

УДК 621.646

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРИВОДА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ОБЪЕМНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

Рассказова Ю.Б.

MATHEMATICAL MODEL OF A HYDRAULIC DRIVE OF ROTARY MOTION VOLUME CONTROL

Rasskazova Yu.B.

Представлена математическая модель динамических характеристик силовой части автоматического гидравлического привода вращательного движения с объемным регулированием. Приведена структурная схема передачи управляющего сигнала. Получена передаточная функция привода.

Ключевые слова: насос, гидромотор, давление, расход, объемное регулирование, структурная схема, передаточная функция.

Постановка проблемы. Современные технологии машиностроения и материалобработки предъявляют всевозрастающие требования к техническим и функциональным характеристикам станков и специального технологического оборудования. Качество получаемых изделий при механической обработке, обработке давлением, пластическом формовании во многом зависит от возможности реализации оптимальных законов движения рабочих органов, точности регулирования их перемещений, стабильности скоростей в условиях переменной нагрузки. Поэтому актуальной является научно-техническая задача повышения точности и расширения функциональных возможностей станков и оборудования для обработки материалов.

Достижение произвольной кинематики рабочего органа, возможности программной реализации оптимальных законов его движения обеспечивается применением автоматических гидравлических приводов и, в частности, гидроприводов вращательного движения с объемным регулированием в оборудовании мощностью свыше 8 кВт. Вместе с тем, в настоящее время отсутствуют типовые математические модели рабочих процессов, протекающих в приводах, нет общепринятых методик их расчета, адаптированных на приводы станков и специального технологического оборудования для обработки

материалов, позволяющие производить оценку и выбор параметров элементов и устройств привода, прогнозировать его статические и динамические характеристики.

Анализ последних исследований и публикаций. Силовая часть гидравлического привода с объемным регулированием включает объемный насос с регулируемой подачей, вспомогательные устройства и исполнительный гидродвигатель объемного типа [1, 2]. Наибольшее применение в гидроприводах получили аксиально-поршневые насосы, подача которых регулируется изменением угла наклона блока цилиндров или изменением угла наклона шайбы. В качестве исполнительных гидродвигателей обычно используют гидроцилиндры с линейным перемещением выходного звена, гидроцилиндры с поворотным движением выходного звена и аксиально-поршневые или радиально-поршневые гидромоторы. К вспомогательным устройствам относятся клапаны, фильтр, насос и бак системы подпитки рабочей жидкостью силовой части гидропривода.

Цель статьи. Целью данной работы является разработка математической модели динамических характеристик силовой части автоматического гидравлического привода вращательного движения с объемным регулированием и получение передаточной функции привода по управляющему сигналу.

Материалы и результаты исследования. На рис. 1 приведена типовая принципиальная схема силовой части гидравлического привода вращательного движения с объемным регулированием, содержащая две аксиально-поршневые гидромашины: основной насос 2 и гидромотор 5. Вал насоса приводится во вращение от асинхронного электродвигателя 1. Подача насоса регулируется изменением угла наклона блока

клапанами, то при малых изменениях давлений можно применить соотношения

$$Q_{nn1} = k_{кл} (p_{nn} - p_1); \quad (1)$$

$$Q_{nn2} = k_{кл} (p_{nn} - p_2); \quad (2)$$

где $k_{кл}$ – проводимость подпиточного клапана [3, 4].

Если уровень давления в трубопроводах превышает давление подпитки p_{nn} , то

$$Q_{nn1} = Q_{nn2} = 0 \quad (3)$$

так как подпиточные клапаны закрыты под действием давления в трубопроводах.

При равновесном состоянии гидропривода, для которого ненагруженный вал гидромотора не вращается, уровень давления в трубопроводах вследствие утечек жидкости из насоса и гидромотора и конечного значения проводимости клапанов устанавливается ниже p_{nn} . При колебаниях в каждый трубопровод через определенный подпиточный клапан на одном полупериоде при низком давлении поступает количество жидкости, компенсирующее не только утечки, но и сжимаемость жидкости. На следующем полупериоде происходит сжатие большого объема жидкости в трубопроводе, что приводит к увеличению в нем давления. Поступление жидкости в гидропривод через подпиточные клапаны сопровождается повышением среднего за период колебания давления в трубопроводах или повышением уровня давления в них. Количество жидкости, поступившей в трубопроводы за период колебания, зависит от амплитуды колебания давлений p_1 и p_2 , поэтому средняя за период проводимость клапанов зависит от амплитуды колебаний давления в трубопроводах.

