

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Leonardo Alexandrino Proença

**ESTRATÉGIAS PARA PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO DE
VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS BASEADO EM G2CBS**

Florianópolis
2016

Leonardo Alexandrino Proença

**ESTRATÉGIAS PARA PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO DE
VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS BASEADO EM G2CBS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.

Coorientador: Prof. Lucas Weihmann, Dr. Eng.

Florianópolis
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Proença, Leonardo Alexandrino

Estratégias para planejamento de movimento
de veículos subaquáticos baseado em G2CBS /
Leonardo Alexandrino Proença ; orientador,
Henrique Simas ; coorientador, Lucas Weihmann.
- Florianópolis, SC, 2016.

121 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade
Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Planejamento de
movimento. 3. Veículos subaquáticos. 4.
Espirais de Bézier. I. Simas, Henrique. II.
Weihmann, Lucas. III. Universidade Federal de
Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica. IV. Título.

Leonardo Alexandrino Proença

**ESTRATÉGIAS PARA PLANEJAMENTO DE
MOVIMENTO DE VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS
BASEADO EM G2CBS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 15 de julho de 2016.

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Lucas Weihmann, Dr. Eng.
Coorientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Thiago Pontin Tancredi, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Dedico este trabalho à minha família

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais por sempre me apoiarem em todas as etapas da minha vida.

À minha namorada Stefânia Maria Maier, amor da minha vida, por todo o amor, amizade, carinho, compreensão e apoio.

Aos professores Henrique Simas e Lucas Weihmann pela orientação e conselhos durante toda a dissertação.

A CAPES pelo apoio financeiro.

*“Your actions speak so loudly, I cannot hear what
you are saying”.*
(Ralph Waldo Emerson)

RESUMO

Os riscos e custos envolvidos nas operações submarinas tornam atrativas a pesquisa e o desenvolvimento de veículos subaquáticos. Uma área de pesquisa muito forte em relação aos veículos subaquáticos visa a aumentar a capacidade desses veículos de analisar sua missão, planejar o seu movimento e adaptar sua operação de acordo com as condições do ambiente. Planejamento de movimento refere-se aos algoritmos utilizados para converter uma especificação de tarefa de alto nível em descrições de baixo nível de como o veículo deve se mover. O planejamento de movimento para veículos subaquáticos geralmente ignora as restrições cinemáticas e dinâmicas dos veículos, o que resulta em erros de posicionamento durante o seguimento do caminho. Uma aproximação dessas restrições pode ser incluída no processo de planejamento de movimento através do uso de espirais cúbicas de Bézier com continuidade G^2 (G2CBS). As G2CBS consistem na concatenação de duas curvas de Bézier, cujos pontos de controle são calculados de forma que a curva resultante possua curvatura contínua e limitada a um valor κ_{max} , o qual representa a aproximação das restrições cinemáticas e dinâmicas do veículo. Neste trabalho são apresentadas as G2CBS em detalhes, é feito um estudo sobre a cinemática e dinâmica de veículos subaquáticos, e são propostas novas estratégias para planejamento de movimento e desvio de obstáculos, e associada à especificação da direção do caminho, um método de otimização e proposto e comparado.

Palavras-chave: Veículos subaquáticos, planejamento de movimento, cinemática, dinâmica, espirais de Bézier.

ABSTRACT

The hazards and costs associated to subaquatic operations make the research and development of underwater vehicles attractive. A very strong research line related to underwater vehicles aims to increase these vehicles capacity of analyzing their missions, planning their movement and adapting their operation according to environmental conditions. Movement planning for underwater vehicles usually disregard their kinematic and dynamic constraints, which results in positioning errors during the following of the planned path. The kinematic and dynamic constraints can be readily included in the movement planning process through the use of G^2 -continuous cubic Bézier spirals (G2CBS). The G2CBS consist in the concatenation of two Bézier curves, whose control points are calculated in such a way that the resulting curve has a continuous curvature limited to a certain value κ_{max} , which in turn represents an approximation of the vehicle's kinematic and dynamic constraints. In this work the G2CBS are presented in details, the kinematics and dynamics of underwater vehicles are reviewed, and new strategies for movement planning and obstacle avoidance are proposed.

Keywords: Underwater vehicles, movement planning, kinematics, dynamics, Bézier spirals.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - ROV.....	2
Figura 2 - AUV.	2
Figura 3 - AUV em operação de inspeção de tubulação subaquática.....	3
Figura 4 - Exemplo de planejamento de movimento.....	5
Figura 5 - Grafo de visibilidade	11
Figura 6 - Abordagem diferente envolvendo grafo de visibilidade.....	12
Figura 7 - Diagrama de Voronoi Generalizado.	13
Figura 8 - Função do campo potencial.	14
Figura 9 - Caminho gerado pelo campo potencial.....	15
Figura 10 - Exemplo de um mínimo local e a impossibilidade do robô passar entre dois obstáculos próximos.	15
Figura 11 - Planejamento de movimento usando Fast Marching em ambientes sem correntes oceânicas (esq.) e com correntes oceânicas (dir.).....	16
Figura 12 - Decomposição celular aproximada em células iguais.	17
Figura 13 - Caminho gerado usando A*.	18
Figura 14 - Diferentes caminhos gerados por algoritmos A* modificados.	19
Figura 15 - Caminhos gerados por RRT para um veículo com restrições cinemáticas e dinâmicas.	20
Figura 16 - SRRT.	21
Figura 17 - Caminhos de Dubins.....	22
Figura 18 - Comparação entre uma curva de Dubins e uma clotóide....	23
Figura 19 - Segmento de uma spline quártica de Bézier.	24
Figura 20 - Comparação entre os caminhos planejados e os efetivamente seguidos por um robô móvel.	25
Figura 21 - B-spline com variação mínima de curvatura contida dentro de um envelope definido por cadeias poligonais.....	26
Figura 22 - Algumas b-splines padronizadas.	27
Figura 23 - Manipulação dos pontos de controle de uma B-spline.	27
Figura 24 - Caminho resultante (em vermelho) após a manipulação das B-splines.....	28
Figura 25 - Caminho original (tracejado) e o obtido após o processo de deformação (linha sólida).....	29
Figura 26 - Suavização de um caminho linear usando curvas de Bézier.	29
Figura 27 - Caminho gerado usando splines trigonométricas (linha grossa com asteriscos).....	30
Figura 28 - Planejamento de movimento para cobertura.....	32
Figura 29 - Planejamento típico de movimento para um AUV.....	34

Figura 30 - Identificação dos limites da área.	35
Figura 31 - Caminho para cobertura, gerado por um algoritmo heurístico.....	36
Figura 32 - Caminhos planejados para diferentes ângulos.....	37
Figura 33 - Caminhos paralelos gerados para uma operação de soldagem.	37
Figura 34 - Exemplo de caminho aleatório para um robô aspirador de pó.	38
Figura 35 - Planejamento de movimento usando células hexagonais e redes neurais.....	39
Figura 36 - Planejamento de movimento para uma aeronave não tripulada.	40
Figura 37 - Decomposição em quadrantes de uma área.....	41
Figura 38 - Planejamento de movimento para cobertura usando decomposição celular semi-aproximada.	42
Figura 39 - Decomposição trapezoidal e o grafo de adjacência correspondente.	43
Figura 40 - Decomposição trapezoidal.	43
Figura 41 - Decomposição trapezoidal (esquerda) e resultado após a união das células.	44
Figura 42 - Decomposição celular de <i>boustrophedon</i>	45
Figura 43 - Determinação do GVD (linha preta) e GVD simplificado (linha verde).	46
Figura 44 - Caminho obtido usando GVD e decomposição de <i>boustrophedon</i>	46
Figura 45 - Orientação perpendicular ao gradiente de batimetria da célula.	48
Figura 46 - Diferentes formatos de células obtidos com diferentes funções de Morse.	49
Figura 47 - Sistema de coordenadas de um veículo subaquático.	52
Figura 48 - Espiral cúbica de Bézier com continuidade G^2	70
Figura 49 - G2CBS calculada analiticamente.	74
Figura 50 - Curvatura ao longo do comprimento de arco 75	75
Figura 51 - Comparação entre G2CBSs com três waypoints: a) Válida b) Inválida.	77
Figura 52 - Comparação entre concatenação de G2CBSs: a) Válida b) Inválida 78	78
Figura 53 - Variação de d com γ	79
Figura 54 - Rotação.....	82
Figura 55 - Geração do caminho.....	82
Figura 56 - Desvio de obstáculo.	86

Figura 57 - Visualização do processo para encontrar o MABR.	88
Figura 58 - Variação da curvatura.	90
Figura 59 - Geração de caminho, Caso I, 0 graus.	92
Figura 60 - Geração de caminho, Caso I, 60 graus.	92
Figura 61 - Geração de caminho, Caso II, 45 graus.	93
Figura 62- Geração de caminho, Caso II, 150 graus.	93
Figura 63 - Geração de caminho, Caso III, 10 graus.	94
Figura 64 - Geração de caminho, Caso III, 90 graus.	94
Figura 65 - Desvio de um obstáculo, 0 graus.	96
Figura 66 - Desvio de um obstáculo, 135 graus.	96
Figura 67 - Desvio de dois obstáculos, 45 graus.	97
Figura 68 - Área I, Sem obstáculo, MABR.	100
Figura 69 - Área I, sem obstáculo, Oksanen e Visala.	100
Figura 70 - Área I, com obstáculo, MABR.	101
Figura 71 - Área I com obstáculo, Oksanen e Visala.	101
Figura 72 - Área II, sem obstáculo, MABR.	102
Figura 73 - Área II, sem obstáculo, Oksanen e Visala.	102
Figura 74 - Área II, com obstáculo, MABR.	103
Figura 75 - Área II, com obstáculo, Oksanen e Visala.	103
Figura 76 - Área III, sem obstáculos, MABR.	104
Figura 77 - Área III, sem obstáculos, Oksanen e Visala.	104
Figura 78 - Área III, com obstáculos, MABR.	105
Figura 79 - Área III, com obstáculos, Oksanen e Visala.	105
Figura 80 - Área IV, sem obstáculos.	106
Figura 81 - Área IV, com obstáculo, MABR.	107
Figura 82 - Área IV, com obstáculo, Oksanen e Visala.	107
Figura 83 - Área V, sem obstáculos.	108
Figura 84 - Área V, com obstáculos, MABR.	109
Figura 85 - Área V, com obstáculos, Oksanen e Visala.	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Comparação ROV x AUV	3
Tabela 2 - Estratégias para planejamento de movimento para navegação	31
Tabela 3 – Estratégias para planejamento de movimento para cobertura	50
Tabela 4 - Estimativa por mínimos quadrados para os parâmetros	61
Tabela 5 - Resultados da otimização, sem obstáculos (MABR)	98
Tabela 6 - Resultados da otimização, sem obstáculos (Oksanen e Visala)	98
Tabela 7 - Resultados da otimização, com obstáculos (MABR)	98
Tabela 8 - Resultado da otimização, com obstáculo (Oksanen e Visala)	99

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 - Estratégia para geração de caminhos.....	80
Algoritmo 2 - Estratégia para desvio de colisão.....	83
Algoritmo 3 - Estratégia para otimização de caminhos.....	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A* - A-estrela

AUV – *Autonomous Underwater Vehicle*

G2CBS – *G²-continous Cubic Bézier Spiral*

GVD – *Generalized Voronoi Diagram*

MABR – *Minimum Area Bounding Rectangle*

ROV – *Remotely Operated Vehicle*

RRT – *Rapid-Exploring Random Trees*

SNAME – *Society of Naval Architects and Marine Engineers*

SRRT – *Spline-based Rapid-Exploring Random Trees*

UAV – *Unmanned Aerial Vehicle*

UUV – *Unmanned Underwater Vehicle*

LISTA DE SÍMBOLOS

- κ_{max} – Curvatura máxima que um veículo subaquático pode seguir
- XYZ – Sistema de coordenadas inercial
- $X_oY_oZ_o$ – Sistema de coordenadas local
- $\boldsymbol{\eta}$ – Vetor posição e orientação
- $\boldsymbol{\eta}_1$ – Vetor posição
- x, y, z – Posição no eixo correspondente
- $\boldsymbol{\eta}_2$ – Vetor orientação
- φ, θ, ψ – Ângulo de rotação sobre os eixos x, y e z , respectivamente
- \mathbf{v} – Vetor de velocidades lineares e angulares
- \mathbf{v}_1 – Vetor de velocidades lineares
- u, v, w – Velocidades lineares ao longo dos eixos x, y e z , respectivamente
- \mathbf{v}_2 – Vetor de velocidades angulares
- p, q, r – Velocidades angulares ao longo dos eixos x, y e z , respectivamente
- $\boldsymbol{\tau}$ – Vetor de forças e momentos aplicados
- $\boldsymbol{\tau}_1$ – Vetor de forças aplicadas
- X, Y, Z – Forças aplicadas ao longo dos eixos x, y e z , respectivamente
- $\boldsymbol{\tau}_2$ – Vetor de momentos aplicados
- K, M, N – Momentos aplicados ao longo dos eixos x, y e z , respectivamente
- $\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}_2)$ – Matriz de transformação de coordenadas entre o sistema de coordenadas móvel e o sistema de coordenadas inercial
- $\mathbf{C}_i^T(j)$ – Matriz de rotação sobre o eixo i pelo ângulo j
- \mathbf{M} – Matriz de inércia
- $\mathbf{C}(\mathbf{v})$ – Matriz de Coriolis
- $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ – Matriz de amortecimento
- $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ – Vetor de forças e momentos gravitacionais
- \mathbf{M}_{RB} – Matriz de inércia de corpo rígido
- \mathbf{M}_A – Matriz de inércia de massa adicional
- $\mathbf{C}(\mathbf{v})_{RB}$ – Matriz de Coriolis de corpo rígido
- $\mathbf{C}(\mathbf{v})_A$ – Matriz de Coriolis devida à massa adicional
- m – Massa do veículo
- I_i – Momento de inércia no eixo i
- $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}(t))$ – Matriz antissimétrica
- \mathbf{f}_g – Força gravitacional

r_g – Centro de gravidade do veículo

f_b – Força de empuxo

r_b – Centro de empuxo do veículo

Φ_i – Vetores da expansão da série de Maclaurin

b_{τ_i} – Vetores de coeficientes obtidos a partir de regressão por mínimos quadrados de resultados de simulações numéricas,

α, β – Ângulos das superfícies de controle do veículo

ρ_{min} – Raio mínimo de curvatura

c_i, h_i, g_i, k_i – Parâmetros para cálculo dos pontos de controle das G2CBS

B_i, E_i – Pontos de controle das G2CBS

W_i – *Waypoints* usados pelas G2CBS

u_i – Vetores unitários na direção da linha que conecta os *waypoints*

γ – Ângulo entre os vetores $\overrightarrow{W_1W_2}$ e $\overrightarrow{W_2W_3}$

β – Ângulo entre os vetores $\overrightarrow{B_2W_2}$ e $\overrightarrow{B_2E_2}$

D – Vetor que conecta B_0 e E_0

d – Distância entre W_2 e B_0 ou W_2 e E_0

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	OBJETIVOS.....	7
1.1.1.	Objetivo Geral	7
1.1.2.	Objetivos Específicos	7
1.2.	METODOLOGIA DE TRABALHO.....	7
1.3.	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	7
2.	O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO PARA UUVS	9
2.1.	PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO PARA NAVEGAÇÃO	10
2.1.1.	Grafo de visibilidade	11
2.1.2.	Diagrama de Voronoi Generalizado	12
2.1.3.	Campos Potenciais	14
2.1.4.	<i>Level Set Methods</i> e <i>Fast Marching Methods</i>	16
2.1.5.	Decomposição celular	16
2.1.6.	<i>Rapidly-Exploring Random Trees (RRT)</i>	19
2.1.7.	Curvas paramétricas	21
2.1.8.	Resumo das estratégias para navegação	31
2.2.	PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO PARA COBERTURA	32
2.2.1.	Heurística	35
2.2.2.	Decomposição celular aproximada	38
2.2.3.	Decomposição celular semi-aproximada	41
2.2.4.	Decomposição celular exata	42
2.2.5.	Resumo das estratégias para planejamento de cobertura	49
3.	DINÂMICA E CINEMÁTICA DE VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS	51
3.1.	CINEMÁTICA	51

3.1.1.	Sistema de coordenadas	51
3.1.2.	Mapeamento entre sistemas de coordenadas	52
3.2.	DINÂMICA	54
3.2.1.	Equações de movimento para um veículo subaquático	54
4.	DETERMINAÇÃO DA CURVATURA MÁXIMA QUE UM VEÍCULO SUBAQUÁTICO CONSEGUE SEGUIR A PARTIR DA CINEMÁTICA E DINÂMICA	63
4.1.	CINEMÁTICA	64
4.2.	DINÂMICA	65
5.	PROPOSTA DE ESTRATÉGIAS PARA GERAÇÃO DE TRAJETÓRIA E DESVIO DE COLISÃO	69
5.1.	ESPIRAIS CÚBICAS DE BÉZIER COM CONTINUIDADE G^2	70
5.1.1.	Comentários sobre G^2CBS	75
5.2.	ESTRATÉGIA PARA GERAÇÃO DE CAMINHO	79
5.3.	ESTRATÉGIA PARA DESVIO DE COLISÃO	83
5.4.	ESTRATÉGIA PARA OTIMIZAÇÃO DO CAMINHO GERADO	86
6.	TESTES DAS ESTRATÉGIAS PROPOSTAS	89
6.1.	CÁLCULO DA CURVATURA MÁXIMA	89
6.2.	GERAÇÃO DE CAMINHOS	91
6.2.1.	Caso I	91
6.2.2.	Caso II	92
6.2.3.	Caso III	93
6.2.4.	Comentários sobre a geração de caminhos	94
6.3.	DESVIO DE OBSTÁCULO	95
6.3.1.	Comentários sobre a estratégia para desvio de obstáculos	97
6.4.	OTIMIZAÇÃO	97
6.4.1.	Área I – Sem obstáculos	99

6.4.2.	Área I – Com obstáculos	101
6.4.3.	Área II – Sem obstáculos	102
6.4.4.	Área II – Com obstáculos	102
6.4.5.	Área III – Sem obstáculos.....	103
6.4.6.	Área III – Com obstáculos.....	104
6.4.7.	Área IV – Sem obstáculos.....	105
6.4.8.	Área IV – Com obstáculos.....	106
6.4.9.	Área V – Sem obstáculos	107
6.4.10.	Área V – Com obstáculos.....	108
6.4.11.	Comentários sobre as estratégias de otimização....	109
7.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	111
7.1.	TRABALHOS FUTUROS	112
	Referências	115

1. INTRODUÇÃO

Os oceanos e mares cobrem aproximadamente 70% da superfície de nosso planeta e por volta de 37% da população mundial vive em até 100 km de distância de um oceano (YUH, 2000), no entanto 90% do fundo do oceano ainda não foram mapeados (GALCERAN, 2014). Os oceanos também possuem uma grande diversidade de ecossistemas, possuem um papel muito importante no controle do clima do planeta, são fontes importantes de alimento, e seus organismos podem ser a chave para cura de uma grande quantidade de doenças. Portanto, a exploração e o entendimento dos oceanos é um assunto de importância primordial (GALCERAN, 2014).

Os oceanos também são considerados fontes importantes de recursos energéticos como petróleo e gás. A superfície dos oceanos é usada para o transporte de mercadorias e passageiros, e apresenta grande importância para a economia global. A comunicação intercontinental é feita em grande parte através de cabos submarinos depositados no leito oceânico. O leito oceânico também é alvo de estudos quanto à possibilidade de se explorar recursos minerais (ROCHA, 2012).

Os riscos e custos envolvidos nas operações submarinas tornam atrativas a pesquisa e o desenvolvimento de *Unmanned Underwater Vehicles* (UUVs) (ROCHA, 2012).

Os UUVs são tipicamente divididos em duas classes de veículos, os ROVs (Remotely Operated Vehicles) e AUVs (Autonomous Underwater Vehicles). ROVs são caracterizados por possuírem um cabo umbilical que os conecta até uma embarcação de apoio e por necessitarem de um operador qualificado em todos os momentos. O cabo umbilical é responsável por fazer a comunicação entre operador e ROV e fornecer energia ao veículo. AUVs não possuem cabo umbilical e não requerem operadores, mas, em contrapartida, eles dependem de suprimento próprio de energia, capacidade de planejar e executar tarefas, e tomar decisões frente a eventos não planejados (FLORIANI, 2013; ROCHA, 2012). A Figura 1 apresenta um ROV, enquanto que a Figura 2 apresenta um AUV.

Figura 1- ROV



Fonte: <http://www.oceaneering.com/rovs/rov-systems/spectrum-rov>

Figura 2 - AUV.



Fonte: <http://www.km.kongsberg.com>

Os UUVs podem ser utilizados em atividades de inspeção ou atividades de intervenção. Nas atividades de inspeção o veículo está em movimento constante e não há interação física entre o UUV e o ambiente. Nas atividades de intervenção há interação física entre o UUV e o ambiente, sendo em muitos casos necessário que o veículo permaneça estacionário (FLORIANI, 2013). A interação com o ambiente se dá através de um manipulador mecânico.

Os ROVs são utilizados tanto em atividades de inspeção quanto em atividades de intervenção. Os AUVs são utilizados principalmente para atividades de inspeção. AUVs possuem maior liberdade de movimento que ROVs devido à ausência de cabo umbilical e podem permanecer em operação por maior tempo por não necessitarem de operador. Dessa forma os AUVs são mais adequados para atividades de inspeção. A complexidade envolvida em missões de intervenção torna praticamente obrigatória a presença de um operador humano, assim sendo, ROVs são mais adequados para esse tipo de atividade (FLORIANI, 2013).

Tabela 1 - Comparação ROV x AUV

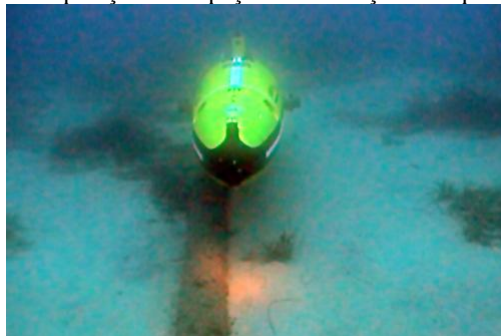
ROV	AUV
Menor mobilidade	Maior mobilidade
Requer operador	Não requer operador
Mais aptos a missões de intervenção	Mais aptos a missões de inspeção
Acesso à quantidade “ilimitada” de energia	Acesso à quantidade muito limitada de energia
Alto custo operacional	Baixo custo operacional

Os UUVs possuem aplicação na indústria de óleo e gás, em estudos científicos, em aplicações militares, entre outras. Algumas das atividades que podem ser realizadas por esses veículos incluem (YUH, 2000):

- Mapeamento de leito oceânico;
- Amostragem geológica;
- Construção, manutenção e inspeção de estruturas submarinas;
- Inspeção de cascos de navios;
- Instalação e manutenção de cabos submarinos de comunicações;
- Busca e eliminação de minas submarinas.

A Figura 3 apresenta um AUV em operação.

Figura 3 - AUV em operação de inspeção de tubulação subaquática.



Fonte: <http://www.offshore-technology.com/contractors/rovs/eca-robotics/eca-robotics1.html>

Uma área de pesquisa muito forte em relação aos UUVs é quanto ao aumento da autonomia desses veículos. Autonomia pode ser dividida em autonomia física e autonomia operacional. Autonomia física consiste em permitir que o UUV funcione livre de conexões físicas com uma base ou outros veículos. Autonomia operacional é definida como a capacidade do UUV analisar sua missão, planejar o seu movimento e adaptar sua operação de acordo com as condições do ambiente (ROCHA, 2012).

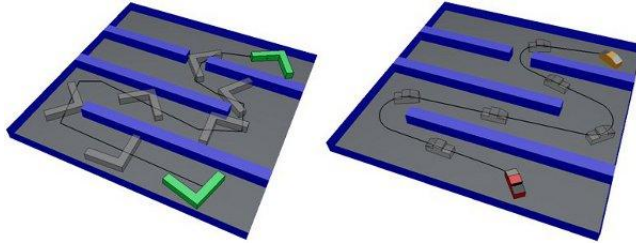
O aumento da autonomia operacional é extremamente importante tanto para AUVs quanto para ROVs. No caso de AUVs esse aumento significaria que missões com maiores graus de complexidade poderiam ser realizadas por esse tipo de veículo. No caso de ROVs, por exemplo, o veículo poderia locomover-se de forma autônoma da base até o local onde é necessária a intervenção, reduzindo assim o tempo no qual é necessária a presença de um operador humano.

Planejamento de movimento refere-se aos algoritmos utilizados para converter uma especificação de tarefa de alto nível, definida por um humano, em descrições de baixo nível de como o veículo deve se mover. Planejamento de movimento também é frequentemente referido como “Problema do transportador de piano” (em inglês, “*Piano Mover’s Problem*”). O problema consiste em encontrar uma forma de mover um piano de um quarto a outro de uma casa sem colidir com objeto algum (LAVALLE, 2005). O produto do planejamento de movimento é um caminho.

O planejamento de movimento para robôs geralmente foca nas translações e rotações necessárias para o movimento desejado do robô. Mais recentemente outros aspectos começaram a ser considerados, como incertezas, restrições cinemáticas e dinâmicas, erros de modelagem, e otimalidade. Planejamento de trajetória geralmente se refere ao problema de tomar o caminho dado pelo planejamento de movimento e determinar como o robô pode se mover ao longo desse caminho, respeitando suas limitações (LAVALLE, 2005).

A Figura 4 apresenta exemplos de planejamento de movimento para dois tipos de robôs móveis, um robô que pode alterar sua orientação sem mudar de posição (esquerda) e um robô tipo carro (direita).

Figura 4 - Exemplo de planejamento de movimento.



Fonte: <http://www.coppeliarobotics.com/helpFiles/en/pathPlanningModule.html>

O planejamento de movimento está diretamente relacionado ao cumprimento da missão de um UUV e à sua segurança. Como apontado por Gal (2013), a obtenção de caminhos ótimos também proporciona o uso mais eficiente de energia por UUVs, o que ajuda a mitigar uma das maiores limitações atualmente encontrada por AUVs.

Existem diversas estratégias disponíveis para o planejamento de movimento de robôs móveis, cada um sendo adequado para diferentes tipos de missão, nível de conhecimento sobre o ambiente, tipos de obstáculos encontrados, número de robôs presentes no ambiente, dinâmica dos robôs envolvidos, etc. É necessário definir as condições esperadas para o robô de forma a se definir o algoritmo de planejamento de movimento mais adequado.

Todos os robôs móveis estão sujeitos a um conjunto de restrições cinemáticas e dinâmicas. As restrições cinemáticas consistem nas posições e orientações que o robô móvel pode efetivamente alcançar, enquanto que as restrições dinâmicas se referem aos limites de velocidade, aceleração, forças e torques que o robô está sujeito. As restrições cinemáticas e dinâmicas definem os caminhos que o robô pode efetivamente percorrer.

Muitas das estratégias para planejamento de movimento não levam em consideração as restrições cinemáticas e dinâmicas dos robôs. Algumas das estratégias que consideram essas restrições são de difícil implementação. Uma solução mais simples é incluir uma aproximação para as restrições cinemáticas e dinâmicas, o que pode ser conseguido através do uso de curvas paramétricas.

Dentre as diversas curvas paramétricas propostas na literatura (BERGLUND et al., 2010; CHOI; CURRY; ELKAIM, 2008; CONNORS; ELKAIM, 2007; GILIMYANOV; RAPOPORT, 2013; JUNG; TSIOTRAS, 2008; LABAKHUA et al., 2006; OWEN; BEARD; MCLAIN, 2014; SCHEUER; FRAICHARD, 1997; SPRUNK, 2008;

ZHOU; SONG; TIAN, 2011) uma se destacou pela possibilidade de incluir em sua formulação uma aproximação para as restrições cinemáticas e dinâmicas do robô móvel: As espirais cúbicas de Bézier com continuidade G2 (G2CBS), propostas por Yang e Sukkarieh (2010).

As G2CBS consistem na concatenação de duas curvas de Bézier. Os pontos de controle dessas curvas de Bézier são calculados de forma que a curva resultante possua uma curvatura contínua e limitada a um valor máximo κ_{max} definido pelo usuário.

Considerando um robô móvel realizando uma manobra de virar a esquerda ou direita, é possível calcular a curvatura da curva resultante a partir das equações cinemáticas e dinâmicas do robô em questão. Dessa forma, é possível considerar a curvatura máxima κ_{max} como uma aproximação das restrições cinemáticas e dinâmicas de um robô móvel.

As G2CBS foram utilizadas em conjunto com a estratégia *Rapid-Exploring Random Trees* (RRT) por Yang et al. (2014) para planejar o movimento de um robô móvel que deveria sair de um ponto e chegar a outro ponto determinado, desviando dos obstáculos do caminho. No entanto, não foi encontrado nenhum trabalho que utilizou as G2CBS para planejar o movimento de um robô que tem como objetivo percorrer todos os pontos de uma área (um tipo de missão bastante comum para robôs móveis).

Para veículos subaquáticos, o planejamento de movimento com objetivo de cobrir uma área tipicamente consiste em um caminho pré-programado por um operador humano. O processo consiste em selecionar pontos de um mapa os quais o veículo subaquático irá seguir em ordem (GALCERAN, 2014).

Como o processo depende de um operador humano, apresenta desvantagens como estar sujeito a erro humano, ser de aplicação difícil em áreas complexas, e não haver possibilidade de avaliar a qualidade do caminho gerado.

