

$$Z_X = Z_0 * \left( \frac{n_i}{n_0} \right) * \left( \frac{P_i}{P_0} \right)^\varepsilon, \quad (15)$$

$$V_i = V_{nX} * e^{-Z_X * T}, \quad (16)$$

$$H_i = \frac{V_{nX} - V_i}{Z_X} * 1.05, \quad (17)$$

$$V_{Pi} = \frac{H_i}{T_i + T_{дон}}, \quad (18)$$

$$C_i = \frac{C_e}{V_p} + \frac{C_d}{H_i}. \quad (19)$$

В наведених формулах величини з індексом “0” є базовими, тобто тими, що містяться в промисловій інформації. А величини з індексом “i” – очікуваними при тих чи інших режимних параметрах, відмінних від базових.

Символи в формулах означають :

$Z_0$  – показник експоненти при базовому режимі;

$Z_X$  – очікуваний показник експоненти при режимі, відмінному від базового;

$R_X$  – очікуваний ресурс опор долота при режимі, відмінному від базового;

$V_{nX}$  – очікувана початкова швидкість буріння при режимі, відмінному від базового;

$\varepsilon$  – емпіричний коефіцієнт, що характеризує вплив навантаження на темп падіння механічної швидкості буріння;

$D_d$  – діаметр долота в мм.

Емпіричні коефіцієнти на початковому етапі можна взяти такими:  $\alpha \approx 0,6$  ;  $\beta \approx 1$  ;  $x \approx 1$  ;  $y \approx 0,6$ . Але потім їх варто уточнити наступними спостереженнями.

На заключення слід наголосити, що якість оптимізації режимних параметрів залежить від правильності вибору варіанту розрахунку відповідно до властивостей порід (абразивні чи малоабразивні). Для цього в розрізі треба попередньо виділити інтервали за цією ознакою. Найпростіше це можна зробити шляхом експертного опитування виробничників стосовно характеру випереджаючого зносу доліт: по опорах чи озброєнню, або по кодованому опису зносу доліт, якщо в базах даних є така інформація.

Для реалізації описаних математичних моделей на кафедрі буріння ІФНТУНГ створено відповідні комп'ютерні програми.

УДК 539.3: 622.24

## ТЕОРЕТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ КРИТИЧНИХ СТАНІВ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛОН НАДГЛИБИННОГО БУРІННЯ

В.І.Гуляєв, В.В.Гайдайчук, І.Л.Соловійов, І.В.Горбунович

Національний транспортний університет, 01010, м. Київ, вул. Суворова, 1,

e-mail: [valery@gulyayev.com.ua](mailto:valery@gulyayev.com.ua)

*Поставлена задача об устойчивости и свободных колебаниях глубоких вращающихся буровых колонн, которые преднапряжены продольной силой и крутящим моментом. С учетом статических и динамических эффектов силового взаимодействия указанных механических факторов построены разрешающие уравнения. Предложена методика их решения, основанная на применении метода продолжения по параметру и метода ортогонализации. Выполнены исследования устойчивости и колебаний буровых колонн длиной до 10000 м*

*The problem about free vibrations of rotating drill columns prestressed by torque and longitudinal force is stated. The constitutive equations are formulated with allowance made for static and dynamic effects of force interaction between the mentioned factors. The techniques of the equation integration are proposed, which are based on application of the transfer matrix method and the orthogonalization method. The investigations of stability and vibrations of the 10 km length drill strings are performed.*

**Вступ.** При видобутку палив з великих глибин підвищення ефективності буріння вертикальних свердловин роторним способом тісно пов'язано з проблемами виявлення критичних режимів функціонування бурових колон і з розробкою заходів для зниження їх негативного впливу на технологічний процес. До таких явищ відносяться втрата стійкості прямолінійної форми БК у нижній її частині по типу стисло-вигнутого закрученого стержня; збурення поздовжніх коливань БК під дією різних збурень технологічного характеру; збурення резонансних згинних коливань БК, які зумовлені