При исследовании динамики гидропривода с малыми отклонениями переменных от установившихся значений уровень давления в трубопроводах может быть принят ниже давления p_{nn} , поэтому допустимо использовать линейные соотношения (1, 2). При исследовании динамики гидропривода с большими изменениями переменных приходится учитывать нелинейность характеристики подпиточных клапанов.

Для момента времени, когда при малом отклонении блока цилиндров (или наклонной шайбы) от положения равновесия насос подает жидкость по трубопроводу с давлением p_1 и всасывает жидкость из трубопровода с давлением p_2 , уравнения расходов запишем, используя подход Попова Д.Н. [4], в виде:

для трубопровода с давлением p_1 расход насоса

$$Q_n = Q_m + Q_{nn} + Q_{nm} + Q_{yn1} + Q_{ym1} + Q_{сж1} - Q_{nn1}; \quad (4)$$

для трубопровода с давлением p_2 расход насоса

$$Q_n = Q_m + Q_{nn} + Q_{nm} - Q_{yn2} - Q_{ym2} - Q_{сж2} + Q_{nn2}. \quad (5)$$

В уравнениях (4) и (5) расходы $Q_{сж1}$ и $Q_{сж2}$ являются теми составляющими расхода, которые связаны с компенсацией сжимаемости жидкости. Остальные составляющие обозначены в соответствии с расчетной схемой (рис. 2). Для некоторого упрощения выражений, определяющих коэффициенты в последующих уравнениях, считаем насос и гидромотор гидромашинами одинакового типа, например аксиально-поршневыми, отличающиеся только тем, что у насоса регулируется угол наклона блока цилиндров (или шайбы) не регулируется. В этом случае можно принять

$$Q_{nn} = Q_{nm} = Q_{nep};$$

$$Q_{yn1} = Q_{ym1} = Q_{ym1};$$

$$Q_{yn2} = Q_{ym2} = Q_{ym2}.$$

Учитывая эти соотношения, определим составляющие расхода насоса в виде

$$Q_m = \frac{q_m}{2\pi} \Omega_m = \frac{q_m}{2\pi} \frac{d\alpha}{dt}; \quad (6)$$

$$Q_{nep} = k_{nep} (p_1 - p_2); \quad (7)$$

$$Q_{ym1} = k_{ym} p_1; \quad (8)$$

$$Q_{ym2} = k_{ym} p_2; \quad (9)$$

где q_m – рабочий объем гидромотора; Ω_m – угловая скорость вала гидромотора; α – угол поворота вала гидромотора; k_{nep} – проводимость щелей, по которым в насосе и гидромоторе происходит перетечка жидкости из полостей с высоким давлением в полости с низким давлением; k_{ym} – проводимость щелей, по которым происходит утечка жидкости из насоса и гидромотора.

Расходы Q_{nn1} и Q_{nn2} определяем по соотношениям (1) и (2), а расходы $Q_{сж1}$ и $Q_{сж2}$ в предположении абсолютно жестких стенок трубопроводов находим по следующим зависимостям [5]

$$Q_{сж1} = \frac{W_0}{E_{жс}} \frac{dp_1}{dt}; \quad (10)$$

$$Q_{сж2} = \frac{W_0}{E_{жс}} \frac{dp_2}{dt}; \quad (11)$$

где W_0 – внутренний объем трубопроводов с подключенными к нему объемами полостей насоса и гидромотора;

$E_{жс}$ – объемный модуль упругости рабочей жидкости.

Подставим составляющие расходов согласно соотношениям (1, 2, 6 – 11) в уравнения (4, 5). Затем сложим эти уравнения и преобразуем

$$Q_m = \frac{q_m}{2\pi} \frac{d\alpha}{dt} + 2k_{неp}(p_1 - p_2) + k_{ym}(p_1 - p_2) + \frac{k_{кл}}{2}(p_1 - p_2) + \frac{W_0}{2E_{жс}} \frac{d(p_1 - p_2)}{dt} \quad (12)$$

Идеальную подачу насоса Q_n представим в виде зависимости от угла γ наклона блоков цилиндров или угла наклона шайбы насоса

$$Q_n = \frac{q_n}{2\pi} \Omega_n, \quad (13)$$

где q_n – рабочий объем насоса.

Для аксиально-поршневого насоса

$$q_n = F_n z_n D_n \operatorname{tg} \gamma \quad (14)$$

где F_n – рабочая площадь одного поршня (плунжера) насоса; z_n - число поршней; D_n – диаметр окружности, на которой расположены оси поршней насоса.

