



UNIVERSIDAD DE MEDELLIN

Maestría en Educación Matemática

La noción de fracción en los libros de texto del grado tercero: un estudio de análisis de contenido

Documento que presentan

Yeny Patricia Duque Duque

Maricela del Socorro Quiroz García

Víctor Mario Suárez Salazar

Trabajo de Grado para optar al Título de Magíster en Educación Matemática

Director de Trabajo de Grado:

Dr. Luis Alexander Conde Solano

Medellín, Colombia, enero de 2017

Dedicatoria:

Este trabajo de investigación está dedicado al triunfo del Inmaculado Corazón de María, el cual esperamos con mucha fe y alegría.

Agradecimientos:

Al Doctor Alexánder Conde, por su apoyo durante este proceso.

RESUMEN

Este trabajo expone el primer acercamiento formal, según los libros de texto, que deben tener los estudiantes de tercer grado de educación básica primaria en el estudio de las fracciones. Nuestra investigación es fruto de la experiencia al interior del aula escolar, donde se observan dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones.

Centramos la atención en las formas como los libros de texto introducen la noción de fracción desde distintos tipos de representación: gráfica, numérica y del lenguaje natural; razón por la cual se analizaron tres textos a través de la metodología de análisis de contenido, el cual pretende ayudar a cualificar las prácticas escolares, mejorando la competencia de planificación de las clases del docente.

Se identificó un favorecimiento en la enseñanza de la fracción como parte todo, con el uso de algunas figuras asociadas a este significado, cuestión que puede constituirse en una fuente de dificultad para la construcción de la noción de fracción y por ello se hace necesario un mayor compromiso por parte de editoriales y docentes para la elaboración y selección de textos escolares apropiados para la enseñanza.

Palabras Clave: Fracciones, representación, libro de texto, análisis de contenido, noción.

ABSTRACT

This paper presents the first formal approach –according to the textbooks – that students of third grade of elementary school should have when studying fractions. The research is the result of the authors' experience in the classroom, where difficulties in the teaching-learning process of fractions are observed.

The study focuses on the way textbooks introduce the notion of fraction from diverse kinds of representation: graphic, numerical, and natural language. For this reason, three textbooks were analyzed by using the Content Analysis Method, which helps qualify the school practices by improving the teacher competence in lesson planning.

An improvement in the teaching of the fraction as a part of a whole, using some of the figures associated to this meaning, was identified. This usually can pose a constraint in the learner's construction of the notion of fraction; that is why it is relevant that publishing houses and teachers commit in the production and selection of appropriate teaching textbooks.

Keywords: Fractions, representation, textbook, content analysis, notion.

ÍNDICE

Resumen	iv
Abstract.....	v
Índice	vi
Lista de figuras	viii
Lista de Tablas	ix
1 Introducción y planteamiento del problema	10
1.1 Planteamiento del problema	11
1.2 Pregunta y objetivos de investigación	14
2 Antecedentes	15
2.1 Investigaciones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las fracciones .	15
2.2 Investigaciones relacionadas con el análisis de libros de texto que abordan los	
números fraccionarios	20
3 Marco conceptual	24
3.1 La noción de fracción.....	24
3.2 La fracción como medida	26
3.3 Representaciones semióticas.....	30
3.4 Análisis de contenido	33
4 Metodología	36
4.1 Fase I. Planteamiento del problema	37
4.2 Fase II. Antecedentes	37
4.3 Fase III. Marco conceptual	38
4.4 Fase IV. Revisión de textos escolares a través del método de análisis de	
contenido	38
5 Resultados del Análisis	41
5.1 Exploración de libros de texto que abordan los números fraccionarios	41
5.1.1. Glifos 3°	42

5.1.2 Esplendor Matemático 3°	44
5.1.3 Fórmula 3 Matemáticas.....	46
5.2 Análisis de contenido de cada uno de los textos seleccionados	47
5.2.1 Análisis de contenido del libro de texto Glifos 3°.....	47
5.2.2 Análisis de contenido del libro de texto Esplendor Matemático 3	52
5.2.3 Análisis de contenido del libro de texto Fórmula 3° matemáticas.....	57
5.3 Análisis de contenido de los hallazgos encontrados en los tres textos seleccionados.	63
6 Reflexiones finales	67
7 Referencias bibliográficas	69

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1. Ejemplos de situaciones de fracción con magnitudes continuas y discretas</i>	<i>29</i>
<i>Figura 2. Portada texto Glifos 3° Procesos Matemáticos</i>	<i>42</i>
<i>Figura 3. Portada texto Esplendor Matemático 3°</i>	<i>44</i>
<i>Figura 4. Portada texto Fórmula 3° Matemáticas.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 5. Definiciones explícitas. Glifos 3°</i>	<i>48</i>
<i>Figura 6. Definición implícita. Glifos 3°</i>	<i>49</i>
<i>Figura 7. Cambios en el sistema de representación</i>	<i>49</i>
<i>Figura 8. Situación que plantea la necesidad de reconocer dos tipos de representación.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 9. Ejemplo de conversión de representaciones. Glifos 3°.....</i>	<i>50</i>
<i>Figura 10. Posible error de planteamiento. Glifos 3°</i>	<i>52</i>
<i>Figura 11. Definiciones explícitas. Esplendor Matemático 3°</i>	<i>54</i>
<i>Figura 12. Formas de representación presentes en el texto Esplendor Matemático 3°</i>	<i>55</i>
<i>Figura 13. Orientación metodológica. Esplendor Matemático 3°</i>	<i>56</i>
<i>Figura 14. Uso de frutas como ejemplo de equipartición. Esplendor Matemático 3°</i>	<i>56</i>
<i>Figura 15. Definición de fracción. Fórmula 3° Matemáticas.....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 16. Definiciones explicitas. Fórmula 3° Matemáticas</i>	<i>59</i>
<i>Figura 17. Forma de usar las fracciones.....</i>	<i>59</i>
<i>Figura 18. Algunas curiosidades matemáticas. Fórmula 3° Matemáticas.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 19. Situación introductoria de la fracción de un conjunto. Fórmula 3° Matemáticas .</i>	<i>61</i>
<i>Figura 20. Historia. Representación simbólica de fracción. Fórmula 3° Matemáticas.....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 21. Representación gráfica. Fórmula 3° Matemáticas</i>	<i>62</i>
<i>Figura 22. Orientaciones metodológicas. Fórmula 3° Matemáticas.....</i>	<i>63</i>

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Cronograma de actividades del presente trabajo</i>	<i>40</i>
<i>Tabla 2. Resumen del análisis de contenido del texto Glifos 3°</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 3. Resumen del análisis de contenido del texto Esplendor Matemático 3°</i>	<i>53</i>
<i>Tabla 4. Resumen del análisis de contenido del texto Fórmula 3° Matemáticas.....</i>	<i>57</i>

1 Introducción y planteamiento del problema

Nuestra sociedad actual está cambiando a un ritmo tan acelerado que las herramientas de enseñanza tradicionales para propiciar el desarrollo del pensamiento numérico, han perdido, en cierta manera, eficacia para lograr el objetivo de contribuir a la formación de estudiantes competentes en los distintos ámbitos de la vida. Sin embargo; el libro de texto sigue siendo un referente importante al momento de planear y ejecutar las clases de matemáticas por parte del docente. Pues se considera el libro de texto como una herramienta pedagógica y didáctica que ha acompañado al maestro en su labor educativa desde siempre. Esta herramienta le orienta en cierta medida el trabajo, pues le da una guía o pauta a seguir dentro de las clases.

Son diversos los autores que se encargan de adaptar los conceptos y procesos matemáticos al aula escolar, para que el conocimiento de esta ciencia pueda ser abordado e interiorizado por los estudiantes de acuerdo a las orientaciones de un libro de texto.

Es tarea del docente hacer una revisión rigurosa sobre los libros de texto que pueden ser los más adecuados para convertirse en mediadores del proceso de enseñanza y aprendizaje de cada grado escolar. Por ejemplo, la revisión previa de libro de texto puede ayudar a los docentes a identificar posibles errores conceptuales, metodológicos y didácticos de ciertas nociones de la matemática escolar.

En el trabajo al interior del aula de clase, se le dedica gran parte del tiempo al desarrollo del pensamiento numérico, en especial durante la educación básica primaria. Sin embargo, en

nuestra experiencia docente observamos que los estudiantes a menudo manifiestan notables falencias en este pensamiento, sobre todo en lo que tiene que ver con la comprensión de las fracciones, el uso y significado de las operaciones y sus aplicaciones en diferentes contextos. Reconocemos que inclusive, a algunos maestros se les dificulta la enseñanza de estas nociones matemáticas, a pesar de ser uno de los temas que más énfasis se le hace en los últimos tres grados de la educación básica primaria y del cual existen abundantes investigaciones como en Perera y Valdemoros (2007), Valdemoros (2010), Ríos (2007), Socas (2007) y Obando, Vasco y Arboleda (2014), entre otros.