геометричними недосконаlostями і дисбалансом усієї системи та окремих її частин; параметричне самозбурення крутих коливань БК, що викликані нелінійними силами тертя зривної взаємодії між різальним інструментом і оброблюваною породою. Зазначені явища можуть призводити до аварійних ситуацій, що супроводжується обривом труби БК, прихваткою інструмента, що різє, у зоні різання породи і загибанням ділянок БК у породу, розгвинчуванням труб БК, відхиленням осі свердловини від вертикалі та її незапланованим викривленням, а також втратою стійкості стінок свердловини і

їх обваленням. Щоб уникнути цих явищ, важливим виявляється не тільки встановлення критичних швидкостей обертання колони, але також і визначення форм її згинання, що дозволяє знаходити зони контактної взаємодії труби колони зі стінкою свердловини й обчислювати реакції цих взаємодій.

Труднощі, що виникають при дослідженні руху БК обумовлені особливостями співвідношень між геометричними параметрами БК і складною комбінацією сил, що діють на неї при бурінні. Оскільки за своїми геометричними параметрами бурильна колона еквівалентна струні з відносно малою згинною та крутильною жорсткістю, яку потрібно розраховувати згідно теорії балок, щоб правильно описати крайові і локальні ефекти її деформування. Тому застосування цієї теорії на довжинах у декілька кілометрів призводить до появи так званої "обчислювальної жорсткості", яка супроводжується істотним погіршенням збіжності обчислювальних алгоритмів. Цьому сприяє також одночасна дія на колону поздовжніх сил ваги, крутного моменту, гіроскопічних і відцентрових сил інерції обертального руху, сил в'язкого тертя та гіроскопічних і відносних сил інерції внутрішніх і зовнішніх потоків промивної рідини. Як видно з аналізу літератури з цієї проблеми, сьогодні відсутні універсальні методики для розв'язання подібних задач, і розглядаються тільки окремі питання розрахунку КНБК окремо від всієї конструкції БК або задачі аналізу закритичних станів конструкції БК за заданими формами регулярних спіралей за найбільш спрощених схем їх навантаження без врахування обертального руху [1-5]. Важливість задачі аналізу сумісної роботи БК і КНБК вказано у [6-7].

Метою даної роботи є розробка теоретичних основ, створення математичних моделей та програмного забезпечення для теоретичного аналізу за інтегрованими розрахунковими схемами статичних та динамічних станів бурильних колон довжиною порядку 10000 м. Нижче викладена методика і наведені результати комп'ютерного моделювання критичних станів БК з урахуванням їх спільної роботи з КНБК.

**Основні співвідношення.** Рівняння згинних коливань бурильної колони мають вид [8-10]:

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} - \frac{d}{dz} \left( T \frac{du}{dz} \right) - \frac{d^2}{dz^2} \left( M_z \frac{dv}{dz} \right) - (\rho F + \rho_p F_p) \omega^2 u - 2(\rho F + \rho_p F_p) \omega \frac{dv}{dt} + V^2 \rho_p F_p \frac{d^2 u}{dz^2} + 2V \rho_p F_p \frac{d^2 u}{dz dt} + \rho F \frac{d^2 u}{dt^2} = 0,$$

$$EI \frac{d^4 v}{dz^4} - \frac{d}{dz} \left( T \frac{dv}{dz} \right) + \frac{d^2}{dz^2} \left( M_z \frac{du}{dz} \right) - (\rho F + \rho_p F_p) \omega^2 v + 2(\rho F + \rho_p F_p) \omega \frac{du}{dt} + V^2 \rho_p F_p \frac{d^2 v}{dz^2} + 2V \rho_p F_p \frac{d^2 v}{dz dt} + \rho F \frac{d^2 v}{dt^2} = 0. \quad (1)$$