Nesse trabalho é proposta uma expansão das G2CBS, com o objetivo de planejar o movimento de um veículo subaquático em uma missão de cobertura de área. A dinâmica e a cinemática desses veículos são estudadas de forma a se determinar a curvatura máxima que o veículo pode seguir (κ_{max}). Deseja-se assim gerar caminhos de boa qualidade que possam ser corretamente seguidos pelo veículo.

A Universidade Federal de Santa Catarina possui um AUV EcoMapper. Esse AUV servirá como base para o desenvolvimento do trabalho. A determinação das restrições cinemáticas e dinâmicas desse AUV é feita a partir dos trabalhos de Fossen (1994) e Wang, Zhang, e Schaefer (2014).

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo Geral

Este trabalho tem por objetivo propor estratégias que utilizem as G2CBS para o planejamento de movimento e desvio de obstáculos para veículos subaquáticos em missões de cobertura de uma determinada área considerando como especificação que a curvatura máxima do caminho esteja de acordo com um valor determinado a partir das equações cinemáticas e dinâmicas do veículo.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Revisar as estratégias mais difundidas na literatura para o planejamento de movimento de UUVs e outros robôs móveis;
- Estudar a dinâmica e cinemática de UUVs;
- Desenvolver um equacionamento para encontrar a curvatura máxima que um UUV pode seguir;
- Propor estratégias para obter caminhos ótimos que desviem de colisão com obstáculos;
- Verificar as estratégias propostas.

1.2. METODOLOGIA DE TRABALHO

O trabalho foi desenvolvido através das seguintes etapas:

- Revisão bibliográfica da literatura;
- Desenvolvimento das estratégias com base na revisão bibliográfica;
- Verificação das estratégias utilizando prototipagem matemática;

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em oito capítulos incluindo a introdução.

O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica das principais estratégias para planejamento de movimento, tanto para UUVs quanto outros robôs móveis.

O capítulo 3 apresenta a cinemática e dinâmica de UUVs.

O capítulo 4 apresenta um equacionamento para encontrar a curvatura máxima que um UUV pode seguir a partir de suas equações cinemáticas e dinâmicas.

O capítulo 5 apresenta as espirais cúbicas de Bézier com continuidade G2 (G2CBS).

O capítulo 6 apresenta as estratégias para obtenção de caminhos, evitamento de colisão, e otimização de caminhos.

O capítulo 7 apresenta simulações feitas com as estratégias propostas.

O capítulo 8 apresenta as conclusões do trabalho, as perspectivas e trabalhos futuros.

2. O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO PARA UUVS

De forma geral, o problema de planejamento de movimento para robôs móveis consiste em determinar a sequência de configurações que um robô deve assumir de forma a realizar a missão proposta. No caso específico de veículos subaquáticos o caminho é definido como um conjunto de *waypoints* que devem ser atingidos em sequência (PAULL; SAEEDI; LI, 2013).

O planejamento de movimento depende de diversos fatores, como o nível de informação sobre o ambiente, a qualidade desejada para o caminho, e os objetivos da missão. Se o ambiente for estático e muitas informações estiverem disponíveis, o processo de geração de trajetória pode ser lento sem maiores consequências. Por outro lado, se o ambiente for dinâmico e/ou desconhecido, o processo deve ser rápido o suficiente para que seja realizado em tempo real (PAULL; SAEEDI; LI, 2013).

O planejamento de movimento é tipicamente utilizado para resolver quatro tipos diferentes de missões de robôs móveis (PAULL; SAEEDI; LI, 2013):

- i. **Navegação:** encontrar um caminho livre de colisões em um ambiente com obstáculos;
- ii. **Cobertura:** passar um sensor em cada ponto do ambiente;
- iii. **Localização:** Usar dados de sensores para determinar a configuração do robô no ambiente;
- iv. **Mapeamento:** Usar um sensor para explorar um ambiente desconhecido anteriormente.

Estudar estratégias para planejamento de movimento para os quatro tipos de missão está fora do escopo deste trabalho. Serão apresentadas apenas as estratégias para as missões do tipo navegação e cobertura.

Nas seções a seguir são apresentadas as principais estratégias utilizadas para o planejamento de movimento de robôs móveis, tanto para navegação quanto para missões de cobertura. A literatura disponível para o planejamento de movimento de robôs móveis é bastante ampla e as estratégias apresentadas podem ser utilizadas para o planejamento de movimento de veículos subaquáticos.

Originalmente o planejamento de movimento para robôs móveis considerava apenas problemas de navegação, ou seja, buscava-se

encontrar um caminho livre de colisões entre dois pontos. Na literatura são encontradas diversas soluções para esse problema, no entanto, essas soluções não são aplicáveis para missões de cobertura. Isto resultou no desenvolvimento de estratégias próprias para as missões de cobertura (CHOSSET, 2001).

As diferentes estratégias para planejamento de movimento possuem pontos positivos e pontos negativos, e podem ser usadas em conjunto de forma a se obter resultados melhores. Diferentes estratégias também podem ser usadas pelo mesmo robô para cumprir objetivos diferentes. Por exemplo, uma estratégia para cobertura pode ser usada para planejar o movimento global do robô (para definir os pontos que o robô deve visitar, por exemplo), enquanto uma estratégia para navegação é utilizada para planejar seu movimento local (desvio de obstáculo com objetos não mapeados, por exemplo).

Portanto, é importante ter conhecimento tanto das estratégias adequadas para navegação quanto das estratégias adequadas para cobertura.

Inicialmente são apresentadas as estratégias adequadas para planejamento de movimento para navegação e a seguir as estratégias para planejamento de movimento para cobertura. As estratégias adequadas para os dois tipos de missão são apresentadas nas duas seções, cada uma dando prioridade para o respectivo tipo de missão.

2.1. PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO PARA NAVEGAÇÃO

O planejamento de movimento para navegação consiste em encontrar um caminho livre de colisões em um ambiente cheio de obstáculos. Diversas condições de otimização podem ser impostas a esse problema, tais como minimizar o comprimento total do caminho, consumo de energia, tempo necessário para percorrer o caminho, entre outras (LANGER, 2007).

Muitas das estratégias para planejamento de movimento para navegação consistem apenas em encontrar um caminho sem levar em consideração as restrições cinemáticas e dinâmicas do robô. É possível utilizar alguma outra estratégia em conjunto para reduzir os erros de posição durante o seguimento do caminho, tal como a suavização do caminho utilizando curvas paramétricas.

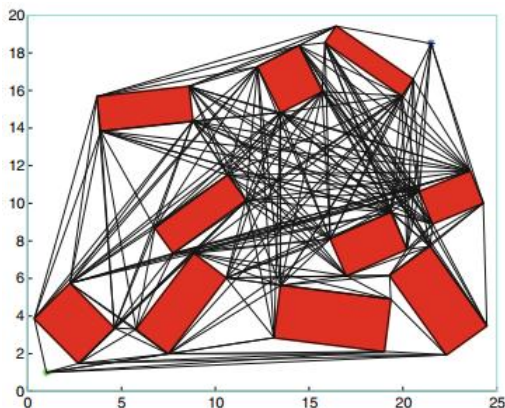
Na literatura encontram-se trabalhos sobre planejamento de movimento para navegação para as mais diversas aplicações, inclusive veículos subaquáticos, podendo-se citar os trabalhos de Banerjee (2014), Gal (2013), Liu et al, (2013), Pêtrès e Patron (2005), entre outros.

2.1.1. Grafo de visibilidade

Os vértices do grafo de visibilidade correspondem aos vértices dos obstáculos presentes no ambiente. Se houver uma linha reta conectando dois vértices quaisquer dos obstáculos, é adicionada uma aresta ao grafo conectando esses dois vértices. O grafo de visibilidade requer que os obstáculos sejam poligonais (PAULL; SAEEDI; LI, 2013). A Figura 5 apresenta um exemplo de grafo de visibilidade, onde os retângulos representam obstáculos e as linhas os caminhos que podem ser seguidos.

Pode-se então buscar no grafo de visibilidade o menor caminho que conecte uma posição inicial a uma posição final. Um ponto negativo do grafo de visibilidade diz respeito ao grande número de nós e arestas, o que dificulta o processo de busca. O caminho gerado também é muito próximo aos obstáculos, necessitando assim que os obstáculos sejam expandidos de forma a se ter uma margem de segurança para o robô (PAULL; SAEEDI; LI, 2013).

Figura 5 - Grafo de visibilidade

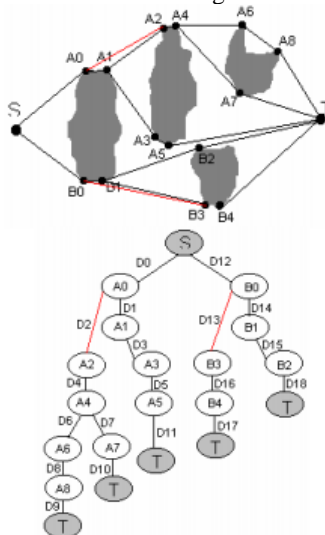


Fonte: Paull, Saeedi e Li (2013)

No trabalho de Gal (2013) o grafo de visibilidade é utilizado como base para planejar *online* o caminho de um AUV. O caminho inicialmente conecta o nó inicial ao nó objetivo. Se algum obstáculo é encontrado nesse caminho, um círculo é construído em torno desse obstáculo e adicionando-se dois nós perpendiculares ao caminho original, e a seguir é utilizado um algoritmo de busca em grafo para planejar o novo caminho.

O trabalho de El Khaili (2014) propõe uma abordagem para reduzir o tamanho do grafo de visibilidade. Seja X um nó do grafo de visibilidade e Y o ponto de chegada desejado. Traça-se uma linha reta de X até Y ; se a linha interceptar um obstáculo, selecionam-se os dois últimos pontos $A1$ e $B1$ para os quais X é visível; se a linha não interceptar, trata-se de um ramo terminal. O processo continua para $A1$ e $B1$ até que todos os ramos do grafo de visibilidade sejam terminais. A abordagem conta também com uma etapa para remoção de nós redundantes do grafo de visibilidade. Sabendo a distância entre os nós do grafo, basta apenas escolher o ramo com a menor distância entre o ponto de chegada e o ponto de partida. A abordagem pode ser aplicada para objetos de qualquer tipo e também pode ser expandida para lidar com obstáculos móveis. A Figura 6 apresenta essa abordagem, onde as linhas pretas representam os ramos do grafo de visibilidade e as linhas vermelhas os ramos resultantes após a remoção de nós redundantes, S é o ponto inicial, e T é o ponto final.

Figura 6 - Abordagem diferente envolvendo grafo de visibilidade.



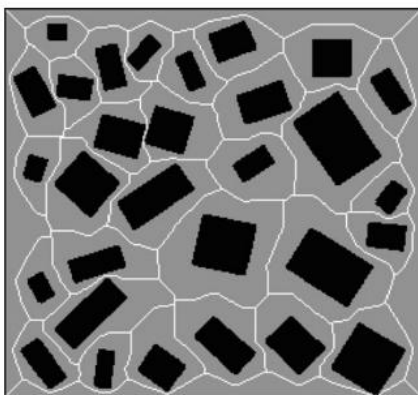
Fonte: El Khaili (2014)

2.1.2. Diagrama de Voronoi Generalizado

O Diagrama de Voronoi Generalizado (em inglês, “*Generalized Voronoi Diagram*” - GVD) é o conjunto de todos os pontos do espaço

livre que são equidistantes de pelo menos dois obstáculos mais próximos. O GVD forma um grafo conectado em todo o espaço livre, assim sendo possível utilizar um algoritmo de busca para encontrar um caminho entre uma posição inicial e uma posição final. Como o GVD é formado a partir de pontos equidistantes de obstáculos, a chance de ocorrer colisões é reduzida, no entanto o caminho formado pode não ser ótimo (PAULL; SAEEDI; LI, 2013). A Figura 7 apresenta um exemplo de GVD, onde os retângulos são os obstáculos e as linhas brancas representam o grafo resultante.

Figura 7 - Diagrama de Voronoi Generalizado.



Fonte: Paull, Saeedi e Li (2013)

O GVD é utilizado por Banerjee (2014) para planejar o movimento de um veículo subaquático em um ambiente que possui uma rede de sensores. O objetivo do trabalho é maximizar a informação obtida do ambiente pelos sensores. Para conseguir isso, é construído o GVD levando-se em consideração a posição inicial desejada, a posição final, e a posição dos sensores. Cada linha reta do GVD é equidistante de dois sensores, ou seja, se o veículo seguir essas linhas retas ele obterá a maior quantidade possível de informação sobre o ambiente. Comparado com outras estratégias, o GVD apresenta o melhor caminho considerando a informação obtida do ambiente, no entanto é difícil de ser implementado por necessitar de informação global do ambiente e também resulta em caminhos mais longos.

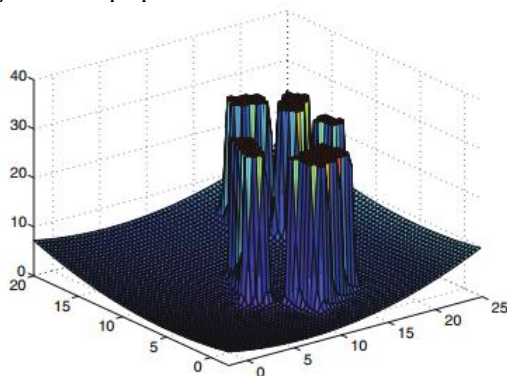
2.1.3. Campos Potenciais

O método de campos potenciais considera o robô móvel como uma partícula sujeita a influência de um campo potencial escalar. É atribuído um potencial atrativo para o ponto objetivo do robô móvel e um potencial repulsivo para cada um dos obstáculos do ambiente. Diversas equações podem ser utilizadas para descrever os campos potenciais, o que altera o caminho final gerado (CASTAÑEDA et al , 2008).

Calculando-se o gradiente desse campo obtém-se uma força. O caminho é obtido através da aplicação dessa força ao robô móvel.

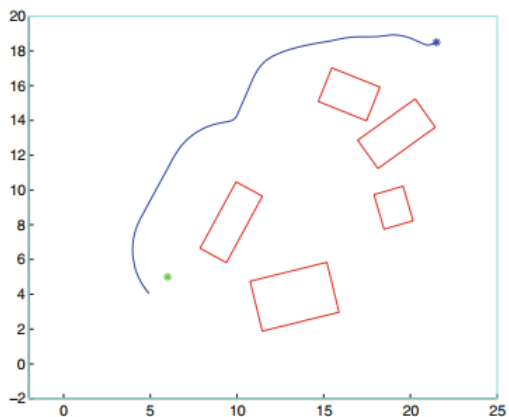
A Figura 8 apresenta o gráfico de uma função potencial, e a Figura 9 apresenta um caminho gerado pelo método dos campos potenciais.

Figura 8 - Função do campo potencial.



Fonte: Paull, Saeedi e Li (2013)

Figura 9 - Caminho gerado pelo campo potencial.



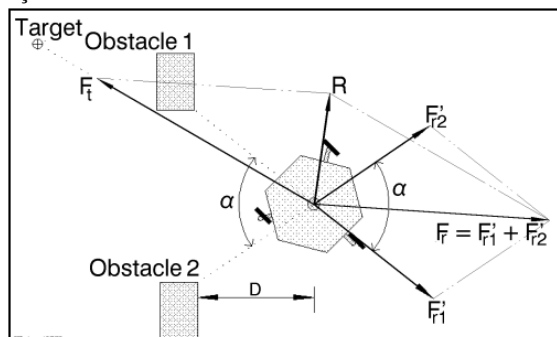
Fonte: Paull, Saeedi e Li (2013)

Conforme apresentado por Koren e Borenstein (1991) as limitações inerentes do método são:

- i. Armadilhas devido a mínimos locais;
- ii. Impossibilidade de passar entre obstáculos próximos;
- iii. Oscilações na presença de obstáculos;
- iv. Oscilações em passagens estreitas;

A Figura 10 mostra um exemplo no qual é impossível o robô passar entre dois obstáculos, devido à direção da força resultante.

Figura 10 – Robô móvel não consegue passar entre dois obstáculos devido à direção da força resultante.



Fonte: Koren e Borenstein (1991)

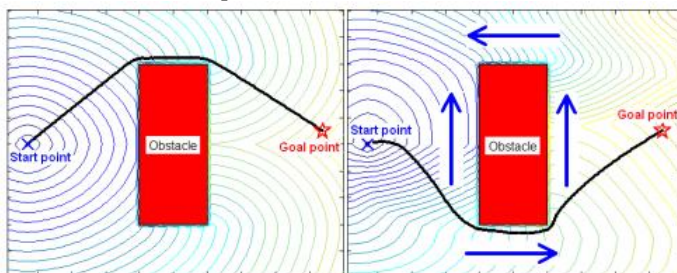
Em Castañeda et al (2008) são apresentadas algumas formas de contornar as limitações do método. De forma geral, o método de campos potenciais é bastante popular devido a sua simplicidade e elegância.

2.1.4. *Level Set Methods e Fast Marching Methods*

Level set methods e *fast marching methods* são técnicas numéricas utilizadas para a solução das equações diferenciais parciais que descrevem o movimento de uma interface ou frente de onda. O *Level set method* surge a partir da consideração de um problema de valor inicial, enquanto o *fast marching method* surge a partir da consideração de um problema de valor de contorno (SETHIAN, 1999).

Essas técnicas são aplicadas ao problema de planejamento de movimento considerando a posição de um robô móvel como uma frente de onda e em seguida retornando o menor caminho entre uma posição inicial e final. Os métodos permitem incluir na formulação do problema as restrições cinemáticas do robô, obstáculos e restrições ambientais, como a presença de correntes oceânicas. Exemplos da aplicação desses métodos a veículos subaquáticos incluem os trabalhos de Pêtrès e Patron (2005) e Yigit (2011). A Figura 11 apresenta um exemplo de planejamento de movimento usando *Fast Marching*.

Figura 11 - Planejamento de movimento usando Fast Marching em ambientes sem correntes oceânicas (esq.) e com correntes oceânicas (dir.).



Fonte: Pêtrès e Patron (2005)

2.1.5. *Decomposição celular*

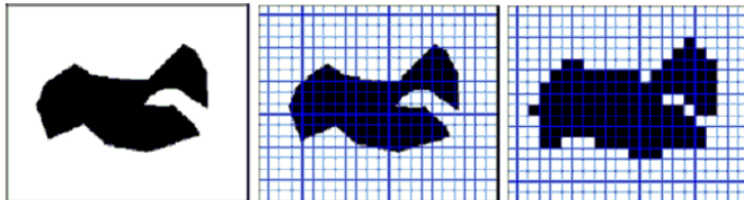
Métodos para a decomposição celular dividem o espaço livre em regiões mais simples e não sobrepostas, as quais são chamadas de células. Duas células são ditas adjacentes se elas possuem uma borda em

comum. A decomposição em células pode ser expressa através de um grafo, no qual os nós representam as células e as arestas representam a relação de adjacência entre as células (GALCERAN, 2014).

Os métodos para decomposição celular podem ser classificados em aproximados, semi-aproximados e exatos (CHOSSET, 2001). Dentre esses métodos, a decomposição celular aproximada é a mais adequada para planejamento de movimento para navegação, enquanto que para o planejamento de movimento para cobertura todos os métodos para decomposição celular são adequados. Dessa forma nessa seção apenas a decomposição celular aproximada será tratada.

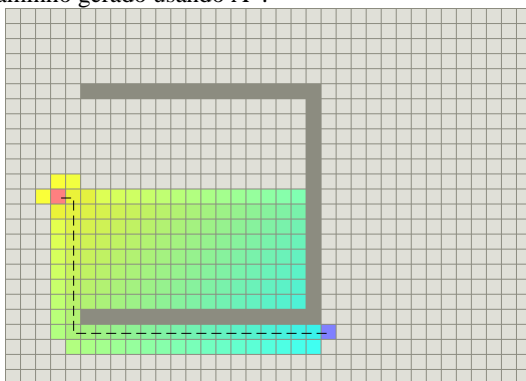
Os métodos aproximados consistem em dividir o ambiente utilizando células de formato pré-definido (ex: retangular), em seguida classificar as células em células livres ou ocupadas, montar um grafo de adjacência das células livres, e então usar um algoritmo de busca em grafo para encontrar o menor caminho (PAULL; SAEEDI; LI, 2013). A Figura 12 apresenta um exemplo de decomposição celular e a Figura 13 um exemplo de caminho obtido usando o algoritmo de busca em grafo A* (A-estrela).

Figura 12 - Decomposição celular aproximada em células iguais.



Fonte: Langer (2007)

Figura 13 - Caminho gerado usando A*.



Fonte: <http://simblob.blogspot.com.br/2013/12/diagrams-on-my-pathfinding-pages.html>

Na literatura são encontrados diversos trabalhos discutindo a decomposição celular aproximada e, principalmente, algoritmos de busca em grafo para o planejamento de movimento para navegação de robôs móveis. Podem-se citar como exemplo os trabalhos de Duchon et al (2014) e Ferguson, Likhachev e Stentz (2005).

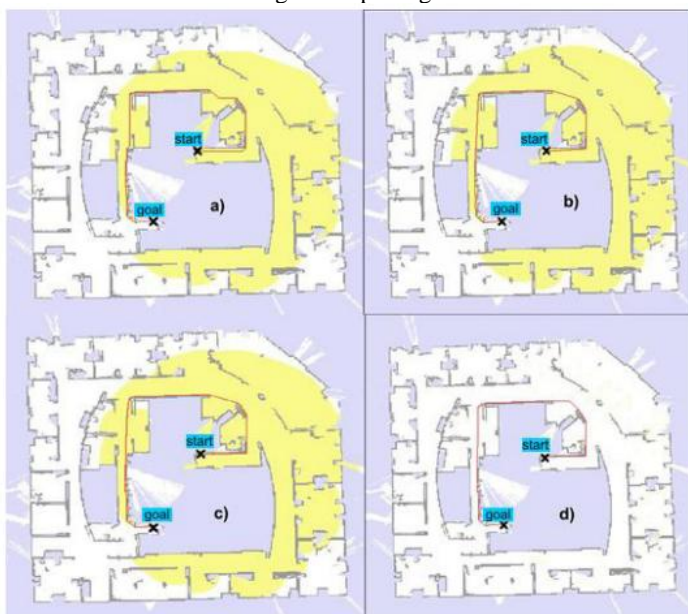
Os dois trabalhos partem da decomposição celular aproximada usando células retangulares e o algoritmo de busca em grafo A*. O A* é um algoritmo completo e ótimo, o que significa que ele sempre retorna o caminho ótimo em um tempo finito quando este existe ou avisa que não existe caminho possível entre os pontos escolhidos (FERGUSON; LIKHACHEV; STENTZ, 2005). Em Paull, Saeedi e Li (2013) encontra-se o algoritmo A* em pseudocódigo.

O algoritmo A* funciona bem em situações estáticas, ou seja, quando não há mudanças no ambiente onde o robô está inserido. Dificilmente isso ocorre em situações práticas. Uma possível solução seria usar o A* para recalcular o caminho desde o começo, porém isso pode ser muito caro computacionalmente (FERGUSON; LIKHACHEV; STENTZ, 2005).

Em Duchon et al (2014) e Ferguson, Likhachev e Stentz (2005) são propostas modificações para o A*, de forma a melhorar alguns problemas de desempenho encontrados. Em Ferguson, Likhachev e Stentz (2005) são apresentadas modificações que visam tornar o A* mais adequado a ambientes dinâmicos, enquanto que em Duchon et al (2014) são apresentadas modificações visando à redução do tempo computacional e a otimalidade do caminho gerado. A Figura 14

apresenta os resultados obtidos por Duchon et al (2014). Em a) é apresentado o caminho obtido pelo A* básico. Em b) é apresentada uma modificação no A*, no qual se verifica se existe um caminho livre entre uma célula e as seguintes. Se houver, as células intermediárias são descartadas. Em c) uma extensão de b), na qual são registrados os predecessores de cada célula avaliada e os ângulos entre as células. É escolhido o caminho cujos ângulos são os mais adequados para o robô móvel. Em d) uma alteração no A* com objetivo de reduzir o número de células avaliadas.

Figura 14 - Diferentes caminhos gerados por algoritmos A* modificados.



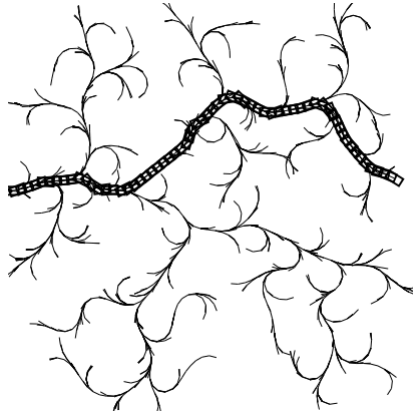
Fonte: Duchon et al. (2014)

2.1.6. *Rapidly-Exploring Random Trees (RRT)*

Rapidly-Exploring Random Trees (RRT) é um conceito que foi inicialmente apresentado em LaValle (1998). Trata-se de uma estrutura randomizada de dados projetada para uma classe ampla de problemas de geração de caminhos, mais especificamente para tratar de restrições não-holonômicas e grandes números de graus de liberdade. Uma RRT é iterativamente expandida através da integração das equações dinâmicas do sistema, guiando-o até pontos aleatórios. A Figura 15 apresenta um

exemplo de RRT, onde as linhas finas representam caminhos explorados aleatoriamente e a linha grossa é o caminho final obtido.

Figura 15 - Caminhos gerados por RRT para um veículo com restrições cinemáticas e dinâmicas.



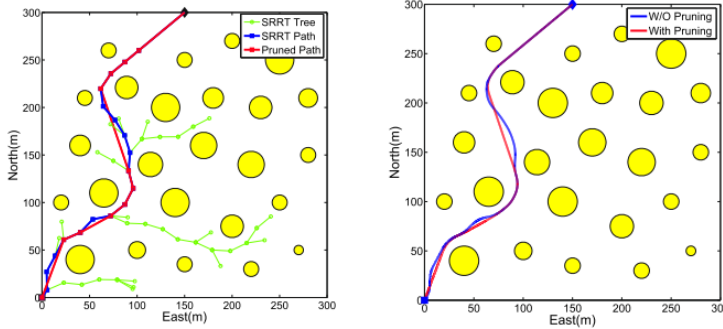
Fonte: LaValle (1998)

Alguns dos pontos positivos das RRTs são (LAVALLE, 1998):

- Possuem grande tendência de seguir por regiões não exploradas do espaço;
- São probabilisticamente completas sob uma gama muito grande de condições;
- O algoritmo é relativamente simples;
- Pode ser considerado um módulo de planejamento de caminhos, podendo ser adaptado e incorporado em uma grande variedade de sistemas de planejamento;

Yang et al (2014) propõem uma estratégia nova capaz de lidar simultaneamente com as limitações impostas pelo ambiente (obstáculos) e as restrições cinemáticas e dinâmicas do robô. A estratégia, chamada *Spline-based Rapidly-exploring Random Trees* (SRRT), se diferencia do RRT tradicional por substituir a integração da dinâmica do sistema (computacionalmente cara) por uma parametrização baseada em splines, que é bastante eficiente computacionalmente. No trabalho também é proposta uma estratégia para eliminar nós redundantes. A Figura 16 apresenta alguns resultados obtidos.

Figura 16 - SRRT.



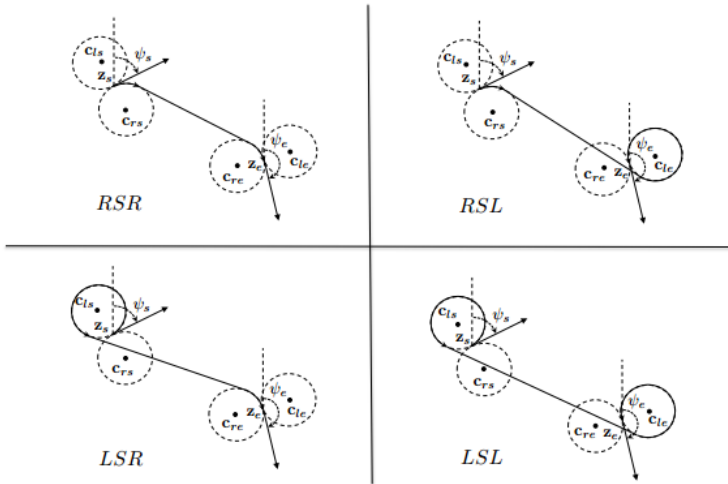
Fonte: Yang et al. (2014)

2.1.7. Curvas paramétricas

Os caminhos gerados por muitas das estratégias apresentadas anteriormente consistem em um conjunto discreto de pontos. Dependendo das restrições cinemáticas e dinâmicas do veículo (relações entre posições e orientações, limites de velocidade, aceleração, forças e momentos), esses caminhos não podem ser corretamente seguidos. Uma estratégia mais interessante para esses casos é incorporar as restrições cinemáticas e dinâmicas do veículo ao processo de geração de caminhos (JUNG; TSIOTRAS, 2008).

Considerando um veículo que se move em um plano bidimensional com velocidade linear constante e velocidade angular finita, o menor caminho entre duas configurações é composto de arcos de círculo conectados por uma linha reta. Esses caminhos são chamados de caminhos de Dubins (OWEN; BEARD; MCLAIN, 2014) e podem ser vistos na Figura 17. Caminhos de Dubins são facilmente implementados, no entanto apresentam a grande desvantagem de não possuírem continuidade de curvatura, o que causa erros de posicionamento no veículo que segue esse caminho (SCHEUER; FRAICHARD, 1997).

Figura 17 - Caminhos de Dubins.