Con la intención de encontrar alternativas que ayuden tanto a maestros como a estudiantes a tratar esta problemática, proponemos un análisis a algunos libros de texto de matemáticas de tercer grado de educación básica primaria, en lo que corresponde a la noción de fracción que se plantea allí, y que permita al docente cuestionarse sobre la pertinencia o no de las actividades que éstos contienen. Somos conscientes, como lo afirma Cintas (2000) que al mejorar la calidad de los libros de texto no le dará solución a todos los problemas que giran en torno a la enseñanza, pero sin lugar a dudas ayudará a mejorar las prácticas escolares.

1.1 Planteamiento del problema

La mayoría de los estudiantes, dentro del sistema educativo colombiano, tienen poca dificultad en la comprensión de los números naturales, pero afrontan serios problemas en el tratamiento de fracciones. La naturaleza relativa de las fracciones es una fuente de dificultad para los estudiantes en sí misma.

Existen niños y niñas que no perciben que la misma fracción puede referirse a diferentes cantidades ($\frac{1}{2}$ de 8 y $\frac{1}{2}$ de 12 son diferentes) y que las diferentes fracciones de una misma

medida pueden ser equivalentes, porque se refieren a la misma cantidad ($\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{9}$, por ejemplo).

Algunos autores como Maza (1999), González (2015), Valdemoros & Perera (2009), afirman que muchos de los errores que los estudiantes cometen con fracciones, pueden ser vistos como una consecuencia de su falta de entender que los números naturales y las fracciones implican ideas diferentes. Por ejemplo, un error frecuente es que los estudiantes piensan que $\frac{1}{3}$ de una torta es menor que $\frac{1}{5}$ de esta porque 3 es menor que 5.

A pesar que en el currículo de matemáticas en Colombia (MEN, 1998) se incluye el estudio de las fracciones en los primeros años, podemos observar, fruto de nuestra experiencia en el aula, cómo los estudiantes al término de la primaria e incluso en la secundaria muestran dificultades en el reconocimiento de la unidad, equipartición, operaciones y equivalencias entre fracciones.

Tal vez los métodos tradicionales usados para la enseñanza de este tema, como el uso del pastel o la pizza, pueden estar comprometiendo un aprendizaje significativo de la fracción. Al respecto Godino, Batanero, & Font (2004), señalan que al parecer las primeras ideas de fracción de los niños son proveídas en un medio tridimensional e impreciso en el desarrollo de la fracción como parte de un todo. Los autores afirman que, en este sentido, un niño puede utilizar expresiones como medio lleno o medio vacío para dar a entender que algo no está completo.

Reconocemos que la naturaleza de las fracciones aunado al tratamiento tradicional de la enseñanza, conjugan las dificultades en el estudio de las fracciones en la matemática escolar. Más allá de esto, los libros de texto utilizados por los docentes no siempre abordan de una manera adecuada el trabajo con los números fraccionarios. Por lo tanto, en esta investigación se realizó un análisis de contenido sobre la noción de fracción que presentan los libros de texto de

tercer grado de educación básica primaria y máxime cuando no hay un libro guía establecido por el Ministerio de Educación Nacional, sino que el docente tiene la libertad de escoger qué textos utilizar como recurso para orientar las clases.

Este trabajo se desarrolló a partir de los libros de texto utilizados por los docentes de matemáticas de tercer grado de las instituciones educativas Santo Tomás de Aquino de Guarne, Escuela Normal Superior Señor de los Milagros de San Pedro de los Milagros y Jorge Alberto Gómez Gómez de Granada, instituciones ubicadas en el departamento de Antioquia, para analizar la pertinencia de los textos utilizados en estas instituciones y poder mejorar de esta forma la planeación de las clases y los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Inspirados en el trabajo de Freudenthal (1983), pensamos que la fracción debe ser abordada a partir de la medida, pues implica procesos de pensamiento en los que es necesaria la división y comparación de la unidad de medida (López, 2013), permitiendo el desarrollo de habilidades para redescubrir estructuras subyacentes (Meza & Barrios, 2010). Por ende, el libro de texto debería iniciar el capítulo de fracciones con actividades que involucren la manipulación de medidas, sobre todo aquellas relacionadas con la magnitud longitud. En esta dirección, este autor considera que “las longitudes y áreas son los medios más naturales para visualizar magnitudes con respecto a la enseñanza de fracciones” (p. 23). El autor además subraya que las representaciones con pares de objetos geométricos como segmentos lineales, dominios planos, pueden ser presentados por derecho propio para dar cuerpo a fracciones, o pueden ser representativos de otras clases de objetos como intervalos de tiempo, que han de ser entendidos en su tratamiento fraccionario.

1.2 Pregunta y objetivos de investigación

Analizando las situaciones antes descritas y desde esta perspectiva planteamos la pregunta *¿Cómo es el tratamiento que los libros de texto de matemáticas de tercer grado de educación básica primaria dan a la noción de fracción?*

En este sentido, planteamos como objetivo general de investigación: *caracterizar las formas como los libros de texto de matemáticas de tercer grado abordan la noción de fracción.*

Los resultados del presente trabajo permitirán que los docentes tengan más herramientas a la hora de escoger sobre la pertinencia del uso de determinado libro de texto y las posibles modificaciones que deba realizar en cuanto a estrategias de intervención en la enseñanza de las nociones de fracción. Lo que ayudará a mejorar nuestras prácticas escolares y la planificación de las clases, además de convertirse en un referente de análisis de texto para futuras investigaciones en matemáticas.

2 Antecedentes

Los antecedentes del presente trabajo de investigación están divididos en dos secciones. En una primera parte mencionaremos algunas investigaciones realizadas en torno a las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, mientras que la segunda parte la dedicaremos a mencionar el rastreo que se realizó sobre investigaciones relacionadas con el análisis de libros de texto que abordan los números fraccionarios. De igual manera, esperamos que esta investigación se convierta en un referente local y nacional para futuros trabajos relacionados con esta temática.

2.1 Investigaciones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las fracciones

Las fracciones son quizás uno de los temas que más se ha investigado en el campo de la educación matemática, debido a las dificultades que muestran los estudiantes para su aprendizaje. Autores como Conde y Acuña (2012), López (2013), Quiroz y Vanegas (2009), Castillo (2014) y otros, han investigado varias problemáticas que giran en torno a las fracciones con el fin de ofrecer alternativas de solución que permitan el aprendizaje de las fracciones.

Diseño y desarrollo curricular para la enseñanza y aprendizaje de los números fraccionarios, es el nombre de una investigación realizada por Conde y Acuña (2012), la cual desarrolla una Propuesta Didáctica Interdisciplinaria, con el fin de mejorar el aprendizaje de las

fracciones, a través de la música. La propuesta se desarrolla usando recursos de la física, las matemáticas, la música y la informática, es dirigida tanto a estudiantes como a docentes de sexto grado de primaria de la educación pública en México y trata de responder a la pregunta ¿cómo podemos aprovechar algunas relaciones entre las matemáticas y la música a favor de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela?

Para ello, se estructura una propuesta basada en siete módulos mediados por las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Los módulos desarrollan aspectos tanto de la física como de la música para relacionarlos con las matemáticas, específicamente con las fracciones.

Siguiendo el recorrido por algunas investigaciones que han tenido como objeto de estudio a los números fraccionarios, encontramos una investigación realizada por López (2013). Allí se analiza el proceso de aprendizaje del concepto de fracción, en un grupo de estudiantes de grado cuarto de básica primaria, con edades entre 9 y 11 años y de estratos socio-económicos 1 y 2.

El autor afirma que los estudiantes, fruto de la intervención, aprendieron la fracción como una forma de expresar una medición que cumple con unas características especiales:

Las formas de compartir lo que aprendieron... permiten evidenciar que la fracción es una representación de un proceso de medición, que implica la división y la comparación de la unidad de medida en una magnitud -longitud, menor que esa unidad de medida (López, 2013, p. 197)

En esta misma perspectiva de enfoques cognitivistas se puede ubicar la investigación de Meza & Barrios (2010), quienes ejecutan una propuesta didáctica para enseñar fracciones, sosteniendo que el “juego” en el plano de lo pedagógico y lo didáctico es importante para desarrollar habilidades en los estudiantes, las cuales les permitan redescubrir las estructuras matemáticas

que subyacen en éste. Estos autores, retoman el uso del juego con las regletas de Cuasinare para trabajar el conocimiento del concepto de fracción en su forma verbal y simbólica (específica y abstracta), y el aprendizaje sobre la suma de fracciones. A propósito, para referirse al concepto de número fraccionario establecen que:

La comprensión de la división de la unidad, es decir, pasar del concepto de número natural al concepto de número fraccionario se necesita haber abarcado un trabajo sobre la unidad, su partición en partes congruentes tomando el status de número (teniendo en cuenta unidades fraccionarias: $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$,...) sin perder la noción de la unidad, así como una extensión de significados en el concepto del número fraccionario en cualquier situación dada, es decir saberlo contextualizar (Meza & Barrios, 2010, p. 675).

Seguidamente, Meza y Barrios para darle sustento a la idea anterior, afirman que:

El paso que se da del número Natural al número Racional implica la comprensión de procesos de medición y partición de una unidad en el marco de situaciones en donde la unidad de medida no esté contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que se hace necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes como por ejemplo relacionar fracciones, números mixtos y números decimales. (Meza & Barrios, 2010, p. 675)

Autores como Quiroz y Vanegas (2009), se centraron en caracterizar las relaciones que establecen los estudiantes al usar interpretaciones de las fracciones como medidor, partidor y operador, para abordar actividades e identificar la relación existente de las mismas con las formas como aprenden las fracciones desde el punto de vista escolar.