Как видно, функция $q_n(\gamma)$ является нелинейной. При малых отклонениях блока цилиндров (шайбы) насоса от нейтрального положения указанная функция может быть линеаризована и уравнение (14) записано в виде

$$Q_n = k_{Q\gamma} \gamma, \quad (15)$$

где

$$k_{Q\gamma} = \frac{\partial Q_n}{\partial \gamma}.$$

Для аксиально-поршневого насоса

$$k_{Q\gamma} = \frac{F_n z_n D_n \Omega_n}{2\pi}.$$

Применяя соотношение (15), приведем уравнение (12) к виду

$$\frac{q_m}{2\pi k_{Q\gamma}} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{W_0}{2E_{жс} k_{Q\gamma}} \frac{dp_m}{dt} + \frac{k_{\Sigma}}{k_{Q\gamma}} p_m = \gamma, \quad (16)$$

где

$$k_{\Sigma} = k_{ym} + 2k_{неp} + \frac{k_{кл}}{2};$$

$$p_m = p_1 - p_2. \quad (17)$$

В уравнении (16), кроме входной величины γ и выходной α , содержится изменяющийся во времени перепад давления p_m , который зависит от

преодолеваемой гидромотором нагрузки. При действии инерционной нагрузки величина p_m определяется по крутящему моменту M_m , который входит в уравнение вращательного движения вала гидромотора

$$M_M - M_{mp1} - M_{mp2} - M_{noz} = J \frac{d^2 \alpha}{dt^2}, \quad (18)$$

где J – момент инерции вращающихся с валом гидромотора частей (приведенный момент инерции нагрузки и ротора мотора). В дальнейшем данную величину будем называть приведенным моментом инерции гидромотора.

Крутящий момент для объемной гидромашины [6 – 8] определяется соотношением

$$M_m = \frac{q_m}{2\pi} p_m. \quad (19)$$

Момент трения M_{mp1} создается трением в гидромоторе. В общем случае трение в гидромоторе может быть смешанным. Для упрощения математической модели гидропривода будем учитывать только гидравлическое трение [9, 10], полагая

$$M_{mp1} = k_{mp1} \frac{d\alpha}{dt}, \quad (20)$$

где k_{mp1} вычисляется по наклону аппроксимирующей характеристики $M_{mp1} = M_{mp1}(\Omega_m)$.

Момент трения M_{mp2} , возникающий вследствие трения в нагрузке, представим аналогичной зависимостью

$$M_{mp2} = k_{mp2} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (21)$$

Момент от действия позиционной нагрузки

$$M_{noz} = k_{noz} \alpha, \quad (22)$$

где k_{noz} – жесткость позиционной нагрузки.

Используя соотношения (19 – 22), из уравнения (18) получаем

$$\frac{2\pi J}{q_m} \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{2\pi k_{mp}}{q_m} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{2\pi k_{noz}}{q_m} \alpha = p_m, \quad (23)$$

где $k_{mp} = k_{mp1} + k_{mp2}$.

Рассматривая совместно уравнения (16) и (23), находим

$$\frac{\pi J W_0}{E_{жс} q_m k_{Q\gamma}} \frac{d^3 \alpha}{dt^3} + \left(\frac{\pi k_{mp} W_0}{E_{жс} q_m k_{Q\gamma}} + \frac{2\pi k_{\Sigma} J}{q_m k_{Q\gamma}} \right) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{q_m}{2\pi k_{Q\gamma}} \left(1 + \frac{2\pi^2 k_{noz} W_0}{E_{жс} q_m^2} + \frac{4\pi^2 k_{\Sigma} k_{mp}}{q_m^2} \right) \frac{d\alpha}{dt} + \frac{2\pi k_{\Sigma} k_{noz}}{q_m k_{Q\gamma}} \alpha = \gamma. \quad (24)$$

В реальных гидроприводах обычно

$$1 + \frac{2\pi^2 k_{noz} W_0}{E_{жс} q_M^2} + \frac{4\pi^2 k_{\Sigma} k_{mp}}{q_M^2} \approx 1. \quad (25)$$

Поэтому, вместо (24) имеем

$$\frac{\pi J W_0}{E_{жс} q_M k_{Q\gamma}} \frac{d^3 \alpha}{dt^3} + \left(\frac{\pi k_{mp} W_0}{E_{жс} q_M k_{Q\gamma}} + \frac{2\pi k_{\Sigma} J}{q_M k_{Q\gamma}} \right) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{q_M}{2\pi k_{Q\gamma}} \frac{d\alpha}{dt} = \gamma - \frac{2\pi k_{\Sigma} k_{noz}}{q_M k_{Q\gamma}} \alpha. \quad (26)$$