Тут  $u$  і  $v$  – пружні переміщення елемента колони уздовж осей  $Ox$  і  $Oy$  відповідно;  $M_z$  – крутний момент;  $T$  – поздовжня сила;  $\rho$  – щільність матеріалу балки;  $F$  – площа її поперечного перерізу;  $\rho_p$  – щільність промивної рідини;  $\omega$  – кутова швидкість;  $V$  – швидкість промивної рідини;  $z$  – поздовжня координата;  $t$  – час. Рівняння (1) можуть бути використані для дослідження вільних коливань БК і моделювання перехідних режимів розгону і гальмування її обертання. Наявність у них доданків з коефіцієнтами  $M_z$  і  $(\rho F + \rho_p F_p)$  робить цю систему зв'язаною, що виключає можливість коливань БК за плоскими формами з однією спільною фазою [3].

Розглянемо алгоритм дослідження вільних коливань БК. Нехай на кінцях  $z=0$ ,  $z=L$  колони шарнірно закріплена і реалізуються крайові умови

$$u(0) = v(0) = 0, \quad u_{zz}''(0) = v_{zz}''(0) = 0, \quad (2)$$

$$u(L) = v(L) = 0, \quad u_{zz}''(L) = v_{zz}''(L) = 0.$$

Крім того, в точках  $z = z_i$  встановлення центруючих пристроїв додатково виконуються умови рівності нулю прогинів  $u$  і  $v$ :

$$u(z_i) = 0, \quad v(z_i) = 0. \quad (3)$$

Тоді періодичний розв'язок однорідної системи (1), (3) можна будувати методом відокремлення змінних за допомогою підстановки

$$u(z, t) = U_s(z) \sin ct + U_c(z) \cos ct; \quad (4)$$

$$v(z, t) = V_s(z) \sin ct + V_c(z) \cos ct,$$

де  $c$  – частота вільних коливань.

Підставляючи (4) у (1) та прирівнюючи до нуля доданки, що містять  $\sin ct$  і  $\cos ct$ , отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь

$$EI \frac{d^4 U_s}{dz^4} - T \frac{d^2 U_s}{dz^2} - M_z \frac{d^3 V_s}{dz^3} - \rho F \omega^2 U_s + 2\rho F \omega c V_c - \rho F c^2 U_s = 0;$$

$$EI \frac{d^4 U_c}{dz^4} - T \frac{d^2 U_c}{dz^2} - M_z \frac{d^3 V_c}{dz^3} - \rho F \omega^2 U_c - 2\rho F \omega c V_s - \rho F c^2 U_c = 0;$$

$$EI \frac{d^4 V_s}{dz^4} - T \frac{d^2 V_s}{dz^2} + M_z \frac{d^3 U_s}{dz^3} - \rho F \omega^2 V_s - 2\rho F \omega c U_c - \rho F c^2 V_s = 0;$$

$$EI \frac{d^4 V_c}{dz^4} - T \frac{d^2 V_c}{dz^2} + M_z \frac{d^3 U_c}{dz^3} - \rho F \omega^2 V_c + 2\rho F \omega c U_s - \rho F c^2 V_c = 0.$$

Їй відповідає система граничних умов, яка випливає з (2):

$$\begin{aligned} U_s(0) &= U_c(0) = V_s(0) = V_c(0) = 0; \\ U_s(L) &= U_c(L) = V_s(L) = V_c(L) = 0; \\ U''_{s,zz}(0) &= U''_{c,zz}(0) = V''_{s,zz}(0) = V''_{c,zz}(0) = 0; \\ U''_{s,zz}(L) &= U''_{c,zz}(L) = V''_{s,zz}(L) = V''_{c,zz}(L) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для системи (5), (6), (3) ставиться крайова задача Штурма-Ліувілля. Значення  $s$ , при яких ця система поряд із тривіальними має нетривіальні розв'язки, є власними. Вони дорівнюють частотам власних коливань БК. Розв'язки системи (4) при граничних умовах (5) здійснюється за допомогою методу початкових параметрів [8, 10].