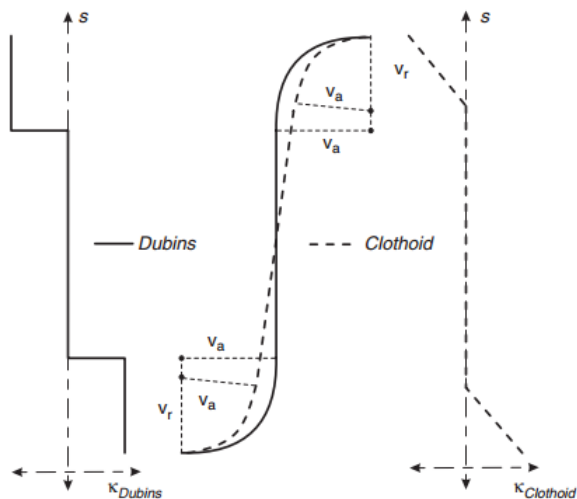
Fonte: Owen, Beard e McLain (2014)

O problema de planejamento de movimento pode ser formulado incluindo uma restrição fazendo com que o caminho gerado possua curvatura contínua. O caminho gerado é composto por uma combinação de clotoídes, arcos de círculo e linhas retas (SCHEUER; FRAICHARD, 1997), como pode ser visto na Figura 18, a qual também apresenta a comparação com um caminho de Dubins. Para os dois casos também é apresentada a variação da curvatura κ ao longo do comprimento de arco s . Vê-se que a curvatura varia linearmente para o caso das clotoídes e apresenta descontinuidade para o caso do caminho de Dubins.

Esses caminhos compostos por clotoídes, arcos de círculo e linhas retas não são facilmente implementados porque não existe solução de forma fechada para as clotoídes, sendo necessária uma solução iterativa (TSOURDOS; WHITE; SHANMUGAVEL, 2011).

Apesar dos caminhos compostos por uma combinação de clotoídes, arcos de círculo e linhas retas possuírem curvatura contínua, a derivada da curvatura apresenta descontinuidades. Essas descontinuidades causam variações indesejadas na aceleração do robô móvel (BERGLUND et al., 2010).

Figura 18 - Comparação entre uma curva de Dubins e uma clotóide.

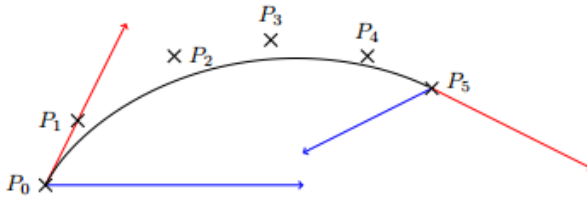


Fonte: Tsourdos, White e Shanmugavel (2011)

Outra forma de resolver o problema é através da interpolação do conjunto discreto de pontos utilizando *splines* ou outras curvas paramétricas. Para tal é necessário resolver um problema de otimização incluindo, além das restrições cinemáticas do veículo, os obstáculos que devem ser evitados. A vantagem do uso de *splines* é que todo o caminho pode ser representado utilizando poucos parâmetros (JUNG; TSIOTRAS, 2008).

Em Sprunk (2008) é proposto o uso de *splines* quínticas de Bézier (“*Quintic Bézier Splines*”) para resolver o problema de geração de trajetórias. Um exemplo dessas *splines* pode ser visto na Figura 19, onde P_i são os pontos de controle, os segmentos de reta vermelhos representam a derivada inicial e final, e os segmentos de reta em azul representam o comportamento da derivada segunda da curva. No trabalho é conduzido um planejamento explícito de velocidade ao longo da trajetória do veículo, o que é um requisito para a inclusão de restrições cinemáticas e dinâmicas no processo de planejamento de trajetórias. Para a execução das trajetórias é utilizado um controlador *feedforward* capaz de atualizar suavemente as trajetórias de forma a lidar com obstáculos não mapeados anteriormente.

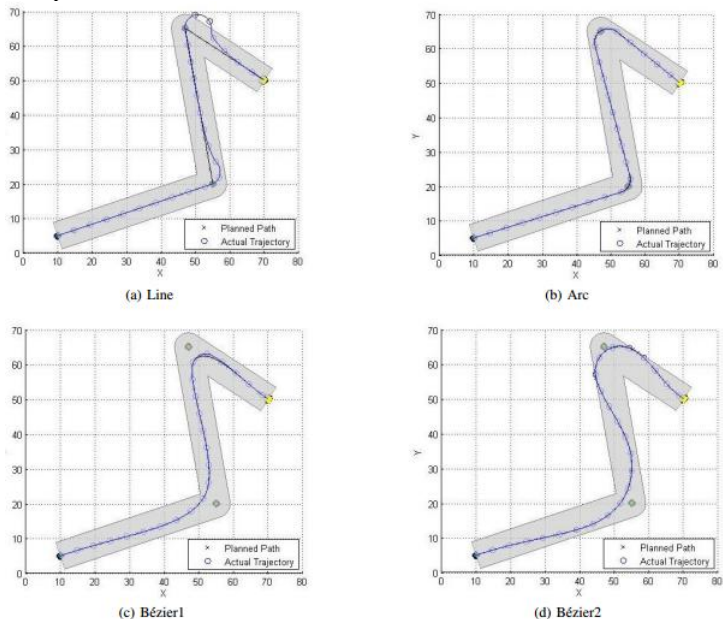
Figura 19 - Segmento de uma spline quáintica de Bézier.



Fonte: Sprunk (2008)

O trabalho de Choi, Curry e Elkaim (2008) apresenta dois algoritmos para geração de caminhos baseados em curvas de Bézier para veículos autônomos. Os dois algoritmos unem segmentos de curvas cúbicas de Bézier de forma a gerar um caminho suave que respeita as restrições do veículo. O trabalho também discute o problema de otimizar o caminho gerado de acordo com uma função custo previamente definida. A Figura 20 mostra alguns resultados obtidos. Em a) o caminho planejado consiste em segmentos de reta, e nota-se que o robô móvel não consegue seguir corretamente esse caminho. Em b) o caminho é planejado usando caminhos de Dubins. Em c) utiliza-se curva de Bézier para cada segmento do caminho. Em d) também é utilizada a curva de Bézier, mas os pontos de controle são calculados de forma que o ponto médio da curva coincida com a bissetriz dos segmentos.

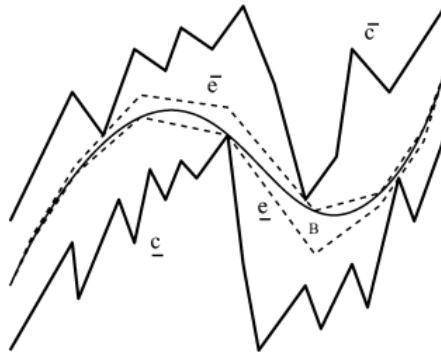
Figura 20 - Comparação entre os caminhos planejados e os efetivamente seguidos por um robô móvel.



Fonte: Choi, Curry e Elkaim (2008)

O trabalho de Berglund et al. (2010) utiliza B-splines com variação mínima de curvatura para gerar caminhos suaves e livres de colisão para um veículo de transporte de minérios. A suavidade é definida como a integral do quadrado da derivada da curvatura ao longo do caminho. É requerido que o envelope da B-spline fique dentro de uma região permissível, como visto na Figura 21, e que a B-spline minimize uma função custo que combina um fator referente à suavidade da curva e um fator que define a segurança contra colisões com obstáculos da curva gerada.

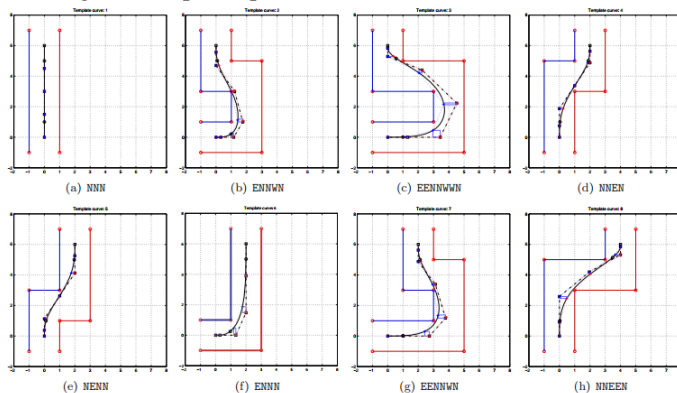
Figura 21 - B-spline com variação mínima de curvatura contida dentro de um envelope definido por cadeias poligonais.



Fonte: Berglund et al. (2010)

Em Jung e Tsiotras (2008) é apresentada uma estratégia *online* para geração de caminhos para veículos aéreos não tripulados (em inglês, “*unmanned aerial vehicles*”-UAVs) que combina um algoritmo de busca em grafo com b-splines padronizadas. A estratégia consiste em dividir o ambiente em células iguais, gerar *waypoints* para o UAV utilizando o algoritmo de busca em grafo, e conectá-los a partir de uma biblioteca de B-splines definidas previamente. As B-splines foram otimizadas de forma a ficarem confinadas no canal definido por um dado conjunto de células, e tiveram a variação de curvatura minimizada. Essa estratégia é computacionalmente eficiente e adequada à implementação em tempo real. A Figura 22 mostra algumas das B-splines padronizadas.

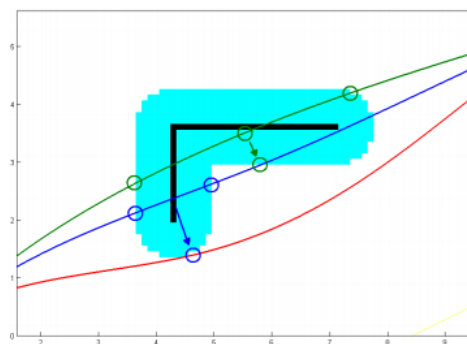
Figura 22 - Algumas b-splines padronizadas.



Fonte: Jung e Tsiotras (2008)

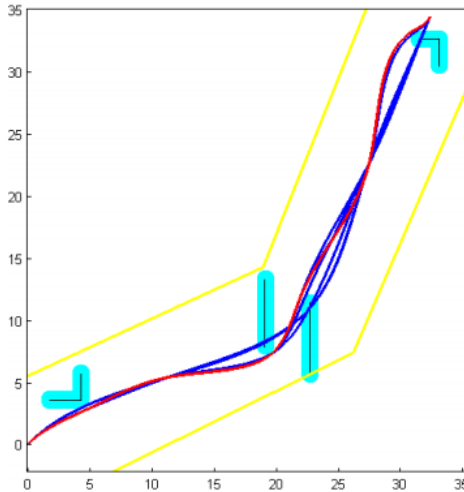
Connors e Elkaim (2007) utilizam B-splines para interpolar *waypoints*. O desvio de colisão é conseguido através da inclusão de pontos de controle na B-spline e a manipulação dos mesmos. Quando o caminho definido por uma B-spline intercepta um obstáculo (linha verde na Figura 23), insere-se um ponto de controle no ponto médio entre o ponto de entrada e o ponto de saída da B-spline no obstáculo (linha azul na Figura 23). Esse ponto de controle é movido até que um caminho livre de colisões seja encontrado (linha vermelha na Figura 23). O processo de manipulação da B-spline é apresentado na Figura 23 e o caminho resultante é apresentado na Figura 24.

Figura 23 - Manipulação dos pontos de controle de uma B-spline.



Fonte: Connors e Elkaim (2007)

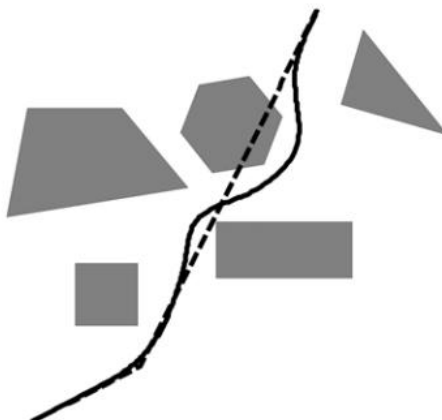
Figura 24 - Caminho resultante (em vermelho) após a manipulação das B-splines.



Fonte: Connors e Elkaim (2007)

Gilimyanov e Rapoport (2013) desenvolvem um método para deformar um caminho pré-planejado de forma a evitar a colisão com algum obstáculo que se moveu ou que não foi detectado anteriormente. O método desenvolvido é baseado na suavização da curvatura de uma B-spline através de variações nos pontos de controle da B-spline. A suavização se dá através da minimização da norma de um vetor que descreve a descontinuidade detectada na terceira derivada da B-spline. As variações são encontradas minimizando uma função objetivo contendo o quadrado da norma dos vetores e um termo que penaliza grandes variações na função objetivo. O desvio de colisão com obstáculos é obtido através da inclusão de um potencial repulsivo na função objetivo. A Figura 25 mostra um exemplo obtido pelo método.

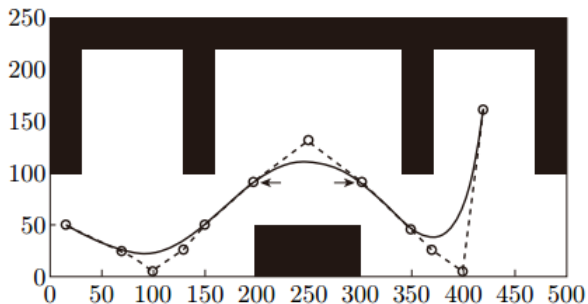
Figura 25 - Caminho original (tracejado) e o obtido após o processo de deformação (linha sólida).



Fonte: Gilimyanov & Rapoport (2013)

Zhou, Song e Tian (2011) propõem uma estratégia para geração de trajetórias baseada em curvas de Bézier e no diagrama de Voronoi. Inicialmente os obstáculos do ambiente são aproximados por polígonos e na sequência é construído o diagrama de Voronoi. A seguir é encontrado um caminho no diagrama de Voronoi utilizando um algoritmo de busca em grafo. Os nós desse caminho são divididos em subconjuntos e utilizados como pontos de controle da curva de Bézier, após a remoção de nós redundantes. O resultado pode ser visto na Figura 26. As simulações mostram que essa estratégia produz caminhos mais suaves do que a interpolação dos nós utilizando polinômio de Hermite e splines cúbicas.

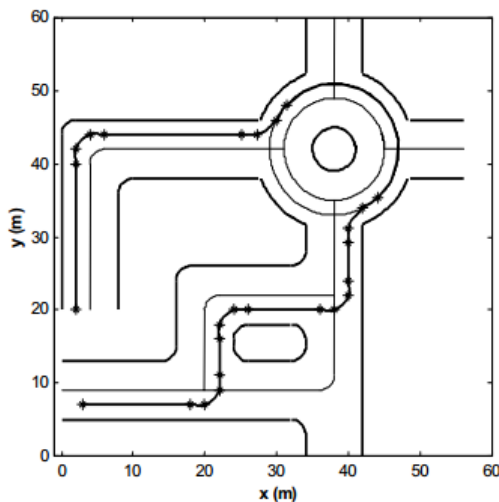
Figura 26 - Suavização de um caminho linear usando curvas de Bézier.



Fonte: Zhou, Song e Tian (2011)

Labakhua et al. (2006) estudam o problema de produzir trajetórias com acelerações e *jerks* mínimos através de três abordagens diferentes: interpolação por splines cúbicas, interpolação por splines trigonométricas, e combinação de clotóides, arcos de círculo e linhas retas. Em todos os casos há uma fase prévia que consiste em integrar um perfil de velocidade de forma a se obter uma sequência de intervalos de tempo que levaria a baixos níveis de aceleração e *jerk*. O método envolvendo clotóides apresenta bons resultados, mas é consideravelmente mais complexo que os outros dois métodos. Os três métodos apresentados apresentam bons resultados do ponto de vista do nível de acelerações e *jerk*. A Figura 27 mostra o caminho obtido utilizando splines trigonométricas.

Figura 27 - Caminho gerado usando splines trigonométricas (linha grossa com asteriscos).



Fonte: Labakhua et al. (2006)

O trabalho de Yang e Sukkarieh (2010) apresenta um algoritmo analítico para suavizar um caminho linear por partes, respeitando uma restrição quanto à curvatura máxima que a curva resultante deve possuir. O algoritmo é baseado em espirais cúbicas de Bézier (curvas de Bézier cuja curvatura varia monotonicamente), chamadas no trabalho de G2CBS. O algoritmo é computacionalmente eficiente e de implementação simples se comparado aos demais já apresentados.

2.1.8. Resumo das estratégias para navegação

O planejamento de movimento para navegação pode ser realizado utilizando diversas estratégias diferentes, conforme apresentado nas seções anteriores. Na Tabela 2 é apresentado um resumo dessas estratégias, com suas principais características.

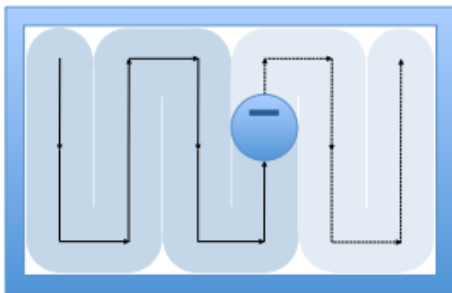
Tabela 2 - Estratégias para planejamento de movimento para navegação

Estratégia	Características	Considera cinemática e dinâmica?
Grafo de Visibilidade	<ul style="list-style-type: none"> - Conecta os vértices dos obstáculos; - Grafo muito grande; - Caminhos muito próximos aos obstáculos; - Dependente de algoritmo de busca em grafo; 	Não
Diagrama de Voronoi Generalizado	<ul style="list-style-type: none"> - Caminhos equidistantes dos obstáculos; - Caminho não ótimo; - Dependente de algoritmo de busca em grafo; 	Não
Campos potenciais	<ul style="list-style-type: none"> - Implementação simples; - Possibilidade de gerar caminhos inválidos devido a mínimos locais; 	Não
<i>Level Set Methods e Fast Marching Methods</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Técnicas numéricas para solução das eq. diferenciais do movimento de interface ou frente de onda; 	Sim
Decomposição celular	<ul style="list-style-type: none"> - Divide o ambiente em células de formato pré-definido; - Dependente de algoritmo de busca em grafo; 	Não
<i>Rapid-Exploring Random Trees (RRT)</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Explora o ambiente através da integração aleatória das eq. dinâmicas do sistema; - Probabilisticamente completo; 	Sim
Curvas paramétricas	<ul style="list-style-type: none"> - Geram caminhos contínuos; - Podem ser utilizadas sozinhas ou para interpolar o caminho gerado por outra estratégia; - Grande variedade de curvas; 	Sim

2.2. PLANEJAMENTO DE MOVIMENTO PARA COBERTURA

O planejamento de movimento para cobertura (em inglês “*coverage planning*” ou ainda “*coverage path planning*”) pode ser definido como “a tarefa de passar um sensor sobre todos os pontos de uma superfície ou volume de interesse, enquanto se evita a colisão com obstáculos”. Essa tarefa é fundamental para diversas aplicações da robótica móvel, tais como limpeza de ambientes, pintura, cortadores de grama, máquinas agrícolas, mapeamento aéreo, investigação subaquática, entre outras (GALCERAN, 2014). A Figura 28 mostra um exemplo de planejamento de movimento para cobertura onde o círculo representa um robô móvel deslocando-se sobre a linha pontilhada.

Figura 28 - Planejamento de movimento para cobertura.



Fonte: Galceran (2014)

O problema de planejamento de movimento para cobertura é relacionado a uma variação do “problema do caixeiro viajante” (em inglês “*traveling salesman problem*”), chamada em inglês de “*covering salesman problem*”. No “problema do caixeiro viajante”, dada uma lista de cidades e a distância entre as cidades, é necessário encontrar o menor caminho que passe por todas as cidades; no “*covering salesman problem*” deseja-se encontrar o menor caminho que passe pelas vizinhanças de todas as cidades. No planejamento de movimento para cobertura, no entanto, deseja-se passar por todos os pontos de uma área, não apenas nas vizinhanças (CHOSSET, 2001). O “problema do caixeiro viajante” é um problema NP-difícil, ou seja, o tempo computacional necessário para encontrar a solução aumenta drasticamente com o tamanho do problema (GALCERAN, 2014).

Existem alguns requisitos, definidos por Cao, Huang e Hall (1988), que um robô deve cumprir em uma missão de cobertura:

- O robô deve mover por todos os pontos da área desejada, cobrindo-a completamente;
- O robô deve cobrir a área sem sobreposição de caminhos;
- A operação deve ser contínua e sequencial, sem repetição de caminhos;
- O robô deve evitar colisão com todos os obstáculos;
- Devem ser usados caminhos simples (linhas retas preferencialmente) para simplificar o controle do robô;
- Um caminho ótimo é desejado.

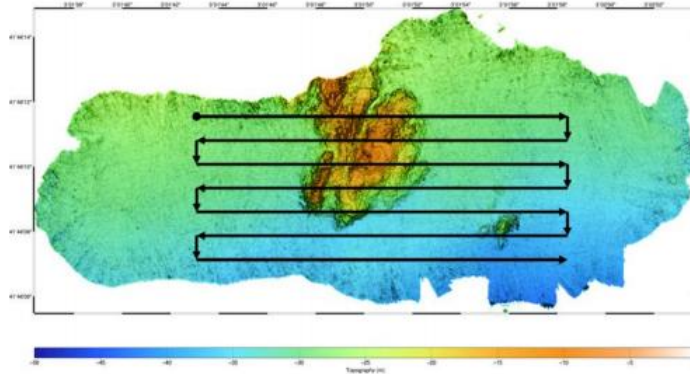
Deve-se ter em mente que, dependendo da complexidade do ambiente, não será sempre possível cumprir todos os requisitos. Dessa forma deve-se definir algum tipo de prioridade (GALCERAN, 2014).

Como apresentado anteriormente, o planejamento de movimento para cobertura é fundamental para diversas aplicações da robótica móvel, e é possível encontrar na literatura muitos trabalhos sobre essas diversas aplicações. No entanto, há poucos trabalhos sobre planejamento de movimento para cobertura tratando especificamente de veículos subaquáticos, podendo ser citados os trabalhos de Fang e Anstee (2010), Galceran (2014) e Hert, Tiwari e Lumelsky (1996).

Atualmente as missões de cobertura para veículos subaquáticos são tipicamente pré-programadas por um operador humano, que seleciona uma lista de *waypoints* sobre um mapa previamente disponível da área a ser investigada, como pode ser visto na Figura 29. O caminho gerado geralmente é um conjunto de linhas retas dispostas em zigzag, o chamado padrão *lawnmower*. Essa abordagem é adequada para a maioria dos AUVs disponíveis comercialmente (GALCERAN, 2014), no entanto ela apresenta alguns pontos negativos tais como:

- Está sujeita a erros do operador humano;
- É de difícil aplicação em ambientes complexos;
- Não há uma maneira de avaliar a qualidade do caminho obtido;

Figura 29 - Planejamento típico de movimento para um AUV.



Fonte: Galceran (2014)

Dessa forma é bastante atrativa uma ferramenta que possa planejar automaticamente o movimento de AUVs, minimizando os pontos negativos encontrados.

No trabalho de Choset (2001) os algoritmos para planejamento de movimento para cobertura são divididos em quatro categorias: heurísticos, decomposição celular aproximada, decomposição celular parcial, e decomposição celular exata.

Algoritmos heurísticos consistem em dar ao robô um conjunto de ações simples, tais como “seguir parede” ou “seguir em linha reta”, e a partir dessas ações simples o robô é capaz de realizar ações mais complexas.

A decomposição celular divide o espaço livre em regiões mais simples e não sobrepostas, as quais são chamadas de células. Duas células são ditas adjacentes se elas possuem uma borda em comum. A decomposição em células pode ser expressa através de um grafo, no qual os nós representam as células e as arestas representam a relação de adjacência entre as células (GALCERAN, 2014).

Depois que o grafo de adjacência é obtido, utiliza-se um algoritmo de busca em grafo para determinar a melhor forma de se visitar todos os nós do grafo (ROCHA; GOMES, 2008).

Serão apresentadas a seguir as principais estratégias encontradas na literatura para planejamento de movimento para cobertura.

2.2.1. Heurística

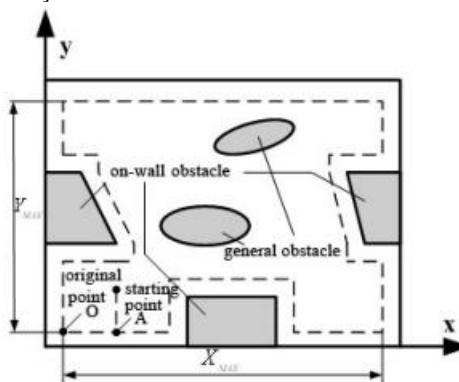
Alguns dos primeiros trabalhos sobre planejamento de movimento para cobertura eram baseados em regras empíricas, chamadas heurísticas. As heurísticas podiam funcionar bem, no entanto não há prova alguma que garantisse que o funcionamento do processo e o sucesso da missão de cobertura (CHOSET, 2001).

Uma classe de estratégias heurísticas consiste em equipar o robô com um conjunto de comportamentos simples, tal como “seguir uma parede”, e a partir desse conjunto de comportamentos simples é possível realizar ações mais complexas. Estudos experimentais comprovam a utilidade desse tipo de abordagem (CHOSET, 2001).

O trabalho de Wu et al. (2012) é um bom exemplo de estratégia heurística para planejamento de movimento de cobertura. A estratégia proposta nesse trabalho é composta por quatro etapas:

- 1) Identificar os limites da área a ser coberta e os obstáculos presentes (Figura 30).
- 2) Classificar os obstáculos em: obstáculos na parede, obstáculos isolados (obstáculos longe das paredes, mas menores que o robô) ou obstáculos gerais (obstáculos longe das paredes, mas maiores que o robô).
- 3) Identificar pontos de referência nos obstáculos na parede e obstáculos gerais.
- 4) Gerar um caminho em zigzag de forma a cobrir a área (Figura 31).

Figura 30 - Identificação dos limites da área.

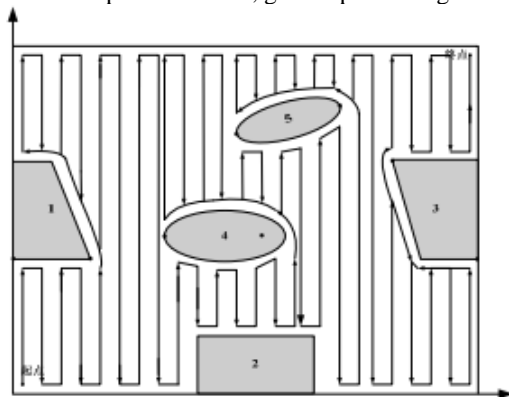


Fonte: Wu et al. (2012)

Os pontos de referência são identificados apenas nos obstáculos na parede e nos obstáculos gerais, pois o desvio de colisão com obstáculos isolados é feito localmente. Os pontos de referência tem o propósito de guiar o processo de geração do caminho em zigzag. Eles são usados para evitar a colisão com os obstáculos e para minimizar a sobreposição dos caminhos gerados. No trabalho são apresentadas também as regras que o robô deve seguir para evitar a colisão com todos os tipos de obstáculos.

Experimentos realizados mostraram que a estratégia é simples e eficiente, mas ele possui três requisitos que devem ser cumpridos simultaneamente: A área deve ser delimitada por paredes; o robô deve identificar todos os limites da área; o sistema sensorial do robô deve ser capaz de identificar paredes, cantos e pequenas falhas no ambiente.

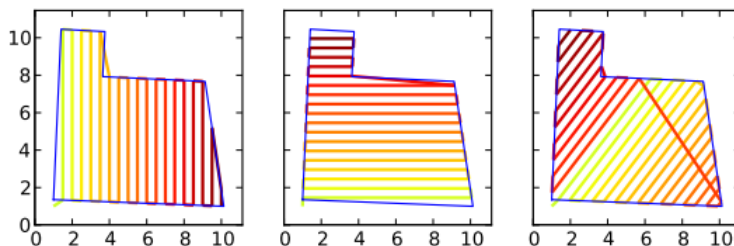
Figura 31 - Caminho para cobertura, gerado por um algoritmo heurístico.



Fonte: Wu et al. (2012)

Outro exemplo de estratégia heurística é a desenvolvida por Harrison e Woodall IV (2011). A estratégia consiste em três passos: girar a área a ser coberta de ângulo escolhido θ , encontrar os pontos de intersecção entre linhas verticais e a área a ser coberta, e ordenar os pontos de intersecção de forma adequada. A estratégia pode ser usada tanto em ambientes convexos quanto côncavos, com ou sem obstáculos, no entanto só foi testado de forma *offline*. Os resultados obtidos são similares aos obtidos pela decomposição de *boustrophedon*. A Figura 32 mostra alguns dos resultados obtidos.

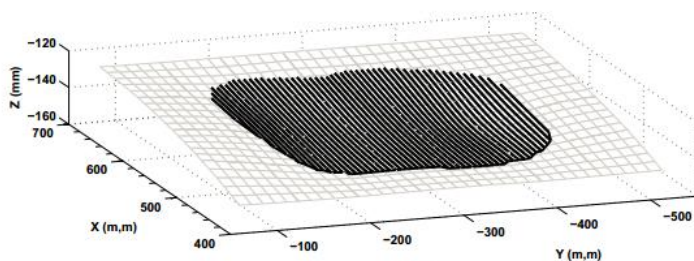
Figura 32 - Caminhos planejados para diferentes ângulos.



Fonte: Harrison e Woodall IV (2011)

Em Simas (2008) é apresentada uma estratégia para geração de caminhos paralelos sobre superfícies paramétricas. A estratégia consiste basicamente em gerar o caminho através da variação dos parâmetros da superfície utilizando uma curva de referência. A estratégia foi desenvolvida para ser utilizada em operações de preenchimento de cavidades em pás de turbinas utilizando soldagem, sendo aplicável tanto em casos bidimensionais quanto tridimensionais. A Figura 33 mostra um dos resultados obtidos.

