

**UBICACIÓN ÓPTIMA DE PMUS BASADO EN CRITERIOS DE OBSERVABILIDAD Y
EVALUACIÓN MEDIANTE BÚSQUEDA TABÚ**

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE QUITO**

**CARRERA:
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:
UBICACIÓN ÓPTIMA DE PMUS BASADO EN CRITERIOS DE
OBSERVABILIDAD Y EVALUACIÓN MEDIANTE BÚSQUEDA TABÚ**

**AUTOR:
CARLOS ANDRÉS JARAMILLO PERUGACHI**

**DIRECTOR:
DIEGO FRANCISCO CARRIÓN GALARZA**

Quito, Julio 2016

DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A

Yo, Diego Francisco Carrión Galarza declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación “*Ubicación óptima de PMUS basado en criterios de observabilidad y evaluación mediante búsqueda tabú*” realizado por Carlos Andrés Jaramillo Perugachi, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, Julio 2016

.....

Diego Francisco Carrión Galarza
Cédula de identidad: 1713703062

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Carlos Andrés Jaramillo Perugachi, con documento de identificación N° 100403602-4, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos *patrimoniales en virtud de que soy autor/es del trabajo de grado/titulación intitulado: “Ubicación óptima de PMUS basado en criterios de observabilidad y evaluación mediante búsqueda tabú ”*, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Firma

.....

Nombre: Carlos Andrés Jaramillo Perugachi

Cédula: 100403602-4

Fecha: Julio 2016

1. ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN.....	2
BÚSQUEDA TABÚ Y ANÁLISIS DE OBSERVABILIDAD.....	3
2.1 Metodología de búsqueda tabú.....	3
2.2 Análisis de observabilidad.....	4
2.3 Reglas de observabilidad.....	6
2.4 Matriz de incidencia.....	6
FORMULACIÓN DEL PROBLEMA, UBICACIÓN INICIAL DE PMU'S Y METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN.....	7
3.1 Formulación del problema.....	7
3.2 Ubicación inicial de PMU.....	7
3.3 Función de evaluación.....	8
SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	9
4.1 Sistema IEEE-14 barras.....	9
4.2 Sistema IEEE-30 barras.....	10
4.3 Sistema IEEE-118 barras.....	10
4.4 Resultados de los sistemas de prueba.....	10
4.5 Análisis comparativo entre BT y otros algoritmos de optimización.....	11
CONCLUSIONES.....	11
REFERENCIAS.....	12

2. *ÍNDICE DE FIGURAS*

1.	Gráfico conceptual de ubicación de PMU's dentro del SEP.....	3
2.	Matriz de incidencia aumentada del sistema IEEE-14 barras.....	7
3.	Diagrama unifilar IEEE de 14 barras.....	9
4.	Resultado de BT para tres diferentes soluciones iniciales con un límite de 60 iteraciones, IEEE 14-barras.....	9
5.	Diagrama unifilar IEEE de 30 barras.....	10
6.	Resultado de BT para tres diferentes soluciones iniciales con un límite de 100 iteraciones, IEEE 30-barras.....	10
7.	Resultado de BT para tres diferentes soluciones iniciales con un límite de 1500 iteraciones, IEEE 118-barras.....	10
8.	Diagrama unifilar IEEE-118 barras.....	11

3. *ÍNDICE DE TABLAS*

1.	Datos de los sistemas de prueba.....	9
2.	Ubicación óptima de PMU's considerando sistemas de potencia con barras de inyección cero.....	10
3.	Comparación del mínimo número de PMU's entre diferentes métodos considerando sistemas con barras de inyección cero.....	11

UBICACIÓN ÓPTIMA DE PMUS BASADO EN CRITERIOS DE OBSERVABILIDAD Y EVALUACIÓN MEDIANTE BÚSQUEDA TABÚ

Resumen

El constante crecimiento de las redes eléctricas ha hecho que sea imprescindible utilizar nuevas tecnologías capaces de mejorar la confiabilidad del sistema eléctrico, las unidades de medición fasorial (PMU) son dispositivos de medición avanzada idóneos para proporcionar la información pertinente, dicha información mejora la seguridad y confiabilidad del sistema, sin embargo uno de los puntos cruciales es determinar la ubicación óptima de las PMU's para una completa observabilidad del sistema minimizando el número total de PMU's instaladas, logrando además minimizar el uso del espacio en los servidores. En el presente trabajo se busca determinar la ubicación óptima de las PMU's mediante el uso de una meta-heurística denominada búsqueda tabú, la misma se encargará de hallar la mejor solución al problema, cumpliendo con todas las restricciones de la función objetivo planteada. Para el modelamiento del problema se toma como ejemplos los modelos de prueba de la IEEE de 14, 30 y 118 barras, posteriormente se realiza el análisis de resultados de cada sistema y se los compara con otros algoritmos de optimización como: algoritmo genético, búsqueda armónica modificada y optimización por enjambre de partículas binarias.

Palabras Clave: Unidad de medición fasorial, observabilidad, optimización, búsqueda tabú, meta-heurística, Líneas de transmisión, Smart Grid.

Abstract

The steady growth of electricity networks has made it imperative to use new technologies to improve the reliability of the electrical system, Phasor Measurement Units (PMUs) are devices advanced metering suited to provide relevant information, such information improves safety and reliability system, however one of the crucial points is to determine the optimal location for a complete observability of the system, minimizing the total number of PMU's installed, thus achieving minimize the use of server space. In the present work is to determine the optimal location of the PMU's using an meta-heuristic called tabu search, it will be find the best solution to the problem, meeting all the parameters and constraints of the proposed objective function. For the modeling of the problem is taken as examples of test models IEEE 14, 30 and 118 bars, subsequently the analysis of results of each system is performed and compared with other optimization algorithms such as genetic algorithm, modified harmony search and optimization by swarm of binary particles.

Keywords: Phasor measurement unit (PMU), observability, optimization, tabu search, meta-heuristics, transmission lines, Smart Grid.