**Постановка задачі Штурма-Ліувілля та методика її розв'язання.** Зведемо систему (5) чотирьох рівнянь четвертого порядку до системи шістнадцяти рівнянь першого порядку

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{y}}{dz} &= Q_1\bar{y} + T(z)Q_2\bar{y} + \frac{dT(z)}{dz}Q_3\bar{y} + \\ &+ M_zQ_4\bar{y} + \omega^2Q_5\bar{y} + V^2Q_6\bar{y}. \end{aligned} \quad (7)$$

Тут  $\bar{y}(z)$  – шістнадцятивимірний вектор-функція з компонентами  $y_1 = U_s$ ,  $y_2 = \frac{dU_s}{dz}$ ,  $y_3 = \frac{d^2U_s}{dz^2}$ ,  $y_4 = \frac{d^3U_s}{dz^3}$ , ...,  $y_{16} = \frac{d^3V_c}{dz^3}$ ,  $Q_1, \dots, Q_6$  – постійні матриці коефіцієнтів розміру  $16 \times 16$ .

Вектор-функція  $\bar{y}(z)$  повинна задовольняти граничним умовам (6), які можна представити у вигляді

$$A_1\bar{y}(0) = 0, \quad A_2\bar{y}(z_i) = 0, \quad A_3\bar{y}(L) = 0, \quad (8)$$

де  $A_1, A_2, A_3$  – постійні матриці розміру  $8 \times 16$ .

Загальний розв'язок системи (7) при заданих  $T(z), M_z, \omega, V$  подається у формі Коші

$$\bar{y}(z) = Y(z)\bar{C}, \quad (9)$$

де:  $Y(z)$  – матриця Коші розміру  $16 \times 16$  розв'язків системи (7) з початковими умовами  $Y(0) = E$ ;  $E$  – одинична матриця;  $\bar{C}$  – шуканий постійний восьмивимірний вектор.

При використанні такого підходу спочатку при заданих  $T(z), M_z, \omega$  і  $V$  шляхом інтегрування системи (7) методом Еверхарта будується матриця  $Y(z)$  на відрізку  $0 \leq z \leq L$ . Далі шляхом підстановки сформованого з її допомогою розв'язку (9) при умовах (7) будується однорідна система лінійних алгебраїчних рівнянь

$$D\bar{C} = 0. \quad (10)$$

Стани, в яких матриця  $D$  вироджується, є критичними, оскільки в них система (7), (8) має як тривіальний, так і нетривіальні розв'язки. Для визначення нетривіального розв'язку, що визначає форму втрати стійкості БК, одна із компонент вектора  $\bar{C}$  задається довільно, а сім інших обчислюються із відповідним чином усіченої системи (10). В математичній фізиці кра-

йова задача, що поставлена, носить назву задачі на вільні значення або задачі Штурма-Ліувілля.

Складність реалізації описаного алгоритму заключається в обчисленні матриці  $Y(z)$  на великих відрізках довжини  $L$  колони в зв'язку з тим, що серед її елементів зустрічаються швидко зростаючі функції і точність чисельного інтегрування системи (7) звичайними числовими методами виявляється недостатньою. Вона забезпечувалась шляхом застосування високоточного методу Еверхарта сумісно з операцією ортогоналізації [8, 9].

**Біфуркаційне випинання бурливих колон.** Використовуючи співвідношення (1) можна дослідити також квазістатичні критичні стани БК, що обертаються. Для цього необхідно в рівняннях (1) виключити похідні за  $t$  та перейти до системи

$$\begin{aligned} EI \frac{d^4u}{dz^4} - \frac{d}{dz} \left( T \frac{du}{dz} \right) - \frac{d^2}{dz^2} \left( M_z \frac{dv}{dz} \right) - \\ - (\rho F + \rho_p F_p) \omega^2 u + V^2 \rho_p F_p \frac{d^2u}{dz^2} = 0; \\ EI \frac{d^4v}{dz^4} - \frac{d}{dz} \left( T \frac{dv}{dz} \right) + \frac{d^2}{dz^2} \left( M_z \frac{du}{dz} \right) - \\ - (\rho F + \rho_p F_p) \omega^2 v + V^2 \rho_p F_p \frac{d^2v}{dz^2} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

За її допомогою на основі вище викладеної методики обчислюються біфуркаційні значення  $\omega$ , що відповідають втраті стійкості БК.