Figura 33 - Caminhos paralelos gerados para uma operação de soldagem.

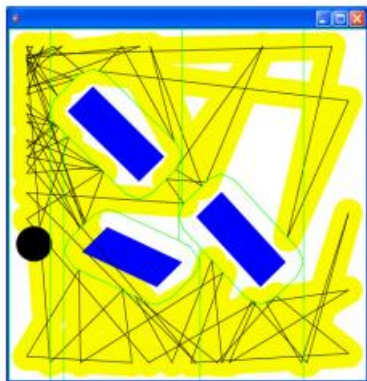


Fonte: Simas (2008)

Outra classe de estratégias heurísticas consiste em estratégias aleatórias. Nessa classe de estratégias, o robô segue uma direção aleatória até encontrar um obstáculo, quando então outra direção é escolhida aleatoriamente, até que toda a área desejada seja coberta. A Figura 34 apresenta um exemplo dessa abordagem. Essa é uma abordagem simplória para o problema de planejamento de movimento para cobertura e pode ser utilizada em qualquer tipo de terreno, apesar de ser ineficiente. Estratégias aleatórias podem servir como base para avaliar outros tipos de estratégias (MASON; MENEZES, 2008).

A busca aleatória não garante cobertura completa da área, mas apresenta algumas vantagens. Um robô seguindo a busca aleatória não requer sensores caros e não necessitam de muito poder computacional, o que faz com que seu custo diminua bastante e torna mais viável o uso de múltiplos robôs para a missão de cobertura. Foram realizadas simulações e encontrou-se que, se o robô sem sensores puder ser construído por 20% do custo de um robô com sensores de alto custo, a busca aleatória torna-se uma estratégia viável (CHOSSET, 2001).

Figura 34 - Exemplo de caminho aleatório para um robô aspirador de pó.



Fonte: Waanders (2011)

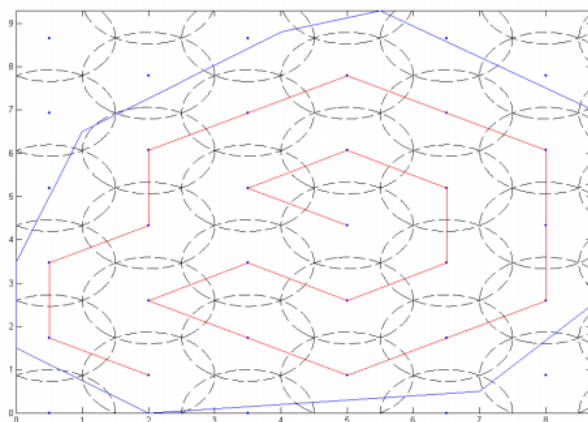
Para aplicações simples, como um robô aspirador de pó, uma estratégia aleatória pode ser adequada. No entanto, para aplicações que possuem custo operacional alto, como é o caso de robôs subaquáticos ou máquinas agrícolas, por exemplo, claramente nota-se que o uso de uma estratégia aleatória é inviável (GALCERAN, 2014).

2.2.2. Decomposição celular aproximada

Uma decomposição celular aproximada é uma representação do espaço livre através de uma grade. As células possuem o mesmo formato e o mesmo tamanho, mas a união dessas células é apenas uma representação aproximada da área a ser coberta. Normalmente nessa abordagem se assume que, quando o robô entra em uma célula, a célula é coberta. Também é comum que o tamanho das células seja o mesmo que o tamanho da pegada do robô. Quando todas as células forem cobertas, a área foi completamente coberta (CHOSSET, 2001).

No trabalho de Balakrishnan (2005) uma área convexa a ser coberta é decomposta em células hexagonais, o melhor caminho para a cobertura da área é então determinado utilizando redes neurais, e finalmente o caminho obtido é suavizado utilizando polinômios de quinto grau. O resultado pode ser visto na Figura 35. A estratégia proposta é capaz de evitar a colisão com obstáculos estáticos e dinâmicos, e também pode ser utilizada para planejar o movimento de múltiplos robôs dentro da mesma área.

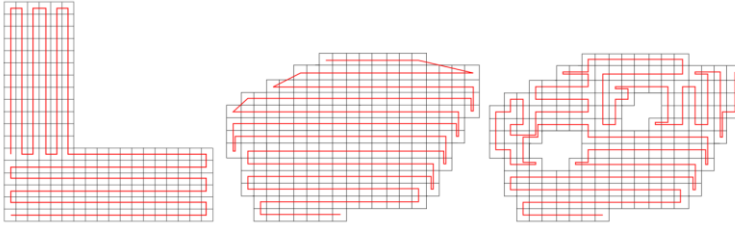
Figura 35 - Planejamento de movimento usando células hexagonais e redes neurais.



Fonte: Balakrishnan (2005)

Santamaria et al. (2013) propõem uma estratégia voltada para missões de mapeamento aéreo utilizando aeronaves não tripuladas. A área a ser mapeada é dividida em células retangulares com o mesmo tamanho das fotos que serão tiradas pela aeronave. Durante a busca no grafo de adjacência são priorizadas direções que permitam que a aeronave se desloque o máximo possível sem necessitar fazer curva. O resultado final é uma estratégia capaz de planejar a cobertura de uma área, convexa ou côncava e com obstáculos, em pouco tempo, e que minimiza o número de curvas realizadas pela aeronave. A Figura 36 apresenta alguns dos caminhos obtidos por essa estratégia.

Figura 36 - Planejamento de movimento para uma aeronave não tripulada.



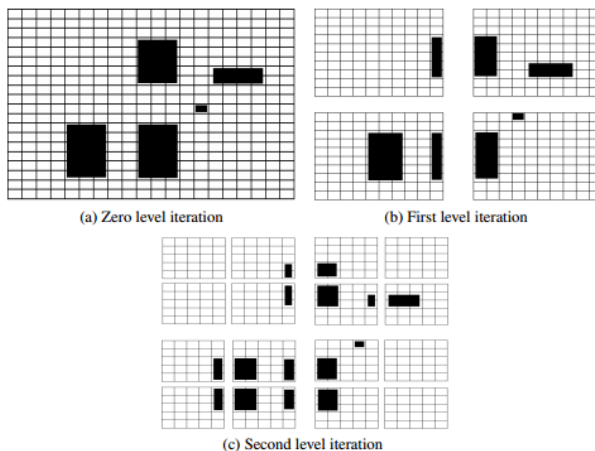
Fonte: Santamaria et al. (2013)

Um problema encontrado com a decomposição celular aproximada refere-se ao aumento do custo computacional com o aumento do tamanho do grafo de adjacência, como ocorre em missões de cobertura em áreas muito grandes. Com o aumento do tamanho do grafo de adjacência o número de movimentos possíveis de ser realizados cresce exponencialmente, fazendo com que o processo de busca por uma solução tome muito tempo.

A solução proposta por Valente, Barrientos e Cerro (2011) para esse problema consiste em dividir a área a ser coberta em quatro quadrantes. Para cada iteração subsequente do algoritmo cada um dos quadrantes também é dividido em quatro quadrantes menores. O processo pode ser visto na Figura 37. A cobertura da área é feita quadrante a quadrante, ou seja, o robô só irá para o próximo quadrante quando o atual for completamente coberto.

Essa abordagem tem como vantagens a redução do custo computacional e uma cobertura homogênea do ambiente, o que significa que se algo acontecer durante a missão, pelo menos foram obtidos dados uniformes de uma determinada região ao invés de dados espalhados por todo o ambiente. O ponto negativo da abordagem é um aumento no número total de curvas para cobrir a área.

Figura 37 - Decomposição em quadrantes de uma área.



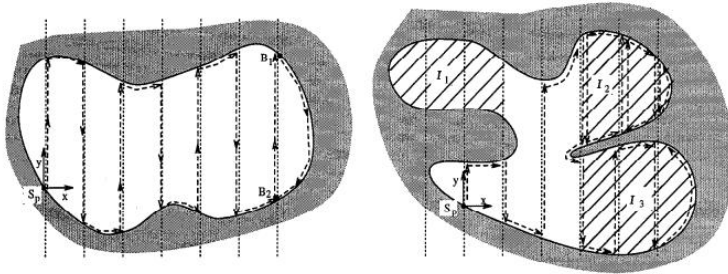
Fonte: Valente, Barrientos e Cerro (2011)

2.2.3. Decomposição celular semi-aproximada

Na decomposição celular semi-aproximada o ambiente é dividido em células com uma dimensão pré-definida e as outras dependentes do ambiente (CHOSSET, 2001). Como exemplo desse tipo de decomposição é apresentado o trabalho de Hert, Tiwari e Lumelsky (1996).

No trabalho de Hert, Tiwari e Lumelsky (1996) o ambiente é dividido em células de largura fixa, mas a altura é definida pelo ambiente. O topo e a base das células podem assumir qualquer formato. O robô pode começar a cobertura a partir de qualquer ponto do ambiente e ele seguirá um zigzag paralelo à direção de divisão das células. Quando o robô encontra algum obstáculo ou algum beco, ele segue um conjunto de regras pré-definidas para cobrir a região desse obstáculo ou beco e em seguida volta a cobrir o ambiente seguindo um caminho em zigzag. A estratégia representou um avanço por resultar em caminhos mais curtos e por não assumir um ambiente poligonal. A Figura 38 mostra os resultados obtidos com essa estratégia.

Figura 38 - Planejamento de movimento para cobertura usando decomposição celular semi-aproximada.



Fonte: Hert, Tiwari e Lumelsky (1996)

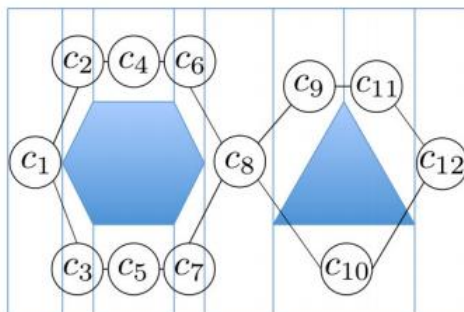
2.2.4. Decomposição celular exata

Uma decomposição celular exata é um conjunto de regiões que não se interceptam, chamadas células, cuja união resulta exatamente no espaço livre. As células são criadas de forma que o robô possa cobri-las completamente usando apenas movimentos simples, como zigzag (CHOSSET, 2001).

Após a realização da decomposição celular exata, é criado um grafo de adjacência a partir das células. O robô então emprega um algoritmo de busca em grafo para determinar a melhor forma de se movimentar ao longo do grafo, ou seja, a melhor forma de visitar todas as células da região. Encontrada a melhor forma de visitar cada uma das células, é então definido um caminho dentro da célula de forma a cobri-la totalmente (CHOSSET, 2001).

Uma das técnicas mais simples que podem ser utilizadas para a decomposição celular exata de uma área é a decomposição trapezoidal. A decomposição trapezoidal, como o próprio nome sugere, divide a área em células com formato trapezoidal que podem ser facilmente cobertas utilizando movimentos simples de zigzag. Essa técnica é aplicável apenas para áreas poligonais e planas (GALCERAN, 2014). A Figura 39 mostra um exemplo dessa decomposição.

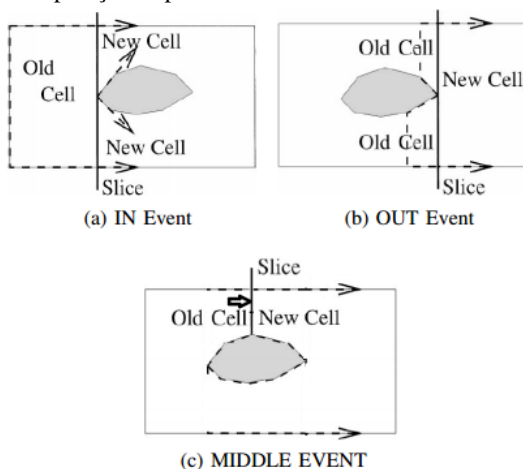
Figura 39 - Decomposição trapezoidal e o grafo de adjacência correspondente.



Fonte: Galceran (2014)

A decomposição trapezoidal assume que uma linha vertical é usada para varrer o ambiente que possui diversos obstáculos poligonais. As células são formadas através de uma sequência de operações de *abrir célula* e *fechar célula*, os quais ocorrem toda vez que a linha vertical intercepta um vértice de um polígono. O encontro da linha vertical com um vértice pode ser classificado em três classes diferentes: IN, OUT, MIDDLE. No caso IN a célula atual é fechada e duas novas são abertas. No caso OUT é o contrário, duas células são fechadas e uma nova é aberta. No caso MIDDLE a célula atual é fechada e uma nova é aberta. A Figura 40 mostra esse processo.

Figura 40 - Decomposição trapezoidal.

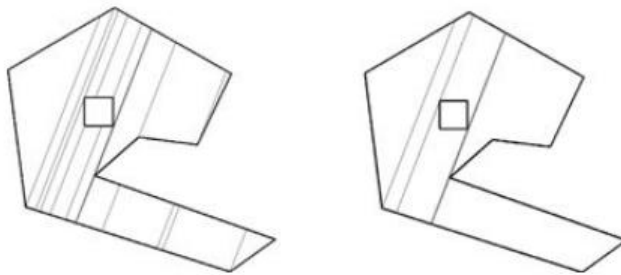


Fonte: Choset e Pignon (1998)

Um dos problemas da decomposição trapezoidal é que ela cria células demais, muitas das quais poderiam ser unidas sem perder a facilidade de cobertura. Um número muito grande de células faz com que o processo de busca em grafo torne-se mais lento. Para resolver esse problema, algumas estratégias foram propostas, como em Choset e Pignon (1998), Galceran (2014) e Oksanen e Visala (2009).

No trabalho de Oksanen e Visala (2009) é utilizada a decomposição trapezoidal e em seguida um algoritmo para unir as células. Para que duas células possam ser unidas elas devem cumprir dois requisitos: 1) Um lado paralelo deve ser exatamente igual nas duas células. 2) O ângulo entre as linhas paralelas e as linhas não paralelas deve ser próximo de 90 graus. Deve ser estipulado um valor de tolerância. No trabalho foi encontrado que com 70 graus obtinham-se bons resultados. A Figura 41 mostra um resultado do algoritmo. No trabalho também é proposta uma estratégia para encontrar a melhor direção para cobrir as células geradas.

Figura 41 - Decomposição trapezoidal (esquerda) e resultado após a união das células.



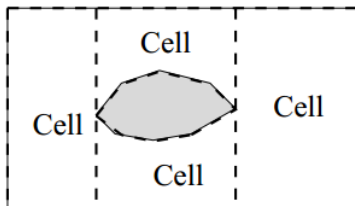
Fonte: Oksanen e Visala (2009)

Uma forma mais sistemática de se decompor a área de interesse obtendo um número menor de células é utilizando a decomposição celular de *boustrophedon*, proposta por Choset e Pignon (1998). *Boustrophedon* significa “a forma como o boi arrasta um arado” em grego.

A decomposição celular de *boustrophedon* é uma melhoria da decomposição trapezoidal. A estratégia difere da decomposição trapezoidal basicamente por considerar todas as células entre os eventos de IN e OUT como uma só, como pode ser visto na Figura 42. Isso

resulta em um número menor de células, mas que também podem ser completamente cobertas usando movimentos simples de zigzag (CHOSSET; PIGNON, 1998).

Figura 42 - Decomposição celular de *boustrophedon*.



Fonte: Choset e Pignon (1998)

Outra melhoria proposta por Choset e Pignon (1998) resulta que a decomposição celular de *boustrophedon* não é restrita a ambientes e obstáculos poligonais, como é o caso da decomposição trapezoidal. Ao invés de explorar a estrutura poligonal do ambiente para determinar os eventos de abertura e fechamento de células, a decomposição de *boustrophedon* utiliza a mudança de conectividade de uma linha reta que é varrida ao longo da área para a determinação desses eventos. Os pontos onde ocorre a mudança de conectividade são chamados de pontos críticos.

Segundo Fang e Anstee (2010), a decomposição de *boustrophedon* unidirecional é ineficiente se os dados coletados enquanto o robô faz curvas devem ser descartados, como é o caso em investigações subaquáticas. A ineficiência, nesse caso, se dá pela geração de muitas células com orientação não ótima, o que faz aumentar o número de curvas que o robô deve realizar.

Para resolver esse problema, Fang e Anstee (2010) utilizam a decomposição de *boustrophedon* em conjunto com o diagrama generalizado de Voronoi (GVD) da área a ser coberta. A estratégia consiste em:

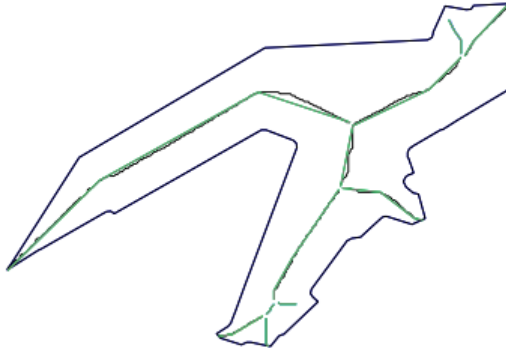
- Calcular o GVD da área;
- Fazer uma aproximação do GVD usando apenas linhas retas (Figura 43);
- Escolher o maior segmento interno do GVD;
- Decompor a área na direção desse segmento;
- Escolher a sub-região que contém o segmento;
- Planejar o caminho do robô dentro desse segmento;

- Remover a sub-região da área de trabalho;
- Repetir o processo até que toda a área seja coberta.

De forma a reduzir o número de sub-regiões, também foi desenvolvido um algoritmo para unir sub-regiões cuja borda comum é composta por mais de 80% da linha que separa essas regiões. A

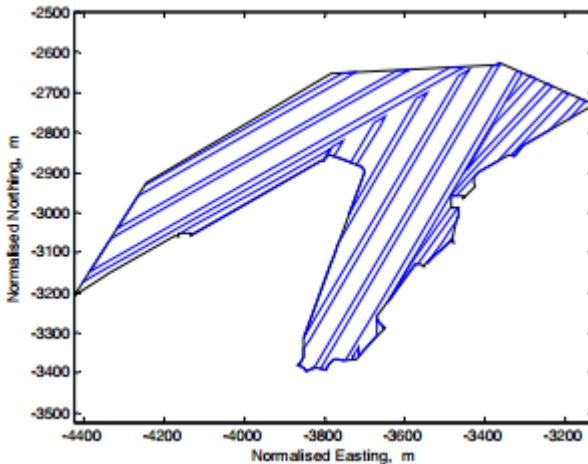
Figura 44 mostra os resultados obtidos por essa estratégia.

Figura 43 - Determinação do GVD (linha preta) e GVD simplificado (linha verde).



Fonte: Fang e Anstee (2010)

Figura 44 - Caminho obtido usando GVD e decomposição de *boustrophedon*.



Fonte: Fang e Anstee (2010)

Galceran (2014) também utiliza a decomposição de *boustrophedon* para planejar o movimento de cobertura para veículos subaquáticos, mas propõe uma maneira diferente para determinar a orientação do caminho a ser percorrido dentro de uma célula.

A estratégia desenvolvida por Galceran (2014) tem como objetivo minimizar o comprimento dos caminhos gerados em ambientes com batimetria (profundidade do fundo do oceano) variável. Nesses ambientes, a estratégia mais comum é utilizar grandes sobreposições nos caminhos de forma a mitigar a variação da pegada dos sensores utilizados pelo veículo subaquático.

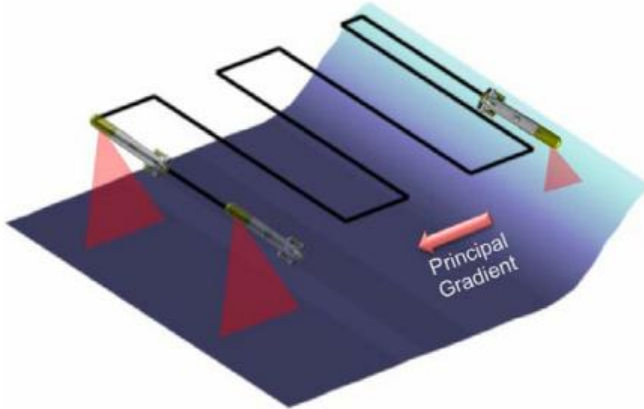
De forma geral, a estratégia desenvolvida por Galceran (2014) consiste em:

- Dividir a área total em regiões com batimetrias similares;
- Utilizar a decomposição de *boustrophedon* em cada uma das regiões;
- Determinar a orientação ótima do caminho em zigzag;
- Determinar o caminho em zigzag para cada célula;
- Determinar um caminho que conecte o final de uma célula até a próxima;

Deseja-se maximizar a distância entre as linhas do caminho em zigzag. A forma de se obter isso é escolhendo como orientação para o caminho em zigzag uma orientação perpendicular ao gradiente da batimetria da célula, como pode ser visto na Figura 45. A distância entre as linhas é variável e dependente da batimetria. Com a distância entre as linhas variável, obtém-se um caminho mais curto e eficiente.

O ponto negativo da estratégia de Galceran (2014) é que ela só pode ser aplicada em ambientes cuja batimetria seja conhecida, o que corresponde a menos de 10% de todos os oceanos.

Figura 45 - Orientação perpendicular ao gradiente de batimetria da célula.

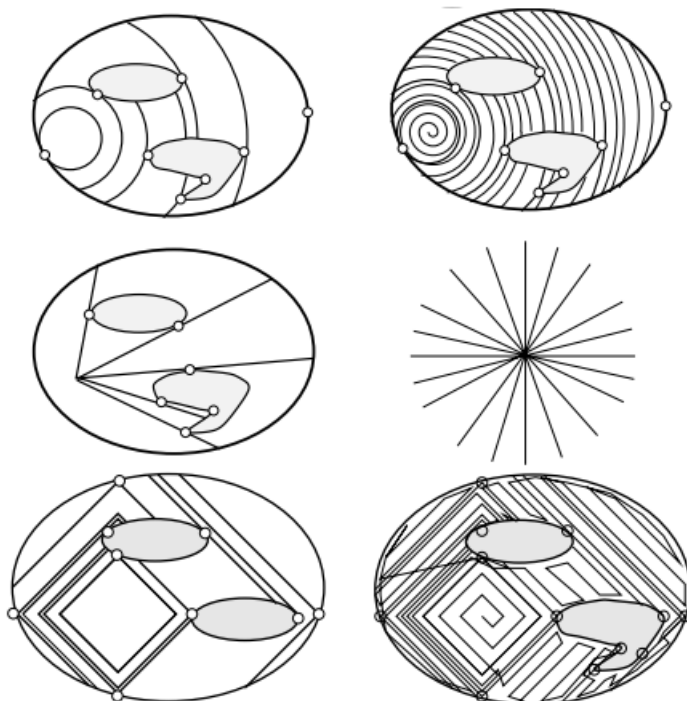


Fonte: Galceran (2014)

Outra forma de decompor o ambiente em células exatas é através da decomposição de Morse, proposta por Acar et al. (2002). De forma similar à decomposição de *boustrophedon* a decomposição de Morse também se baseia na mudança de conectividade de uma curva que é varrida ao longo da área a ser coberta para determinar a abertura e fechamento de células. No entanto, na decomposição de Morse, ao invés de utilizar uma linha reta, usa-se uma função de Morse (função que não possui nenhum ponto crítico degenerado) escolhida previamente.

Para cada função de Morse diferente escolhida, altera-se o formato das células obtidas assim como o padrão de movimento necessário para cobri-la. Para a função $h(x, y) = x$ obtém-se a decomposição de *boustrophedon*; para $h(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ são emitidos círculos, obtendo assim células com formato de coroa circular; para $h(x, y) = \tan \frac{x}{y}$ obtém-se um padrão similar aos raios de uma roda; para $h(x, y) = |x|$ obtém-se células com formato de diamante (ACAR et al., 2002). A Figura 46 mostra os resultados obtidos com as diferentes funções de Morse.

Figura 46 - Diferentes formatos de células obtidos com diferentes funções de Morse.



Fonte: Acar et al. (2002)

2.2.5. Resumo das estratégias para planejamento de cobertura

O planejamento de movimento para navegação pode ser realizado através das mais diversas maneiras, o planejamento de movimento para cobertura, no entanto, baseia-se quase que inteiramente na decomposição celular. A Tabela 3 resume as estratégias apresentadas nas seções anteriores.

Tabela 3 – Estratégias para planejamento de movimento para cobertura

Estratégia	Característica	Considera a cinemática e dinâmica?
Heurística	<ul style="list-style-type: none"> - Primeira classe de estratégia desenvolvida; - Dá um conjunto de ações simples para o robô e usa essas ações em conjunto para realizar tarefas complexas; - Não há prova que garanta o funcionamento em todos os casos; 	Não
Decomposição celular aproximada	<ul style="list-style-type: none"> - Divide o ambiente em células de formato pré-definido; - Representa aproximadamente o ambiente; - Um algoritmo define a melhor maneira de se visitar todas as células; - Alto custo computacional para áreas grandes; 	Não
Decomposição celular semiaproximada	<ul style="list-style-type: none"> - Células com largura fixa, mas as outras dimensões são livres; - O robô segue um conjunto de regras pré-definidas para cobrir a área; 	Não
Decomposição celular exata	<ul style="list-style-type: none"> - A união das células resulta exatamente no espaço livre; - As células são criadas de forma que possam ser facilmente cobertas por movimentos simples; - Um algoritmo define a melhor maneira de se visitar todas as células; - Necessário determinar um caminho dentro de cada célula; - Decomposição trapezoidal, <i>boustrophedon</i> ou Morse; 	Não

3. DINÂMICA E CINEMÁTICA DE VEÍCULOS SUBAQUÁTICOS

Segundo Jung e Tsiotras (2008) é interessante que o processo de geração de caminhos incorpore as restrições cinemáticas e dinâmicas do veículo, de forma que o caminho gerado possa ser seguido corretamente. Claramente, as restrições cinemáticas e dinâmicas de um veículo subaquático só podem ser determinadas a partir do estudo de sua cinemática e dinâmica.

3.1. CINEMÁTICA

3.1.1. Sistema de coordenadas

Quando se estuda o movimento em seis graus de liberdade de um veículo subaquático é conveniente definir dois sistemas de coordenadas: um sistema XYZ fixado a terra, e um sistema móvel $X_0Y_0Z_0$ fixado ao centro de gravidade do veículo. As acelerações de um ponto fixado a terra podem ser desprezadas, o que significa que o sistema de coordenadas XYZ é inercial (FOSSEN, 1994).

As velocidades lineares e angulares, assim como as forças e momentos que agem no veículo, são definidas em relação ao sistema de coordenadas móvel $X_0Y_0Z_0$, enquanto que as posições lineares e angulares do veículo devem ser descritas em relação ao sistema de coordenadas inercial XYZ (HERNÁNDEZ, 2012).

O movimento geral de um veículo subaquático pode ser descrito pelos seguintes vetores, definidos de acordo com a notação definida pela SNAME (*Society of Naval Architects and Marine Engineers*) (FOSSEN, 1994):

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T]^T \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\eta}_1 = [x, y, z]^T \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\eta}_2 = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1^T, \mathbf{v}_2^T]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_1 = [u, v, w]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_2 = [p, q, r]^T \quad (6)$$

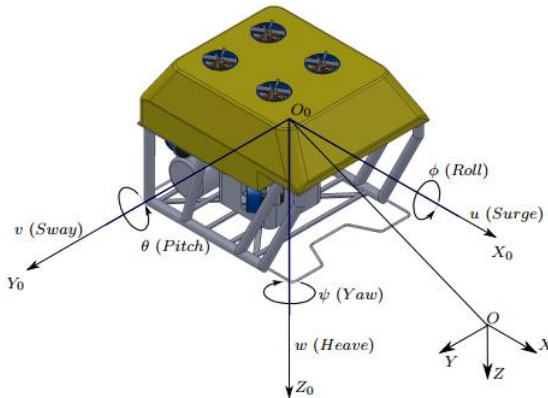
$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1^T, \boldsymbol{\tau}_2^T]^T \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = [X, Y, Z]^T \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\tau}_2 = [K, M, N]^T \quad (9)$$

Aqui η é o vetor posição (η_1) e orientação (η_2) em relação ao sistema de coordenadas inercial XYZ , \mathbf{v} é o vetor velocidade linear (\mathbf{v}_1) e angular (\mathbf{v}_2) em relação ao sistema de coordenadas móvel $X_0Y_0Z_0$, e τ é usado para descrever as forças (τ_1) e momentos (τ_2) que agem no veículo em relação ao sistema de coordenadas móvel $X_0Y_0Z_0$ (FOSSSEN, 1994). A Figura 47 mostra os sistemas de coordenadas utilizados.

Figura 47 - Sistema de coordenadas de um veículo subaquático.



Fonte: Hernández (2012)

3.1.2. Mapeamento entre sistemas de coordenadas

O caminho percorrido pelo veículo em relação ao sistema de coordenadas inercial XYZ é dado pela seguinte transformação de velocidades (FOSSSEN, 1994):

$$\dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2)\mathbf{v}_1 \quad (10)$$

Na equação 10 $J_1(\eta_2)$ representa a matriz de transformação de coordenadas entre o sistema de coordenadas móvel e o sistema de coordenadas inercial. Esta transformação representa as rotações realizadas em torno dos eixos X , Y e Z e são descritas por (HERNÁNDEZ, 2012):

$$J_1(\eta_2) = C_z^T(\psi)C_y^T(\theta)C_x^T(\phi) \quad (11)$$

$\mathbf{C}_z^T(\boldsymbol{\psi})$, $\mathbf{C}_y^T(\boldsymbol{\theta})$ e $\mathbf{C}_x^T(\boldsymbol{\phi})$ são definidas por:

$$\mathbf{C}_z^T(\boldsymbol{\psi}) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{C}_y^T(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{C}_x^T(\boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (14)$$

Realizando as operações necessárias, tem-se que $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$ é dada por:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (15)$$

O vetor velocidade angular no sistema de coordenadas móvel \mathbf{v}_2 não pode ser diretamente integrado para obter as coordenadas angulares reais, pois a integral $\int_0^t \mathbf{v}_2(\varepsilon) d\varepsilon$ não possui interpretação física imediata (FOSSSEN, 1994). O vetor \mathbf{v}_2 é relacionado à taxa de variação do vetor $\boldsymbol{\eta}_2$ através da seguinte relação:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \mathbf{v}_2 \quad (16)$$

onde $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ é dado por:

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

É importante notar que $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$ apresenta uma singularidade para $\theta = \pm\pi/2$. Para esses casos é recomendável utilizar outro modelo de transformação, por exemplo, quatérnios para evitar essa singularidade (HERNÁNDEZ, 2012).