Este estudio fue orientado en el enfoque de investigación cualitativa mediante un estudio de casos; por lo cual los análisis de los resultados se centraron en tres estudiantes de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa de Caldas Antioquia, con 43 estudiantes del grado cuarto con edades comprendidas entre 10 y 12 años.

Bajo este contexto, decidieron encaminar el trabajo con miras a responder el siguiente interrogante: ¿Qué relación tienen las interpretaciones de las fracciones – medidor, partidor y

operador que utilizan los estudiantes al resolver actividades, con el proceso de aprendizaje de las fracciones en la escuela?

Los autores afirman al citar a Múnera (1997), que antes de realizarse una introducción a los algoritmos asociados a las fracciones es necesario que el estudiante interiorice sus diferentes interpretaciones, las cuales pueden ser conceptualizadas desde el tratamiento de magnitudes; además de esto, afirman que la mera enseñanza de las fracciones desde su interpretación como partidor es muy limitada, si se considera como una acción física y no matemática, es decir, que mientras no haya una reflexión sobre ella no puede haber movilización de procesos de pensamiento matemático.

Otro de los trabajos consultados para la construcción de estos antecedentes es el desarrollado por Morales (2014). En esta investigación analizó las dificultades que poseen los estudiantes al enfrentarse a la resolución de problemas con números racionales.

En cuanto a los resultados arrojados en la investigación, se encuentra que la enseñanza de los racionales está focalizada en el manejo de algoritmos más que en el desarrollo de diferentes estrategias de resolución de problemas.

La investigación muestra los errores y las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a resolver problemas con los números racionales:

Algunos errores de los estudiantes pueden deberse a dificultades en el manejo del lenguaje matemático, esto se demuestra en las dificultades de comprensión de los problemas... Para el caso de las situaciones presentadas en donde había un manejo espacial, relacionado con formas geométricas o particiones dentro de una forma circular, el análisis y síntesis perceptivos implican una demanda considerable para algunos estudiantes. Algunos errores (son) debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, en este aspecto se centraron gran parte de los errores de los estudiantes, debido a la complejidad que genera en los estudiantes los números racionales. También se

incluyen en este tipo de errores, la dificultad en el manejo de algoritmos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios (Morales, 2014, p. 114).

Según el autor,

“parece que el origen de estos errores, es necesario situarlo en la inexistencia de una ruptura en la idea de número que tiene el estudiante, pues traslada significados de los números naturales a los números racionales; por lo tanto resulta conveniente presentar situaciones en las que los números naturales se muestren ineficaces (Morales, 2014, p. 114).

Werner (1986), citado por Socas (2007), en cuanto a las dificultades que presentan los alumnos en matemáticas, hace mención a que estas pueden darse debido a varios factores, siendo algunos de ellos la consecuencia de conceptos inadecuados, la aplicación incorrecta de procedimientos y las formas propias del estudiante para el desarrollo de tareas .

De igual manera, Socas (2007) reconoce que las dificultades de los estudiantes en matemáticas son el producto de variables en el sistema educativo como: profesor, currículo y contexto (sociocultural e institucional), conectándose y reforzándose estas en redes complejas de tal forma que se convierten en obstáculos, viéndose reflejados en los resultados de los alumnos en forma de errores, los cuales se considerarían en el alumno como la presencia de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste. El autor refiere cinco categorías en las que detalla la procedencia de dichas dificultades:

1. *Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos (asociados a la propia disciplina)*
2. *Dificultades asociadas en la relación de pensamientos matemáticos (el paso de un concepto a otro)*
3. *Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza de las matemáticas, con orígenes distintos: institución escolar, currículo y métodos de enseñanza.*
4. *Dificultades asociadas a la parte cognitiva de los alumnos (razonamiento, habilidad para el desarrollo de tareas)*

-
5. *Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática, en las que aparecen sentimientos de tensión, miedo, ansiedad, susto al fracaso o equivocación, por causas como comportamientos del docente hacia los alumnos, estilos de enseñanza.* McLeod y Adams (1989) citado por (Socas, 2007, p. 32).

Garrido et al. (2009) citado por (Castaño, 2014), menciona que otras de las dificultades son “las asociadas a la complejidad de las matemáticas, estas se presentan por la utilización de símbolos y signos, y el uso de expresiones verbales, que pueden tener un significado diferente en el lenguaje habitual” (p. 145)

De igual forma, Fandiño (2009) citada por (Castaño, 2014) identifica varios errores típicos en los estudiantes, entre los que están las dificultades con las operaciones entre números racionales, al manejar el adjetivo igual, al reconocer los diagramas más comunes y al manipular equivalencias.

2.2 Investigaciones relacionadas con el análisis de libros de texto que abordan los números fraccionarios

Garrido, referenciado por Quispe (2008), realizó una investigación en la que analizó algunos libros de texto respecto a los números racionales, de acuerdo a la teoría de los registros de representación de Raymond Duval. Su interés fue evidenciar cómo son trabajados los registros de representación de los racionales en los libros didácticos, cómo es la introducción de estos números en representación fraccionaria o decimal y los tratamientos realizados a ellos.

El autor asume tres representaciones distintas: los registros simbólicos, los geométricos y los del lenguaje natural. Su investigación se basó en un análisis de contenido en el que hace

un pre-análisis de dos colecciones de textos, las cuales abordan las fracciones de diferentes formas, segmentada y con una secuencia espiral.

Metodológicamente se caracterizaron ambas colecciones de acuerdo a la organización de los contenidos, sus referencias históricas motivacionales, el papel de los ejemplos para el desarrollo de los conceptos, el uso de notaciones y conversiones, etc.

El análisis destacó algunos resultados. Entre ellos que, la fracción es introducida por medio de figuras del significado parte-todo, lo que no promueve la acción de participación del alumno y, por otra parte que, si no se tiene cuidado con las figuras, estas pueden constituirse en fuente de dificultades para conceptuar los números racionales.

Entre tanto, Escolano (2004) en su trabajo, realiza un análisis de los diferentes significados del concepto de fracción presentados en los libros de texto del sistema educativo español. El análisis se enfocó a las estructuras fenomenológicas y epistemológicas y concluyó que el significado de relación parte-todo ha sido un recurso del que se viene sirviendo la práctica escolar. Su principal objetivo fue indagar por qué prevalece el significado parte-todo sobre los otros significados de la fracción.

En esta investigación se realizó una clasificación por periodos de tiempo de los libros de texto, donde se mostró que el significado parte-todo de la fracción no tiene origen en las necesidades humanas, sino que es el resultado de las prácticas educativas, lo que lleva a eludir el uso y medida de materiales tangibles. Además, esto permite abreviar los periodos de instrucción.

Centrando nuevamente nuestra atención en Latinoamérica, Quispe, Gallardo y González (2016), realizan un trabajo que se originó por una preocupación sobre el alto porcentaje de

estudiantes que no muestran un correcto desarrollo de las habilidades matemáticas en el grado tercero de secundaria en el Perú, en particular, con lo referente al concepto de número racional. Se realizó un análisis de manuales escolares para identificar los posibles orígenes de los problemas de aprendizaje de los estudiantes. El propósito de este estudio fue proporcionar algunas claves curriculares para aproximarse a las posibles causas de la deficiente comprensión de las fracciones de los escolares peruanos. Para esta investigación se analizaron 20 libros de texto peruanos de matemáticas de los años 1963 al 2005 desde dos ámbitos: dónde utilizan los textos escolares el conocimiento matemático y cómo se emplea en ellos el conocimiento matemático en sus distintas variantes (los vínculos fenomenológicos y epistemológicos).

Desde la estructura epistemológica se identificaron los significados de fracción parte-todo, cociente, medida, razón y operador y desde la estructura fenomenológica se analizó en cada libro el empleo de elementos históricos en su desarrollo didáctico, la contextualización de la fracción y sus aplicaciones. Además, se analizaron las orientaciones metodológicas, los objetivos y los posibles errores de concepción en la presentación de los contenidos.

Del análisis realizado se presentaron tres periodos de tiempo:

A) La década de los 60: En esta se introduce la fracción como resultado de la partición de una unidad en partes iguales (se da desde los significados de medida y de parte-todo)

B) La década de los 70 a los 90: La fracción se introduce por la necesidad de ampliar el conjunto de los números enteros ante la imposibilidad de realizar algunas divisiones o resolver ciertas ecuaciones. El significado más usado es el de cociente, con cierta presencia del significado parte-todo. Posterior a estos aparece el de razón.

C) Desde los 90 hasta los principios de este siglo: Con la irrupción del constructivismo se incrementa también el interés por priorizar y consolidar el significado parte-todo frente a otros. Se presentan también, algunas definiciones menos formales. El significado de cociente indicado aparecía en menor medida como consecuencia de la necesidad de ampliar y extender el conjunto de los números enteros. Sólo dos textos analizados por los autores realizaron una revisión ordenada de los significados de fracción.

