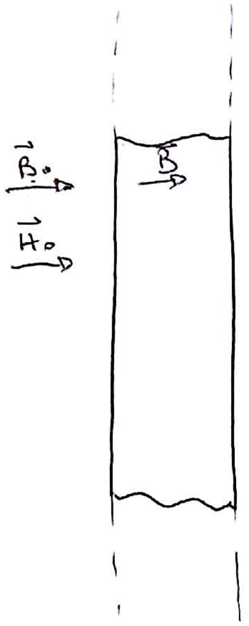
ESERCIZI: magnetismo della materia

(1) Una lastra di materiale omogeneo e isotropo, molto estesa rispetto al suo spessore, è disposta ortogonalmente alle linee di forza di un campo di induzione magnetica uniforme $\vec{B}_0$ (nel vuoto). Sapendo che la permeabilità magnetica relativa è $\mu_r = 2$, discutere la configurazione assunta nel materiale dai campi $\vec{B}$, $\vec{H}$ e $\vec{M}$.



- Dato che $\vec{B}_0$ è $\perp$ alla lastra, $B_{0t} = 0 \Rightarrow B_0 = B_{n0}$

e sapendo che

$$\begin{cases} \frac{B_{t1}}{\mu_1} = \frac{B_{t2}}{\mu_2} \\ B_{n1} = B_{n2} \end{cases}$$

allora, nel nostro caso, queste si scrivono:

$$\begin{cases} \frac{B_t}{\mu} = \frac{B_{0t}}{\mu_0} = 0 \\ B_n = B_{n0} \end{cases} \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}_0$$

Internamente al materiale, il campo $\vec{B}$ ha lo stesso valore che all'esterno (anche modulo e direzione).

- Sapendo che $\vec{H} // \vec{B} \Rightarrow \vec{H} \perp$ a lastra : $H_t = H_{t0} = 0$.

Sapendo, inoltre, che $\mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2}$, allora:

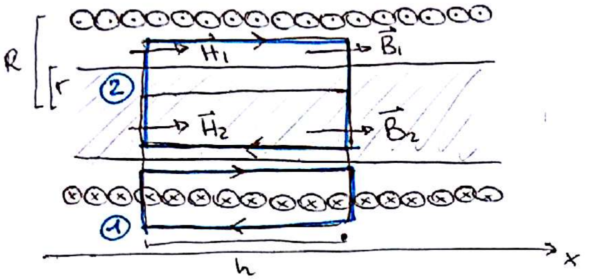
$$\begin{cases} H_t = H_{t0} = 0 \\ \mu_0 H_{n0} = \mu H_n \end{cases} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\mu_0 \vec{H}_0}{\mu} = \frac{\vec{H}_0}{\mu_r} = \frac{\vec{H}_0}{2} \qquad \mu = \mu_0 \mu_r$$

Esternamente è $\vec{H}_0 = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$.

- Per il vettore magnetizzazione:

$$\vec{M} = \frac{\vec{B} - \mu_0 \vec{H}}{\mu_0} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - \frac{\vec{H}_0}{2} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} - \frac{\vec{B}_0}{2\mu_0} = \frac{\vec{B}_0}{2\mu_0} = \frac{\vec{H}_0}{2}$$

2) All'interno di un solenoide indefinito di raggio R è posto un cilindro indefinito di raggio $r < R$, coassiale al solenoide, avente permeabilità magnetica relativa μ_r. Calcolare i valori di $\vec{H}$, $\vec{B}$ e $\vec{M}$, e la densità di corrente amperiana.



Tutti i campi, per ragioni di simmetria, sono // all'asse.

• Sapendo che $\boxed{\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_i}$ dove I_i = correnti concatenate

allora prendiamo un percorso rettangolare 1 che concatena la corrente nIh, per $\vec{H}_1$ (nel vuoto)

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_1 h = nIh \Rightarrow H_1 = nI$$

e prendiamo un percorso 2 che non concatena alcuna corrente (per $\vec{H}_2$, nel materiale)

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_1 h - H_2 h = 0 \Rightarrow H_1 = H_2$$

quindi $\vec{H}$ ha lo stesso valore dentro e fuori dal materiale

e $\vec{H} = nI\hat{x}$ verso di $\vec{B}$ e // all'asse sia nella zona vuota che nel cilindro magnetizzato

• Il campo $\vec{B}$, invece, è diverso nelle due regioni:

$$\begin{cases} \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{H} = \mu_0 nI\hat{x} & \text{nel vuoto} \\ \vec{B}_2 = \mu \vec{H} = \mu_0\mu_r \vec{H} = \mu_0\mu_r nI\hat{x} = \mu_r \vec{B}_1 & \text{nel materiale} \end{cases}$$

• $\vec{M} \neq 0$ solo nel materiale

$\vec{M} = \chi_m \vec{H} = \chi_m nI\hat{x}$ $\qquad \chi_m = \mu_r - 1$ suscettività magnetica

• $\vec{M}$ è uniforme, quindi $\vec{\nabla} \times \vec{M} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{J}_{m_V} = \vec{\nabla} \times \vec{M}} = 0$

non ci sono correnti amperiane di volume, ma solo corrente amperiana superficiale

$\boxed{\vec{J}_{m_S} = \vec{M} \times \hat{n}} =$ $\qquad \hat{n}$ = normale all'asse del cilindro

$= \chi_m nI\, \hat{x} \times \hat{n}$ $\qquad$ orientata come la corrente di conduzione.