1. Introducción

En los últimos años, el desarrollo de la tecnología ha permitido que el monitoreo de los sistemas eléctricos de potencia (SEP) sea más preciso, generando la creación de dispositivos de medición avanzada llamadas unidades de medición sincrofasorial (PMU's), estas han logrado posicionarse como importantes dispositivos de medida, ya que son capaces de realizar análisis, control y monitoreo avanzado en el SEP [1]-[4]. La PMU es un dispositivo que ofrece mejor rendimiento para la protección, supervisión, control y análisis del SEP [5], la PMU es capaz de realizar la medición de los fasores de forma sincronizada y en tiempo real, obteniendo valores como: tensión, corriente y frecuencia, esta información es precisamente sincronizada mediante el sistema de posicionamiento global (GPS) permitiendo la alineación exacta de los datos entre diferentes PMU's aunque estas se encuentren separadas por grandes distancias, la información finalmente se concentra e envía a un centro de control donde se almacena [6]-[10]. Recientemente varios investigadores han estudiado los beneficios de instalar PMU's en las líneas de transmisión como en subestaciones, obteniendo como resultado diversas aplicaciones como: localización de fallas en sistemas eléctricos de potencia [9][11] ubicación óptima de PMU's para la minimización de costos en la red [12], ubicación óptima de PMU's para la observabilidad completa del sistema eléctrico [4][10][13], identificación de múltiples cortes en líneas de distribución [7] entre otros. Estos estudios han demostrado que su aplicación logra una mejora sustancial en la precisión y robustez de la estimación de estado del SEP, la cual es una función importante en los sistemas de gestión de energía (SGE) [4][14]. La estimación de estado es una aplicación imprescindible de los sistemas eléctricos de potencia, normalmente ocurren en intervalos de 30s [6]. Para realizar una estimación de estado de un sistema eléctrico, el mismo debe cumplir con un criterio de observabilidad completa, este criterio determina

si la estimación de estado de la red será capaz de encontrar una solución de estado única [15]. La observabilidad de la red se relaciona de forma directa con la ubicación óptima de cada PMU, esta se centra principalmente en la medición de la mayor cantidad de fasores de tensión en cada barra utilizando el menor número de PMU's instaladas. Para cumplir con la observabilidad completa de la red, las PMU's deben ser instaladas en puntos estratégicos dentro del SEP, sin embargo la complejidad de determinar dichos puntos en sistemas de numerosas barras se dificulta por lo que es necesario el uso de algoritmos que determinen y optimicen la ubicación de cada PMU. Existen dos tipos de algoritmos para estudiar la ubicación óptima de cada PMU, algoritmo de optimización numérica y algoritmo de optimización heurística [16]. En el desarrollo del artículo se opta por el camino del algoritmo de optimización heurística, tomando como metodología de estudio la metaheurística de búsqueda tabú (BT), BT es un procedimiento que se caracteriza por utilizar una estrategia basada en el uso de estructuras de memoria flexible [17][18], usa la búsqueda local o denominada por vecindades para encontrar la mejor solución posible dentro de un grupo de soluciones. La fácil implementación en problemas de optimización combinatorio hace que el algoritmo BT sea un gran candidato para su aplicación al problema de ubicación de PMU's en el SEP (Fig. 1). En adelante el desarrollo del artículo se encuentra dividido en varias secciones de importancia, en la sección II se realiza un estado del arte de los principales conceptos abordados en el artículo: búsqueda tabú, análisis de probabilidad, reglas de observabilidad y matriz incidente del SEP. La sección III contiene la formulación matemática del problema, el pseudocódigo del algoritmo de optimización, así como se determina la función objetivo y las restricciones de la misma. En la sección IV se desarrollan las simulaciones y el análisis de resultados de los diferentes casos de estudio, posteriormente se compara los resultados del algoritmo BT con otros

algoritmos de optimización. Finalmente la sección V presenta las conclusiones del artículo.

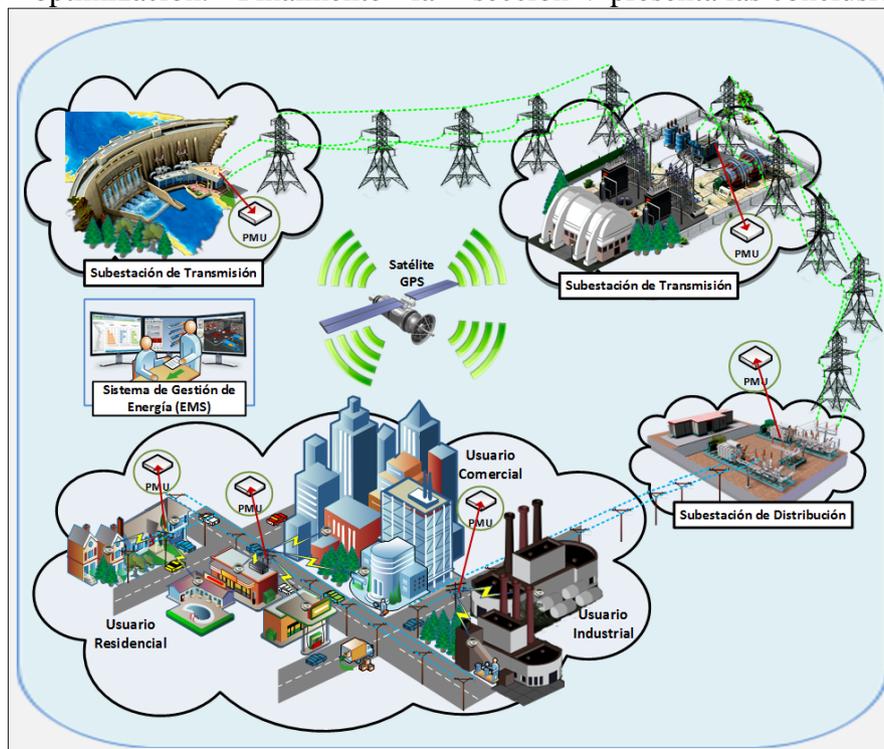


Figura 1. Gráfico conceptual de ubicación de PMU's dentro del SEP.

2. Búsqueda tabú y análisis de observabilidad

BT tiene sus orígenes en los procedimientos combinatorios aplicados a problemas no lineales y posteriormente, aplicados a una amplia colección de problemas que van desde la programación y el equilibrio del canal informático, a el análisis de agrupación y el planeamiento de espacio [17][19]. El gran éxito de la meta-heurística BT para resolver problemas de optimización complejos ha hecho que varios investigadores lo tomen como metodología para la resolución de diferentes problemas [21]-[24], pero que hace que el algoritmo BT sea tan poderoso, pues como se explicó en la introducción, BT es una meta-heurística que guía un procedimiento heurístico de búsqueda local en la búsqueda de optimalidad global [25][26]. Su filosofía se basa en derivar y explotar una colección de estrategias inteligentes para la resolución de problemas, basadas en procedimientos implícitos y explícitos de aprendizaje. El marco

de memoria adaptativa de BT permite la aplicación de procedimientos capaces de encontrar en el espacio la solución más económica y eficaz [18][27]. Las elecciones locales son guiadas por la información recogida durante la búsqueda, BT contrasta con diseños sin memoria ya que en gran medida dependen de procesos semialeatorios que implementan una forma de muestreo. El énfasis en la exploración de respuesta (y por tanto objetivo) en el algoritmo BT, ya sea en una aplicación determinista o probabilista, se deriva de la suposición de que una mala elección estratégica a menudo puede dar más información que una buena elección al azar [28][29][30].