Вважалось, що зовнішній діаметр труби БК  $d_1 = 0.355$  м, внутрішній діаметр  $d_2 = 0.327$  м. Модуль пружності матеріалу труби  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Па, щільність  $\rho = 7.8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

На рис. 1 зображено по дві проекції форм втрати стійкості БК довжиною 10000 м з п'ятьма центруючими пристроями, що встановлені з прольотами  $l_1 = l_2 = 9$  м,  $l_3 = 13.5$  м,  $l_4 = l_5 = 18$  м у нижній частині. Вони відповідають критичним значенням  $\omega_{кр}$ , які підраховані для різних комбінацій величин крутного моменту  $M_z$  та осевої реакції на нижньому кінці БК. З цих рисунків випливає, що втрата стійкості колон відбувається за складними формами з перевагою максимальних переміщень у їх нижніх частинах.

Необхідно зазначити, що оскільки розрахунки проводились за інтегрованою розрахунковою схемою та форми прогину на рисунку дано в одному масштабі по всій довжині БК, в її нижній частині на довжині 67,5 м поперечні переміщення КНБК нічим не відрізняються. Для ілюстрації характеру деформування БК між центруючими пристроями на рис. 2 у збільшеному масштабі зображена геометрія низу БК для випадку, наведеного на рис. 1, а. Можна зазначити, що найбільші прогини КНБК реалізуються у її нижньому прольоті.