De forma resumida, as equações cinemáticas podem ser expressas na seguinte forma (FOSSSEN, 1994):

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \leftrightarrow \dot{\eta} = J(\eta)\mathbf{v} \quad (18)$$

3.2. DINÂMICA

As equações de movimento para um veículo subaquático podem ser obtidas tanto através da formulação de Newton-Euler quanto da formulação de Lagrange. Como o foco desse trabalho é a geração de caminhos para veículos subaquáticos, a dedução das equações de movimento será omitida e serão estudados com mais detalhes os termos que compõe as equações de movimento.

A dedução das equações de movimento pode ser encontrada em Fossen (1994).

A Universidade Federal de Santa Catarina possui um AUV EcoMapper. Coincidentemente, no trabalho de Wang, Zhang e Schaefer (2014) é desenvolvido o modelo matemático deste mesmo AUV. Os resultados obtidos por Wang, Zhang e Schaefer (2014) também serão apresentados nessa seção.

3.2.1. Equações de movimento para um veículo subaquático

As equações de movimento em seis graus de liberdade podem ser expressas da seguinte forma (FOSSEN, 1994):

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\eta) = \boldsymbol{\tau} \quad (19)$$

onde:

- \mathbf{M} é a matriz de inércia
- $\mathbf{C}(\mathbf{v})$ é a matriz de Coriolis
- $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ é a matriz de amortecimento
- $\mathbf{g}(\eta)$ é o vetor de forças e momentos gravitacionais

A matriz de inércia \mathbf{M} é definida como

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A \quad (20)$$

onde \mathbf{M}_{RB} é matriz de inércia de corpo rígido (inércia do próprio veículo) e \mathbf{M}_A é a matriz de inércia de massa adicional. De forma similar, a matriz de Coriolis é definida como

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathbf{C}(\mathbf{v})_{RB} + \mathbf{C}(\mathbf{v})_A \quad (21)$$

onde $\mathbf{C}(\mathbf{v})_{RB}$ é a matriz de Coriolis de corpo rígido e $\mathbf{C}(\mathbf{v})_A$ é a matriz de Coriolis devida a massa adicional.

Conforme apresentado em Fossen (1994), o conceito de massa adicional não deve ser interpretado como uma quantidade finita de água que se conecta ao veículo, criando um sistema com massa maior que a do veículo original. O conceito de massa adicional deve ser interpretado como forças e momentos induzidos pela pressão hidrodinâmica devida a movimentos harmônicos forçados do veículo os quais são proporcionais à aceleração do veículo.

Considerando a origem do sistema de coordenadas móvel coincidente com o centro de gravidade do veículo, a matriz de inércia \mathbf{M}_{RB} é dada por:

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & & & \\ 0 & m & 0 & & & \\ 0 & 0 & m & & & \\ & & & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \\ & & & I_x & 0 & 0 \\ & & & 0 & I_y & 0 \\ & & & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (22)$$

A matriz de inércia de massa adicional \mathbf{M}_A é definida como (FOSSSEN, 1994):

$$\mathbf{M}_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (23)$$

A notação da SNAME é usada nessa expressão. Por exemplo, seja Y_A a força hidrodinâmica da massa adicional ao longo do eixo y devida a uma aceleração \dot{u} na direção do eixo x . Y_A é escrita como (FOSSSEN, 1994):

$$Y_A = Y_{\dot{u}} \cdot \dot{u} \quad (24)$$

onde

$$Y_{\dot{u}} \triangleq \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \quad (25)$$

A diagonal principal de \mathbf{M}_A será positiva para a grande maioria das aplicações. Para o caso de veículos completamente submersos, a matriz \mathbf{M}_A será estritamente positiva, ou seja, os parâmetros hidrodinâmicos são negativos. Para o caso específico de veículos subaquáticos em baixas velocidades e que possuem três planos de simetria (como é o caso de muitos ROVs e AUVs), os elementos fora da diagonal principal podem ser desprezados (FOSSSEN, 1994).

A matriz \mathbf{C}_{RB} é definida como:

$$\mathbf{C}_{RB} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{11}\mathbf{v}_1 + \mathbf{M}_{12}\mathbf{v}_2) \\ -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{11}\mathbf{v}_1 + \mathbf{M}_{12}\mathbf{v}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{M}_{21}\mathbf{v}_1 + \mathbf{M}_{22}\mathbf{v}_2) \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde

$$\mathbf{S}([\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

e

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Considerando um veículo com três planos de simetria e sistema de coordenadas coincidente com o seu centro de gravidade, a matriz \mathbf{C}_{RB} pode ser escrita da seguinte forma (WANG; ZHANG; SCHAEFER, 2014):

$$\mathbf{C}_{RB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & mw & -mv & 0 & I_z r & -I_y q \\ -mw & 0 & mu & -I_z r & 0 & I_x p \\ mv & -mu & 0 & I_y q & -I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

De forma similar, a matriz \mathbf{C}_A é definida como:

$$\mathbf{C}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\mathbf{v}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{v}_2) \\ -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{11}\mathbf{v}_1 + \mathbf{A}_{12}\mathbf{v}_2) & -\mathbf{S}(\mathbf{A}_{21}\mathbf{v}_1 + \mathbf{A}_{22}\mathbf{v}_2) \end{bmatrix} \quad (30)$$

onde

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (31)$$

\mathbf{C}_A também pode ser escrita na seguinte forma (FOSSSEN, 1994):

$$\mathbf{C}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

onde

$$a_1 = X_{\dot{u}}u + X_{\dot{v}}v + X_{\dot{w}}w + X_{\dot{p}}p + X_{\dot{q}}q + X_{\dot{r}}r \quad (33)$$

$$a_2 = X_{\dot{v}}u + Y_{\dot{v}}v + Y_{\dot{w}}w + Y_{\dot{p}}p + Y_{\dot{q}}q + Y_{\dot{r}}r \quad (34)$$

$$a_3 = X_{\dot{w}}u + Y_{\dot{w}}v + Z_{\dot{w}}w + Z_{\dot{p}}p + Z_{\dot{q}}q + Z_{\dot{r}}r \quad (35)$$

$$b_1 = X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w + K_{\dot{p}}p + K_{\dot{q}}q + K_{\dot{r}}r \quad (36)$$

$$b_2 = X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w + K_{\dot{q}}p + M_{\dot{q}}q + M_{\dot{r}}r \quad (37)$$

$$b_3 = X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w + K_{\dot{r}}p + M_{\dot{r}}q + N_{\dot{r}}r \quad (38)$$

Considerando as simplificações para veículos subaquáticos, apresentada anteriormente (velocidade baixa, três planos de simetria), \mathbf{C}_A pode ser simplificada e assumir a seguinte forma (FOSSSEN, 1994):

$$\mathbf{C}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}w} & Y_{\dot{v}v} \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}w} & 0 & -X_{\dot{u}u} \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}v} & X_{\dot{u}u} & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}w} & Y_{\dot{v}v} & 0 & -N_{\dot{r}r} & M_{\dot{q}q} \\ Z_{\dot{w}w} & 0 & -X_{\dot{u}u} & N_{\dot{r}r} & 0 & -K_{\dot{p}p} \\ -Y_{\dot{v}v} & X_{\dot{u}u} & 0 & -M_{\dot{q}q} & K_{\dot{p}p} & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Os parâmetros hidrodinâmicos de \mathbf{C}_A também são negativos.

De forma geral, o amortecimento de um veículo subaquático se movendo em alta velocidade é altamente não-linear e acoplado. Uma aproximação é assumir que o veículo se movimenta de forma desacoplada, possui três planos de simetria e considerar apenas os termos de até segunda ordem. Assim, a matriz $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ possui apenas termos lineares e quadráticos, da seguinte forma (FOSSSEN, 1994):

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{v}) &= -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r\} \\ &- diag\{X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|\} \end{aligned} \quad (40)$$

Deve-se ter em mente que a matriz $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ é estritamente positiva, ou seja, os termos hidrodinâmicos são negativos.

As forças gravitacionais e de empuxo são tradicionalmente chamadas de forças restaurativas (FOSSSEN, 1994). A força gravitacional \mathbf{f}_g age no centro de gravidade do veículo

$$\mathbf{r}_g = [x_g, y_g, z_g]^T \quad (41)$$

enquanto que a força de empuxo \mathbf{f}_b age no centro de empuxo

$$\mathbf{r}_b = [x_b, y_b, z_b]^T \quad (42)$$

Seja m a massa total do veículo, ∇ o volume de líquido deslocado pelo veículo, g a aceleração da gravidade (definida como positiva para baixo), e ρ a massa específica do líquido. O peso do veículo e o empuxo são definidos como:

$$W = mg \quad (43)$$

$$B = \rho g \nabla \quad (44)$$

As forças \mathbf{f}_g e \mathbf{f}_b podem ser transformadas para o sistema local de coordenadas usando as seguintes equações (FOSSSEN, 1994):

$$\mathbf{f}_g(\boldsymbol{\eta}_2) = J_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{f}_b(\boldsymbol{\eta}_2) = -J_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix} \quad (46)$$

O vetor de forças e momentos restaurativos $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ é dado por:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = - \left[\begin{array}{c} \mathbf{f}_g(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{f}_b(\boldsymbol{\eta}) \\ \mathbf{r}_g \times \mathbf{f}_g(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{r}_b \times \mathbf{f}_b(\boldsymbol{\eta}) \end{array} \right] \quad (47)$$

Realizando as operações, o vetor $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$ é dado por (FOSSSEN, 1994):

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \left[\begin{array}{c} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_G W - y_B B) \cos \theta \cos \phi + (z_G W - z_B B) \cos \theta \sin \phi \\ (z_G W - z_B B) \sin \theta + (x_G W - x_B B) \cos \theta \cos \phi \\ -(x_G W - x_B B) \cos \theta \sin \phi - (y_G W - y_B B) \sin \theta \end{array} \right] \quad (48)$$

O vetor de controle $\boldsymbol{\tau}$ pode ser definido como

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_e + \boldsymbol{\tau}_p + \boldsymbol{\tau}_s \quad (49)$$

O vetor $\boldsymbol{\tau}_e$ descreve as forças ambientais que agem no veículo, por exemplo, as forças devido aos ventos, às ondas, e às correntes marítimas. O vetor $\boldsymbol{\tau}_p$ descreve as forças devido aos propulsores do veículo. O vetor $\boldsymbol{\tau}_s$ descreve as forças devido às superfícies de controle do veículo. Os vetores $\boldsymbol{\tau}_p$ e $\boldsymbol{\tau}_s$ representam as forças que podem ser propriamente controladas.

Os vetores $\boldsymbol{\tau}_p$ e $\boldsymbol{\tau}_s$ dependem do veículo que está sendo considerado. Nesse trabalho será considerado o AUV EcoMapper, cuja modelagem matemática é apresentada em Wang, Zhang e Schaefer (2014).

No trabalho de Wang, Zhang e Schaefer (2014) a força de um propulsor é dada pela seguinte equação:

$$f_{thrust} = c \cdot n^2 \quad (50)$$

onde c é o coeficiente do propulsor e n é a velocidade de rotação do propulsor, em rotações por minuto. O AUV EcoMapper possui apenas um propulsor na direção de *surge*, portanto o vetor $\boldsymbol{\tau}_p$ é dado por

$$\boldsymbol{\tau}_p = [f_{thrust}, 0, 0, 0, 0]^T \quad (51)$$

Também em Wang, Zhang e Schaefer (2014) é apresentado o modelo para as forças devidas às superfícies de controle do AUV. O vetor $\boldsymbol{\tau}_s$ é dado por

$$\boldsymbol{\tau}_s = [\tau_x, \tau_y, \tau_z, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi]^T \quad (52)$$

onde:

$$\tau_x = \boldsymbol{\Phi}_{\alpha\beta} \cdot \mathbf{b}_{\tau_x} \quad (53)$$

$$\tau_y = \boldsymbol{\Phi}_\beta \cdot \mathbf{b}_{\tau_y} \quad (54)$$

$$\tau_z = \boldsymbol{\Phi}_\alpha \cdot \mathbf{b}_{\tau_z} \quad (55)$$

$$\tau_\phi = 0 \quad (56)$$

$$\tau_\theta = \boldsymbol{\Phi}_\alpha \cdot \mathbf{b}_{\tau_\theta} \quad (57)$$

$$\tau_\psi = \boldsymbol{\Phi}_\beta \cdot \mathbf{b}_{\tau_\psi} \quad (58)$$

α e β são os ângulos das superfícies de controle, dados em graus, \mathbf{b}_{τ_i} são vetores de coeficientes obtidos a partir de regressão por mínimos quadrados de resultados de simulações numéricas, e os valores são apresentados na Tabela 4. $\boldsymbol{\Phi}_{\alpha\beta}$, $\boldsymbol{\Phi}_\alpha$, e $\boldsymbol{\Phi}_\beta$ são dados por:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\alpha\beta} = [u, u^2, u^3, \alpha^2 u, \beta^2 u, u^4, \alpha^2 u^2, \beta^2 u^2] \quad (59)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_\alpha = [u, \alpha u, \alpha^3 u, u^2, \alpha u^2, u^3, \alpha u^3, u^4] \quad (60)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_\beta = [\beta u, \beta^3 u, \beta u^2, \beta u^3] \quad (61)$$

u é a velocidade do veículo na direção x , como definido na equação 5. O AUV EcoMapper possui estabilidade passiva em *roll*, dessa forma assume-se que:

$$\phi = 0 \quad (62)$$

$$\tau_\phi = 0 \quad (63)$$

Tabela 4 - Estimativa por mínimos quadrados para os parâmetros

b_{τ_x}	[-0,0578; -7,0288; 0,7926; 0,0001; 0,0001; -0,2669; -0,0038; -0,0035]
b_{τ_y}	[0,0038; 0,0000; 0,2168; -0,0002]
b_{τ_z}	[-0,0647; -0,1238; 0,0001; 0,4467; -0,2689; -0,8210; -0,0072; 0,3821]
b_{τ_θ}	[-0,0377; -0,0668; 0,0001; 0,3624; -0,1466; -0,4481; -0,00400; 2066]
b_{τ_ψ}	[-0,0045; 0,0000; -0,1131; 0,0000]

Fonte: Wang, Zhang e Schaefer (2014)

Conforme apontado por Hernández (2012), a maior dificuldade encontrada para utilizar as equações de movimento em seis graus se encontra na determinação dos parâmetros hidrodinâmicos, visto que eles são altamente não lineares e podem variar de acordo com a aceleração, velocidade e orientação do veículo.

Atualmente existem duas abordagens diferentes para a determinação dos parâmetros hidrodinâmicos: métodos experimentais e métodos numéricos. Os métodos experimentais fornecem um modelo preciso da dinâmica do veículo, mas requerem uma estrutura física em um ambiente controlado, o que pode ser caro e consumir muito tempo. Métodos numéricos não requerem estrutura física, mas a obtenção de resultados realistas pode ser demorada e computacionalmente intensiva (TAN; LU; ANVAR, 2013).

Na literatura encontram-se diversos estudos sobre a determinação desses parâmetros, podendo citar como exemplo os trabalhos de Liu et al (2015), Tan, Lu e Anvar (2013) e Wang, Zhang e Schaefer (2014).

Wang, Zhang e Schaefer (2014) desenvolvem o modelo dinâmico para o AUV EcoMapper. Os parâmetros hidrodinâmicos do modelo foram identificados a partir de simulações numéricas, cálculos teóricos a partir da *strip theory* e testes de campo. A partir dos resultados obtidos os parâmetros são estimados através do método dos mínimos quadrados. Foram realizadas simulações com o AUV para validar o modelo matemático. Os resultados do modelo são consistentes com os resultados das simulações.

Tan, Lu e Anvar (2013) propõem um modelo preditivo para determinação dos parâmetros hidrodinâmicos que incorpora tanto os métodos experimentais quanto os métodos numéricos. A ideia central consiste em determinar o perfil do coeficiente de arrasto do veículo para todos os ângulos. A determinação do perfil do coeficiente de arrasto é dividida em três partes: 1) identificar a área característica do veículo; 2) determinar o coeficiente de arrasto usando métodos experimentais ou

numéricos; 3) construir um gráfico em 3D da superfície para prever o coeficiente de arrasto para qualquer condição. O modelo preditivo se mostrou preciso e pode ser usado para qualquer veículo subaquático sob quaisquer condições.

No trabalho de Liu et al (2015) os parâmetros hidrodinâmicos do veículo subaquático são determinados através da medição dos sinais de controle e dos resultados obtidos em sensores. O trabalho também apresenta o uso simultâneo de métodos de simulação e métodos de navegação baseada em SLAM no projeto e na análise cinemática e dinâmica de AUVs. A simulação é feita utilizando os softwares ADAMS, para definir o modelo físico do veículo, e MATLAB/Simulink, onde é feito o controle do veículo através de controladores PID. Os resultados das análises mostraram que esse protótipo virtual pode ser utilizado para simular precisamente um sistema real.

Hegrenaes, Hallingstad e Jalving (2007) comparam dois modelos matemáticos para o AUV HUGIN 4500: um modelo de um grau de liberdade e um modelo de três graus de liberdade. Os coeficientes hidrodinâmicos são obtidos a partir de uma estimativa por mínimos quadrados de resultados experimentais. Os dois modelos se mostraram precisos quando a trajetória do AUV é uma linha reta, mas para outras trajetórias, como um padrão zigzag ou padrão *lawnmower*, o modelo com três graus de liberdade foi mais preciso, como é de se esperar. A maior vantagem do modelo de um grau de liberdade é a maior facilidade para determinar os coeficientes hidrodinâmicos.

Zhang e Wang (2007) utilizam uma abordagem multicorpos para analisar a dinâmica de um AUV que possui apêndices de geometria complexa acoplados. As forças atuantes em cada um dos apêndices são calculadas de forma independente. Os parâmetros hidrodinâmicos são determinados de três formas diferentes, e os resultados obtidos foram comparados. As formas de calcular os parâmetros hidrodinâmicos são: método empírico, método experimental, métodos numéricos. O método empírico consiste em uma fórmula de regressão a partir de dados obtidos para geometrias genéricas, enquanto que o método experimental usa um modelo do próprio AUV para obter os parâmetros hidrodinâmicos. Os resultados obtidos com os métodos numéricos são os mais próximos dos obtidos com o método experimental.

4. DETERMINAÇÃO DA CURVATURA MÁXIMA QUE UM VEÍCULO SUBAQUÁTICO CONSEGUE SEGUIR A PARTIR DA CINEMÁTICA E DINÂMICA

A maior motivação para o estudo da cinemática e dinâmica de um veículo subaquático neste trabalho está na determinação de suas restrições cinemáticas e dinâmicas, ou seja, as relações entre posição e orientação, e os limites de velocidade, aceleração, forças e momentos para esse veículo. Conhecendo essas restrições torna-se possível planejar caminhos que podem ser corretamente seguidos pelo veículo.

A inclusão completa das restrições cinemáticas e dinâmicas do veículo no processo de planejamento de movimento é bastante complexa, e dessa forma nesse trabalho será buscada uma aproximação das restrições.

Considerando um veículo subaquático realizando uma manobra de virar a esquerda ou direita, é possível calcular a curvatura da curva resultante a partir das equações cinemáticas e dinâmicas do veículo em questão.

Como será visto na seção 4.2, a curvatura máxima calculada a partir das equações cinemáticas e dinâmicas é função da velocidade do veículo, de seus parâmetros hidrodinâmicos e de um momento aplicado.

A curvatura máxima combina parâmetros cinemáticos e dinâmicos em apenas um valor escalar. Dessa forma, neste trabalho a curvatura máxima será considerada como uma aproximação das restrições cinemáticas e dinâmicas de um veículo subaquático.

Em relação aos caminhos gerados, se a curvatura do caminho for menor ou igual à curvatura máxima calculada, o caminho será considerado como válido.

O escopo da estratégia desenvolvida é limitado pelas seguintes definições de movimentos para o veículo subaquático:

- O veículo possui três planos de simetria;
- O veículo se movimenta em baixa velocidade;
- O veículo possui flutuabilidade neutra e a posições do centro de gravidade e do centro de empuxo diferem apenas no eixo z;
- O movimento está restrito ao plano x-y;
- O veículo só possui velocidade linear em *surge*;

A existência de três planos de simetria e a movimentação em baixa velocidade são características condizentes com muitos veículos subaquáticos. Outra vantagem dessa simplificação é que as equações de movimento também se tornam mais simples. O empuxo é considerado igual à força peso.

4.1. CINEMÁTICA

As simplificações adotadas têm as seguintes implicações na cinemática do veículo:

$$\boldsymbol{\eta}_2 = [0, 0, \psi]^T \quad (64)$$

$$\boldsymbol{v}_1 = [u, 0, 0]^T \quad (65)$$

$$\boldsymbol{v}_2 = [0, 0, r]^T \quad (66)$$

$$J(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & & & \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0_{3 \times 3} & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & 0_{3 \times 3} & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (67)$$

A partir da equação cinemática

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v} \quad (68)$$

tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 & & & \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 & 0_{3 \times 3} & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & 0_{3 \times 3} & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$\dot{x} = u \cdot \cos \psi \quad (70)$$

$$\dot{y} = u \cdot \sin \psi \quad (71)$$

$$\dot{z} = 0 \quad (72)$$

$$\dot{\phi} = 0 \quad (73)$$

$$\dot{\theta} = 0 \quad (74)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (75)$$

Considerando r e u constantes e diferentes de zero, e integrando as equações 70, 71 e 75, obtém-se:

$$\psi = r \cdot t + \psi_o \quad (76)$$

$$x = \frac{u}{r} \cdot \sin(r \cdot t + \psi_o) + x_o - \frac{u}{r} \cdot \sin(\psi_o) \quad (77)$$

$$y = -\frac{u}{r} \cdot \cos(r \cdot t + \psi_o) + y_o + \frac{u}{r} \cdot \cos(\psi_o) \quad (78)$$

As equações 77 e 78 correspondem às equações de um círculo com centro em $(x_o - \frac{u}{r} \cdot \sin(\psi_o), y_o + \frac{u}{r} \cdot \cos(\psi_o))$ e raio $\frac{u}{r}$. Dessa forma define-se:

$$\rho_{min} = \left| \frac{u}{r} \right| \quad (79)$$

$$\kappa_{max} = \frac{1}{\rho_{min}} = \left| \frac{r}{u} \right| \quad (80)$$

É necessário utilizar as equações da dinâmica para determinar o valor de r e consequentemente determinar o valor de κ_{max} .

4.2. DINÂMICA

Considerando as simplificações adotadas anteriormente, os termos das equações de movimento são dados por:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & & & & & & \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & & & 0_{3 \times 3} & & & \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & & & & & & \\ & & & I_x - K_{\dot{p}} & 0 & 0 & & & \\ & & & 0 & I_y - M_{\dot{q}} & 0 & & & \\ & 0_{3 \times 3} & & 0 & 0 & I_z - N_{\dot{r}} & & & \\ & & & 0 & 0 & 0 & & & \\ & & & 0 & 0 & 0 & & & \end{bmatrix} \quad (81)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & 0_{3 \times 3} & & & & & & \\ & & & 0 & 0 & & -(m + X_{\dot{u}u})u & & \\ 0 & & & 0 & (m + X_{\dot{u}u})u & & 0 & & \\ 0 & 0 & & 0 & 0 & & -(I_z + N_{\dot{r}r})r & 0 & \\ 0 & 0 & & -(m + X_{\dot{u}u})u & (I_z + N_{\dot{r}r})r & & 0 & 0 & \\ 0 & (m + X_{\dot{u}u})u & & 0 & 0 & & 0 & 0 & \end{bmatrix} \quad (82)$$

$$D = \begin{bmatrix} X_u + X_{|u|} \cdot |u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_p + Y_{|v|} \cdot |v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{|w|} \cdot |w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p + K_{p|p|} \cdot |p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q + M_{q|q|} \cdot |q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r + N_{r|r|} \cdot |r| \end{bmatrix} \quad (83)$$

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (84)$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_p + \tau_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (85)$$

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (86)$$

$$v = \begin{bmatrix} u \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ r \end{bmatrix} \quad (87)$$

Substituindo os termos, e desprezando os parâmetros hidrodinâmicos de segunda ordem, obtêm-se as seguintes equações:

$$(m - X_{\dot{u}}) \cdot \dot{u} - X_u \cdot u = \tau_p + \tau_x \quad (88)$$

$$(I_z - N_{\dot{r}}) \cdot \dot{r} - N_r \cdot r = \tau_\psi \quad (89)$$

As equações permitem calcular como *u* e *r* variam em função da força do propulsor e das forças devidas às superfícies de controle. Considerando uma situação em regime permanente (tanto *u* quanto *r* são constantes), pode-se obter a seguinte relação para *r*:

$$r = -\frac{\tau_\psi}{N_r} \quad (90)$$

Substituindo a equação 90 na equação 80, a equação para a curvatura máxima é:

$$\kappa_{max} = \left| \frac{\tau_\psi}{u \cdot N_r} \right| \quad (91)$$

τ_ψ é um torque agindo na direção z do veículo (*yaw*), u é a velocidade linear do veículo, N_r é um parâmetro que indica a resistência hidrodinâmica do veículo.

Mantendo-se os outros parâmetros constantes, a curvatura máxima aumentará se:

- i. O veículo estiver sujeito a um torque grande;
- ii. A resistência hidrodinâmica for pequena;
- iii. O veículo estiver em baixa velocidade.

Para o caso estudado nesse trabalho, deve-se tomar cuidado com a afirmação iii, pois o torque τ_ψ é função tanto do ângulo da superfície de controle β quanto da velocidade do veículo u . Mantendo-se β constante, torque τ_ψ cresce de forma quadrática com u , dessa maneira fazendo com que a curvatura máxima aumente para velocidades mais altas.

Assim como as equações de movimento, a maior barreira para a utilização da equação 91 é a obtenção dos parâmetros hidrodinâmicos necessários.

5. PROPOSTA DE ESTRATÉGIAS PARA GERAÇÃO DE TRAJETÓRIA E DESVIO DE COLISÃO

Nas seções anteriores foram apresentadas diversas estratégias para planejamento de movimento para robôs móveis, tanto para missões de navegação quanto para missões de cobertura, com os mais diversos graus de complexidade, para diferentes tipos de terreno, e com maior ou menor grau de dificuldade de implementação.

Dentre as estratégias estudadas para planejamento de movimento de cobertura, nenhuma incluía as restrições cinemáticas e dinâmicas dos veículos ou mesmo alguma aproximação para essas restrições.

Considerando que a linha de pesquisa de planejamento de movimento para veículos subaquáticos ainda é muito recente na Universidade Federal de Santa Catarina, são propostas estratégias bastante simples nesse trabalho. Os requisitos para as estratégias são:

- O movimento é restrito ao plano x-y;
- A cinemática e a dinâmica do veículo devem ser aproximadas;
- Implementação simples.

Dentre as estratégias estudadas, o uso de curvas paramétricas se mostrou bastante alinhado com os objetivos do trabalho, por conta da possibilidade de incluir de forma aproximada as restrições cinemáticas e dinâmicas. Em especial as espirais cúbicas de Bézier com continuidade G^2 (G2CBS – G^2 Continuous Cubic Bézier Spirals), apresentadas em Yang e Sukkarieh (2010), por simplificarem ainda mais a aproximação das restrições.

As G2CBS são utilizadas para suavizar o caminho entre três *waypoints*, respeitando uma curvatura máxima κ_{max} previamente definida. Elas são utilizadas essencialmente para ambientes bidimensionais, a curvatura máxima κ_{max} pode ser calculada a partir das restrições cinemáticas e dinâmicas do veículo, e elas são de implementação muito simples.

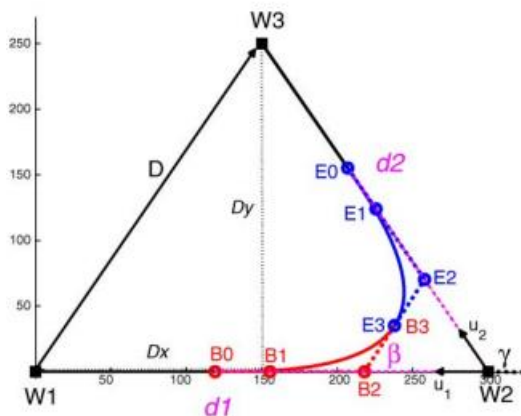
As G2CBS foram utilizadas para o planejamento de movimento para navegação em Yang et al. (2014), mas não foram encontrados trabalhos que utilizassem as G2CBS para planejamento de movimento de cobertura. Nesse trabalho será expandida a aplicação das G2CBS para esse tipo de planejamento de movimento.

Serão propostas duas estratégias, uma para planejamento de movimento de cobertura e uma para desvio de obstáculos. De uma forma geral, as estratégias propostas consistem na geração de *waypoints* e na suavização do caminho gerado através do uso de G2CBS. Será proposta também uma estratégia para otimização dos caminhos gerados.