2.1 Metodología de búsqueda tabú

Se conoce a BT como una búsqueda por vecindario, consiste en un procediendo de forma iterativa de un punto (solución) a otro, hasta que se cumpla un criterio determinado. Cada solución x tiene un vecindario asociado $N(x) \in X$, y cada solución $x' \in N(x)$ se

alcanza a partir de x por una operación llamada movimiento, BT también es conocido como un método de descenso simple donde el objetivo es minimizar $f(x)$. Este método sólo permite moverse a soluciones vecinas que mejoran el valor actual de la función objetivo y termina cuando no encuentra soluciones que mejoren la función objetivo. Los x finales obtenidos por el método de descenso se llaman óptimos locales, ya que son por lo menos tan buenos o mejores que todas las soluciones en su vecindad. Sin embargo el evidente inconveniente del método de descenso es que el óptimo local en la mayoría de los casos no será un óptimo global, es decir, por lo general no minimizará $f(x)$ sobre toda $x \in X$. BT permite movimientos que deteriora el valor actual de la función objetivo y selecciona los movimientos de una vecindad modificada $N^*(x)$, las estructuras de memoria a corto y largo plazo son las responsables de la composición específica de $N^*(x)$. Es decir, la vecindad modificada es el resultado de mantener un historial selectivo de los estados que se encontró durante la búsqueda [28]. Cada vez que un movimiento se realiza; se almacena en una lista tabú (LT) de acuerdo al valor de la función objetivo con una longitud específica, el candidato de mejor función objetivo es seleccionado si no se encuentra tabú (prohibido), caso contrario se busca entre los siguientes vecinos. LT contiene los movimientos más recientes y se prohíbe su uso para las siguientes iteraciones. Por lo tanto, la posibilidad de volver a visitar las últimas soluciones de LT se elimina. Esta acción se denomina criterio de aspiración y es usada para anular las restricciones de la lista tabú [1]. Además BT utiliza una memoria atributiva para calcular y formar $N^*(x)$. En lugar de grabar soluciones completas, las estructuras de memoria atributivas graban únicamente atributos, esto hace que la información cambie al pasar de una solución a otra. Las memorias atributivas más comunes son: la memoria basada en lo reciente o memoria de corto plazo que es la que se utilizará en el artículo y la memoria basada en la frecuencia o memoria a

largo plazo. La memoria basada en lo reciente es la estructura de memoria más común que se utiliza en implementaciones BT [28], mientras que la memoria basada en la frecuencia complementa la información que se obtiene en la memoria basado en lo reciente. Para aprovechar la memoria basada en lo reciente, los atributos seleccionados que se producen en las soluciones recientes se etiquetan como solución tabú o prohibida, las combinaciones particulares de estos atributos, son aquellas que se convierten en tabú. Esto hace que ciertas soluciones del pasado reciente perteneciente a $N^*(x)$ no se vuelvan a repetir y por lo tanto se conviertan en tabú. La memoria basada en la frecuencia, a diferencia de la basada en lo reciente, proporciona un tipo de información que complementa la información proporcionada por la memoria basada en lo reciente, creando la ampliación de las bases para la selección de movimientos preferidos. Al igual que la memoria basada en lo reciente, la de frecuencia a menudo se pondera o descompone en subclases que pueden referirse a subregiones específicas del espacio de búsqueda. Además, la frecuencia se puede integrar con la reciente para proporcionar una estructura compuesta para la creación de sanciones e incentivos que modifican las evaluaciones de movimiento [27][28][29]. En resumen se puede decir que el procedimiento de BT consiste en un proceso iterativo que comienza con la elección de una solución x elegida al azar. En la iteración inicial o en cualquier otra iteración, a partir de la solución actual x , el proceso pasa a la mejor solución posible dentro de su vecindario $N(x)$, tomando en cuenta que el movimiento siempre se aceptará incluso si la nueva solución es peor que la anterior y si la solución no se encuentra tabú.

2.2 Análisis de observabilidad

Como se explicó brevemente en la sección I la observabilidad depende del número de mediciones disponibles y su distribución geográfica para la estimación de estado de un sistema. Por lo que es necesario la ubicación

óptima de medidores, en este caso PMU's, para obtener una completa observabilidad de un sistema eléctrico de potencia. Por lo general, un sistema eléctrico está diseñado para ser observable para la mayoría de condiciones en operación, sin embargo existe la posibilidad de que se pierda la observabilidad del sistema de manera temporal, esto puede ocurrir debido a cambios imprevistos en la topología de la red, paros o fallas en los sistemas de telecomunicaciones. Existen dos tipos de métodos para el análisis de observabilidad, método basado en análisis numérico y método basado en análisis topográfico, en el presente artículo únicamente se opta por utilizar el método numérico, el cual envuelve el análisis de una matriz de estado, la misma que se utiliza para la comprobación de la observabilidad completa del sistema [31].

Teniendo en cuenta un sistema de potencia de N-barras el vector de estado x contiene $n = 2N - 1$ elementos, si consideramos un vector z con m medidas, las ecuaciones no-lineales que relacionan al vector de estado con las medidas son [1][4][31].

$$z = h(x) + \varepsilon \quad (1)$$

Donde z : es el vector de observación ($z \in R^m$),

x : Es el vector de estado que contiene el voltaje fasorial de cada bus ($x \in R^{2n-1}$),

ε : Es el vector de error ($\varepsilon \in R^m$),

$h(\cdot)$: Son las funciones no-lineales de observación ($h: R^{2n-1} \rightarrow R^m$) y m es el número de medidas.

Linealizando (1) desde $x = x_0$, obtenemos:

$$\Delta z = H\Delta x + \varepsilon \quad (2)$$

Donde Δz : es z linealizado, $\Delta z = z - h(x_0)$, $\Delta z \in R^m$,

H : es la matriz de medidas, ($H = \delta h / \delta x \Big|_{x=x_0}$, $\Delta x \in R^{2n-1}$),

Δx : es x linealizado, x , ($\Delta x = x - x_0$, $\Delta x \in R^{2n-1}$).

El sistema es topológicamente observable si se cumple que:

$$\text{rank}(H) = 2n - 1 \quad (3)$$

Donde $\text{rank}(H)$: es el rango de la matriz H .

Así tenemos que (3) es la matriz de medición de rango completo, la cual permite realizar algoritmos de estimación de estado desde el punto de vista de una observabilidad topológica.

Si se introduce el principio de desacoplamiento PQ podemos dividir la observabilidad topológica en P-Q y Q-V. Aplicando el principio de desacoplamiento PQ en (2), tenemos:

$$\Delta Z_P = H_\theta \Delta x_\theta + \varepsilon_P \quad (4)$$

$$\Delta Z_Q = H_\theta \Delta x_\theta + \varepsilon_Q \quad (5)$$

Donde ΔZ_P y ΔZ_Q : son los vectores de medición de potencia activa y reactiva respectivamente $\Delta Z_P \in R^{m_P}$ ($\Delta Z_Q \in R^{m_Q}$),

Δx_θ (Δx_V): Es el vector magnitud del ángulo y voltaje respectivamente $\Delta x_\theta \in R^{n-1}$ ($\Delta x_V \in R^n$),

ε_P (ε_Q): Vector de error de medida de potencia activa y reactiva $\varepsilon_P \in R^{m_P}$ ($\varepsilon_Q \in R^{m_Q}$),

H_θ (H_V): Matrices de medida con respecto al ángulo de voltaje.