Введем в рассмотрение следующие параметры: постоянная времени гидропривода

$$T_{zn} = \frac{q_M}{2\pi k_{Q\gamma}}. \quad (27)$$

постоянная времени гидромотора

$$T_M = \sqrt{\frac{2\pi^2 J W_0}{q_M^2 E_{жс}}}. \quad (28)$$

коэффициент относительного демпфирования гидромотора

$$\zeta = \frac{\pi(2JE_{жс}k_{\Sigma} + k_{mp}W_0)}{\sqrt{2JW_0E_{жс}q_M^2}}. \quad (29)$$

коэффициент собственной обратной связи

$$k_{coc} = \frac{2\pi k_{\Sigma} k_{noz}}{q_M k_{Q\gamma}}. \quad (30)$$

Как видно из данного выражения, коэффициент собственной обратной связи силовой части гидропривода вызван совместным действием позиционной нагрузки и негерметичности гидромашин.

С учетом введенных параметров уравнение (26) преобразуем по Лапласу [11, 12] к виду:

$$T_{zn} s (T_M^2 s^2 + 2\zeta_M T_M s + 1) \alpha(s) = \gamma(s) - k_{coc} \alpha(s) \quad (31)$$

Структурная схема силовой части ЭГП в соответствии с уравнением (31) представлена на рис. 3.

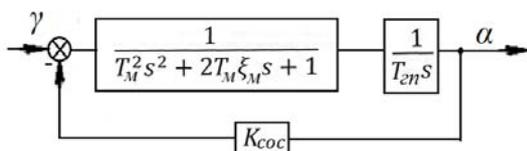


Рис. 3. Структурная схема силовой части ЭГП

В случае отсутствия позиционной нагрузки (22), либо полной герметичности гидропривода, или при несущественном моменте от действия сил позиционной нагрузки и высокой герметичности гидромашин (что обычно имеет место на практике) коэффициентом собственной обратной связи можно пренебречь. Следует отметить, что данный коэффициент в случае его заметного влияния можно учесть во внешней обратной связи автоматического гидропривода.

Тогда, структурная схема силовой части привода примет вид, представленный на рис. 4. Данная схема, по сути, отражает передачу управляющего сигнала – угла наклона блока цилиндров (или шайбы) γ – и воздействие его на выходной сигнал – угол поворота вала гидромотора α .

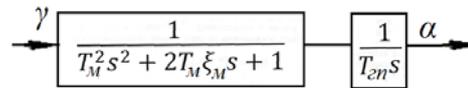


Рис. 4. Структурная схема передачи управляющего сигнала в силовой части ЭГП с объемным регулированием

В дальнейшем рассматриваем структурную схему силовой части гидравлического привода вращательного движения с объемным регулированием согласно рис. 4. В соответствии с данной структурной схемой получаем передаточную функцию привода для угла поворота вала гидромотора α по углу наклона блока цилиндров (или шайбы) γ

$$W_{\alpha\gamma}(s) = \frac{\alpha(s)}{\gamma(s)} = \frac{1}{T_{zn} s (T_M^2 s^2 + 2\zeta_M T_M s + 1)}. \quad (32)$$

Выводы.

Таким образом, разработана математическая модель динамических характеристик силовой части автоматического гидравлического вращательного движения с объемным регулированием. Представлена структурная схема передачи управляющего сигнала. Получена передаточная функция привода для выходного сигнала угла поворота вала гидромотора по управляющему сигналу (углу наклона блока цилиндров или шайбы).

Литература

1. Андрийчук Н.Д. Гидравлика и гидропневмоприводы: учебное пособие [Текст] / Андрийчук Н.Д., Вялых А.В., Коваленко А.А., Мальцев Я.И., Ремень В.И., Соколов В.И. Под общ. ред. Коваленко А.А. – Луганск: ВНУ им. В. Даля, 2008. – 320 с.
2. Мандрус В.І., Лещій Н.П., Звягін В.М. Машинобудівна гідроліка. [Текст] Задачі та приклади розрахунку. – Львів: Світ, 1995. – 264 с.