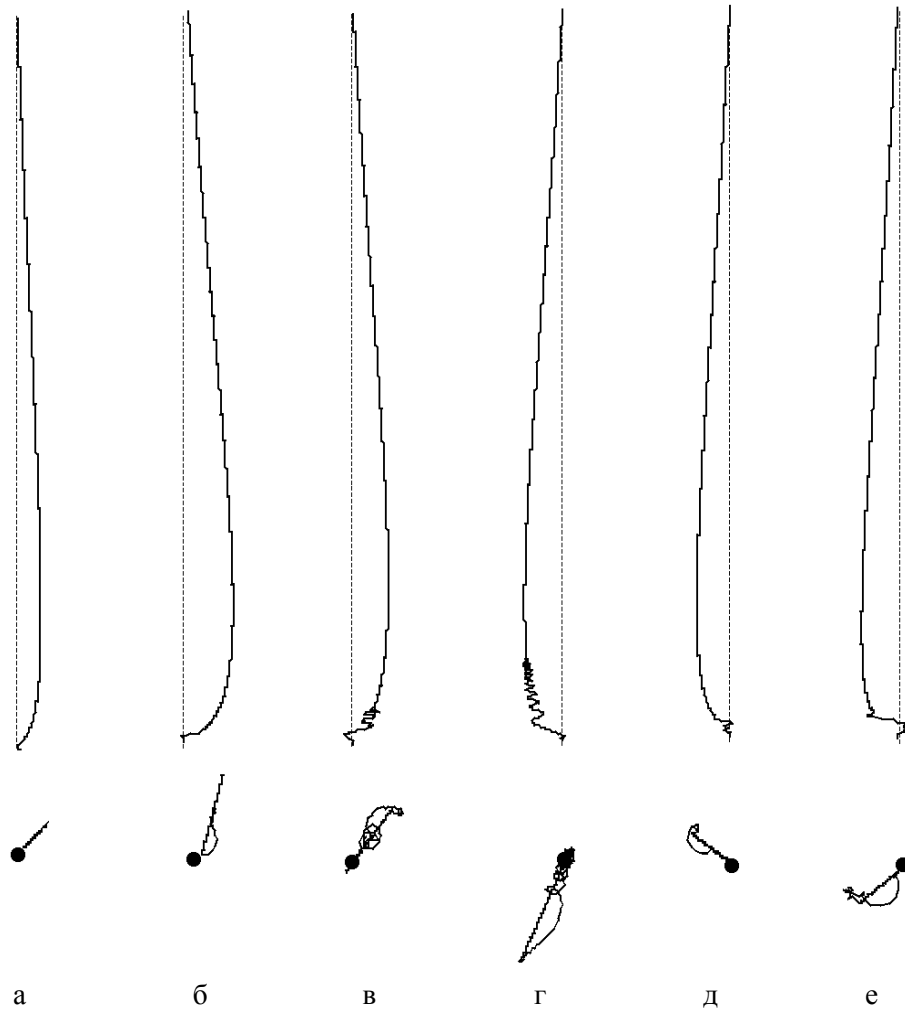


Рисунок 1 — Форми випинання бурильної колони, що обертається ( $L=10000$  м)



Рисунок 2 — Форма втрати стійкості низу бурильної колони

**Вільні коливання БК.** Для тестування методики чисельного дослідження вільних коливань бурильних колон були чисельно знайдені значення частот вільних коливань трубчастих стержнів, що обертаються та розтягнуті постій-

ною силою  $T$ . Розглянуто випадок  $L = 7000$  м,  $d_1 = 0,355$  м,  $d_2 = 0,327$  м,  $\omega = 4 c^{-1}$ ,  $T = 8 \cdot 10^6$  Н. Знайдені перші частоти  $c_{1,1} = 4,11736365 c^{-1}$  для  $n = 1$  та  $c_{1,2} = 3,76527228 c^{-1}$  для  $n = 2$ . Ці значення з точністю до восьмого знаку співпали зі значеннями  $c_{1,1}$  та  $c_{1,2}$ , які знайдені чисельно згідно запропонованої методики.

Далі розв'язувались задачі, що пов'язані з визначенням частот розглянутої БК, яка попередньо напружена крутним моментом  $M_z$  та поздовжньою силою  $T(z)$ , що лінійно змінюється вздовж осі  $OZ$ . Своїм нижнім кінцем БК впирається у дно свердловини, тому на цей кінець діє стискаюча сила реакції  $T(L) = R = -1,6 \cdot 10^5$  Н, на верхній кінець БК діє поздовжня сила розтягу  $T(0) = G + R$ , де  $G$  — сила ваги всієї БК.

Значення трьох нижчих частот  $c_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ) для різних комбінацій кутової швидкості  $\omega$  та моменту  $M_z$  наведено в таблиці 1.

Таблиця 1 — Значення частот вільних коливань бурильної колони

$\omega$ , рад/с	$M_z$ , Н·м	$c_1$ , рад/с	$c_2$ , рад/с	$c_3$ , рад/с
4	$8 \cdot 10^4$	0,02745	0,03769	0,09251
	$15,8 \cdot 10^4$	0,02153	0,04360	0,06491
10	$8 \cdot 10^4$	0,01678	0,05473	0,08822
	$15,8 \cdot 10^4$	0,03625	0,10799	0,17982