Al introducir el principio de desacoplamiento en (3) obtenemos la observabilidad topológica dividida en

$$\text{rank}(H_\theta) = n - 1 \quad (6)$$

$$\text{rank}(H_V) = n \quad (7)$$

Donde H_θ : matriz de medida respecto P-Q,

H_V : Matriz de medida respecto Q-V

Si (6) se satisface se dice que la red es topológicamente observable P-Q, del mismo modo si se satisface (7) se dice que la red es topológicamente observable Q-V. La no singularidad de la matriz de ganancia se puede definir de varias maneras. Considerando un gráfico ponderado que representa la ubicación de un medidor en la red P- θ , decimos que la red es topológicamente observable si se satisface:

$$\text{rank}(G) = 2n - 1 \quad (8)$$

Si aplicamos el método de desacoplamiento PQ de la ecuación de flujo de carga, la observabilidad topológica en (8) se puede expresar como:

$$\text{rank}(G_\theta) = n - 1 \quad (9)$$

$$\text{rank}(G_V) = n \quad (10)$$

Donde: G_θ es la representación gráfica de la red P- θ , $G_\theta \in R^{m_p \times (n-1)}$;

G_V es la representación gráfica de la red Q-V, $G_V \in R^{m_q \times n}$

Para simplificar, los operadores de los sistemas de potencia, se examina la relación entre los flujos de potencia activa y los ángulos de voltaje de la barra. Las condiciones de observabilidad de la red P- θ son equivalentes a la existencia de un árbol de expansión de rango completo en la red.

2.3 Reglas de observabilidad

Mediante la ley de Ohm se establece que si se conoce la fase y la magnitud de la tensión en un bus A, la tensión de otro bus conectado a este es igual a la tensión en el bus A menos la caída de tensión provocada por la corriente itinerante a través de la línea de conexión de los buses, de esta ley se puede deducir las siguientes condiciones:

Primera condición de observabilidad establece que, todas las barras unidas directamente a una barra observable se vuelven barras observables [2][32].

Segunda condición de observabilidad establece que, para un ramal con un fasor de voltaje conocido en sus dos extremos, su fasor de corriente se puede calcular [2][32].

Tercera condición de observabilidad establece que, una barra es capaz de ser calculada incluso si no está conectada a una barra directamente observable. Si una barra de todas es observable y tiene conexiones con barras de inyección cero sin PMU's colocadas, entonces las barras que no se observan se convierten en observables [2][32].

Cuarta condición de observabilidad establece que, si una barra no observada y sin inyección se encuentra conectada a cualquier barra observable, esta se convierte en observable [2][32].

2.4 Matriz de incidencia

La matriz de incidencia \tilde{A} para un sistema de n barras se define en la Fig 2, el valor de las columnas W_v, V_v, U_v y las filas W_l, V_l, U_l ,

corresponden a la tensión de la barra y la corriente de los ramales en cada una de las capas de medición, estas capas pueden ser expresadas como: extensión de medición, pseudo-medición y medición respectivamente. Las variables de las diferentes capas se las puede definir como: U_v es el conjunto de ubicaciones de las PMU, donde si $U_v = 1$ significa que en la barra se encuentra ubicada una PMU, caso contrario si $U_v = 0$ no existe ninguna PMU ubicada en la barra [2][4]. La columna S_v es la variable del estado de observabilidad del nodo de voltaje, cuyo valor corresponde al total de veces que los voltajes de barras son observables. La inyección cero se inicializa con el valor 0 [2][4]. Las columnas restantes corresponden a los vectores de incidencia entre las ramas, donde N es el número de barras y B es el número de ramales del SEP. La fila S_l es la variable del estado de observabilidad de los ramales de corriente, cuyo valor representa el total de veces que las líneas de corriente son observables [2][4]. Si establecemos una PMU en un nodo, la medida correspondiente, pseudo-medida y extensión de medición se pueden buscar en la matriz de incidencia con las siguientes reglas [2][4][10]

(1) *Regla de asignación de Medición.* En primer lugar, se establece la observabilidad de la tensión de la barra $U_v(i) = 1$ para cada barra instalada con una PMU. A continuación, se proporciona una medición fasorial de corriente para cada ramal incidente a la barra, mediante la búsqueda a través del vector incidente T_i [2][4].

(2) *Regla de asignación de Pseudo-Medición.* Aplicamos la primera condición de observabilidad y buscamos todas las corrientes observables ($U_l = 1$) de los ramales del vector incidente, donde exista únicamente dos elementos distintos de cero; asignamos el nodo del elemento j distinto de cero con la excepción del nodo de medida i , la medición de pseudo-voltaje se representa como, $V_v(j) = 1$ [2][4]. De

forma similar, se aplica la condición de observabilidad 2 y buscamos todos los nodos de pseudo-voltaje ($V_V = 1$); se asigna la medición de pseudo-corriente al ramal de corriente incidente no observable para estos nodos $V_I(l) = 1$, donde l es la línea de conexión de los nodos de pseudo-voltaje de i a j ; a continuación, el índice de observabilidad del sistema puede calcularse como:

$$S_V(i) = U_V(i) + V_V(i) + W_V(i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

$$S_I(j) = U_I(j) + V_I(j) + W_I(j) \quad j = 1, 2, \dots, b \quad (12)$$

Donde i : número de barras, j : número de ramales

(3) *Regla de asignación de Extensión-Medición.* Para todos los nodos de inyección cero observables ($S_V \neq 0$) y los que no tienen medición ($U_V = 0$), se verifica que la condición 3 de observabilidad se cumpla; si se cumple, se asigna la corriente de rama como la extensión de corriente $W_I = 1$; mientras que la nueva extensión de corriente se establece, se aplica nuevamente las condiciones de observabilidad 2 y 3 para encontrar una nueva extensión de medida, todos se asignan como la extensión de medida W_V, W_I ; Luego se comprueba si la 4 condición de observabilidad se cumple; si es así se asigna el voltaje y la corriente correspondiente como extensión-medición [2][4]. Para una mayor apreciación de las capas de medida en la Fig 2 se visualiza la matriz de incidencia aumentada del sistema de prueba de la IEEE de 14 barras.

		W_I																					
		V_I																					
		U_I	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
		S_I	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
W_V	V_V	U_V	S_V	B																			
				N	1-2	1-5	2-3	2-4	2-5	3-4	4-5	4-7	4-9	5-6	6-12	6-13	7-8	7-9	9-10	9-14	10-11	12-13	13-14
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	2	-1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	3	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	4	0	0	0	-1	0	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	5	0	-1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	7	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1		1	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
	1	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	1	1	0	0	0
1	1	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0
1	1	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
1	1	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	-1	1
1	1	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	-1

Figura 2. Matriz de incidencia aumentada del sistema IEEE-14 barras.