Una vez realizado el análisis de los textos, los autores sugieren ciertas acciones que deben considerar quienes construyen o utilizan los textos escolares que garanticen una mayor comprensión e introducción de los cinco significados asociados a la fracción.

3 Marco conceptual

En este capítulo se discutirán algunas ideas que fueron fundamentales en la elaboración de este trabajo. Tales son, la noción de fracción, la fracción como medida, las representaciones semióticas de Raymond Duval y el análisis de contenido desde la perspectiva de Luis Rico.

El estudio de la noción de fracción, la fracción como medida, los significados de fracción y las representaciones semióticas, nos permitieron idear las categorías de análisis que deben estar presentes en los libros de texto. El análisis de contenido fue importante debido a que permitió la estructuración de la metodología de nuestro trabajo.

3.1 La noción de fracción

La noción se construye a partir de las ideas previas de cada persona, obtenidas de sus experiencias y aprendizajes. Según Arrieta y Maiz (2000), esto se da a partir de la enseñanza que ocurre en la Zona de Desarrollo Próximo, de las ayudas y apoyos provisionales ajustados al nivel del aprendiz, permitiendo conseguir llegar más allá de lo que se podría conseguir individualmente. La construcción de nociones puede considerarse como un proceso dinámico, recíproco y secuencial; un espacio de negociaciones sociales sobre los significados previamente obtenidos (Newman et al. 1991, citado por Arrieta y Maiz), en el cual el adulto influye a nivel educativo, desde sus interacciones con el niño y sus intervenciones con un nivel de competencia mayor.

La noción de fracción es uno de los contenidos más estudiados en el campo de educación matemática, ya que representa una de las áreas de mayor dificultad en las escuelas del mundo (Flores, 2011). Los alumnos finalizan su educación primaria con algunas limitaciones en su forma de concebir a las fracciones como números que expresan cantidad. La razón puede ser por el hecho de que los alumnos no desarrollan las nociones de fracción como cantidad que se necesitan para interactuar con ciertas actividades. (Simon, 2006); referenciado por Cortina, Cardozo, & Zuñiga, (2012).

Consideramos que para construir o transformar una noción, es necesaria la adquisición de un conocimiento nuevo, lo que implica que este sea integrado con los conocimientos previamente adquiridos. Este conocimiento tendrá sentido para el alumno dependiendo la forma en la que es integrado con sus ideas previas. Los conocimientos previos de los individuos pueden permitir o limitar la asimilación, la percepción y el entendimiento (Simon, Tzur, Heinz y Kinzel, 2004; referenciados por Cortina, Cardozo, & Zuñiga, 2012).

Simon (2006) cuestionó a algunos maestros acerca de lo que para ellos es una fracción y la respuesta típica, a partir del significado parte-todo, es: toda aquella expresión de la forma m/n en la que un todo se divide en n partes y que se toman m de esas partes.

Para poner en evidencia esta misma noción en los estudiantes de cuarto grado, este investigador, planteó una situación en la que se pedía formar, en el geoplano, un cuadrado de cierto tamaño con una banda de goma azul y dividirlo a la mitad con una banda de goma roja. La actividad se desarrolló sin dificultad y aunque la mayoría de alumnos dividieron el cuadrado en dos rectángulos iguales, una estudiante lo dividió en dos triángulos congruentes, ubicando el caucho en la diagonal de la figura.

Al respecto de estas dos soluciones, los estudiantes concluyeron, de manera unánime, que ambas eran soluciones válidas, justificando que cada una de las partes era una de dos partes iguales y que las dos partes constituían el todo. Esto dejó en evidencia su noción sobre las fracciones en dirección a su significado de parte-todo.

Sin embargo, cuando se les cuestionó sobre cuál de las figuras (rectángulo o triángulo) era más grande o si estas eran del mismo tamaño, sus respuestas fueron divididas; por lo cual, el autor afirma que la relación especial de la parte y el todo, creados por un reparto equitativo, no es obvia ni automática para los estudiantes.

Para los estudiantes su noción de igualdad o de compartir puede llevarlos a pensar que las partes que se dicen iguales, también deben ser idénticas. Este fenómeno puede ser producido por sus experiencias e interacciones con otros conjuntos numéricos como los enteros o los naturales.

3.2 La fracción como medida

En la actualidad algunas estrategias para la enseñanza de las fracciones no aportan al alumno un concepto claro frente a estas, pues en su mayor parte se hace desde el significado parte-todo, utilizando reiteradamente situaciones como la partición del pastel o de la chocolatina entre otros y en la mayoría de las veces, representados con gráficas en las que se pide colorear cierta porción, con las cuales se necesita realizar doble conteo: el total de las partes y las partes en las que se dividió, con lo que no se hace otra cosa que conteo de naturales. La realidad es que este tipo de situaciones sólo son aplicables a las fracciones llamadas propias, o sea, aquellas en las que el numerador es menor o igual al denominador.

Desde una visión histórica-epistemológica el concepto de fracción surge a partir de actividades realizadas por el ser humano relacionadas con la medida. (Rouche 1998 citado por Díaz y Salazar (2009)

“Medir es realizar una comparación indirecta donde se ha seleccionado de antemano la unidad a utilizar que funcionará como referencia única a la hora de intentar medir cualquier objeto” (Ponce, 2006, p. 9). Para Bishop (1999) la medida es una actividad que permite comparar, estimar y calcular con más o menos precisión distintas magnitudes, siendo esta importante para el hombre en sus diversas tareas y de la cual surgen los números racionales,

Obando, Vanegas y Vásquez (2006) aportan a este concepto lo siguiente:

La medición, el acto de medir, es importante en el proceso de conceptualizar los números racionales, pues de ella se derivan las fracciones cuando lo que se mide no es un múltiplo entero de veces la unidad patrón de medida usada (p. 63)

Así que se hace necesario la aplicación de actividades en las que se involucre la medida en contextos del alumno para mediar la adquisición del concepto de fracción como un número real y no que se conciba este como dos naturales, dando significado así al concepto de razón basado en la medida.

El significado de razón cuando se refiere a igualdad (o desigualdad) de razones, sin identificar su dimensión, al decir que “ a es a b como c es a d ” donde “ a es a b ” puede expresarse como un número o a un valor de magnitud a/b , es una relación de equivalencia en el conjunto de parejas ordenadas (o valores de magnitud) (Freudenthal, 1983) citado por (Block, y otros, 2007).

Al plantear actividades que involucren razones, además de propiciar el desarrollo del concepto mismo de razón, facilitaría la noción de fracción. Así, una medida fraccionaria como

$3/5$ de unidad, además de significar “tres partes de un quinto de una unidad” podría relacionarse con razones equivalentes del tipo “por cada 5, se dan 3” o “3 entre 5” . La relación entre razón y fracción no es notable, pero esta debe propiciarse. (Block, y otros, 2007)

Para Gairín (2004), al utilizar conceptos como longitud, medir, segmentos, fraccionamientos arbitrarios, surge la fracción a/b con el significado de la medida de un segmento que contiene “ a ” veces la subunidad de tamaño $1/b$ de unidad. El uso de dichos conceptos permite ubicar la fracción en el contexto de medida de acuerdo con su origen histórico.

Al aplicar el concepto de fracción como medida se potenciarán conocimientos en los alumnos que a la vez modifican conceptos vistos, puesto que el significado es distinto, además que las técnicas asociadas también ofrecen perspectivas diferentes siendo estas algunas de ellas:

- ✓ *Las fracciones pueden ser menores, mayores o iguales a la unidad, puesto que la longitud de un segmento se puede expresar con cualquier número de subunidades.*
- ✓ *La equivalencia de fracciones tiene el significado de expresar la medida de segmentos de igual longitud utilizando distintas subunidades.*
- ✓ *La comparación de fracciones equivale a la comparación de longitudes de segmentos; y para realizar tal comparación, se requiere que ambos segmentos se midan con la misma subunidad, situación que se alcanza utilizando la idea de equivalencia.*
- ✓ *La suma o resta de fracciones tiene sentido de agregación o disgregación de cantidades de la misma magnitud; y para calcular el resultado de tales acciones, se debe utilizar la misma subunidad de medida en los dos operandos.*
- ✓ *La multiplicación de fracciones se puede interpretar con el sentido de operador, de transformación de un segmento mediante el producto y el cociente; y también puede*

realizarse con sentido combinatorio, como medida de la superficie del rectángulo cuyas dimensiones son las de los datos.

- ✓ *El cociente de fracciones tendrá el sentido de producto por el operador inverso; y también puede interpretarse como la medida de uno de los lados de un rectángulo del que se conoce la superficie y otro de los lados (Gairín, 2004, p. 113).*

Obando (2003) propone tener cuidado en el tratamiento que se le da al tipo de magnitud y unidad, puesto que en el proceso de enseñanza en ocasiones se terminan proponiendo actividades en contextos de colecciones o de magnitudes continuas, no teniendo en cuenta que los procesos de conceptualización de los alumnos son diferentes en uno u otro contexto.

En la Figura 1 se muestran dos actividades de forma simultánea; una correspondiente a magnitudes continuas (izquierda) y otra sobre magnitudes discretas (derecha).