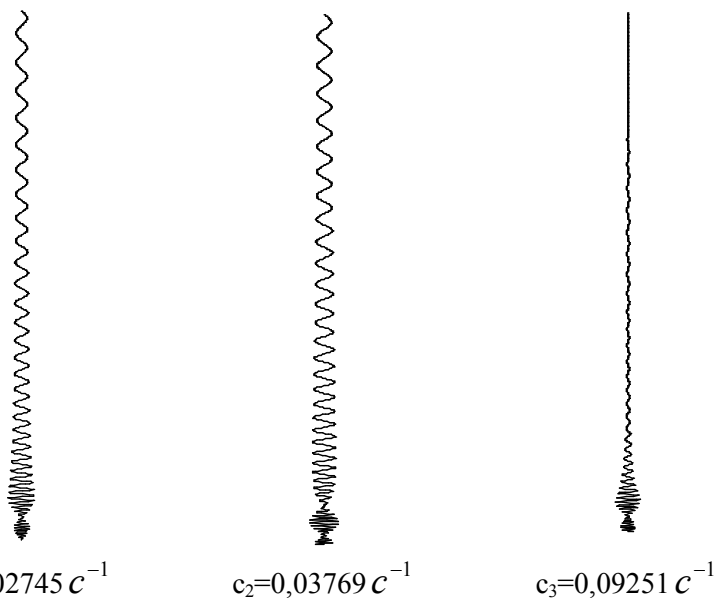


Рисунок 3 — Форми вільних коливань бурильної колони довжиною 7000 м

Легко помітити, що  $c_i$  суттєво залежать від  $\omega$  і  $M_z$ , однак чітка закономірність в цих залежностях при обраних параметрах  $\omega$  та  $M_z$  не простежується.

На рис. 3 зображено три перші форми вільних коливань БК для випадку  $\omega = 4 c^{-1}$ ,  $M_z = 8 \cdot 10^4$  Нм. Вони являють собою спіральні криві, причому в верхній частині БК, яка напружена більшою силою  $T(z)$ , кроки спіралей порівняно великі, в нижній частині вони зменшуються і на спіралях з'являються вузлові точки.

В розглянутому випадку кожна із точок БК здійснює відносний періодичний рух з періодом  $T_i = 2\pi/c_i$ , рухаючись в системі координат  $Oxyz$ , що обертається по замкненим еліптичним траєкторіям з різними орієнтаціями півосей.

На рис. 4, а зображена така крива для елемента БК у перерізі  $Z = 3885$  м. Зафарбованим кружком виділено положення елемента при  $t = 0$ . В інших перерізах БК елементи рухаються по траєкторіях з іншими співвідношеннями між півосями еліпсів з іншими початковими положеннями.

У той же час в нерухомій системі координат  $OXYZ$  рух елементів не є періодичним. Рисунок 4, б ілюструє характер абсолютного руху в тому ж перерізі  $Z = 5691$  м на відрізку

часу  $0 \leq t \leq 100$  с. Можна бачити, що траєкторія руху заповнює кільцеву область з найбільшим та найменшим радіусами, що дорівнюють найбільшим та найменшим півосям еліпса.

Зазначимо, що коливання такого типу мають місце в реальних системах. Вони отримали назву “коливання кружіння”.

**Висновки.** У роботі розглянуто задачу про вільні коливання бурильних колон, що обертаються і попередньо напружені поздовжньою силою ваги та крутним моментом. Побудовано розв'язувальні рівняння, запропоновано методику їх розв'язання. Встановлено, що періодичний рух бурильної колони має вид коливань кружіння, при яких кожний елемент рухається по деякій замкненій траєкторії навколо осьової лінії.

### Література

- 1 Chao Sun, Stanislaw Lukasiewicz. A new model on the buckling of a rod in tubing // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2006. – Vol. 50. – P. 78-82.
- 2 Cunha J.C. Buckling of tubulars inside wellbores : a review on recent theoretical and experimental works // SPE Drilling & Completion. – 2004. – Vol. 19. – № 1.. – P. 13- 19.
- 3 Kwon, Young W. Analysis of helical buckling // SPE Drilling Engineering. – 1988, June. – P.211-216.