Después de aplicar las reglas de asignación [2][4], el índice de rendimiento de observabilidad de la red del conjunto PMU se puede calcular de la siguiente manera:

$$S_V(i) = U_V(i) + V_V(i) + W_V(i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$S_I(j) = U_I(j) + V_I(j) + W_I(j) \quad j = 1, 2, \dots, b \quad (14)$$

3. Formulación del problema, ubicación inicial de PMU's y metodología de solución.

La formulación del problema determina los valores que deben ser inicializados para poder especificar la función de evaluación, la cual determinará el resultado de las soluciones encontradas por el algoritmo BT. A continuación se detalla los parámetros de solución.

3.1 Formulación del problema

El problema de ubicación óptima de PMU's consiste en determinar el número mínimo de unidades de medición fasorial, n_{PMU} , y la óptima localización, $S(n_{PMU})$, de las mismas para garantizar el criterio de plena observabilidad y máxima redundancia en la medida de un sistema eléctrico. El problema se formula de la siguiente manera

$$J = \min_{n_{PMU}} \{ \max R(n_{PMU}, S(n_{PMU})) \} \quad (15)$$

$$s.t. \text{Observability}(n_{PMU}, S(n_{PMU})) = 1 \quad (16)$$

Donde $\text{Observability}(n_{PMU}, S(n_{PMU})) = 1$ es una función lógica, que es igual a "0" si el sistema no es observable o "1" si el sistema es observable.

Para el funcionamiento del algoritmo de optimización se ha tomado como objeto de estudio los modelos de la IEEE de 14, 30 y 118 barras, posteriormente se determina la matriz incidente de cada sistema así como el número

de barras observables por cada barra, este procedimiento establece una solución inicial, no óptima, de la ubicación de PMU's, sin embargo al aplicar las reglas de observabilidad y la función objetivo como restricciones en el algoritmo BT, logramos encontrar la mejor solución posible a partir de la solución inicial, logrando maximizar la redundancia del sistema, la ubicación óptima y el número mínimo de PMU's.

3.2 Ubicación inicial de PMU

El ajuste inicial de PMU's puede realizarse mediante la matriz incidente del sistema o de forma aleatoria, sin embargo existe un problema al utilizar este último método, la solución inicial puede que no cumpla con la completa observabilidad del sistema, en consecuencia encontrar una solución óptima se vuelve más complejo y se dificulta un poco. Por otra parte la matriz incidente identifica que barras tienen mayor número de conexiones y a cuales están conectadas por lo que al aplicar las reglas de observabilidad la solución inicial se aproxima más a una solución óptima. Para ello primero se formula la matriz de incidencia A como:

$$A_{k,m} = \begin{cases} 1, & \text{si } k = m \\ 1, & \text{si } k \text{ y } m \text{ son adyacentes} \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (17)$$

Segundo, colocamos una PMU en la barra con el mayor número de ramales incidentes de barras que no sean observables, además se debe prohibir la colocación de PMU's en las barras donde no exista inyección; tercero se actualiza el conjunto de PMU y de barras observables, cuando una PMU se coloca en una barra, la barra y sus barras adyacentes se vuelven observables; cuarto se comprueba si el sistema es completamente observable, en caso de serlo se termina el proceso caso contrario regresamos al paso 2, hasta que el sistema sea observable.

Este proceso dará lugar a un conjunto inicial de PMU's que pueden volver al sistema completamente observable, sin embargo el conjunto inicial no siempre es la solución

óptima ya que no cumple con las ecuaciones (15) y (16).

3.3 Función de evaluación

Se define a la función objetivo para la evaluación de las soluciones BT como:

$$\begin{aligned} & \min_{n_{PMU}} \{Q(n_{PMU}, S(n_{PMU}))\} \\ & = \min \{w_1 \cdot \text{nulidad} \left(\begin{matrix} H \\ C \end{matrix} \right) + w_2 \cdot n_{PMU} \\ & \quad - w_3 \cdot Q(n_{PMU}, S(n_{PMU}))\} \quad (18) \end{aligned}$$

Donde w_1 =número de buses, $w_2=1.0$ y $w_3=0.1$, como se puede observar, w_1 depende del tamaño de la red, mientras que los pesos de w_2 y w_3 tienen un valor fijo, w_2 es de mayor magnitud que w_3 . La razón para seleccionar $w_1 > w_2 > w_3$ es satisfacer la observabilidad de la red, el número de PMU's, y por último la redundancia en la medición. La selección de los valores de w_1 , w_2 y w_3 ofrece muy buenos resultados para el problema de ubicación óptima de PMU's.

Algoritmo de optimización.

Paso 1: Calcular la ubicación inicial de las PMU's

$$S(n_{PMU}) = S_0(n_{PMU});$$

$$S_{best} = S(n_{PMU});$$

Paso 2: Inicialización

$$Lista_{Tabu} = [];$$

$$Maxit = 1500$$

$$n_{action} = n_{PMU}(N - n_{PMU}).$$

$$t = 0$$

Paso 3: *for* $it = 1: Maxit$

$$lista_{candidatos}(0) = []$$

Se evalua la función objetivo:

$$\text{If } ((Q(n_{PMU}, S(n_{PMU})) < w_1))$$

for $i = 1: n_{action}$

$$lista_{candidatos}(1, i) = DoSwap(S'_{best})$$

$$\text{if } ((lista_{candidatos}(1, i) \leq S'_{best}) \&$$

$$lista_{candidatos}(1, i) \sim Lista_{Tabu}(1, t))$$

$$t = t + 1$$

$$S'_{best} = lista_{candidatos}(1, i)$$

$$Lista_{Tabu}(1, t) = [S'_{best}];$$

end

end

end

Paso 7: $[ftabu \ ctabu] = size(Lista_{Tabu})$

$$limite = inf;$$

for $m = 1: ftabu$

```

suma = 0;
for n = 1:ctabu
    sumai = ListaTabu(m,n);
    suma = suma + sumai;
    Rpmu(m,1) = suma;
end
if suma < limite
    limite = suma;
    numf = m;
end
end
MinPMU = ListaTabu(numf,:);
end

```

Paso 8: Se imprime el resultado de la BT
 $r = \text{MinPMU}(\text{find}(\text{MinPMU} > 0));$
 $r1 = \text{unique}(r);$ % Ubicación de las PMU's
 $\text{PMUmin} = \text{length}(r1);$ % Número de PMU's a instalar

4. Simulación y análisis de resultados

El algoritmo propuesto en el artículo es aplicado a los modelos de prueba de la IEEE de 14, 30 y 118 barras. En la Tabla 1 se detalla la configuración inicial de cada uno de los sistemas, estos parámetros ayudan a determinar la matriz incidente \tilde{A} , una vez determinada la matriz incidente se inicializa las posiciones de las PMU's tomando en cuenta las reglas de observabilidad y obteniendo así una solución inicial. El algoritmo BT se encargará de realizar la optimización de la solución inicial creando un vecindario de las posibles soluciones, la función objetivo evalúa cada una de las soluciones vecinas en busca del resultado óptimo, este minimizará el número de PMU's logrando una completa observabilidad y determinando la ubicación óptima de cada una de las mismas en el sistema. El ajuste correcto de los parámetros del algoritmo BT y de la función objetivo son de importancia. Establecer un valor demasiado pequeño para la LT puede conducir a un ciclo fijo de secuencias de movimientos. En contraposición un valor elevado de la LT puede rechazar movimientos óptimos, además de elevar el tiempo de cómputo para encontrar una solución. Cabe recalcar que para la simulación las barras de inyección-cero se consideran como lugares donde no pueden ser instaladas PMU's.