5.1. ESPIRAIS CÚBICAS DE BÉZIER COM CONTINUIDADE G^2

Nessa seção será apresentada a obtenção das espirais cúbicas de Bézier com continuidade G^2 conforme Yang e Sukkarieh (2010). Um exemplo dessas espirais é mostrado na Figura 48.

Figura 48 - Espiral cúbica de Bézier com continuidade G^2 .



Fonte: Yang e Sukkarieh (2010)

A curva mostrada na Figura 48 é composta pela concatenação de dois segmentos de espirais cúbicas de Bézier. A curva possuirá continuidade G^2 se a seguinte condição for satisfeita:

$$F(\beta) = 0 = \cos^2(\gamma - \beta) \sin \beta [(c_1 + 6 \cos^2 \beta) D_y - 6 D_x \cos \beta \sin \beta] + \cos^2 \beta \sin(\gamma - \beta) [c_1 (D_y \cos \gamma - D_x \sin \gamma) + 6 \cos(\gamma - \beta) (D_y \cos \beta - D_x \sin \beta)] \quad (92)$$

onde β é o ângulo entre os vetores $\overrightarrow{B_2W_2}$ e $\overrightarrow{B_2E_2}$, γ é o ângulo entre os vetores $\overrightarrow{W_1W_2}$ e $\overrightarrow{W_2W_3}$,

$$c_1 = 7,2364 \quad (93)$$

$$\mathbf{D} = (D_x, D_y) = \overline{\mathbf{W}_1 \mathbf{W}_3} \quad (94)$$

Para encontrar o β que satisfaz a equação 92 deve-se determinar d_1 e d_2 primeiro. Se definirmos d_1 como a distância entre \mathbf{W}_2 e \mathbf{B}_0 , e d_2 como a distância entre \mathbf{W}_2 e \mathbf{E}_0 , β pode ser obtido através de métodos numéricos.

Tendo obtido β , os oito pontos de controle podem ser determinados através da construção de duas espirais de Bézier. A primeira espiral é definida pelos quatro pontos de controle:

$$\mathbf{B}_0 = \mathbf{W}_2 + d_1 \mathbf{u}_1 \quad (95)$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_0 - g_b \mathbf{u}_1 \quad (96)$$

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}_1 - h_b \mathbf{u}_1 \quad (97)$$

$$\mathbf{B}_3 = \mathbf{B}_2 + k_b \mathbf{u}_d \quad (98)$$

A segunda espiral é definida pelos quatro pontos de controle:

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{W}_2 + d_2 \mathbf{u}_2 \quad (99)$$

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 - g_e \mathbf{u}_2 \quad (100)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1 - h_e \mathbf{u}_2 \quad (101)$$

$$\mathbf{E}_3 = \mathbf{E}_2 - k_e \mathbf{u}_d \quad (102)$$

onde

$$\mathbf{u}_1 = (\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2) / \|\mathbf{W}_1 - \mathbf{W}_2\| \quad (103)$$

$$\mathbf{u}_2 = (\mathbf{W}_3 - \mathbf{W}_2) / \|\mathbf{W}_3 - \mathbf{W}_2\| \quad (104)$$

$$\mathbf{u}_d = (\mathbf{E}_2 - \mathbf{B}_2) / \|\mathbf{E}_2 - \mathbf{B}_2\| \quad (105)$$

$$h_b = \frac{(c_2 + 4)D_y \cos^2(\gamma - \beta) \sin \beta}{[(c_1 - 6) \cos \beta \sin(\gamma - \beta) + 6 \sin \gamma] \cos \beta \sin \gamma} \quad (106)$$

$$h_e = \frac{h_b \cos^2 \beta \sin(\gamma - \beta)}{\sin \beta \cos^2(\gamma - \beta)} \quad (107)$$

$$g_b = c_2 h_b \quad (108)$$

$$g_e = c_2 h_e \quad (109)$$

$$k_b = \frac{6}{c_2 + 4} h_b \cos \beta \quad (110)$$

$$k_e = \frac{6}{c_2 + 4} h_e \cos(\gamma - \beta) \quad (111)$$

$$c_2 = \frac{2}{5}(-1 + \sqrt{6}) \quad (112)$$

Modificando a definição de D para o vetor que conecta B_0 e E_0 e definindo

$$d = d_1 = d_2 \quad (113)$$

obtém-se que:

$$d = D_x - d \cos(\pi - \gamma) \rightarrow D_x = d + d \cos \gamma \quad (114)$$

$$\frac{D_y}{d} = \sin(\pi - \gamma) \rightarrow D_y = d \sin \gamma \quad (115)$$

Substituindo os valores de D_x e D_y na condição de continuidade (equação 92), obtém-se:

$$F(\beta) = \cos^2(\gamma - \beta) \sin \beta [(c_1 + 6 \cos^2 \beta) d \sin \gamma - 6(d + d \cos \gamma) \cos \beta \sin \beta] \\ + \cos^2 \beta \sin(\gamma - \beta) [c_1(d \sin \gamma \cos \gamma - (d + d \cos \gamma) \sin \gamma) \\ + 6 \cos(\gamma - \beta)(d \sin \gamma \cos \beta - (d + d \cos \gamma) \sin \beta)] \quad (116)$$

Usando propriedades trigonométricas, a equação 116 pode ser rearranjada da seguinte forma:

$$F(\beta) = c_1 d \sin \gamma [\cos^2(\gamma - \beta) \sin \beta - \cos^2 \beta \sin(\gamma - \beta)] \\ + 6d \cos^2(\gamma - \beta) \sin \beta \left[\cos^2 \beta \sin \gamma - \cos^2 \frac{\gamma}{2} \sin 2\beta \right] \\ + 6d \cos^2 \beta \sin(\gamma - \beta) \cos(\gamma - \beta) [\sin(\gamma - \beta) - \sin \beta] \quad (117)$$

Se β for escolhido como

$$\beta = \frac{\gamma}{2} \quad (118)$$

verifica-se que a condição de continuidade

$$F(\beta) = 0 \quad (119)$$

sempre será válida. Usando essas condições, o cálculo dos oito pontos de controle das espirais é bastante simplificado.

$$h_b = \frac{(c_2 + 4)d \sin 2\beta \cos^2(\beta) \sin \beta}{[(c_1 - 6) \cos \beta \sin(\beta) + 6 \sin 2\beta] \cos \beta \sin 2\beta} \quad (120)$$

$$= c_3 d$$

$$h_e = \frac{h_b \cos^2 \beta \sin \beta}{\sin \beta \cos^2 \beta} = h_b \quad (121)$$

$$g_b = g_e = c_2 c_3 d \quad (122)$$

$$k_b = k_e = \frac{6c_3 \cos \beta}{c_2 + 4} d \quad (123)$$

onde

$$c_3 = (c_2 + 4)/(c_1 + 6) \quad (124)$$

Para definir completamente as espirais de Bézier, falta apenas determinar o valor de d . Para isso será considerada a curvatura máxima da curva. A curvatura máxima da G2CBS ocorre no ponto final da primeira espiral de Bézier. A primeira e a segunda derivadas da curva são dadas por:

$$\dot{\mathbf{P}}(1) = 3\vec{k}_b \quad (125)$$

$$\ddot{\mathbf{P}}(1) = 6\vec{k}_b - 6\vec{h}_b \quad (126)$$

$$\kappa_{max} = \frac{|\dot{\mathbf{P}}(1) \times \ddot{\mathbf{P}}(1)|}{|\dot{\mathbf{P}}(1)|^3} \quad (127)$$

$$= \frac{|3\vec{k}_b \times (6\vec{k}_b - 6\vec{h}_b)|}{|3\vec{k}_b|^3}$$

$$= \frac{2h_b \sin \beta}{3k_b^2}$$

Substituindo os valores de h_b e k_b obtém-se:

$$\kappa_{max} = \frac{2(c_3 d) \sin \beta}{3 \left[\left(\frac{6}{c_2 + 4} \right) (c_3 d) \cos \beta \right]^2} \quad (128)$$

$$= \left(\frac{(c_2 + 4)^2}{54c_3} \right) \frac{\tan \beta}{d \cos \beta}$$

$$d = \frac{c_4 \tan \beta}{\kappa_{max} \cos \beta} = \frac{c_4 \tan \frac{\gamma}{2}}{\kappa_{max} \cos \frac{\gamma}{2}} \quad (129)$$

onde

$$c_4 = \left(\frac{(c_2 + 4)^2}{54c_3} \right) \quad (130)$$

A Figura 49 apresenta um exemplo de curva obtida utilizando as constantes definidas anteriormente. Os *waypoints* foram colocados nos pontos (0,0), (10,0) e (8,10), e foi escolhido o valor da curvatura máxima κ_{max} como sendo 0,3 m⁻¹. Como pode ser visto na Figura 50, a curvatura da curva obtida é contínua e está limitada ao valor escolhido.

Figura 49 - G2CBS calculada analiticamente.

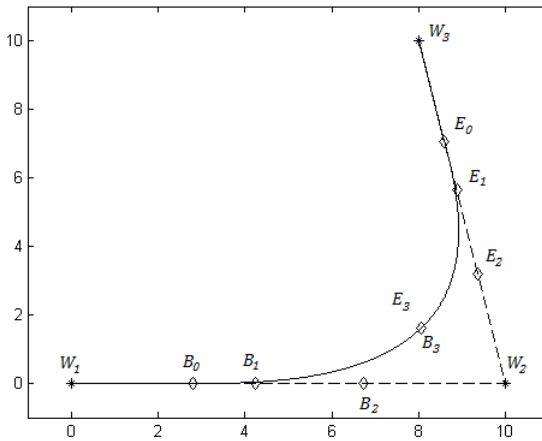
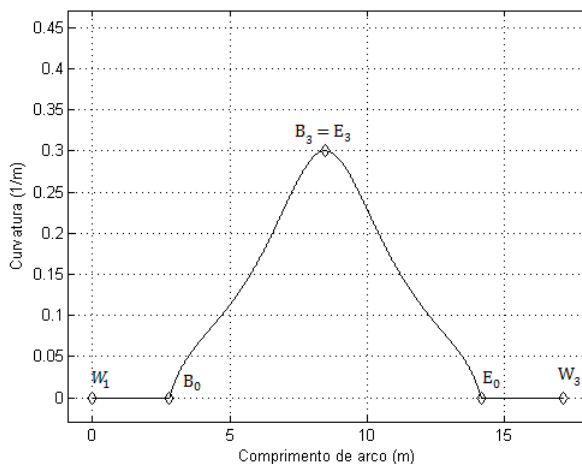


Figura 50 - Curvatura ao longo do comprimento de arco



5.1.1. Comentários sobre G2CBS

As espirais cúbicas de Bézier consistem na concatenação de duas curvas de Bézier. Como visto na seção anterior, a determinação dos oito pontos de controle necessários depende do ângulo γ , da curvatura máxima que o veículo pode seguir e de quatro constantes c_1 , c_2 , c_3 e c_4 .

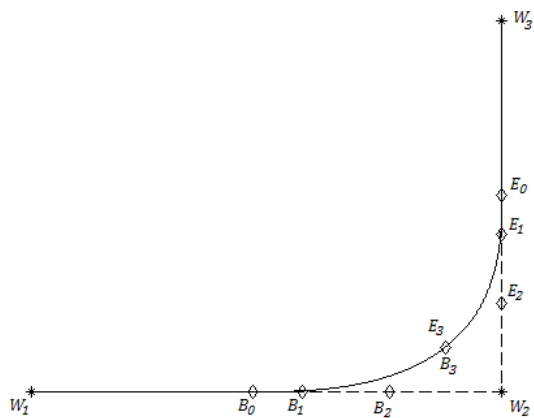
É possível verificar se é possível gerar a G2CBS através da variável d , definida na equação 129. Se a distância real entre os waypoints 1 e 2 ou 2 e 3 for menor do que a distância d , não é possível gerar corretamente a G2CBS pois os pontos de controle B_0 e E_0 assumirão posições inviáveis (B_0 atrás de W_1 e E_0 a frente de W_3).

Um raciocínio similar pode ser utilizado para verificar a possibilidade de se gerar as G2CBS necessárias. Considerando um conjunto de quatro waypoints, sem perda de generalidade, será possível gerar as G2CBS se:

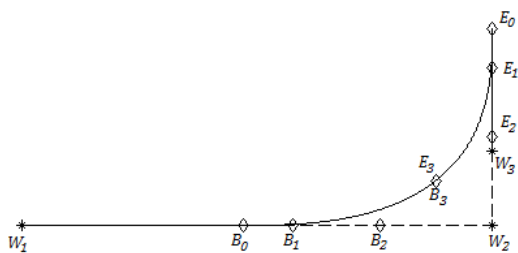
- i. A distância entre os waypoints 1 e 2 for maior ou igual a distância dx dada pela equação 129;
- ii. A distância entre os waypoints 3 e 4 for maior ou igual a distância dy dada pela equação 129;
- iii. A distância entre os waypoints 2 e 3 for maior ou igual a $dx + dy$.

A Figura 51 e a Figura 52 mostram os dois casos. É possível ver que nos dois casos onde não é respeitada a distância mínima entre os *waypoints* a ordem dos pontos é perdida. No caso com quatro *waypoints* fica mais evidente que o caminho gerado não é válido.

Figura 51 - Comparação entre G2CBSs com três waypoints: a) Válida b) Inválida.

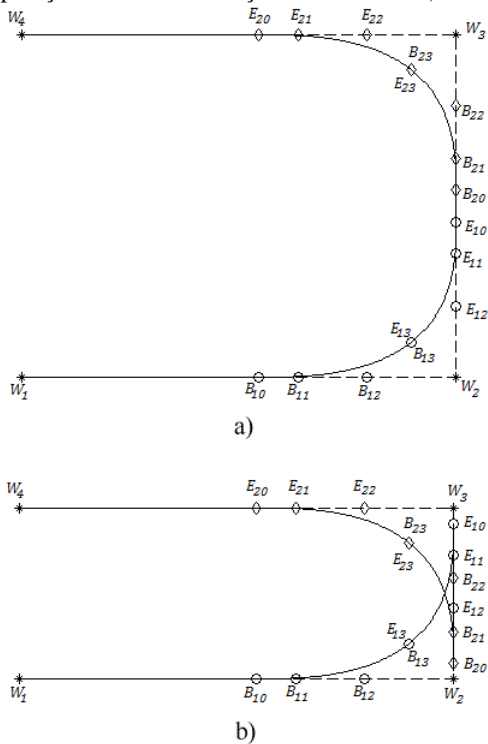


a)



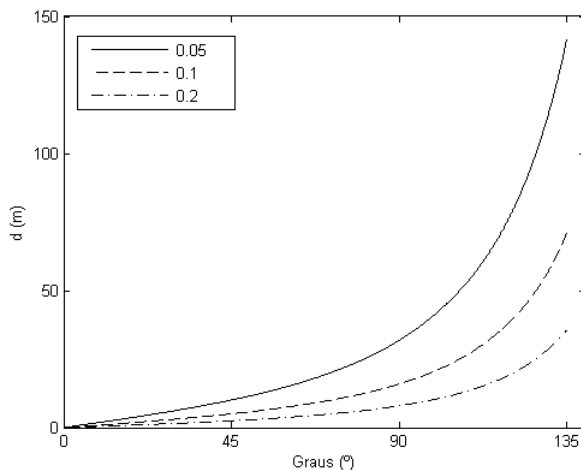
b)

Figura 52 - Comparação entre concatenação de G2CBSs: a) Válida b) Inválida



Outro ponto a ser notado é a dependência de d com γ . A equação 129 é válida para o intervalo $0 \leq \gamma < 180^\circ$. Na Figura 53 é apresentado o gráfico da equação 129, para γ variando de 0 a 135° , para diferentes valores de κ_{max} . Deve se notar que o valor de d cresce muito com γ . É, portanto, bastante interessante minimizar o valor de γ .

Figura 53 - Variação de d com γ .



5.2. ESTRATÉGIA PARA GERAÇÃO DE CAMINHO

Neste trabalho é proposta uma estratégia para a geração de caminho em zigzag com o objetivo de cobrir uma área previamente conhecida. Caminhos em zigzag são usados em diversas aplicações envolvendo robôs móveis devido à simplicidade e a garantia que área convexa pode ser completamente coberta (GALCERAN, 2014).

A estratégia proposta nesse trabalho é aplicável apenas a ambientes convexos.

Para implementar a estratégia a ser proposta é necessário conhecer a área a ser coberta, a orientação do caminho em zigzag α , a distância b entre as linhas do caminho em zigzag e a curvatura máxima κ_{max} que o veículo consegue seguir. O veículo é considerado um ponto com velocidade constante.

A estratégia proposta nesse trabalho possui as seguintes restrições:

- A área a ser coberta deve ser convexa;
- A área deve ser representada como uma lista de pontos;
- A distância b entre as linhas do caminho em zigzag deve ser maior ou igual a $2 \cdot d_{\pi/2}$

De forma geral, a estratégia consiste em colocar um caminho em zigzag sobre a área a ser coberta, encontrar os pontos de interseção entre

o caminho e a área, definir os *waypoints* básicos, suavizar o caminho obtido usando G2CBS. A estratégia é detalhada no Algoritmo 1:

Algoritmo 1 - Estratégia para geração de caminhos

- a. Rodar a lista de pontos pelo ângulo $(-\alpha)$;
- b. Encontrar os menores e maiores valores para as coordenadas x e y e atribuí-los as variáveis x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} ;
- c. Definir os seguintes pontos:

$$\mathbf{P}_{1i}^\alpha = (x_{min}, y_{min})$$

$$\mathbf{P}_{1f}^\alpha = (x_{min}, y_{max})$$

$$\mathbf{P}_{2i}^\alpha = (x_{max}, y_{min})$$

$$\mathbf{P}_{2f}^\alpha = (x_{max}, y_{max})$$
- d. Rodar os pontos \mathbf{P}_j^α pelo ângulo α , obtendo os pontos \mathbf{P}_j ;
- e. Definir o vetor direção de avanço do zigzag $\lambda = (\mathbf{P}_{1f} - \mathbf{P}_{1i}) / \|\mathbf{P}_{1f} - \mathbf{P}_{1i}\| = (\mathbf{P}_{2f} - \mathbf{P}_{2i}) / \|\mathbf{P}_{2f} - \mathbf{P}_{2i}\|$;
- f. Calcular o número máximo de linhas para cobrir a área $c = \lceil \lceil (\mathbf{P}_{1f} - \mathbf{P}_{1i}) \rceil / b \rceil$, onde $\lceil \cdot \rceil$ denota a função piso;
- g. Encontrar os pontos que formam o padrão zigzag da seguinte forma:
Para $j = 1$ até $j = c$, fazer:
Se j é ímpar:

$$\mathbf{P}_{c1} = \mathbf{P}_{1i} + j \cdot \lambda$$

$$\mathbf{P}_{c2} = \mathbf{P}_{2i} + j \cdot \lambda$$
 Senão

$$\mathbf{P}_{c1} = \mathbf{P}_{2i} + j \cdot \lambda$$

$$\mathbf{P}_{c2} = \mathbf{P}_{1i} + j \cdot \lambda$$
- Fim do Se
Gravar os valores de \mathbf{P}_{c1} e \mathbf{P}_{c2} no vetor \mathbf{Pc}
Fim
- h. Calcular os pontos de interseção entre \mathbf{Pc} e a área a ser coberta, obtendo \mathbf{Ptraj} ;
- i. Modificar \mathbf{Ptraj} de forma que a direção de avanço seja perpendicular à direção das linhas;
- j. Suavizar o caminho definido por \mathbf{Ptraj} usando G2CBS.

O processo é ilustrado na Figura 54 e na Figura 55. O passo i é necessário para garantir que será gerada uma trajetória válida. A distância necessária para suavizar o caminho entre *waypoints* cresce muito com o aumento do ângulo entre esses *waypoints*. É possível controlar essa distância fazendo com que a direção de avanço seja perpendicular à direção das linhas.

A estratégia aqui proposta cumpre com os seguintes requisitos definidos por Cao, Huang e Hall (1988) para um robô em missão de cobertura: cobertura do ambiente sem sobreposição de caminhos, operação contínua e sequencial, são usados caminhos simples. A possibilidade de cobertura total da área depende do formato da área. A obtenção de caminho ótimo pode ser conseguida através da mudança do ângulo de orientação do caminho em zigzag. No entanto, a estratégia não considera a presença de obstáculos. Para remediar essa limitação, será proposta uma estratégia para desvio de obstáculos.

Deve-se ter em mente que d_{min} é apenas a distância mínima necessária para-se gerar corretamente as G2CBS. Para uma aplicação real, é necessário considerar a distância requerida pelos sensores do veículo para a coleta correta de dados. Se essa distância for menor que d_{min} , a estratégia proposta não pode ser utilizada.

Figura 54 - Rotação.

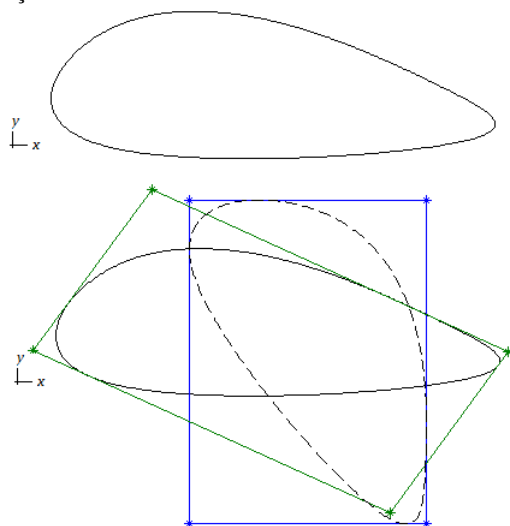
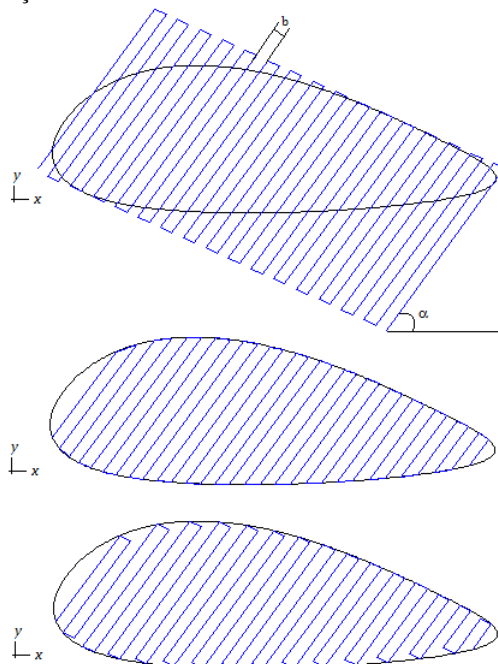


Figura 55 - Geração do caminho.



5.3. ESTRATÉGIA PARA DESVIO DE COLISÃO

A estratégia para desvio de colisão proposta neste trabalho é uma atualização da estratégia proposta por Proença, Simas e Martins (2015). Em Proença, Simas e Martins (2015) a estratégia para desvio de colisão consiste em gerar *waypoints* ao redor do obstáculo e suavizar o caminho obtido utilizando G2CBS.

Uma das limitações da estratégia original é que são considerados apenas obstáculos circulares. Essa simplificação não é adequada para obstáculos cujas dimensões são muito diferentes, por exemplo, um retângulo cuja largura é muito maior que o comprimento.

Para contornar essa limitação, foi desenvolvida uma nova abordagem capaz de lidar com obstáculos de qualquer formato. Essa abordagem consiste em encontrar um retângulo que limita o obstáculo, e que uma direção é paralela à direção seguida pelo veículo. Em seguida são gerados *waypoints* em torno do retângulo, e o caminho obtido é suavizado usando G2CBS.

A estratégia requer para sua implementação os *waypoints* iniciais e finais, W_i e W_f , e a curvatura máxima κ_{max} que o veículo consegue seguir. Assim como na estratégia para geração de caminhos, o veículo é considerado um ponto com velocidade constante.

O Algoritmo 2 detalha a estratégia:

Algoritmo 2 - Estratégia para desvio de colisão

- a. Encontrar o ângulo δ ;
- b. Rodar o obstáculo de $-\delta$;
- c. Encontrar os menores e maiores valores para as coordenadas x e y do obstáculo e atribuí-los as variáveis x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} ;
- d. Definir um retângulo a partir dos seguintes pontos:

$$P_1^\delta = (x_{min}, y_{min})$$

$$P_2^\delta = (x_{max}, y_{min})$$

$$P_3^\delta = (x_{min}, y_{max})$$

$$P_4^\delta = (x_{max}, y_{max})$$
- e. Rodar os pontos P_j^δ pelo ângulo δ , obtendo os pontos P_j ;
- f. Encontrar os pontos de contato (Pc_1 e Pc_2) entre a trajetória inicial e o retângulo dado pelos pontos P_j ;
- g. Calcular $Pt_1 = (P_1 + P_2)/2$ e $Pt_2 = (P_3 + P_4)/2$

- h. Calcular a distância d_p entre \mathbf{Pt}_1 e \mathbf{Pt}_2 e trajetória inicial e escolher o ponto com menor d_p ;
- i. Calcular o ponto médio \mathbf{Pm}_i entre \mathbf{W}_i e \mathbf{Pc}_1 ;
- j. Calcular $\gamma m_i = \tan^{-1} \frac{d_p}{\|\overrightarrow{W_i P m_i}\|}$;
- k. Calcular $dm_i = c_4 \frac{\tan(\gamma m_i/2)}{\kappa_{max} \cdot \cos(\gamma m_i/2)}$;
- l. Repetir os passos d, e, f, utilizando \mathbf{W}_f e \mathbf{Pc}_2 ;
- m. Calcular $d_{\frac{\pi}{2}} = c_4 \frac{\sqrt{2}}{\kappa_{max}}$;
- n. Calcular os waypoints usando as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_0 &= \mathbf{Pc}_1 - \min \left(\left(\frac{d_{\frac{\pi}{2}} + a_i}{2} - \frac{\|\mathbf{Pc}_2 - \mathbf{Pc}_1\|}{2} \right), \left(\frac{\|\mathbf{Pc}_1 - \mathbf{W}_i\|}{2} \right) \right) \cdot \mathbf{e} \end{aligned}$$

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{P}_t - a_i \cdot \mathbf{e}$$

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{P}_t + a_f \cdot \mathbf{e}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_3 &= \mathbf{Pc}_2 + \min \left(\left(\frac{d_{\frac{\pi}{2}} + a_f}{2} - \frac{\|\mathbf{Pc}_2 - \mathbf{Pc}_1\|}{2} \right), \left(\frac{\|\mathbf{W}_f - \mathbf{Pc}_2\|}{2} \right) \right) \cdot \mathbf{e} \end{aligned}$$

onde $a_i = \max \left(dm_i, \frac{\|\mathbf{Pc}_2 - \mathbf{Pc}_1\|}{2} \right)$,
 $a_f = \max \left(dm_f, \frac{\|\mathbf{Pc}_2 - \mathbf{Pc}_1\|}{2} \right)$, \mathbf{e} é o vetor unitário na direção $\overrightarrow{W_i W_f}$;

- o. Calcular $d_\eta = c_4 \frac{\tan \eta/2}{\kappa_{max} \cdot \cos \eta/2}$, onde η é o ângulo entre $\overrightarrow{W_h W_i}$ e $\overrightarrow{W_i W_f}$. Se \mathbf{W}_h não existir $d_\eta = 0$;
- p. Checar se $\|\mathbf{W}_0 - \mathbf{W}_i\| < (dm_i + d_\eta)$, caso seja verdadeiro o algoritmo irá falhar em encontrar um caminho para o κ_{max} especificado.
- q. Calcular $d_\alpha = c_4 \frac{\tan \alpha/2}{\kappa_{max} \cdot \cos \alpha/2}$, onde α é o ângulo entre $\overrightarrow{W_3 W_f}$ e $\overrightarrow{W_f W_g}$. Se \mathbf{W}_g não existir $d_\alpha = 0$;
- r. Checar se $\|\mathbf{W}_f - \mathbf{W}_3\| < (dm_f + d_\alpha)$, caso seja verdadeiro:
- Remover \mathbf{W}_3 ;
 - Calcular $d_\beta = c_4 \frac{\tan \beta/2}{\kappa_{max} \cdot \cos \beta/2}$, onde β é o

ângulo entre $\overrightarrow{W_2W_f}$ e $\overrightarrow{W_fW_g}$. Se W_g não existir $d_\beta = 0$;

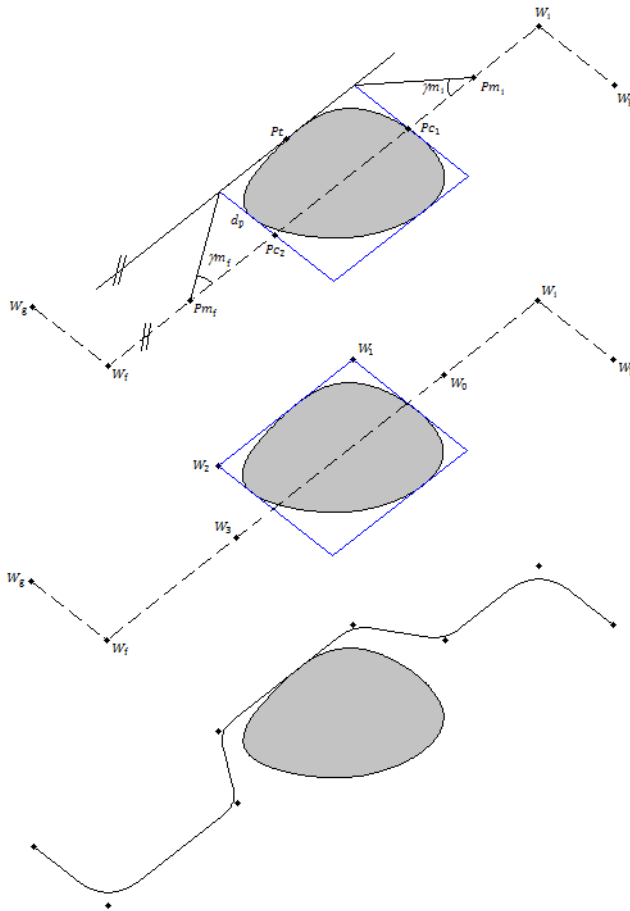
c. Checar se $\|W_f - W_2\| < (dm_f + d_\beta)$, caso seja verdadeiro o algoritmo irá falhar em encontrar um caminho para o κ_{max} especificado.

s. Gerar o caminho.