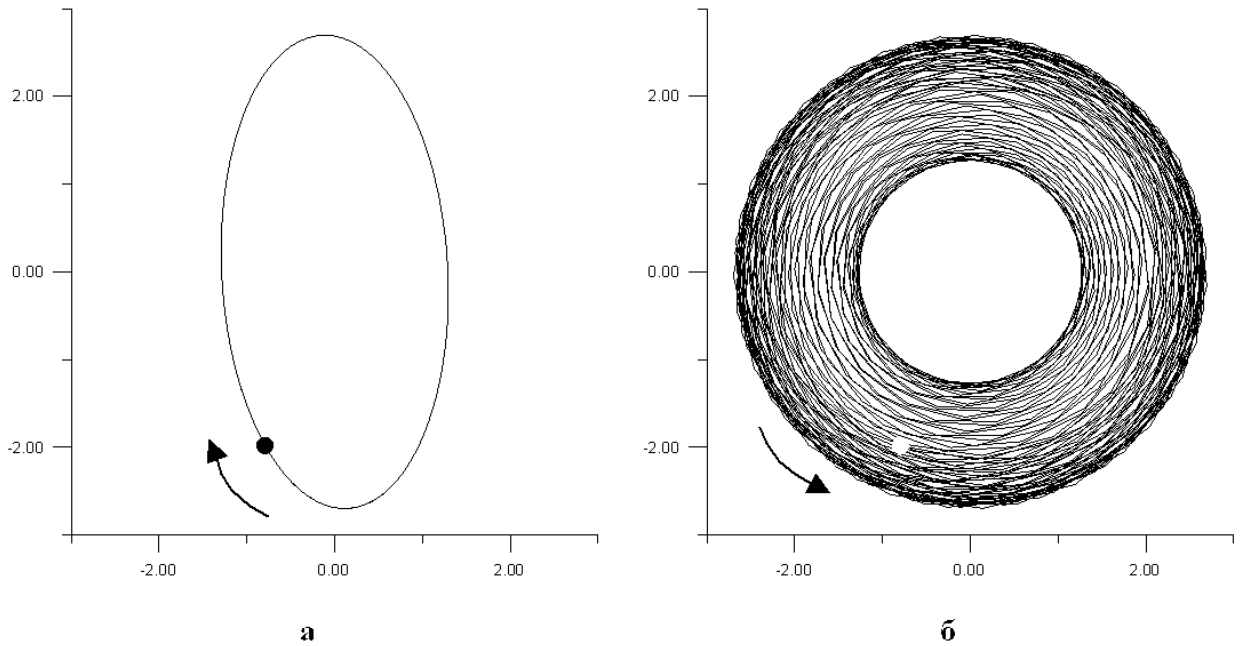


Рисунок 4 — Трасекторія руху елемента бурильної колони у точці  $z=3885$  м в системах координат, що обертається (а) та в нерухомій(б)

4 Lubinski A. Developments in Petroleum Engineering // USA: Gulf Publishing Company, Houston, TX. – 1987. – Vol.1. – P. 438.

5 Robert F. Mitchell. The twist and shear of helically buckled pipe // SPE Drilling & Completion. – 2004. – №19(1). – P. 20-28.

6 Tucker W.R., Wang C. An integrated model for drill-strings dynamics // Journal of Sound and Vibrations. – 1999. – №224(1). – P. 123 - 165.

7 Мислюк М.А., Рибчич І.Й., Яремійчук Р.С. Буріння свердловин: У 5 т. – К.: Інтерпрес ЛТД. – Т.3: Вертикальне та скероване буріння. – 2004. – 294 с.

8 Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Соловьев И.Л., Горбунович И.В. Компьютерное моделирование критических состояний колонн глубо-

кого бурения // Вычислительная механика деформируемого твердого тела: Труды международной научно-технической конференции. – М.: МИИТ, 2006. – С.122-129.

9 Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Соловьев И.Л., Горбунович И.В. Квазистатические критические состояния колонн глубокого бурения // Проблемы прочности. – 2006. – №5. – С. 109-119.

10 Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Соловьев И.Л., Горбунович И.В. Квазистатические и динамические критические состояния колонн глубокого бурения // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. – 2006. – №10. – С. 21-27.

МИ ЧЕКАЄМО НА ВАС !

МІСЦЕ  
ВАШОЇ  
РЕКЛАМИ

З питань виготовлення і розміщення реклами звертатися:  
м. Івано-Франківськ, 76019, вул. Карпатська 15, ІФНТУНГ,  
Редакція журналу "Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ", тел.: (03422) 42002, тел./факс: (03422) 42139, ел. пошта: rozvidka@nung.edu.ua