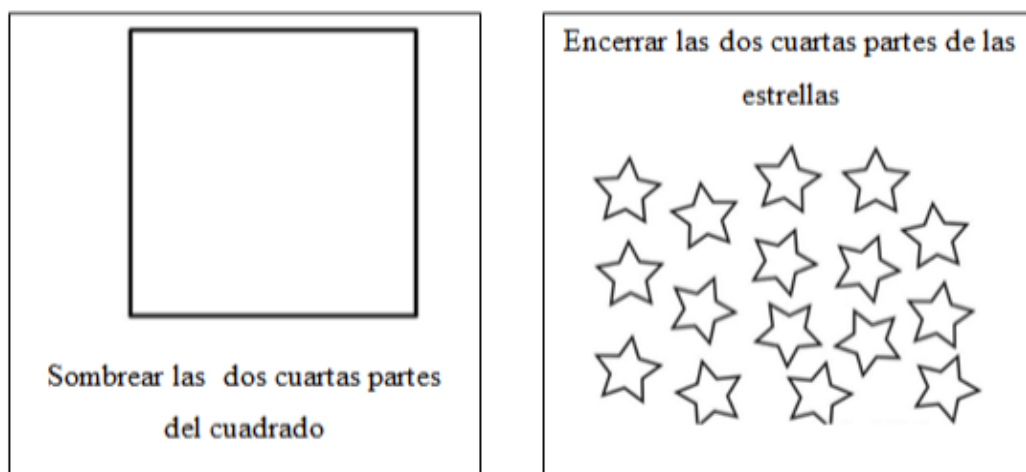


Figura 1. Ejemplos de situaciones de fracción con magnitudes continuas y discretas

Hallar las dos cuartas partes de una magnitud continua o discreta implica procesos diferentes, puesto que en magnitudes discretas hay mayor complejidad. Para hallar las dos cuartas partes de las estrellas se necesita percibir que:

-
1. Dieciséis es la unidad.
 2. Se debe realizar repartos de la unidad, en cuatro partes iguales.
 3. Comprender cada parte obtenida, como la cuarta parte de la unidad.
 4. Reunir dos de esas cuatro partes obtenidas, de manera que se obtengan las dos cuartas partes de la unidad.

En cuanto al cuadrado, este se puede concebir como una unidad simple en el cual las dos cuartas partes del mismo se obtiene de manera directa partiendo la unidad en cuatro partes iguales y reuniendo dos de éstas.

3.3 Representaciones semióticas

Los libros de texto ejercen una notable influencia sobre el aprendizaje de los alumnos, orientando las actividades de este y de sus profesores; además, constituyen una fuente de problemas y preguntas para la evaluación de los alumnos (Campanario & Otero, 2000). Quien se dedica a la construcción de estos instrumentos de enseñanza y aprendizaje, en especial para las matemáticas, debe tener en cuenta los tipos de problemas que se deben seleccionar para desarrollar el interés del alumno y favorecer la adquisición de conocimientos matemáticos, la forma como debe organizar la secuencia de actividades y como debe ser la progresión de los aprendizajes del currículo.

Para la comprensión de un concepto o estructura matemática es necesario el empleo y juego combinado de más de un sistema de representación, ya que comprender significa captar o percibir mentalmente el significado de algo; pero este, a su vez, puede darse a través de representaciones muy diferentes. En el caso de los números racionales y particularmente con las

fracciones se han considerado y analizado diferentes sistemas de representación, lo que ha ofrecido resultados productivos (Rico, 2009).

Según Duval (1999), es necesario recurrir a la noción de representación para estudiar los fenómenos relativos al conocimiento pues este no puede ser movilizado sin una actividad de representación. Al respecto, Rico (2009) define la representación como una señal externa que muestra y hace presente un concepto matemático. Así, una representación matemática es toda herramienta que hace presente los conceptos y procedimientos matemáticos, con la cual se aborda y se interactúa con el conocimiento matemático.

La noción de representación se ha presentado en tres formas diferentes. La primera es la representación mental, que está ligada a los estudios de Piaget, sobre las creencias y las explicaciones de los niños pequeños acerca de los fenómenos naturales y físicos; su método de estudio es la entrevista. La segunda es la representación interna o computacional en la cual se privilegia el tratamiento que se hace con la información recibida para producir una respuesta adaptada.

Finalmente, la tercera es la representación semiótica que surge en el marco de los trabajos sobre la adquisición de los conocimientos matemáticos y sobre los considerables problemas que su aprendizaje suscita (Duval, 1999). En esta última forma de representación centraremos nuestros análisis.

Algunos autores como Duval (1999) y D'Amore (2006) definen la semiótica como la representación realizada por medio de un sistema particular de signos como el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos. Sin embargo, también sostienen que sólo por medio de representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos; por ello, existe una necesidad de utilizar diversos sistemas semióticos ligados a un mismo concepto

matemático, pues este no es accesible por la percepción o por una experiencia intuitiva inmediata. Para ello, se deben considerar las relaciones existentes entre los diversos sistemas de representación para un mismo concepto. Estas relaciones se acuñaron con los términos de traducciones o conversiones (Rico, 2009).

Para potenciar la capacidad cognitiva se debe tener una variedad de representaciones de un mismo objeto y saber elegir una según sea el propósito de la actividad. De igual manera, se debe tener la capacidad de reconocer el mismo objeto matemático en otros contextos de representación. Las representaciones semióticas pueden ser convertidas en representaciones equivalentes en otro sistema semiótico, pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. La conversión de representaciones de un sistema semiótico a otro es una operación cognitiva que puede describirse como un cambio de forma; por ejemplo, realizar la gráfica que representa una ecuación lineal escrita en lenguaje algebraico, o en nuestro caso, poder realizar una gráfica geométrica de una fracción numérica. En ocasiones esta tarea es compleja para muchos alumnos, limitándolos a la forma de representación que utilizan.

Para enseñar fracciones debe tenerse en cuenta la diversidad de registros de representación que existen de estas, lograr que el alumno diferencie entre lo que es la fracción y las formas en que puede representarse y por último, coordinar entre los diferentes registros de representación disponibles, a tal punto de ser capaz de reconocer el más adecuado y llegar a este con el proceso de conversión; de ser necesario, realizar un tratamiento, es decir, transformar este mismo registro, según lo necesite; por ejemplo, la simplificación (reducción) de una fracción escrita en lenguaje numérico.

Por esta razón, es necesario seleccionar correctamente los sistemas de representación adecuados para cada concepto y en cada edad, abordar determinadas dificultades de

comprensión mediante el juego de las representaciones, profundizar sobre los conceptos y analizar lo que oculta y muestra cada sistema de representación (Duval, 2006). Estas consideraciones relativas a los contenidos y elaboración de los programas las deben tener presentes quienes elaboran u ofrecen sus libros de texto.

3.4 Análisis de contenido

Entendemos por matemáticas escolares o matemáticas de la escuela, a aquellas que son consideradas como objeto del proceso de enseñanza y aprendizaje. Las matemáticas que son enseñadas en las aulas de clase son por tanto, las que pueden ser llamadas como matemáticas escolares.

El análisis de contenido es una técnica de investigación que permite establecer y estudiar la multiplicidad o variedad de significados de los contenidos presentes en las matemáticas escolares. Este análisis permite que el docente que enseña matemáticas pueda mejorar su competencia de planificación de las clases (Rico, Lupiáñez, Marín, & Gómez, 2007).

Rico (2013), mencionando el libro VII de la Colección Matemática de Pappus, señala que el análisis es el camino que parte de la cuestión que hay que encontrar, pero que ésta se supone conocida, para luego llegar por medio de las consecuencias que se deducen a la síntesis.

El análisis es considerado un método para abordar un trabajo investigativo, pues éste es sistemático (Rico, 2013). Ahora bien, el análisis de contenido busca formular inferencias que puedan aplicarse en el contexto analizado (Krippendorff, 1990).

Cohen, Manion y Morrison (2011), citados por Rico (2013), exponen de manera clara qué es el método de análisis de contenido:

El término análisis de contenido indica el proceso de recogida y resumen de los datos escritos -los contenidos principales de dichos datos y sus mensajes. De modo más preciso, [el análisis de contenido] define un conjunto de procedimientos estricto y sistemático para el análisis riguroso, el examen y verificación de los contenidos de datos escritos. Algunos autores lo definen como una técnica de investigación para elaborar inferencias válidas y replicables a partir de textos (u otros materiales escritos) en aquellos contextos que se utilizan. Por texto se entiende cualquier material de comunicación escrita, que se supone deben ser leídos, interpretados y entendidos por otras personas distintas de aquella que los analiza... Utiliza la categorización para reducir grandes cantidades de datos. (p. 17)

Rico (2013) señala que en el análisis de contenido de un documento escolar se deben considerar las siguientes categorías:

- Conceptual, teniendo en cuenta los componentes histórico y poblacional y la forma como se relacionan.
- Formal y estructural, es decir, los conceptos, definiciones y procedimientos, al igual que la estructura formal referente a los contenidos utilizados.
- Representacional, acerca de las notaciones gráfica, simbólica y cualquier sistema de signos involucrados.
- Fenomenológica, aquello que da origen a los conceptos, los contextos y las situaciones en las que se presentan y aplican, dando sentido a los contenidos en estudio.