3. Навроцкий К.Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов. [Текст] – М.: Машиностроение, 1991. – 384 с.
4. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. [Текст] – М.: машиностроение, 1987. – 464 с.
5. Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы. [Текст] – М.: Машиностроение, 1982. – 240 с.
6. Богданович Л.Б. Гидравлические приводы: учебное пособие. [Текст] – К.: Выща школа, 1980. – 232 с.
7. Свешников В.К., Усов А.А. Станочные гидроприводы: справочник. [Текст] – М.: Машиностроение, 1988. – 512 с.
8. Основы объемного гидравлического привода строительных и дорожных машин. [Текст] Коваленко А.А., Соколов В.И., Уваров П.Е., Пазин В.В. - Луганск: ДонГАСА, 1999. – 138 с.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. [Текст] – М.: Наука, 1987. – 840 с.
10. Основы технической механики жидкостей и газов: учебное пособие. [Текст] Коваленко А.А., Соколов В.И. Дымнич. А.Х., Уваров П.Е. – Луганск: ВУГУ, 1998. – 272 с.
11. Зайцев Г.Ф. Теория автоматического управления и регулирования: учебное пособие. [Текст] – К.: Выща школа, 1989. – 431 с.
12. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы: учебное пособие. [Текст] – М.: Физматлит, 2003. – 288 с.
7. Sveshnykov V.K., Usov A.A. Stanochnye ghydropryvody: spravochnyk. [Tekst] – M.: Mashynostroenyne, 1988. – 512 s.
8. Osnovy ob'emnogho ghydravlycheskogho pryvoda stroytel'nykh y dorozhnykh mashyn. [Tekst] Kovalenko A.A., Sokolov V.Y., Uvarov P.E., Pazyn V.V. - Lughansk: DonGhASA, 1999. – 138 s.
9. Lojczjanskyj L.Gh. Mekhanyka zhydkosty y ghaza. [Tekst] – M.: Nauka, 1987. – 840 s.
10. Osnovy tekhnicheskoy mekhanyky zhydkostej y ghazov: uchebnoe posobyе. [Tekst] Kovalenko A.A., Sokolov V.Y. Dymnych. A.Kh., Uvarov P.E. – Lughansk: VUGhU, 1998. – 272 s.
11. Zajcev Gh.F. Teoryja avtomatycheskogho upravlenyja y reghulyrovanyja: uchebnoe posobyе. [Tekst] – K.: Vyshha shkola, 1989. – 431 s.
12. Kum D.P. Teoryja avtomatycheskogho upravlenyja. T.1. Ljunejnye systemy: uchebnoe posobyе. [Tekst] – M.: Fyzmatlyt, 2003. – 288 s.

References

1. Andryjchuk N.D. Ghydravlyka y ghydropnevmporyvody: uchebnoe posobyе [Tekst]/ Andryjchuk N.D., Vjal'nykh A.V., Kovalenko A.A., Maljcev Ja.Y., Remenj V.Y., Sokolov V.Y. Pod obshh. red. Kovalenko A.A. – Lughansk: VNU ym. V. Dalja, 2008. – 320 s.
2. Mandrus V.I., Leshhij N.P., Zvjaghin V.M. Mashynobudivna ghidravlika. [Tekst] Zadachi ta pryklady rozrakhunku. – Ljviv: Svit, 1995. – 264 s.
3. Navrockyj K.L. Teoryja y proektyrovanye ghydro- y pnevmopryvodov. [Tekst] – M.: Mashynostroenyne, 1991. – 384 s.
4. Popov D.N. Dynamyka y reghulyrovanye ghydro- y pnevmosystem. [Tekst] – M.: mashynostroenyne, 1987. – 464 s.
5. Popov D.N. Nestacyonarnye ghydmekhanicheskye processy. [Tekst] – M.: Mashynostroenyne, 1982. – 240 s.
6. Boghdanovych L.B. Ghydravlycheskye pryvody: uchebnoe posobyе. [Tekst] – K.: Vyshha shkola, 1980. – 232 s.

Рассказова Ю.Б. Математична модель гідравлічного приводу оберального руху з об'ємним регулюванням.

Представлено математичну модель динамічних характеристик силової частини автоматичного гідравлічного приводу оберального руху з об'ємним регулюванням. Наведено структурну схему передачі сигналу. Отримано передавальна функція приводу.

Ключові слова: насос, гідромотор, тиск, витрата, об'ємне регулювання, структурна схема, передавальна функція.

Rasskazova Yu.B. Mathematical model of a hydraulic drive of rotary motion volume control

A mathematical model of the dynamic characteristics of the power of the automatic hydraulic drive rotary motion with variable displacement. The block diagram of the transmission control signal. Get the transfer function of the drive.

Keywords: pump, hydraulic motor, pressure, flow, volume control, a block diagram, the transfer function.

Рассказова Юлія Борисівна – аспірант кафедри машинобудування та прикладної механіки, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля (м. Северодонецьк) urass.snu.edu@gmail.com

Рецензент: д.т.н., проф. **Соколов В.І.**

Стаття подана 14.09.2016