Tabla 1. Datos de los sistemas de prueba

Sistema de prueba	Número de ramales	Número de barras inyección-cero	Ubicación de barras inyección-cero
IEEE-14	20	1	7
IEEE-30	41	5	6-9-11-25-28
IEEE-118	179	10	5-9-30-37-38-63-64-68-71-81

4.1 Sistema IEEE-14 barras

El esquema del sistema de la IEEE de 14 barras (Fig 3) se compone por un total de 14 barras con 20 ramales y únicamente posee una barra de inyección cero como se especifica en la Tabla 1. Al aplicar las reglas de observabilidad en la matriz incidente del sistema, determinamos como solución inicial una cantidad de 5 PMU's, sin embargo esta solución no es la óptima por lo que es necesario aplicar el algoritmo de optimización. Al aplicar el algoritmo BT y cumplir con las restricciones de la función objetivo (Ec 17) la nueva solución minimiza el número total de PMU's, logrando obtener una completa observabilidad del sistema únicamente con 3 PMU's, la ubicación óptima donde deben ser instaladas cada una de las PMU's son en las barras 2, 6 y 9.

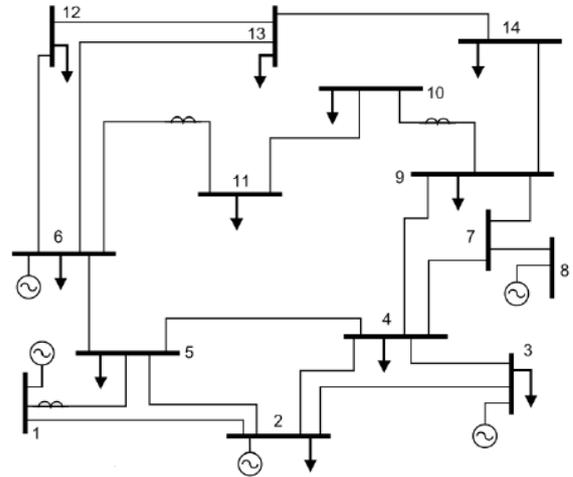


Figura 3. Diagrama unifilar IEEE de 14 barras.

Para el sistema de 14 barras presentado en el artículo, se ha realiza tres pruebas diferentes con distintas soluciones iniciales, se establece como condición de parada un valor límite de 60 iteraciones en cada prueba, los resultados se verifican en la Fig 4. y Tabla 2.

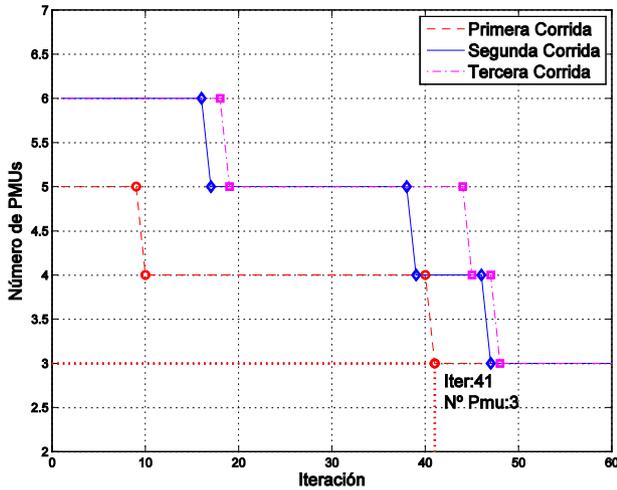


Figura 4. Resultado de BT para tres diferentes soluciones iniciales con un límite de 60 iteraciones, IEEE 14-barras.

4.2 Sistema IEEE-30 barras

El sistema IEEE-30 barras (Fig. 5) se compone de 41 ramales y 5 barras con inyección cero (Tabla 1), el sistema se somete a tres pruebas distintas, cada una con diferentes soluciones iniciales con un máximo de 100 iteraciones, los resultados se visualizan en la Fig 6. y Tabla 2.

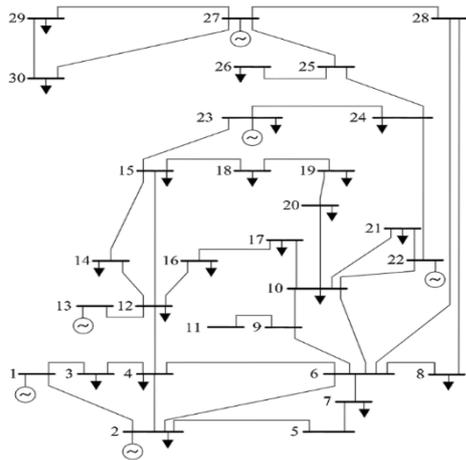


Figura 5. Diagrama unifilar IEEE de 30 barras.

Después de la optimización los resultados del algoritmo BT determinan que el número mínimo de PMU's para una completa observabilidad del sistema es de 7.

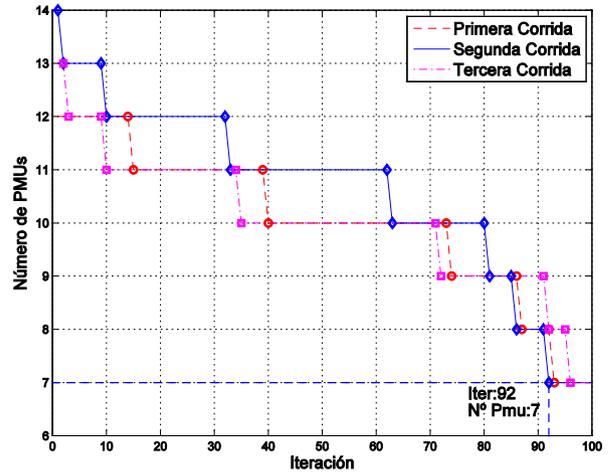


Figura 6. Resultado de BT para tres diferentes soluciones iniciales con un límite de 100 iteraciones, IEEE 30-barras.

4.3 Sistema IEEE-118 barras

Para la implementación del algoritmo BT en el sistema IEEE-118 barras (Fig. 8), se utiliza como límite máximo un total de 1500 iteraciones, además al igual que los demás casos de estudio se ha utilizado 3 conjuntos diferentes de ubicaciones de PMU's como solución inicial, cabe destacar que el sistema está compuesto de 179 ramales y 10 barras con inyección cero (Tabla 1), por lo que se considera un sistema complejo y de mayor relevancia para el estudio.