Es este trabajo nos proponemos realizar un análisis de contenido que nos permita hacer un estudio sobre la noción de fracción y los significados asociados a ésta en los libros de texto. En esta investigación se centró la atención en cómo se inicia el estudio de las fracciones en la escuela, particularmente en las nociones y representaciones que se utilizan en el primer

acercamiento formal entre el estudiante y las fracciones. Pretendemos buscar las relaciones entre significados y sistemas de representaciones semióticas en estos, producto del análisis. Inicialmente, consideramos que los textos escolares favorecen la enseñanza de la fracción como parte todo, sobre sus demás significados, generando un desequilibrio y falta comprensión del concepto general.

Como la finalidad del análisis de contenido es descubrir patrones en el discurso, contrastar hipótesis previas e inferir significados interpretativos en un texto (Rico, 2013), consideramos que esta técnica de investigación favoreció nuestro trabajo, ya que nos brindó la oportunidad de visualizar las problemáticas presentes en el aprendizaje de la noción de fracción y los errores conceptuales y procedimentales que comúnmente se pueden presentar en los textos escolares.

4 Metodología

Esta investigación es de corte cualitativa, orientada al análisis de contenido, donde se explica el fenómeno de estudio sobre el primer acercamiento formal que ofrecen los libros de texto de tercero de educación básica primaria a la noción de fracción.

Consideramos relevante el primer contacto de los estudiantes con la noción de fracción, ya que de éste depende la aceptación o no, de esta temática por parte de ellos. En la mayoría de las ocasiones, este contacto se da a través del libro de texto que el maestro escoge como guía para la planeación de sus clases.

Desde este trabajo se realizó un estudio exhaustivo sobre la forma como los libros de texto abordan la noción de fracción. Para esto nos apoyamos del método de análisis de contenido en educación matemática, el cual nos permite realizar una serie de juicios de valor acerca de la pertinencia o no de la utilización de determinado libro de texto. En este sentido, consideramos acertadas las palabras de Rico, Lupiáñez, Marín y Gómez (2007) cuando afirman que la información que contienen los libros de texto, sus estrategias didácticas, la selección de tareas y los recursos que allí se establecen, generan una obligación para que el libro de texto sea utilizado como apoyo al trabajo que realiza el docente en el aula de clase, pero que no debe convertirse en guía de actuación.

Para la investigación se llevaron a cabo las siguientes fases: la construcción del planteamiento del problema y los objetivos, un análisis de algunos antecedentes con relación al problema planteado, el diseño del marco conceptual, examinar textos escolares a través del

método de análisis de contenido y escritura de algunas reflexiones finales. A continuación explicaremos cada una de las fases enunciadas

4.1 Fase I. Planteamiento del problema

Durante esta fase se observó, producto de nuestra experiencia en el aula, cómo los estudiantes tienen dificultades en el aprendizaje de los números fraccionarios, la cual se ve reflejada desde el inicio con la adquisición de las nociones. Esas nociones son aprendidas gracias a las experiencias que el niño tiene en su contexto y a las enseñanzas de los docentes, los cuales utilizan el libro de texto como una herramienta fundamental a la hora de planear la clase.

Analizando las situaciones antes descritas planteamos la pregunta *¿Cómo es el tratamiento que los libros de texto de matemáticas de tercer grado de educación básica primaria dan a la noción de fracción?*

De igual forma, se planteó como objetivo general de investigación *caracterizar las formas como los libros de texto de matemáticas de tercer grado abordan la noción de fracción.*

4.2 Fase II. Antecedentes

Para este trabajo se hizo una revisión bibliográfica en dos sentidos; por una parte, se estudiaron algunas investigaciones sobre las dificultades de enseñanza que tienen fracciones en la escuela; esto puso en evidencia que la problemática observada tiene un carácter global. La segunda parte de esta fase fue el análisis de algunos estudios referentes a las fracciones tratadas desde los libros de texto, con lo cual se construyó el marco referencial. El sentido de la exploración documental era constituir un referente teórico que guiara el trabajo investigativo.

4.3 Fase III. Marco conceptual

En esta etapa se definieron y delimitaron los conceptos más relevantes para la investigación. Nuestro análisis parte de investigaciones realizadas sobre la noción de fracción, la fracción como medida, las representaciones semióticas de Raymond Duval y el análisis de contenido desde la perspectiva de Luis Rico.

Los tres primeros conceptos nos permitieron diseñar una serie de categorías de análisis para reseñar en los libros de texto objeto de estudio, mientras que la cuarta ayudó a estructurar la metodología de investigación utilizada en el presente trabajo.

4.4 Fase IV. Revisión de textos escolares a través del método de análisis de contenido

Se analizaron algunos textos de matemáticas del grado tercero y se hicieron unos análisis sobre la forma como sugieren la introducción de las fracciones, teniendo en cuenta o no las ideas previas del estudiante, para así, estructurar esta propuesta.

Los siguientes cinco libros de texto fueron analizados: Glifos 3° (2010), Esplendor Matemático 3° (2001), Fórmula 3 Matemáticas (2008), Casa del Saber Matemáticas 3° (2011), y Guía de Autoaprendizaje Matemáticas 3° (2013). Todos los textos pertenecen a editoriales diferentes y son ampliamente reconocidos por la comunidad de docentes de matemáticas de tercer grado de educación básica primaria.

De este listado sólo tres fueron objeto de estudio a la luz del método de análisis de contenido. Los textos seleccionados son Glifos 3° de la Editorial Libros y Libros, publicado en el año 2010, Esplendor Matemático 3°, perteneciente a la editorial Susaeta y publicado en 2001 y Fórmula 3 Matemáticas, publicado en 2008 por la editorial Voluntad. Estos textos fueron

escogidos teniendo en cuenta que son los textos utilizados en las instituciones donde laboran los investigadores y que son ampliamente conocidos por los docentes de matemáticas de tercer grado de educación básica primaria.

Para el análisis de contenido de los textos, se tuvieron en cuenta las siguientes categorías:

Significados y conceptos: Pretende averiguar sobre qué tipos de definiciones expone el libro de texto y los significados de fracción que reflejan, además la claridad o no del concepto a estudiar.

Representaciones: La importancia de esta categoría radica en analizar qué signos, símbolos o imágenes utiliza el libro de texto para enseñar la noción del objeto matemático trabajado y qué tan acertadas y variadas pueden ser las representaciones mostradas.

Aspectos metodológicos: Con esta categoría se pretende observar si se enuncian los objetivos o intenciones de la actividad a desarrollar, si existen o no orientaciones metodológicas para el docente, ya sean de forma explícita o implícita. Además, se estudiará la existencia en el libro de texto de errores de tipo conceptual o procedimental que puedan dificultar la enseñanza del concepto abordado.

Análisis del contexto: Con esta categoría se pretende responder a preguntas tales como ¿los ejercicios, problemas o situaciones planteadas están contextualizadas en la cotidianidad del estudiante? ¿El desarrollo de la fracción muestra aplicaciones que modelan fenómenos de la realidad? y ¿Qué elementos históricos de la matemática se utilizan como recursos en el libro de texto?

Con estas categorías se realizó un análisis individual de los textos y posteriormente un análisis cruzado de estos para visualizar diferencias o similitudes de sus componentes y metodologías.

Fase V. Reflexiones finales: Esta última fase concluye si a través del presente trabajo investigativo se logró resolver la pregunta de investigación planteada, si los objetivos fueron cumplidos o no y se realizarán algunas recomendaciones para ser aplicadas en investigaciones futuras sobre el tema.

Para las fases de esta investigación se tuvo en cuenta el siguiente cronograma de actividades presentada en la Tabla 1.

ACTIVIDAD		FECHA EN LA QUE SE DESARROLLO LA ACTIVIDAD											
		Ene	Feb	Mar	Abr	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	
Introducción al tema	Elección del tema	■											
	Introducción		■										
	Planteamiento del problema		■										
	Objetivos		■										
	Antecedentes con relación al problema planteado			■	■								
	Diseño del marco conceptual					■	■						
	Rastreo de textos							■					
	Metodología							■					
Análisis de texto	Revisión de textos escolares a través del método de análisis de contenido								■	■			
Resultados	Reflexiones finales										■		
Entrega de trabajo.												■	

Tabla 1. Cronograma de actividades del presente trabajo

5 Resultados del Análisis

En este capítulo se presentarán los análisis realizados a los textos escolares seleccionados. Inicialmente presentaremos una descripción de cada uno de los textos y de la forma en que hace la introducción a la temática de las fracciones, luego un análisis detallado de la forma en que cada uno de ellos introduce las fracciones; y finalmente un análisis cruzado de lo evidenciado en los tres libros. Para el segundo y tercer momento se realizará una descripción a la luz de las categorías planteadas para este estudio.

5.1 Exploración de libros de texto que abordan los números fraccionarios

Los siguientes libros de texto fueron consultados con el fin de observar la forma como abordan las fracciones en cuanto al tipo de actividades que proponen.