A Figura 56 ilustra o processo. Como é construído um retângulo ao redor do obstáculo, a estratégia é aplicável tanto para obstáculos côncavos quanto para convexos. Neste trabalho os obstáculos são definidos como B-splines fechadas. A equação 129 é de grande importância para essa estratégia, pois a viabilidade do caminho gerado é verificada através dessa equação.

Como o veículo é considerado um ponto se movendo no plano, deve-se adicionar uma margem de segurança às dimensões dos obstáculos, afim de, efetivamente, evitar as colisões. Essa margem de segurança pode ser adicionada durante a construção do retângulo ao redor do obstáculo, por exemplo.

Figura 56 - Desvio de obstáculo.



5.4. ESTRATÉGIA PARA OTIMIZAÇÃO DO CAMINHO GERADO

Utilizando as estratégias propostas nas seções anteriores é possível gerar um caminho para um veículo subaquático que cobre uma área convexa e desvia de obstáculos.

Considerando constante a curvatura máxima κ_{max} do veículo e a distância b entre as linhas do caminho em zigzag, o único parâmetro que modifica o caminho gerado é α , a orientação do caminho.

Conforme apresentado em Mason e Menezes (2008), diversas métricas podem ser utilizadas para quantificar a otimalidade de um caminho, como por exemplo:

- Número de curvas realizadas no caminho;
- Comprimento total do caminho;
- Porcentagem total da área coberta;
- Sobreposição no caminho gerado;
- Energia necessária para percorrer o caminho;
- Tempo necessário para percorrer o caminho;

Neste trabalho serão consideradas duas métricas, o número de curvas e o comprimento total do caminho.

A qualidade de uma missão realizada por um veículo subaquático está relacionada ao número de curvas realizadas durante essa missão. Conforme apresentado por Fang e Anstee (2010), dados obtidos enquanto o veículo faz curva devem ser descartados. Por esse motivo, uma das prioridades durante o planejamento de movimento para um veículo subaquático é a minimização do número de curvas no caminho.

Como nesse trabalho o veículo considerado possui velocidade constante e não está sujeito a correntezas ou outras condições externas, o gasto de energia e o tempo necessário para percorrer o caminho são diretamente ligados ao comprimento total do caminho e ao número de curvas realizadas. Para as condições adotadas nesse trabalho, e mesmo número de curvas realizadas, o caminho de menor comprimento é o caminho com menor gasto de energia e é o mais rápido de se percorrer.

Dessa forma, para encontrar o caminho ótimo deve-se encontrar a orientação α do caminho em zigzag que minimize o número de curvas e o comprimento total do caminho.

As estratégias propostas para geração de caminhos e desvio de colisão são relativamente rápidas. Pode-se então rodar os algoritmos variando apenas a orientação do caminho e no final escolher o α que resulta no menor número de curvas e menor comprimento.

Essa abordagem, no entanto, não é muito eficiente se deseja aumentar a precisão de α , sendo necessária uma forma de reduzir o espaço de busca.

Conjecturou-se que, dadas as condições adotadas para o problema, a orientação do caminho ótimo seria a mesma que a do retângulo delimitador de área mínima (em inglês, *minimum area bounding rectangle*, MABR) da área a ser coberta. Não é possível

afirmar que a orientação do caminho ótimo corresponde à orientação do MABR, ainda mais quando se considera a presença de obstáculos. No entanto, verificou-se nos casos estudados que a orientação ótima é próxima a orientação do MABR.

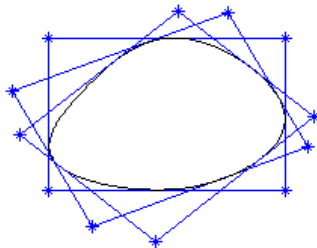
A estratégia proposta para encontrar o caminho ótimo é apresentada no Algoritmo 3.

Algoritmo 3 - Estratégia para otimização de caminhos

- a) Para α de 0 a 360 fazer:
 - a. Rodar a lista de pontos pelo ângulo $-\alpha$;
 - b. Encontrar os menores e maiores valores para as coordenadas x e y e atribuí-los as variáveis x_{min} , x_{max} , y_{min} , y_{max} ;
 - c. Calcular a área $A = (x_{max} - x_{min}) \cdot (y_{max} - y_{min})$;
 - d. Salvar os valores de A numa lista;
- b) Selecionar os α que resultam nas menores áreas e salvá-los numa lista;
- c) Para a lista de α que resultam nas menores áreas:
 - a. Rodar o algoritmo para geração de caminho;
 - b. Rodar o algoritmo para evitamento de colisão;
 - c. Encontrar o número de curvas realizadas;
 - d. Calcular o comprimento total do caminho;
- d) Selecionar o α que resulta no caminho com menor número de curvas e menor comprimento.

A técnica utilizada para encontrar o MABR é conhecida como “rotating calipers” e foi utilizada pela primeira vez em Shamos (1978). A Figura 57 ilustra o processo.

Figura 57 - Visualização do processo para encontrar o MABR.



6. TESTES DAS ESTRATÉGIAS PROPOSTAS

Nesta seção são testadas as estratégias propostas nas seções anteriores. Primeiro será calculado a curvatura máxima que o veículo subaquático pode seguir. A seguir são testadas as estratégias para geração de caminhos, desvio de colisão com obstáculo e finalmente a estratégia para otimização da geração de caminhos. Os testes foram feitos utilizando o software MATLAB.

6.1. CÁLCULO DA CURVATURA MÁXIMA

A curvatura máxima que o veículo subaquático pode seguir é dada pela equação 91, repetida aqui por conveniência.

$$\kappa_{max} = \left| \frac{\tau_{\psi}}{u \cdot N_r} \right| \quad (91)$$

Para calcular κ_{max} são necessárias expressões para τ_{ψ} e N_r . A velocidade u é considerada constante. Serão utilizadas as expressões apresentadas por Wang, Zhang e Schaefer (2014) para este fim.

τ_{ψ} é dada pela equação 58, que por sua vez é dada pela equação 61 e por $\mathbf{b}_{\tau_{\psi}}$, disponível na Tabela 4. Todas as equações são repetidas aqui por conveniência.

$$\tau_{\psi} = \Phi_{\beta} \cdot \mathbf{b}_{\tau_{\psi}} \quad (58)$$

$$\Phi_{\beta} = [\beta u; \beta^3 u; \beta u^2; \beta u^3] \quad (61)$$

$$\mathbf{b}_{\tau_{\psi}} = [-0,0045; 0; -0,1131; 0]^T$$

Realizando a multiplicação obtém-se:

$$\tau_{\psi} = -0,0045 \cdot \beta \cdot u - 0,1131 \cdot \beta \cdot u^2 \quad (131)$$

O termo N_r foi obtido a partir de ensaios em campo e simulações numéricas realizadas por Wang, Zhang e Schaefer (2014), assim como todos os outros parâmetros hidrodinâmicos do EcoMapper. N_r é simplesmente dado por:

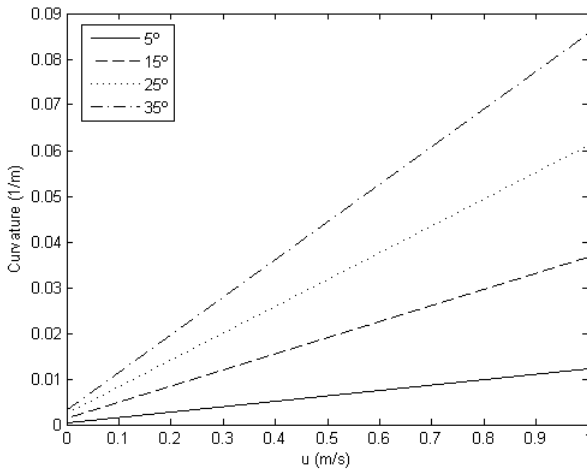
$$N_r = -48 \text{ N} \cdot \text{s/m} \quad (132)$$

Substituindo as expressões para τ_ψ e N_r na equação 91, obtém-se a seguinte expressão para a curvatura máxima que o veículo subaquático pode seguir em função de sua velocidade u e ângulo da superfície de controle β :

$$\kappa_{max} = |0,00009375 \cdot \beta + 0,00235625 \cdot \beta \cdot u| \quad (133)$$

As expressões apresentadas por Wang, Zhang e Schaefer (2014) são válidas para β variando de -35° a $+35^\circ$, e u variando de 0 a 1 m/s. A Figura 58 apresenta a variação do valor de κ_{max} dentro dessa faixa de valores de β e u .

Figura 58 - Variação da curvatura.



Escolhendo $\beta = 35^\circ$ e $u = 1 \text{ m/s}$, obtém-se que a curvatura máxima que o veículo pode seguir é

$$\kappa_{max} = 0,0857 \text{ m}^{-1} \quad (134)$$

ou

$$\rho_{min} = \frac{1}{\kappa_{max}} = 11,67 \text{ m} \quad (135)$$

Utilizando o κ_{max} calculado obtém-se que a distância mínima entre as linhas de zigzag é:

$$d_{min} = 2 \cdot d_{\frac{\pi}{2}} = \frac{2 \cdot c_4 \tan \frac{\pi}{4}}{\kappa_{max} \cos \frac{\pi}{4}} = 37,05 \text{ m} \quad (136)$$

Dessa forma, para todos os casos estudados a distância entre as linhas de zigzag escolhida foi 38 m.

Deve-se ter em mente que d_{min} é apenas a distância mínima necessária para-se gerar corretamente as G2CBS. Para uma aplicação real, é necessário considerar a distância requerida pelos sensores do veículo para a coleta correta de dados. Se essa distância for menor que d_{min} , a estratégia proposta não pode ser utilizada.

6.2. GERAÇÃO DE CAMINHOS

A estratégia para geração de caminhos foi usada em três áreas fictícias diferentes, com o objetivo de testar a estratégia e conhecer suas capacidades e limitações. O início do caminho é marcado com um “x” e o fim com um “o”.

6.2.1. Caso I

O Caso I consiste em utilizar a estratégia em uma área convexa bastante simples. Os ângulos escolhidos de varredura escolhido foram 0 e 60 graus.

Figura 59 - Geração de caminho, Caso I, 0 graus.

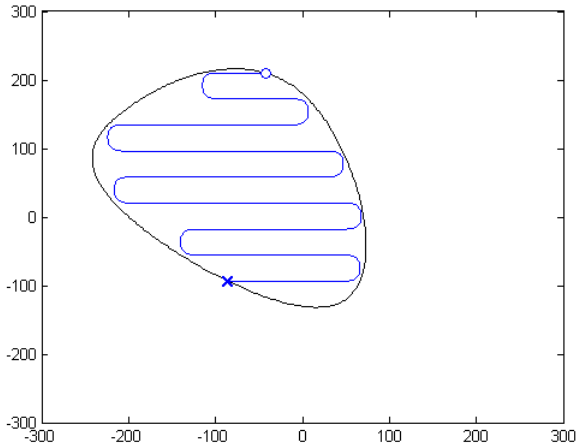
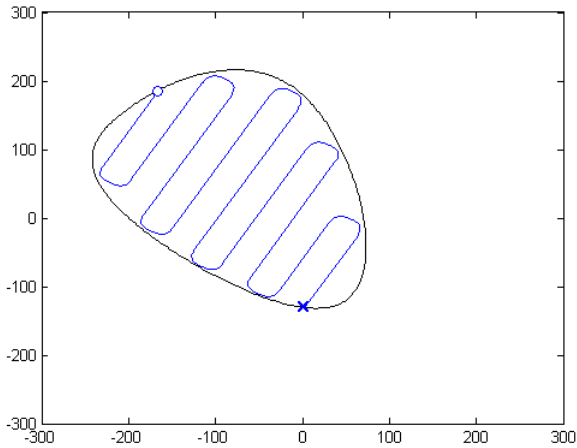


Figura 60 - Geração de caminho, Caso I, 60 graus.



6.2.2. Caso II

Para o Caso II foi escolhida uma área convexa mais complexa que a área do Caso I. Os ângulos de varredura escolhidos foram 45 e 150 graus.

Figura 61 - Geração de caminho, Caso II, 45 graus.

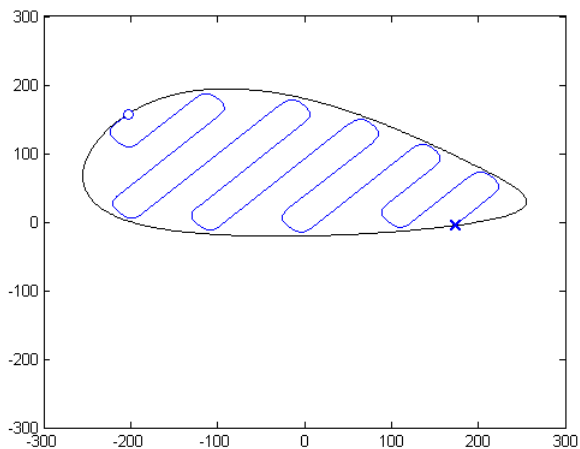
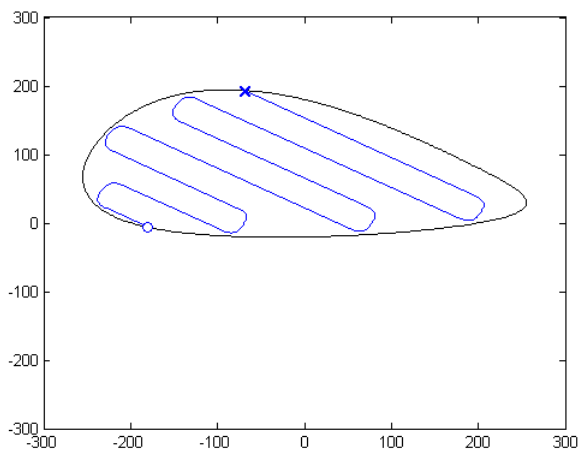


Figura 62- Geração de caminho, Caso II, 150 graus.



6.2.3. Caso III

No Caso III a estratégia para geração de caminhos é aplicada em uma área côncava. Os ângulos escolhidos foram

Figura 63 - Geração de caminho, Caso III, 10 graus.

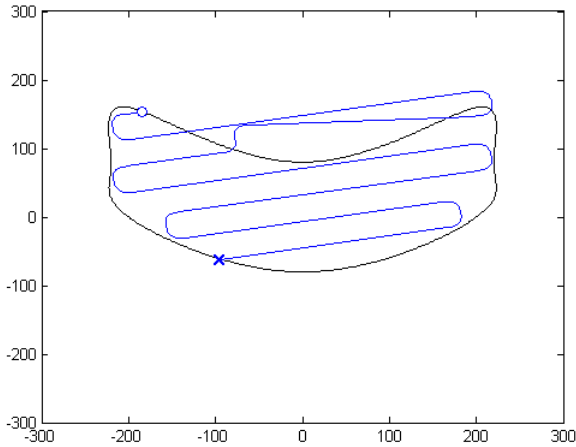
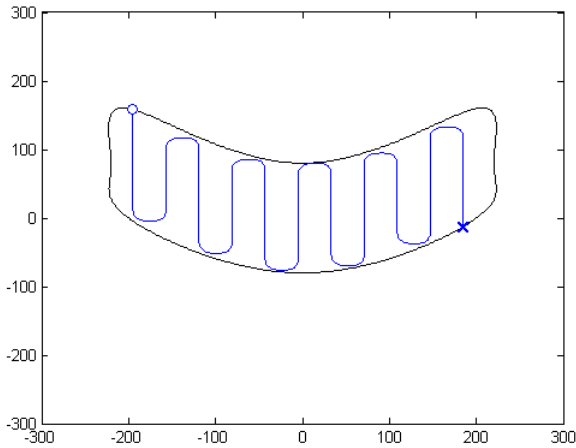


Figura 64 - Geração de caminho, Caso III, 90 graus.



6.2.4. Comentários sobre a geração de caminhos

A estratégia desenvolvida mostrou-se bastante rápida e adequada pra áreas convexas, sendo possível escolher qualquer ângulo de varredura. No entanto, a estratégia não é adequada para áreas côncavas. Como o Caso III mostrou, é possível gerar caminhos válidos para áreas

côncavas se o ângulo de varredura for escolhido adequadamente. No entanto, não é possível afirmar que tal ângulo exista para todas as áreas.

6.3. DESVIO DE OBSTÁCULO

A estratégia para desvio de obstáculos proposta em Proença, Simas e Martins (2015) foi expandida de forma a ser aplicável a obstáculos com qualquer formato e não apenas obstáculos circulares. A Figura 65 e a Figura 66 mostram os diferentes caminhos obtidos para evitar a colisão com um obstáculo dependendo da direção original do veículo.

Figura 65 - Desvio de um obstáculo, 0 graus.

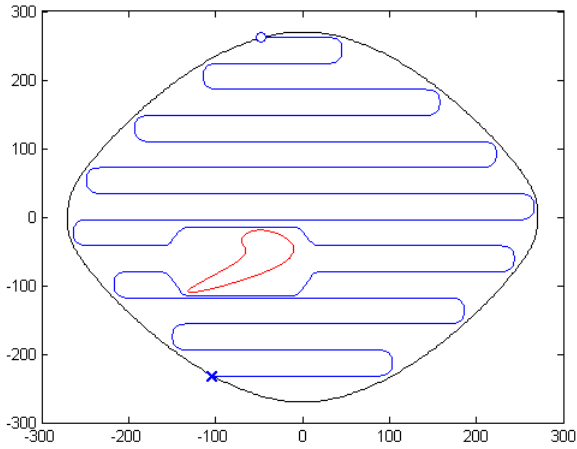


Figura 66 - Desvio de um obstáculo, 135 graus.

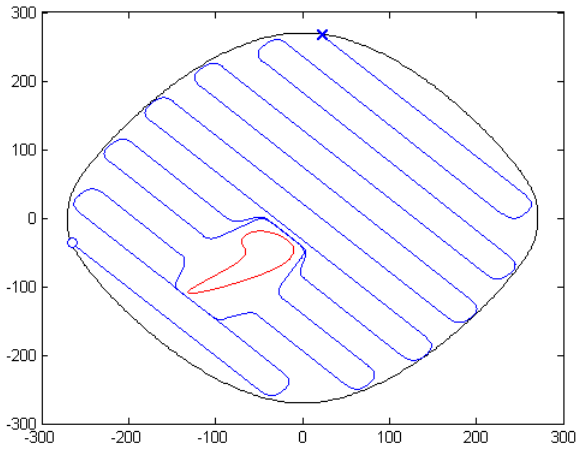
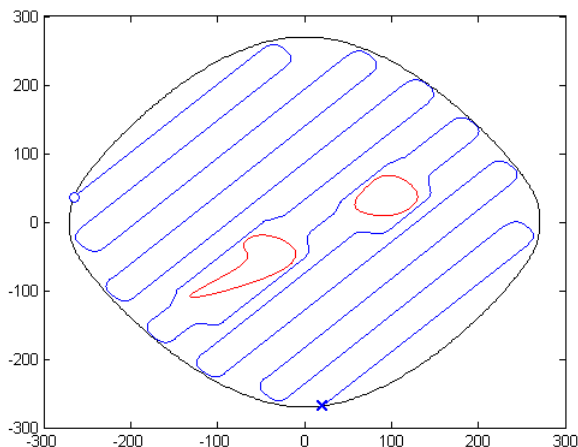


Figura 67 - Desvio de dois obstáculos, 45 graus.



6.3.1. Comentários sobre a estratégia para desvio de obstáculos

A estratégia apresentada em Proença, Simas e Martins (2015) considerava apenas obstáculos circulares. Essa abordagem não é adequada se os obstáculos possuírem uma dimensão muito maior que a outra. Para contornar essa limitação optou-se por construir um retângulo ao redor do obstáculo com dois lados alinhados à direção original que o robô se movimentava.

Essa nova abordagem pode ser aplicada a qualquer tipo de obstáculo. No entanto, ela apresenta como desvantagem um desvio muito grande do caminho original, como pode ser visto na Figura 65.

6.4. OTIMIZAÇÃO

A estratégia para otimização da orientação do caminho foi testada em cinco áreas diferentes, com e sem a presença de obstáculos. As métricas escolhidas para avaliar os resultados foram o número total de curvas, o comprimento do caminho gerado e o tempo necessário para rodar a otimização. Os resultados obtidos foram comparados com a estratégia para otimização proposta por Oksanen e Visala (2009) em todos os casos.

Em Oksanen e Visala (2009) inicialmente são verificadas as direções 0, 30, 60, 90, 120 e 150 graus. As três melhores direções são

mantidas, o *step size* é diminuído pela metade, e verificam-se as direções nas vizinhanças das três melhores direções anteriores. O processo é repetido até se obter a resolução desejada. De acordo com (Oksanen & Visala, 2009), uma resolução menor que 1 grau se mostrou suficiente, a qual é atingida após cinco iterações.

As tabelas 5, 6, 7 e 8 apresentam os resultados obtidos. A seguir são apresentados os caminhos ótimos obtidos pelas duas estratégias testadas.

Tabela 5 - Resultados da otimização, sem obstáculos (MABR)

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV	Caso V
Âng. ótimo (graus)	185,63	158,44	92,81	45	359,06
N. de curvas	10	14	12	14	24
Compr. Total (km)	1,8299	2,1903	2,925	2,7581	6,0644
Tempo processamento (s)	10,99	20,7	11,95	1,88	29,9

Tabela 6 - Resultados da otimização, sem obstáculos (Oksanen e Visala)

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV	Caso V
Âng. ótimo (graus)	187,5	7,5	97,5	45	359,06
N. de curvas	10	12	12	14	24
Compr. Total (km)	1,7795	2,1606	2,8614	2,7581	6,0644
Tempo processamento (s)	29,93	24,24	28,47	30,85	47,39

Tabela 7 - Resultados da otimização, com obstáculos (MABR)

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV	Caso V
Âng. ótimo (graus)	185,63	150	87,19	45	170,63
N. de curvas	14	24	22	24	38
Compr. Total (km)	1,864	2,33	3,0957	3,21	6,3198
Tempo processamento (s)	10,67	23,48	14,38	2,2	37,67

Tabela 8 - Resultado da otimização, com obstáculo (Oksanen e Visala)

	Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV	Caso V
Âng. ótimo (graus)	183,75	7,5	82,5	37,5	29,0625
N. de curvas	14	18	22	20	36
Compr. Total (km)	1,9091	2,3084	3,0906	3,1255	6,2971
Tempo processamento (s)	29,74	29,74	32,45	37,89	57,53

6.4.1. Área I – Sem obstáculos

Figura 68 - Área I, Sem obstáculo, MABR.

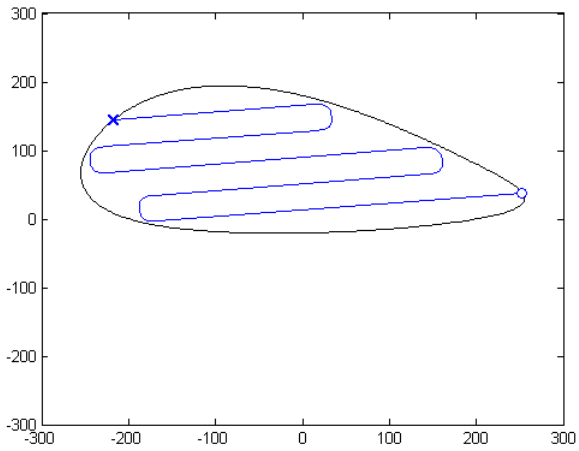
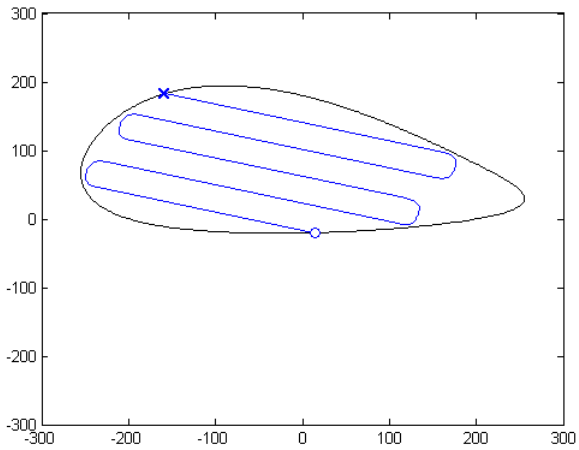


Figura 69 - Área I, sem obstáculo, Oksanen e Visala



6.4.2. Área I – Com obstáculos

Figura 70 - Área I, com obstáculo, MABR

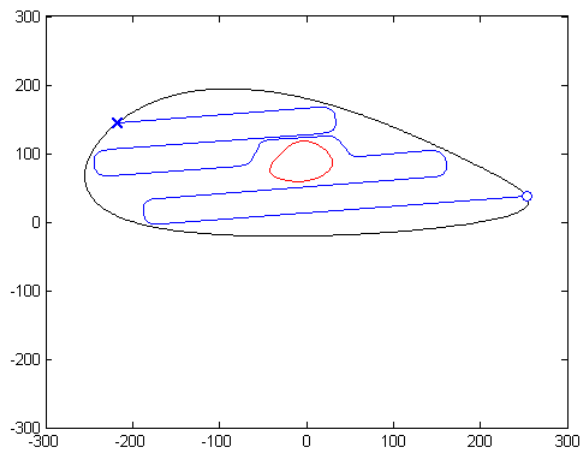
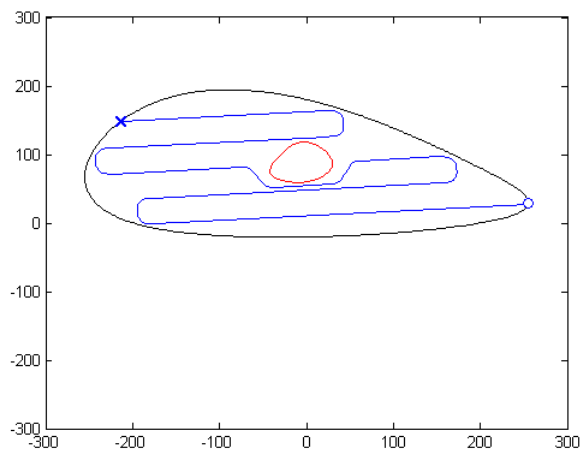


Figura 71 - Área I com obstáculo, Oksanen e Visala



6.4.3. Área II – Sem obstáculos

Figura 72 - Área II, sem obstáculo, MABR

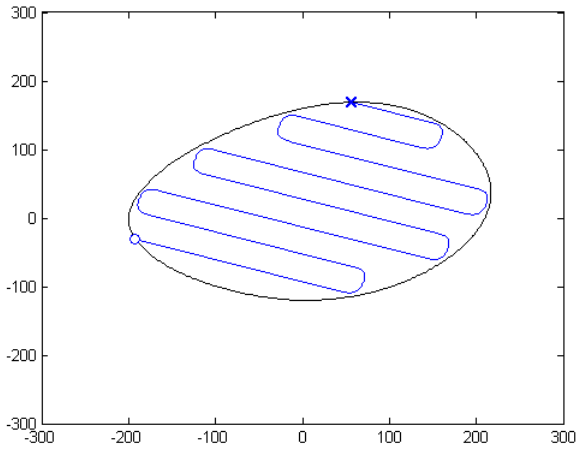
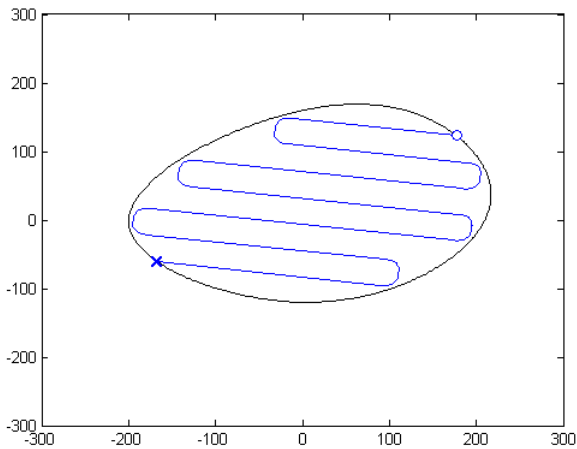


Figura 73 - Área II, sem obstáculo, Oksanen e Visala.



6.4.4. Área II – Com obstáculos

Figura 74 - Área II, com obstáculo, MABR.

