v = 10$ m/s e il dispositivo è immerso in un campo magnetico uniforme e costante, ortogonale al circuito e diretto come mostrato in figura, di modulo B = 0.2 T. Calcolare:

1. il valore della corrente indotta nel circuito;
2. la forza che agisce sul conduttore mobile.



SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

Considerando il verso uscente della corrente, la direzione di B è tangente ad una circonferenza di raggio r, passante per il centro del cilindro, e il suo verso è antiorario. Applichiamo la legge di Ampère

$$\oint \mathbf{B} \cdot \mathbf{dl} = \mu_0 I_C \quad , \quad \text{dove } I_C \text{ è la corrente concatenata con } \mathbf{dl}$$

ad una circonferenza di raggio r:

- se $r \leq a$ ci troviamo all'interno della cavità di raggio a: non c'è nessuna corrente concatenata nella circonferenza.

  $$B(r) = 0$$

- se $a \leq r \leq b$ ci troviamo all'interno del conduttore:

  $$\oint \mathbf{B} \cdot \mathbf{dl} = 2\pi r B(r)$$

  In questo caso la corrente concatenata nella circonferenza non sarà tutta la corrente che attraversa il conduttore, ma una frazione di essa, che dipenderà dal raggio r variabile.
  Ragionando in termini di densità di corrente J:

  $$I = \mathbf{J}\pi(b^2 - a^2)$$
  $$I_C = \mathbf{J}\pi(r^2 - a^2)$$

  Ricaviamo la **J** dalla prima equazione della corrente totale I:

  $$\mathbf{J} = \frac{I}{\pi(b^2 - a^2)}$$

  sostituendo **J** in I_C, troviamo il secondo membro della legge di Ampère:

  $$\mu_0 I_C = \frac{\mu_0 I}{(b^2 - a^2)}(r^2 - a^2)$$

  Quindi:

  $$2\pi r B(r) = \frac{\mu_0 I}{(b^2 - a^2)}(r^2 - a^2)$$

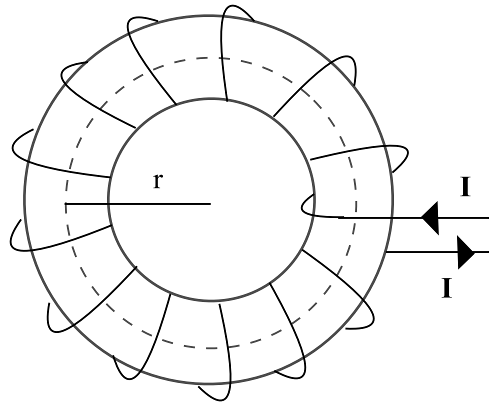
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi(b^2 - a^2)} \frac{(r^2 - a^2)}{r} = \frac{\mu_0 J}{2} \frac{(r^2 - a^2)}{r}$$

- se $r \geq b$ siamo all'esterno del conduttore: la corrente concatenata con la circonferenza in questo caso è tutta la corrente che attraverso il conduttore.

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

ESERCIZIO 2

La legge di Ampère per il campo H è



$$\oint \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \mu_0 \sum I_C$$

prendendo come percorso una circonferenza di raggio r interno al solenoide.
Allora:

$$\oint \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = 2\pi r H = NI \ , \quad \text{dove N è il numero di spire}$$

quindi il campo H è:

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

La direzione di **H** è quella tangente ad una circonferenza all'interno del toroide con centro sul suo asse, perché **H** è parallelo a **B**.

Per quanto riguarda B, sappiamo che

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$$

quindi: $B = \mu_0\mu_r H = \mu_0\mu_r \frac{NI}{2\pi r}$.

$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} = (\mu_r - 1)\mathbf{H}$

M ha stessa direzione e stesso verso di **H** e **B** (supponendo la suscettività magnetica positiva).

ESERCIZIO 3

1) Questo è il caso di un conduttore in moto traslatorio uniforme con velocità ***v*** e il campo **B** e il conduttore sono perpendicolari tra di loro.
Il campo B genera un campo elettrico E dal punto B al punto A

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

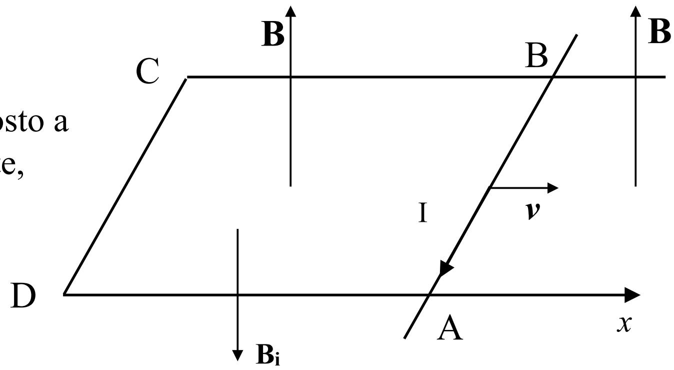
per questo motivo, gli elettroni si spostano da A a B per evitare un ulteriore accumulo di elettroni. Quindi il punto A risulta essere positivo rispetto a B e ai capi del conduttore ci sarà una tensione indotta nel circuito pari a:

$$f_i = \oint_l \mathbf{E_i} \cdot \mathbf{dl} = \int_A^B \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{dl} = -\, vBb = -\, 0.1V$$

Allora la corrente indotta nel circuito è:

$$I = \frac{f_i}{R} = -\frac{vBb}{R} = -\, 2 \cdot 10^{-2} A$$

La corrente indotta produrrà un campo magnetico indotto $\mathbf{B_i}$ che deve essere opposto a quello **B** già presente. Dato che **B** è uscente, come mostrato in figura, il verso $\mathbf{B_i}$ deve essere entrante e quindi la corrente scorre da B a A (regola della mano destra).



2) La forza che agisce sul conduttore mobile è data da:

$$\mathbf{F} = I\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I\overrightarrow{BA} \times \mathbf{B} = -\frac{vBb}{R} bB\hat{x} = -\frac{vB^2b^2}{R}\hat{x}$$

Il segno negativo deriva dalla regola della mano destra: **F** è opposta alla velocità e all'asse *x*.

Il valore di tale forza è:

$$F = -\frac{vB^2b^2}{R} = -\, 2 \cdot 10^{-2} A \cdot 5 \cdot 10^{-2} m \cdot 0.2T = -\, 2 \cdot 10^{-4} N$$