5.1.1. Glifos 3°

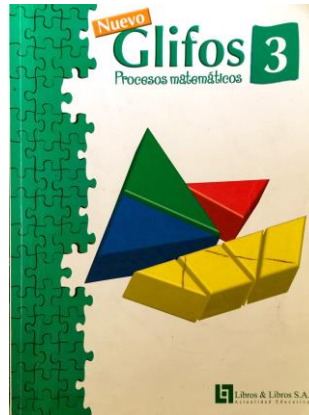


Figura 2. Portada texto Glifos 3° Procesos Matemáticos

Este libro de texto fue publicado en el año 2010 por la editorial Libros y Libros. En su presentación los editores afirman que pretenden involucrar tres aspectos en el texto: el conocimiento matemático, los procesos cognitivos y el contexto. Este texto se emplea como guía de apoyo por la docente investigadora que labora en la Institución Educativa Santo Tomás de Aquino del municipio de Guarne Antioquia.

Glifos 3° consta de 160 páginas divididas en cuatro unidades: El Parque, Mis Compras, Mi Casa y Mis Juguetes. Cada unidad desarrolla núcleos temáticos, concernientes a los cinco tipos de pensamiento matemático, enunciando el estándar que se va a trabajar en cada unidad.

Cada núcleo temático se desarrolla en cuatro apartados en los que se plantean situaciones de acuerdo al título de la unidad. En un primer momento se plantea una situación introductoria de reconocimiento, luego una de aprendizaje del concepto, algunas actividades prácticas y finalmente algunos ejercicios de aplicación todas apoyadas con imágenes y gráficos. Cada unidad ofrece una actividad para evaluar lo aprendido al finalizar el trabajo de los núcleos temáticos.

El trabajo con las fracciones en Glifos 3° se inicia en la unidad 4: Mis juguetes y hace una introducción del tema de fracciones desde dos momentos, el primero denominado fracción como parte de la unidad, a través de una situación de reconocimiento en la que presenta, por medio de una imagen, una torre de bloques o cubos de dos colores diferentes. El estudiante debe contar la cantidad de pisos de la torre. Luego, como actividad de comprensión, se indaga al estudiante por la igualdad de los cubos y se define la fracción y su representación.

Posterior a la actividad de comprensión se presentan, para practicar, algunos ejercicios en la que se pide escribir o completar fracciones a partir de figuras geométricas con partes coloreadas o viceversa. La temática “fracción como parte de la unidad” se finaliza con una actividad denominada piensa y aplica

El segundo momento de introducción que presenta el texto titula partes fraccionarias de un conjunto; consiste en reconocer un grupo de juguetes, algunos con características comunes, e identificar la fracción que representan. Continúa dando paso a una actividad denominada de comprensión en la que se definen las partes de una fracción. Finalmente, al igual que en la temática anterior se termina con una actividad de práctica y una de pensar y aplicar.

5.1.2 Esplendor Matemático 3°

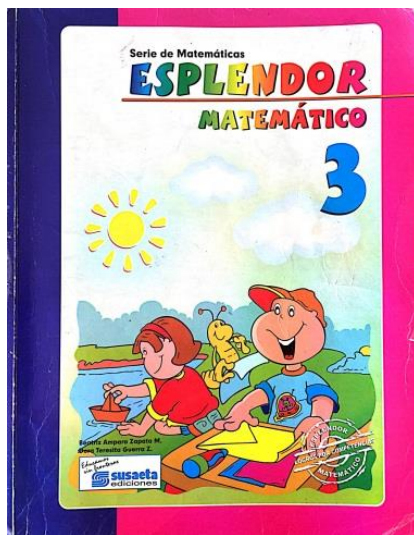


Figura 3. Portada texto Esplendor Matemático 3°

Este libro fue publicado en el año 2001 por la editorial Susaeta y en él se dedican 11 páginas al trabajo de los números fraccionarios. Este texto se emplea como apoyo en la Institución Educativa Jorge Alberto Gómez Gómez donde se desempeña como docente una de las investigadoras.

Esplendor Matemático 3° consta de 167 páginas, en las que se incluye un apartado de presentación en el cual, los editores, afirman que este texto permite un aprendizaje con sentido, se desarrolla significativamente la lógica y el pensamiento matemático y se ofrecen sugerencias metodológicas al profesor. En otro apartado se enuncian los referentes curriculares haciendo mención de los ejes conceptuales de conteo, medición, variación y aleatoriedad.

Este libro de texto está dividido en siete unidades; la última de estas, dedicada al trabajo de los números fraccionarios. En la introducción a este tema se distinguen dos secciones: Los números fraccionarios y los nombres de las fracciones. La primera sección presenta una

orientación para el docente en la que se reconoce que el uso de contextos significativos para facilitar la adquisición de pensamiento numérico es un proceso lento.

La primera actividad introductoria consiste en observar una naranja definida como la unidad y posteriormente su partición en hasta cuatro partes iguales, definiendo cada pedacito con su respectiva fracción respecto a la naranja. Por último, recopila la actividad definiendo cada fracción vista, las cuales debe aprender el estudiante.

Luego de esta primera sección, se procede a incluir, a través de la observación, la partición de figuras geométricas divididas y coloreadas con su respectiva fracción numérica, en las que se destacan la cantidad total de partes y la que se encuentra coloreada, además de su lectura. Posteriormente se concluye con una definición acerca de lo que se debe entender por una fracción.

En un segundo momento de esta sección se presentan pequeñas situaciones con las que se introduce la lectura de las fracciones cuyo numerador siempre es uno. Su intención es que el estudiante aplique saberes y ejercite competencias. Esta parte también presenta el contenido que el estudiante debe aprender.

5.1.3 Fórmula 3 Matemáticas

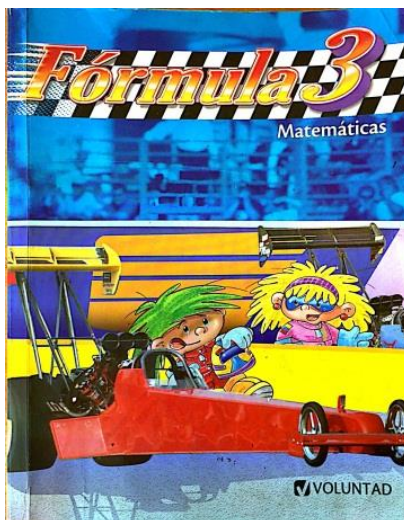


Figura 4. Portada texto Fórmula 3° Matemáticas

Este texto fue publicado en el año 2008 por la editorial Voluntad, donde dedica 20 páginas al trabajo con los números fraccionarios. Este es el libro usado en el grado tercero en la Institución Educativa Escuela Normal Superior Señor de los Milagros del municipio antioqueño San Pedro de los Milagros.

Fórmula 3° es un texto de 152 páginas, dividido en ocho etapas, de las cuales la séptima se enfoca al trabajo de los números fraccionarios. En él se inicia con una referencia a la historia de los números fraccionarios, en la que se muestran los símbolos usados por los antiguos egipcios.

Finalizada esta introducción se le sugiere al docente escribir algunas frases que se usan habitualmente y que están relacionadas con las fracciones. Se procede luego con algunas curiosidades matemáticas relacionadas con las fracciones.

La introducción al tema se completa desde tres temas: los términos y lectura de fraccionarios, las partes de una unidad y su representación y las fracciones de un conjunto y de

una cantidad. El texto ofrece el logro a trabajar, las definiciones respectivas y da un ejemplo con un problema del contexto colombiano. Cada tema finaliza con una práctica en contexto. Se destaca que los ejercicios del segundo tema, partes de una unidad y su representación, son más numerosos. Estos ejercicios son de tipo procedimental, en el cual se pide escribir la equivalencia entre la representación gráfica y el número fraccionario como tal.

5.2 Análisis de contenido de cada uno de los textos seleccionados

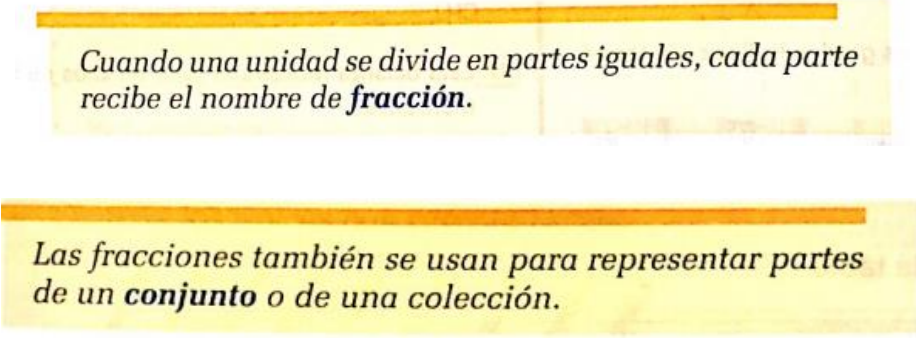
5.2.1 Análisis de contenido del libro de texto Glifos 3°

A continuación, se presentan en la Tabla 2 con las consideraciones más relevantes de lo evidenciado, en el análisis, de las categorías en este texto y una descripción detallada del análisis realizado que arrojó dichas consideraciones.