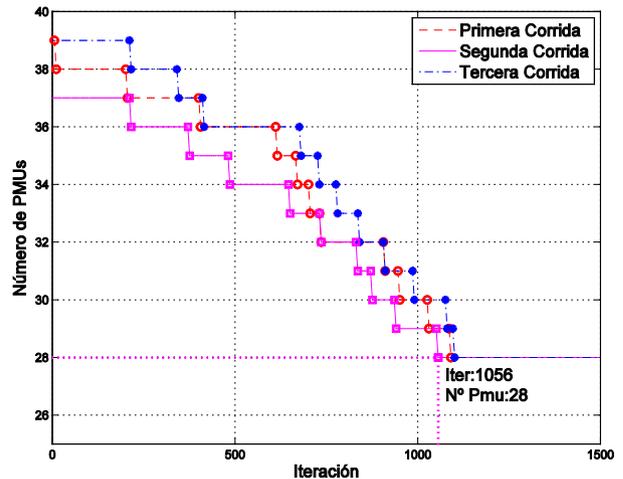


Figura 7. Resultado de BT para tres diferentes soluciones iniciales con un límite de 1500 iteraciones, IEEE 118-barras.

Los resultados obtenidos por el algoritmo se tabulan y representan en la Fig 7 y Tabla 2, estos indican el número mínimo y la ubicación exacta de las PMU's en el SEP.

4.4 Resultados de los sistemas de prueba

Los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo BT en los distintos sistemas de prueba son resumidos en la Tabla 2, en ella se indican las diferentes soluciones óptimas, el número mínimo de PMU's y la ubicación de cada PMU.

Tabla 2. Ubicación óptima de PMU's considerando sistemas de potencia con barras de inyección cero

Sistema de prueba	Número de PMU's	Ubicación PMU's (nº barras)
IEEE-14	3	2, 6, 9

IEEE-30	7	1, 5, 10, 12, 18, 23, 27
		1, 5, 10, 12, 18, 24, 27
		3, 5, 10, 12, 18, 24, 27
		2, 3, 10, 12, 18, 24, 27
IEEE-118	28	3, 8, 11, 12, 17, 20, 23, 29, 34, 37, 40, 45, 49, 53, 56, 62, 73, 75, 77, 80, 85, 86, 91, 94, 101, 105, 110, 115
		3, 8, 11, 12, 19, 21, 27, 31, 32, 34, 37, 42, 45, 49, 52, 56, 62, 72, 75, 77, 80, 85, 86, 90, 94, 101, 105, 110

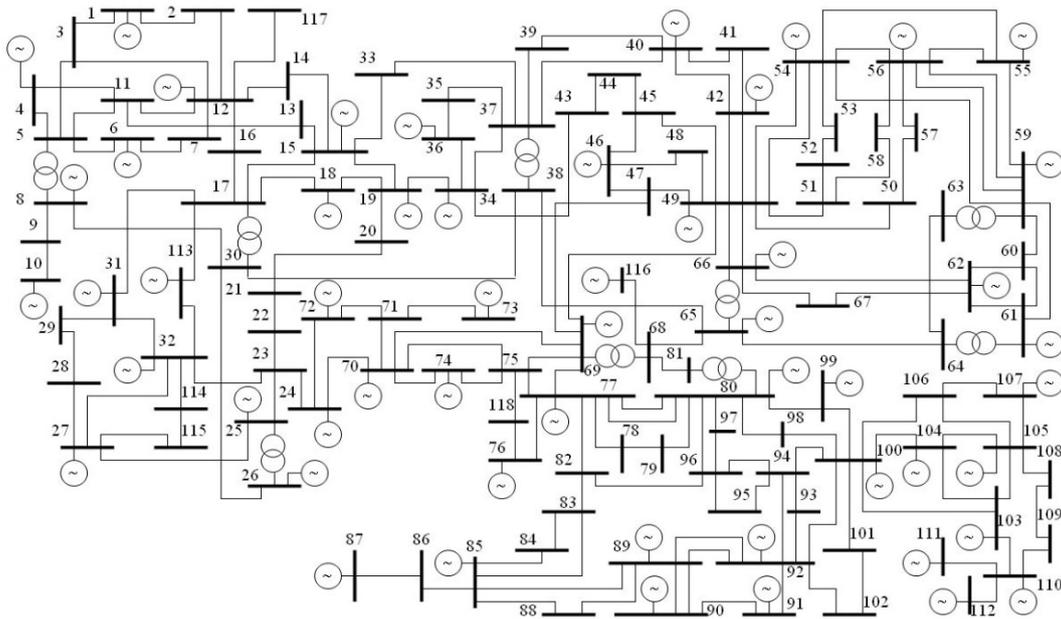


Figura 8. Diagrama unifilar IEEE-118 barras.

4.5 Análisis comparativo entre BT y otros algoritmos de optimización.

Para demostrar que el algoritmo BT es eficiente al determinar la ubicación óptima de PMU's en los sistemas analizados, se compara los resultados obtenidos con diferentes métodos de optimización propuestos en otros artículos científicos dedicados al mismo problema [33]-[35]. Comparando los resultados de los otros métodos podemos comprobar que el algoritmo BT es un excelente método de optimización, este se encuentra a la par de otros métodos y en algunos casos mejora notablemente al minimizar el número y la ubicación óptima de las PMU's.

Tabla 3. Resultados obtenidos Comparación del mínimo número de PMU's entre diferentes métodos considerando sistemas con barras de inyección cero

Método	14-barras	30-barras	118-barras
Búsqueda armónica modificado (ABAM) [33]	4	10	32
Algoritmo genético (AG) [34]	3	7	29
Optimización por enjambre de partículas binaria (BPSO) [35]	3	7	29
Algoritmo de búsqueda tabú (BT)	3	7	28

La Tabla 3 tabula los resultados de los diferentes métodos de optimización aplicados a los sistemas de prueba, cada resultado es la solución óptima encontrada por los diferentes algoritmos que determinan la cantidad mínima de PMU's necesarias para que los sistemas sean completamente observables.

5. Conclusiones

Este artículo presenta la implementación del algoritmo BT para obtener la ubicación óptima de PMU's basándose en criterios de observabilidad de la red eléctrica. La matriz de incidencia así como las diferentes reglas de observabilidad proporcionan a BT la facilidad de obtener resultados rápidos y más precisos en la optimización de los diferentes sistemas de prueba. BT pese a

ser una meta-heurística es un algoritmo de fácil implementación, es altamente eficiente y flexible, posee características únicas que lo convierten en un algoritmo apropiado para la ubicación óptima de PMU's. Una de las ventajas de BT es su tiempo de computo el cual es bastante pequeño si proporcionamos una solución inicial adecuada, es decir una que no sea aleatoria, los resultados del uso de BT para el problema propuesto se demuestra con éxito en las pruebas realizadas a los sistemas eléctricos de la IEEE de 14, 30 y 118 barras. Al comparar los resultados obtenidos con los diferentes algoritmos de optimización se verifica que para algunos casos el resultado de la optimización, es igual o incluso mejor, esto indica de manera clara que BT logra obtener mejores resultados al minimizar el número de PMU's necesarias para la completa observabilidad del sistema, lo que sin duda implica una reducción en el impacto de los servidores. En trabajos futuros se plantea el uso de un algoritmo BT mucho más complejo tratando de no solo encontrar óptimos locales si no también globales, logrando mejorar el tiempo de cómputo y la ubicación óptima de las PMU's.