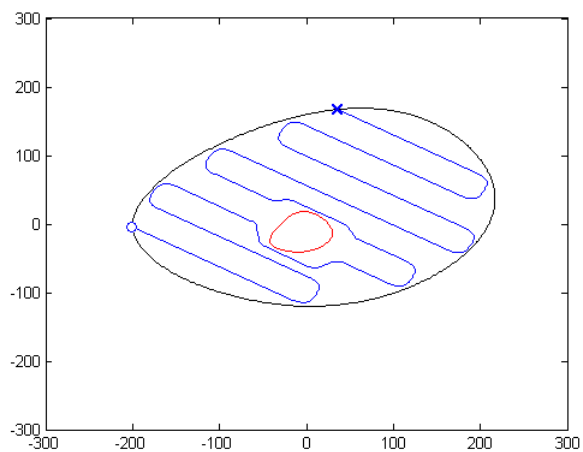
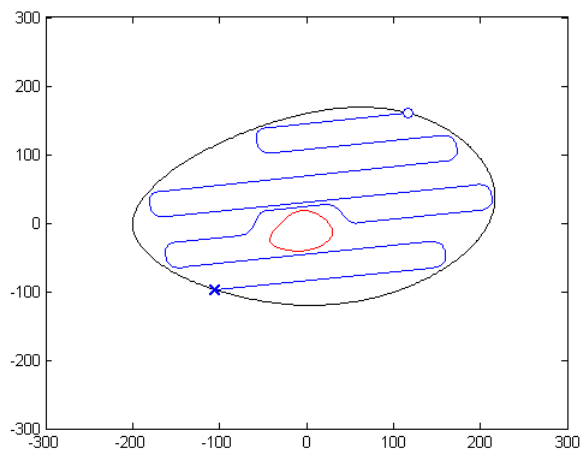


Figura 75 - Área II, com obstáculo, Oksanen e Visala.



6.4.5. Área III – Sem obstáculos

Figura 76 - Área III, sem obstáculos, MABR.

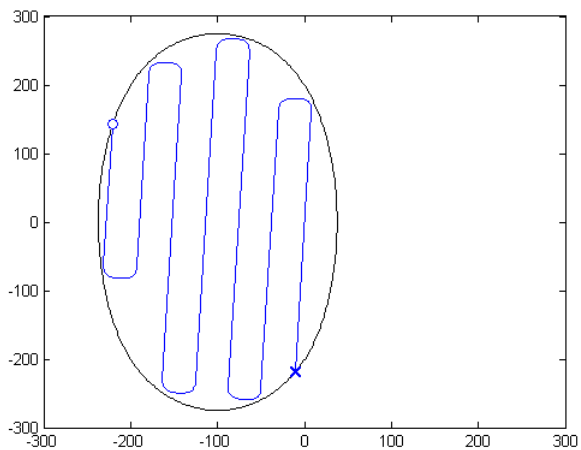
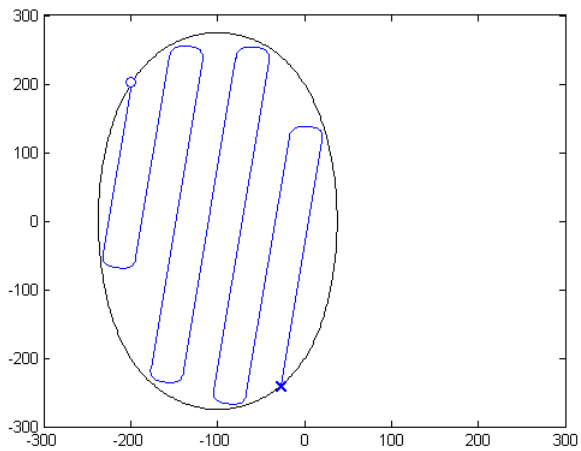


Figura 77 - Área III, sem obstáculos, Oksanen e Visala.



6.4.6. Área III – Com obstáculos

Figura 78 - Área III, com obstáculos, MABR.

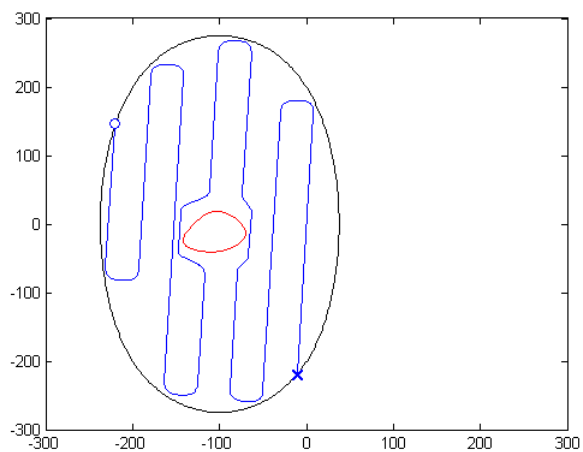
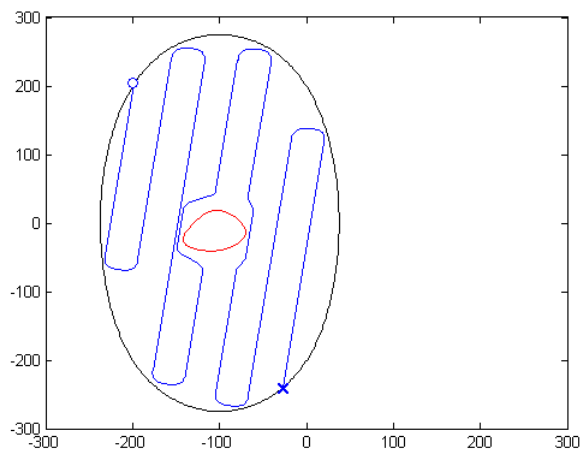
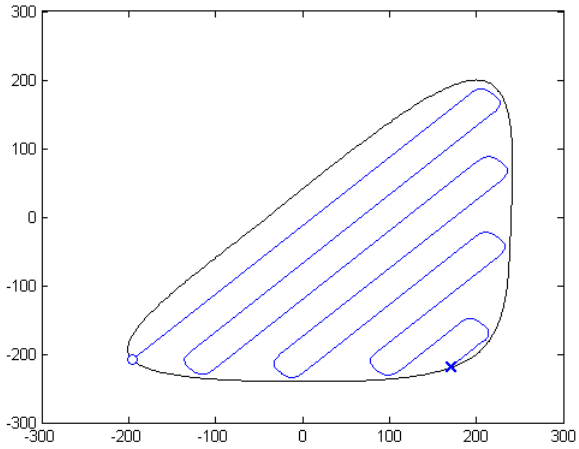


Figura 79 - Área III, com obstáculos, Oksanen e Visala.



6.4.7. Área IV – Sem obstáculos

Figura 80 - Área IV, sem obstáculos.



6.4.8. Área IV – Com obstáculos

Figura 81 - Área IV, com obstáculo, MABR.

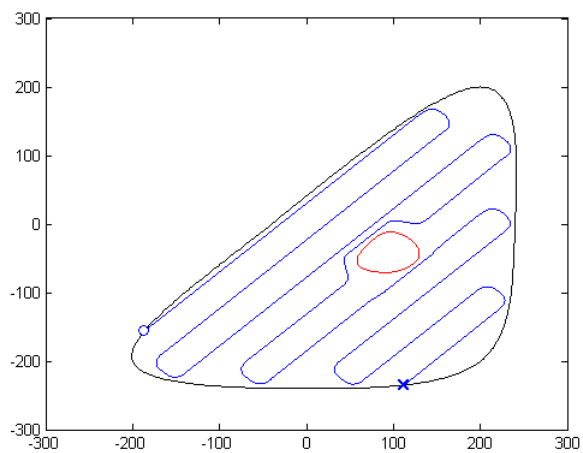
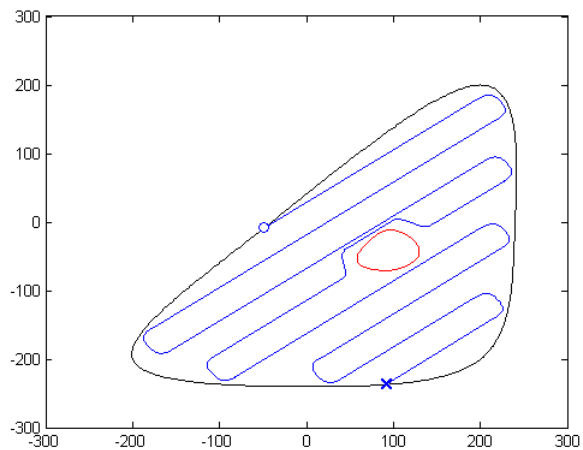
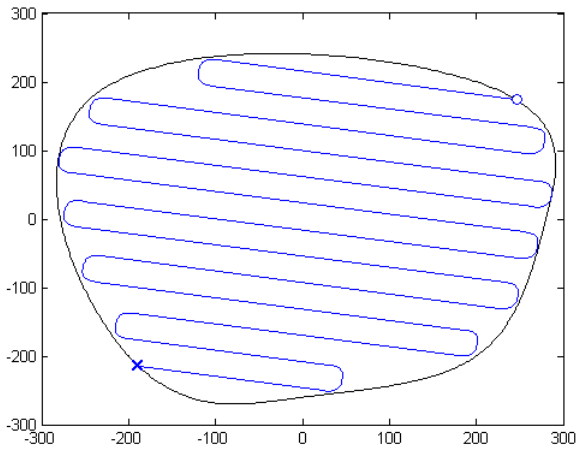


Figura 82 - Área IV, com obstáculo, Oksanen e Visala.



6.4.9. Área V – Sem obstáculos

Figura 83 - Área V, sem obstáculos.



6.4.10. Área V – Com obstáculos

Figura 84 - Área V, com obstáculos, MABR.

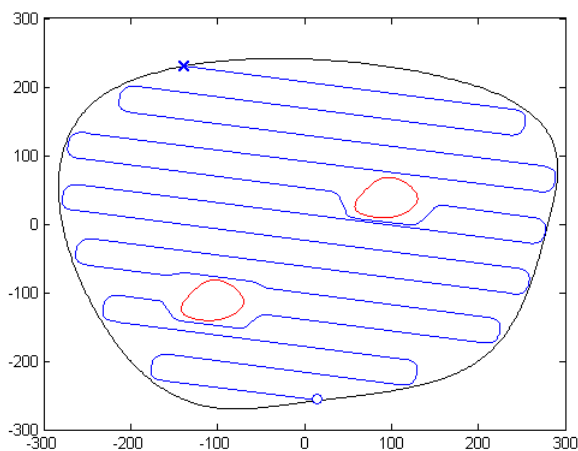
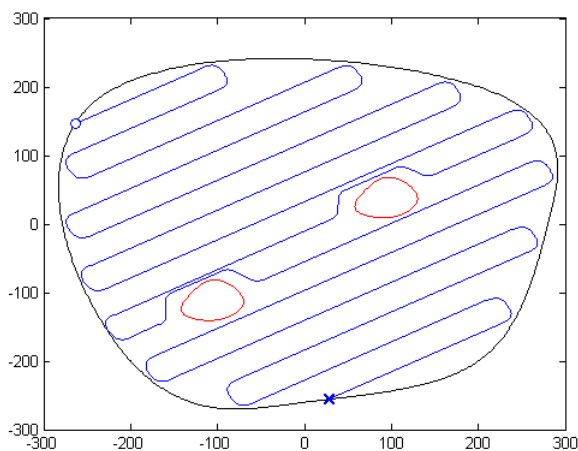


Figura 85 - Área V, com obstáculos, Oksanen e Visala.



6.4.11. Comentários sobre as estratégias de otimização

As métricas para avaliar a otimalidade dos caminhos se mostraram relativamente simples de serem obtidas. O número de curvas é facilmente obtido através do número de *waypoints* gerados pelas estratégias para geração de caminhos e desvio de colisão. A distância

percorrida pode ser aproximada pela distância entre os *waypoints* gerados, ou ser calculada a partir do caminho suavizado por G2CBS. No entanto, notou-se que não é realmente possível atestar a maior qualidade dos caminhos obtidos utilizando apenas essas duas métricas, sendo necessário usar métricas adicionais, como, por exemplo, a porcentagem da área total coberta.

Comparando os resultados obtidos nas simulações de otimizações, nota-se que a estratégia proposta por Oksanen e Visala (2009) resultou em caminhos mais curtos e com menor número de curvas, porém o tempo necessário para obter a solução foi mais longo.

Para os casos sem obstáculos as duas estratégias encontraram soluções similares, mas com a estratégia proposta por Oksanen e Visala (2009) resultando consistentemente em caminhos mais curtos e com menor número de curvas. Para os casos com obstáculos a diferença entre as duas estratégias foi maior.

A explicação para isso é que a estratégia proposta nesse trabalho não leva em consideração a presença de obstáculos para definir a região de busca da melhor solução, ou seja, a região de busca para uma área sem obstáculos é a mesma que para a mesma área com obstáculos.

A estratégia proposta por Oksanen e Visala (2009) representa uma busca sistematizada dentro do universo de possibilidades, o que acaba por tornar a busca mais longa, no entanto os resultados obtidos são consistentemente ótimos. Em um contexto de um planejador de caminhos *offline*, a estratégia proposta por Oksanen e Visala (2009) é mais interessante do que a estratégia proposta nesse trabalho.

7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Nesse trabalho foi estudado o problema de planejamento de caminhos para veículos subaquáticos. Foi feita uma revisão bibliográfica dos principais métodos utilizados para planejamento de caminho para dois dos tipos de missões realizadas por veículos subaquáticos: navegação e cobertura de área.

Verificou-se que, dos métodos estudados para o planejamento de caminho para cobertura de área, nenhum considerava as restrições cinemáticas e dinâmicas dos veículos. Durante o estudo dos métodos usados para navegação, foi encontrado que o uso de espirais cúbicas de Bézier com continuidade G^2 (G2CBS) é uma maneira bastante simples de se incluir uma aproximação para as restrições cinemáticas e dinâmicas do veículo no processo de planejamento de caminhos. As G2CBS geram um caminho com curvatura máxima pré-definida entre três pontos também definidos previamente. Não foi encontrado nenhum trabalho que utilizasse as G2CBS no processo de planejamento de caminhos para cobertura de área.

É apresentada uma revisão das equações cinemáticas e dinâmicas para veículos subaquáticos, assim como a dedução das G2CBS. A partir das equações cinemáticas e dinâmicas é deduzida uma equação para obter a curvatura máxima que um veículo subaquático consegue seguir.

Essa equação é válida apenas para veículos com três planos de simetria, com flutuabilidade neutra, se movendo em baixa velocidade no plano, e também possui apenas velocidade linear em *surge*. Esse escopo engloba a maioria dos AUVs. A equação requer o conhecimento de parâmetros hidrodinâmicos do veículo, o que não são facilmente obtidos. No entanto, se esses parâmetros estiverem disponíveis, pode-se rapidamente avaliar a curvatura máxima que o veículo pode seguir utilizando a equação proposta nesse trabalho.

São propostas três estratégias diferentes nesse trabalho: uma para geração de caminhos dentro de uma área convexa, uma para desvio de obstáculos, e uma para encontrar o caminho ótimo dentro de uma área convexa.

As estratégias propostas foram testadas utilizando MATLAB. Foi utilizado um modelo matemático do AUV EcoMapper nos testes. As estratégias para geração de caminho e desvio de obstáculo mostraram bons resultados, a estratégia para otimização de caminhos, no entanto, não teve desempenho satisfatório.

A estratégia para geração de caminho pode ser aplicada em qualquer área convexa para qualquer orientação do zigzag. Essa

estratégia, em geral, não é aplicável a áreas côncavas. O tempo necessário para gerar o caminho também é muito pequeno. A estratégia pode ser utilizada para automatizar o processo de planejamento de movimento de cobertura para veículos subaquáticos, fazendo com que não seja necessário que um operador humano posicione manualmente os pontos que o veículo deva seguir. A estratégia também poderia ser utilizada em conjunto com a decomposição de *boustrophedon*, para gerar o caminho dentro das células.

A estratégia para desvio de obstáculos proposta é capaz de lidar com obstáculos de qualquer formato e apresentou bons resultados nas simulações realizadas. No entanto, como desvio de obstáculos está diretamente relacionado com a segurança do veículo, é necessário ainda realizar mais simulações e também testar a estratégia em um veículo real, a fim de validá-la.

A estratégia para otimização da direção dos caminhos teve um tempo de processamento menor do que a estratégia proposta por Oksanen e Visala (2009), mas não chegou a resultados iguais ou melhores. As duas métricas utilizadas para quantificar a otimalidade dos caminhos não foram suficientes para atestar a maior qualidade desses caminhos, sendo necessário utilizar mais métricas.

Nesse trabalho o veículo subaquático foi considerado um ponto se movendo no plano seguindo uma curva paramétrica. No entanto, não foram realizadas simulações do veículo seguindo os caminhos gerados. A partir dessas simulações seria possível avaliar: se os caminhos, de fato, podem ser corretamente seguidos pelo veículo, a orientação do veículo ao longo do caminho, se a margem de segurança adotada para o desvio de colisão é adequada, e outros aspectos relativos ao comportamento do veículo.

7.1. TRABALHOS FUTUROS

Para dar continuidade aos trabalhos aqui desenvolvidos, são sugeridos os seguintes trabalhos:

- Simulação dinâmica do veículo subaquático;
- Testar as estratégias aqui propostas em um veículo real;
- Expandir a estratégia para geração de caminhos de forma que ela possa ser usada tanto para áreas côncavas quanto convexas;

- Utilizar a estratégia para geração de caminhos em conjunto com outras estratégias para planejamento de movimento de cobertura, por exemplo, decomposição celular de *boustrophedon*;
- Reduzir o desvio do caminho original causado pela estratégia para desvio de obstáculos;
- Incluir os efeitos do cabo umbilical na equação para cálculo da curvatura máxima, fazendo com que a equação seja válida também para ROVs;
- Método para estimar parâmetros hidrodinâmicos;

Referências

ACAR, E., et al. Morse Decompositions for Coverage Tasks.

International Journal of Robotics Research, [S.l.], v. 21, n. 4, p. 331-344, abril, 2002.

BALAKRISHNAN, M. **Coverage Path Planning and Control for Autonomous Mobile Robots**. 2005. 79f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - College of Engineering & Computer Science, University of Central Florida, Orlando, Florida, 2005.

BANERJEE, S. **A comparative study of underwater robot path planning algorithms for adaptive sampling in a network of sensors**. 2014. 179f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Computação) - Graduate College, University of Nebraska, Lincoln, Nebraska, 2014.

BERGLUND, T., et al. Planning Smooth and Obstacle-Avoiding B-Spline Paths for Autonomous Mining Vehicles. **IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATION SCIENCE AND ENGINEERING**, [S.l.], v. 7, n.1 , p. 167-172, janeiro, 2010.

CAO, Z.; HUANG, Y.; HALL, E. Region filling operations with random obstacle avoidance for mobile robots. **Journal of Robotic Systems**, [S.l.], v. 5, n. 2, p. 87-102, abril, 1988.

CASTAÑEDA, M. A., et al. (2008). Local Autonomous Robot Navigation using Potential Fields. In: X. Jing, **Mobile Robots Motion Planning**. 1. ed. [S. l.]: InTech, 2008. Disponível em: http://www.intechopen.com/books/motion_planning/local_autonomous_robot_navigation_using_potential_fields

CHOI, J.; CURRY, R.; ELKAIM, G. Path Planning Based on Bézier Curve for Autonomous Ground Vehicles. In: World Congress on Engineering and Computer Science 2008, WCECS '08. Advances in Electrical and Electronics Engineering - IAENG Special Edition of the, San Francisco, CA, USA. **Proceedings...**[S.l.]: IEEE, 2008, p. 158-166.

CHOSSET, H. Coverage for robotics – A survey of recent results. **Annals of Mathematics and Artificial Intelligence**, [S.l.], v. 31, n. 1, p. 113-126, oct., 2001.

- CHOSSET, H.; PIGNON, P. Coverage Path Planning: The Boustrophedon Cellular Decomposition. In: A. Zelinsky, **Field and Service Robotics**. 1. ed. London: Springer London, 1998. p. 203-209.
- CONNORS, J.; ELKAIM, G. Manipulating B-Spline Based Paths for Obstacle Avoidance in Autonomous Ground Vehicles. In: 2007 National Technical Meeting of The Institute of Navigation, San Diego, CA, USA. **Proceedings...** [S.l.]: ION, 2007, p. 1081 - 1088.
- DUCHON, F., et al. Path Planning with Modified a Star Algorithm for a Mobile Robot. **Procedia Engineering**, [S.l.], v. 96, p. 59-69, 2014.
- EL KHAILI, M. Visibility Graph For Path Planning In The Presence Of Moving Obstacles. **Engineering Science and Technology: An International Journal**, [S.l.], v. 4, n. 3, p. 118-123, agosto, 2014.
- FANG, C.; ANSTEE, S. Coverage Path Planning for Harbour Seabed Surveys using an Autonomous Underwater Vehicle. In: OCEANS 2010 IEEE - Sydney, Sydney, Australia. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2010, p. 1-8.
- FERGUSON, D.; LIKHACHEV, M.; STENTZ, A. (2005). **A Guide to Heuristic-based Path Planning**. 2005. 10f. Relatório Técnico - Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, USA, 2005.
- FLORIANI, B. **Proposta de uma solução conceitual de um sistema de investigação subaquático para águas rasas**. 2013. 103f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.
- FOSSEN, T. I. **Guidance and Control of Ocean Vehicles**. 1. ed. Chichester, Reino Unido: Jon Wiley & Sons, 1994. 494 p.
- GAL, O. Unified Trajectory Planning Algorithms for Autonomous Underwater Vehicle Navigation. **ISRN Robotics**, v. 2013, Article ID 329591, 6f, 2013. doi:10.5402/2013/329591.
- GALCERAN, E. **Coverage Path Planning for Autonomous Underwater Vehicles**. 242f. Tese (Doutorado) - Universitat de Girona, Girona, 2014.

GILIMYANOV, R. F.; RAPOPORT, L. B. Path Deformation Method for Robot Motion Planning Problems in the Presence of Obstacles. **Automation and Remote Control**, [S.l.], v.74, n. 12, p. 2163-2172, dezembro, 2013.

HARRISON, J.; WOODALL IV, W. **Simulated Path Planning for Auburn's Autonomous Lawnmower**. 2011. Disponível em: <<http://www.eng.auburn.edu/~tropical/courses/5530%202011C%20Robots%20Fall%2011/projects/project%20submissions/written27.pdf>>. Acesso em 22 janeiro 2016.

HEGRENAES, O., HALLINGSTAD, O., & JALVING, B. (2007). Comparison of Mathematical Models for the HUGIN 4500 AUV Based on Experimental Data. In: 2007 Symposium on Underwater Technology and Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies, Tokyo, Japan. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2007, p. 558-567.

HERNÁNDEZ, W. **Modelagem dinâmica de um robô submarino semi-autônomo (tipo ROV) para inspeção de risers**. 2012. 118f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

HERT, S.; TIWARI, S.; LUMELSKY, V. A Terrain-Covering Algorithm for an AUV*. **Autonomous Robots**, [S.l.], v. 3, n. 2, p. 91-119, junho, 1996.

JUNG, D.; TSIOTRAS, P. On-line Path Generation for Small Unmanned Aerial Vehicles Using B-Spline Path Templates. In: AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Honolulu, USA. **Anais...** [S.l.]: AIAA, 2008.

KOREN, Y.; BORENSTEIN, J. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation. In: 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, CA, USA. **Anais...** [S.l.]: IEEE, 1991, p. 1398-1404.

LABAKHUA, L., et al. Smooth Trajectory Planning for Fully Automated Passengers Vehicles: Spline and Clothoid Based Methods and its Simulation. In: J. Cetto, et al, **Informatics in Control**

Automation and Robotics. 1. ed. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2006. p. 169-182.

LANGER, R. **Estudo e implementação de métodos para planejamento de trajetórias e controle de robôs não holonômicos**. 2007. 168f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2007.

LAVALLE, S. M. **Rapidly-Exploring Random Trees: A New Tool for Path Planning**. 1998. 4f. Relatório técnico - Department of Computer Science, Iowa State University, Ames, IA, USA, 1998.

LAVALLE, S. M. **Planning Algorithms**. 2005. Disponível em <<http://misl.cs.uiuc.edu/planning/>>. Acesso em 13 outubro 2014.
LIU, G., et al. (2015). Dynamics Modeling and Control Simulation of an Autonomous Underwater Vehicle. **Journal of Coastal Research**, [S.l.], p. 741-746, 2015.

LIU, G., et al. AUV Cruise Path Planning Based on Energy Priority and Current Model. In: The 4th International Conference Ubiquitous Computing and Multimedia Applications, Xian, China. **Anais...** [S.l. : s. n.], 2013, p. 62-66.

MASON, J.; MENEZES, R. Autonomous Algorithms for Terrain Coverage: Metrics, Classification and Evaluation. In: IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2008. CEC 2008. (IEEE World Congress on Computational Intelligence), Hong Kong. **Anais...** [S.l.]: IEEE, 2008, p. 1641-1648.

OKSANEN, T.; VISALA, A. Coverage Path Planning Algorithms for Agricultural Field Machines. **Journal of Field Robotics**, [S.l.], v. 26, n. 8, p. 651-668, agosto, 2009.

OWEN, M., BEARD, R., & MCLAIN, T. (2014). Implementing Dubins Airplane Paths on Fixed-Wing UAVs*. In: K. Valavanis; G. Vachtsevanos, **Handbook of Unmanned Aerial Vehicles**. 1. ed. [S. l.]: Springer, 2014. p. 1677-1701.

PAULL, L.; SAEEDI, S.; LI, H. Path Planning for Autonomous Underwater Vehicles. In: M. L. Seto, **Marine Robot Autonomy**. 1. ed. New York: Springer, 2013. p. 177-223.

PÊTRÈS, C.; PATRON, P. Path Planning for Unmanned Underwater Vehicles. In: 19th International Joint Conference on Artificial Intelligence, Edimburgo, Escócia. **Anais...** [S.l. : s. n.], 2005.

PROENÇA, L.; SIMAS, H.; MARTINS, D. Collision Avoidance Strategy For Unmanned Underwater Vehicles Using Cubic Bézier Spirals. In: 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. **Anais...** [S.l : s. n], 2015.

ROCHA, C. **Planejamento de movimento de sistemas robóticos de intervenção subaquática baseado na teoria de helicóides.** 2012. 279f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

ROCHA, P.; GOMES, A. **A Decomposition Approach for the Complete Coverage Path Planning Problem.** 2008. Relatório técnico. INESCPorto, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2008.

SANTAMARIA, E., et al. (2013). Path Planning for Rapid Aerial Mapping with Unmanned Aircraft Systems. In: International Conference on Systems, Sevilla, Espanha. **Proceedings...** [S.l]: IARIA, 2013, p. 82-87.

SCHEUER, A.; FRAICHARD, T. Continuous-curvature path planning for car-like vehicles. In: 1997 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Grenoble, France. **Proceedings...** [S. l.]: IEEE, 1997, p. 997-1003.

SETHIAN, J. A. **Level Set Methods and Fast Marching Methods - Evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science.** 2. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999.

SHAMOS, M. **Computational Geometry.** 1978. 244f. Tese (Doutorado) - Yale University, New Haven, Connecticut, 1978.

SIMAS, H. **Planejamento de trajetória e evitamento de colisão em tarefas de manipuladores redundantes operando em ambientes confinados.** 2008. 156f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

SPRUNK, C. **Planning Motion Trajectories for Mobile Robots Using Splines**. 2008. 110f. Trabalho de Conclusão de Curso. Faculty of Applied Sciences, Department of Computer Science, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, Freiburg, Alemanha.

TAN, K.; LU, T.; ANVAR, A. Drag Coefficient Estimation Model to Simulate Dynamic Control of Autonomous Underwater Vehicle (AUV) Motion. In: 20th International Congress on Modelling and Simulation, Adelaide, Australia. **Anais...** [S. l.: s. n.], 2013.

TSOURDOS, A.; WHITE, B.; SHANMUGAVEL, S. **Cooperative Path Planning of Unmanned Aerial Vehicles**. 1. ed. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2011. 212 p.

VALENTE, J.; BARRIENTOS, A.; CERRO, J. (2011). Coverage Path Planning to Survey Large Outdoor Areas with Aerial Robots: A Comprehensive Analysis. In: D. Chugo, & S. Yokota, *Introduction to Modern Robotics*. Annerley, Australia: iConcept Press.

WAANDERS, M. Coverage Path Planning for Mobile Cleaning Robots. In: 15th Twente Student Conference on IT, Twente, Netherlands. **Anais...** Twente: [s. n.], 2011.

WANG, Z.; ZHANG, F.; SCHAEFER, D. (2014). Dynamic modeling of an autonomous underwater vehicle. **Journal of Marine Science Technology**, [S.l.], v. 20, n. 2, p. 199-212, junho, 2015.

WU, J., et al. (2012). Complete Coverage Path Planning and Obstacle Avoidance Strategy of the Robot. In: 2nd International Conference on Computer and Information Application, Paris, France. **Proceedings...** [S. l.]: Atlantis Press, 2012, p. 346-351.

YANG, K.; SUKKARIEH, S. An Analytical Continuous-Curvature Path-Smoothing Algorithm. **IEEE Transactions on Robotics**, [S.l.], v. 26, n. 3, p. 561 - 568, junho, 2010.

YANG, K., et al. Spline-Based RRT Path Planner for Non-Holonomic Robots. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, [S.l.], v. 73, n. 1, p. 763-782, janeiro, 2014.

YIGIT, K. **Path planning methods for autonomous underwater vehicles**. 2011. 81f. Dissertação (Mestrado em Arquitetura Naval e Engenharia Marítima) - Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 2011.

YUH, J. Design And Control of Autonomous Underwater Robots: A Survey. **Autonomous Robots**, [S.l], v. 8, n. 1, p. 7-24, janeiro, 2000.

ZHANG, H.; WANG, S. Modelling and Analysis of an Autonomous Underwater Vehicle via Multibody System Dynamics. In: *12th IFToMM World Congress*, Besançon, France. **Anais...** [S. l.: s. n.], 2007.

ZHOU, F.; SONG, B.; TIAN, G. Bézier Curve Based Smooth Path Planning for Mobile Robot. **Journal of Information & Computational Science**, v. 8, n. 12, p. 2441–2450, dezembro, 2011.