Referencias

- [1] N. C. Koutsoukis, N. M. Manousakis, P. S. Georgilakis, and G. N. Korres, "Numerical observability method for optimal phasor measurement units placement using recursive Tabu search method," no. October 2012, 2013.
- [2] A. Y. A. Y. D. A. Amira, G. Fathi, T. El, and M. S. E. B. P. Tunis, "OPTIMAL PMU PLACEMENT FOR FULL NETWORK OBSERVABILITY CASE OF THE TUNISIAN NETWORK," 2011.
- [3] C. Liao, T. Hsieh, X. Guo, J. Liu, and C. Chu, "Hybrid search for the

- optimal PMU placement problem on a power grid,” *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 243, no. 3, pp. 985–994, 2015.
- [4] J. Peng, Y. Sun, and H. F. Wang, “Optimal PMU placement for full network observability using Tabu search algorithm,” vol. 28, pp. 223–231, 2006.
- [5] S. Chakrabarti, E. Kyriakides, G. Ledwich, and a. Ghosh, “Inclusion of PMU current phasor measurements in a power system state estimator,” *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 4, no. 10, p. 1104, 2010.
- [6] Y. Chakhchoukh, V. Vittal, G. T. Heydt, and L. Fellow, “PMU Based State Estimation by Integrating Correlation,” vol. 29, no. 2, pp. 617–626, 2014.
- [7] J. Wu, J. Xiong, P. Shil, and Y. Shi, “Optimal PMU Placement for Identification of Multiple Power Line Outages in Smart Grids,” pp. 354–357, 2014.
- [8] H. Renmu, “Comparison of Several PMU Placement Algorithms for State Estimation,” pp. 1–4, 2004.
- [9] R. A. F. Pereira, L. G. W. Silva, and J. R. S. Mantovani, “PMUs Optimized Allocation Using a Tabu Search Algorithm for Fault Location in Electric Power Distribution System,” pp. 143–148, 2004.
- [10] T. L. Baldwin, L. Mili, M. B. Boisen, and R. Adapa, “Power system observability with minimal phasor measurement placement,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 8, no. 2, pp. 707–715, 1993.
- [11] C. Yu, C. Liu, S. Yu, and J. Jiang, “A new PMU-based fault location algorithm for series compensated lines,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 17, no. 1, pp. 33–46, 2002.
- [12] A. S. Deese, T. Nugent, and S. Coppi, “A Comparative Study of Optimal PMU Placement Algorithms for Cost Minimization,” pp. 0–4, 2014.
- [13] A. Srivastava, “Optimal PMU Placement for Complete Power System Observability using Binary Cat Swarm Optimization,” pp. 0–5, 2015.
- [14] H. Mori, “Tabu Search Based Meter Placement for Topological Observability in Power System State Estimation,” pp. 172–177, 1999.
- [15] N. H. Abbasy and H. M. Ismail, “A Unified Approach for the Optimal PMU Location for Power System State Estimation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, May-2009. .
- [16] Y. Zhao, P. Yuan, Q. Ai, and T. Lv, “Optimal PMU placement considering topology constraints,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 73, pp. 240–248, 2015.
- [17] F. Glover, “Tabu Search-Part I,” vol. 1, no. 3, pp. 190–206, 1989.
- [18] A. Fanni, A. Manunza, M. Marchesi, and F. Pilo, “Tabu Search etahuristics for Global Optimization of Electromagnetic Problems,” vol. 34, no. 5, pp. 2960–2963, 1998.
- [19] K. Nara, “State of the Arts of the Modern Heuristics Application to Power Systems,” pp. 1279–1283, 1999.
- [20] F. Glover, “PATHS FOR INTEGER PROGRAMMING,” vol. 13, no. 5, pp. 533–549, 1986.
- [21] M. Dehghani, B. Shayanfard, and A. R. Khayatian, “PMU Ranking Based on Singular Value Decomposition of Dynamic Stability Matrix,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 2263–2270, Aug. 2013.
- [22] H. L. Zhu, Y. X. Duan, X. P. Zhang, H. Qi, and C. X. Huang, “Hybrid of MST and genetic algorithm on minimizing PMU

- placement,” *Proc. 2013 3rd Int. Conf. Intell. Syst. Des. Eng. Appl. ISDEA 2013*, no. 2, pp. 820–823, 2013.
- [23] H. Mesgarnejad, S. Member, and S. M. Shahrtash, “Multi-Objective Measurement Placement with New Parallel Tabu Search Method,” 2008.
- [24] B. Mohammadi-ivatloo, “Application of heuristic algorithms to optimal PMU placement in electric power systems: An updated review,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 50, pp. 214–228, 2015.
- [25] N. Fescioglu-unver and H. Ave, “Application of Self Controlling Software Approach to Reactive Tabu Search,” pp. 297–305, 2008.
- [26] A. C. Adamuthe, “Tabu Search for Solving Personnel Scheduling Problem,” pp. 1–6, 2012.
- [27] F. Glover, M. Laguna, and R. Martí, “Principles of tabu search,” *Approximation Algorithms and Metaheuristics*, vol. 23. pp. 1–12, 2007.
- [28] F. Glover and R. Martí, “Tabu Search,” *Tabu Search*. pp. 1–16, 1986.
- [29] F. Glover, “Tabu Search: A tutorial,” *Interfaces*, vol. 20, no. 4. pp. 79–94, 1990.
- [30] M. Gendreau and J.-Y. Potvin, “Tabu Search,” *Search Methodologies*. pp. 165–186, 2005.
- [31] a Monticelli and F. F. Wu, “NETWORK OBSERVABILITY: THEORY,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, no. 5, pp. 1042–1048, 1985.
- [32] J. R. Altman, “A Practical Comprehensive Approach to PMU Placement for Full Observability.” pp. 1–69, 2007.
- [33] M. Nazari-Heris and B. Mohammadi-Ivatloo, “Optimal placement of phasor measurement units to attain power system observability utilizing an upgraded binary harmony search algorithm,” *Energy Syst.*, pp. 1–20, 2014.
- [34] F. Aminifar, S. Member, C. Lucas, S. Member, A. Khodaei, M. Fotuhi-firuzabad, and S. Member, “Optimal Placement of Phasor Measurement Units Using Immunity Genetic Algorithm,” vol. 24, no. 3, pp. 1014–1020, 2009.
- [35] A. Ahmadi, Y. Alinejad-beromi, and M. Moradi, “Expert Systems with Applications Optimal PMU placement for power system observability using binary particle swarm optimization and considering measurement redundancy,” vol. 38, pp. 7263–7269, 2011.