GLIFOS 3			
SIGNIFICADOS Y CONCEPTOS	REPRESENTACIONES	ASPECTOS METODOLÓGICOS	ANÁLISIS DE CONTEXTO
Las definiciones claras y son explícitas. Los significados de la fracción presentes son los de parte todo y razón	Se utilizan representaciones gráficas (principalmente con figuras geométricas). se hace uso de un lenguaje natural y se usa además una representación numérica del concepto a estudiar	No se evidencian orientaciones al docente de manera explícita pero se percibe la intención en las definiciones y ejercicios de la necesidad de memorización que se inculca. Se reconocen algunos posibles errores conceptuales o procedimentales	Las situaciones planteadas corresponden a situaciones cotidianas, aunque para niños de edades menores. Se presenta de forma explícita a los juguetes como contexto significativo para introducir al tema de las fracciones.

Tabla 2. Resumen del análisis de contenido del texto Glifos 3°

Al realizar el análisis de las definiciones y significados presentes en el texto, respecto a las fracciones, se encontraron dos definiciones de manera explícita. Las cuales ponen en evidencia los significados de parte-todo y de razón y que además se refuerzan con los ejercicios propuestos que se limitan a ejercicios de conteo y reconocimiento de cantidades coloreadas y/o elementos de características comunes.



*Cuando una unidad se divide en partes iguales, cada parte recibe el nombre de **fracción**.*

*Las fracciones también se usan para representar partes de un **conjunto** o de una colección.*

Figura 5. Definiciones explícitas. Glifos 3°

Estas definiciones limitan el concepto de fracción a significados ligados al número natural y en ningún aspecto éste podría ser considerado como un proceso de medición que implique división y comparación de la unidad de medida y mucho menos la posibilidad de usar más de una unidad como lo sugiere López (2013).

Adicionalmente se observó una definición de las partes de la fracción de manera implícita. Donde se señala el numerador y el denominador en una fracción, y se debe asumir o reconocer el papel que cumple cada uno en los significados de fracción practicados. Esta idea le da al niño que una fracción está compuesta por dos números. Por lo tanto, difícilmente verán la fracción como un número.

Los términos de una fracción son dos: el *numerador* y el *denominador*.

$$\frac{3}{9} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{numerador} \\ \text{denominador} \end{array}$$

Figura 6. Definición implícita. Glifos 3°

Este texto no tiene en cuenta situaciones en las que estén presentes algunos significados, entre ellos el de medida, para introducir el tema de fracciones, limitando la comprensión de este concepto y encasillando la noción del estudiante al uso del conteo como factor único para la obtención de una fracción. Con esto se pierde la posibilidad de potenciar conocimientos y a la vez modificar algunos conceptos vistos por los estudiantes, que si se tiene con la fracción como medida.

En la categoría de representaciones, se maneja el lenguaje natural como mediador para el reconocimiento de la fracción en su representación gráfica y numérica, pues es a partir de preguntas en este lenguaje, y de su lectura, que se encamina al estudiante a la obtención de las respuestas esperadas y el aprendizaje deseado en el que el alumno desarrollará la capacidad de realizar cierto tipo de conversiones, es decir, que sea capaz de pasar de una representación gráfica a una numérica o de estas a un lenguaje natural y viceversa.

Completa esta tabla.


Con palabras	Con gráficas	Con números
dos tercios		
		$\frac{3}{4}$
		

Figura 7. Cambios en el sistema de representación

1. Alejandra y Santiago colorearon dos quintos de una figura.

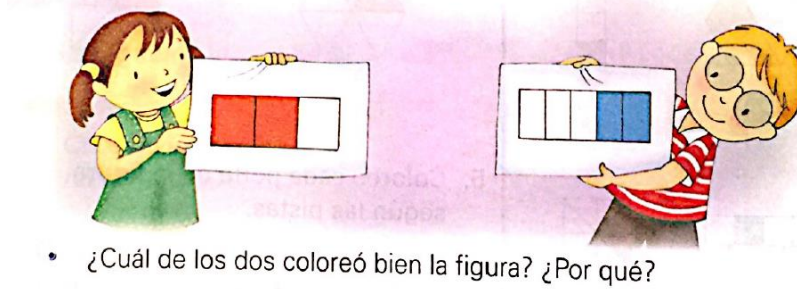


Figura 8. Situación que plantea la necesidad de reconocer dos tipos de representación

Sin embargo, no es suficiente con que el alumno posea una variedad de representaciones de un mismo objeto matemático; este debe saber elegir una, según el propósito de la actividad, aumentando su capacidad cognitiva. Pero los ejercicios planteados en el texto no constituyen un reto que permita al estudiante poner en práctica esta elección, pues son demasiado directos frente a lo que el estudiante debe hacer. Por ejemplo, en la Figura 7 se evidencia como el texto solo admite la representación del lenguaje natural como la forma en que se leen las gráficas presentadas. Este tipo de ejercicios no le permiten al estudiante elegir el lenguaje numérico como forma de leer lo que está representado en un lenguaje gráfico

6. Escribe cómo se lee cada fracción.

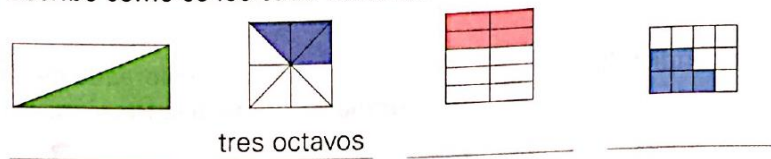


Figura 9. Ejemplo de conversión de representaciones. Glifos 3°

Los aspectos metodológicos no son evidentes de manera explícita en cuanto no se observan en las actividades los objetivos o logros propuestos para el trabajo. Sin embargo, los

encabezados en las actividades muestran una intencionalidad del texto que favorece la memorización en varios pasos.

Primero se pide que el estudiante reconozca, a partir del conteo la cantidad de elementos pedidos y los totales, luego se espera que el estudiante comprenda algunos aspectos inmersos en el estudio de las fracciones, como la necesidad de igualdad entre las partes y la correspondencia entre una representación numérica con una gráfica.

Continúa con la ejercitación en cuanto a la relación y correspondencia entre las fracciones, representadas de forma gráfica o numérica y se concluye con algunas situaciones para aplicar lo memorizado, haciendo uso de algunas preguntas que orientan hacia el conteo antes de preguntar por la fracción que representa correctamente estas situaciones.

Consideramos incorrecto definir la fracción como cada parte en que se divide una unidad pues se limita al significado de parte-todo y no consideraría un grupo de partes de la unidad como una fracción también. Por otra parte, esta definición y formas de enseñanza eluden los procesos de medición y uso de materiales tangibles, para disminuir los procesos de instrucción como lo afirman algunos investigadores (Escolano, 2004).

Además, en la situación de las banderas (Figura 9) el estudiante debe usar su noción de ancho para responder a las dos preguntas iniciales; en las que podría entender el ancho de las banderas como la dimensión de forma horizontal, para lo cual su respuesta sería que el ancho es el mismo, aunque la intención es que la reconozca de manera vertical, por lo cual la franja amarilla de Bolívar es la mitad que la de la franja amarilla de Colombia.

2. Observa las banderas y responde.



Colombia



Bolívar



Cauca

- ¿Tienen la misma anchura las franjas de las tres banderas?
- ¿La franja amarilla de la bandera de Colombia es igual de ancha a la franja amarilla de la bandera de Bolívar?
- ¿Qué fracción representan las franjas verdes en la bandera del Cauca?

Figura 10. Posible error de planteamiento. Glifos 3°

La última categoría, análisis de contexto, muestra que los ejercicios, problemas o situaciones planteadas están contextualizadas en la cotidianidad aunque no necesariamente para la edad de los estudiantes, que en el grado tercero ya han perdido gran interés en los tipos de juguetes usados en el texto para introducir la temática. Sin embargo, el desarrollo de la fracción muestra aplicaciones que modelan fenómenos de la realidad como es el caso del uso de la fracción para establecer comparaciones entre cantidades de elementos de un conjunto respecto a la cantidad total del mismo, pues este tipo de situaciones abren paso a temáticas futuras como las probabilidades de un evento.


5.2.2 Análisis de contenido del libro de texto Esplendor Matemático 3

Presentamos el resumen del análisis de este texto en la Tabla 3, el cual detallaremos desde cada categoría de análisis.

ESPLENDOR MATEMÁTICO 3			
SIGNIFICADOS Y CONCEPTOS	REPRESENTACIONES	ASPECTOS METODOLÓGICOS	ANÁLISIS DE CONTEXTO
Las definiciones son explícitas y claras. Se percibe el trabajo desde el significado de la fracción como parte-todo	Se utilizan representaciones gráficas (principalmente con frutas). Se hace uso de un lenguaje natural y se usa además una representación numérica del concepto a estudiar	Presenta de manera explícita la orientación metodológica para el docente. Se recae en el error de pedir una división, de un objeto irregular como la fruta, en partes iguales, evento que difícilmente se logra realmente.	Las situaciones planteadas corresponden a situaciones cotidianas, aunque no necesariamente de forma correcta.

Tabla 3. Resumen del análisis de contenido del texto Esplendor Matemático 3°

El análisis del texto desde la categoría de definiciones y significados muestra la existencia de algunas definiciones explícitas y a las que se les hace un énfasis al enmarcarlas y titularlas con la palabra aprende y la imagen de un diskette, símbolo de guardar o memorizar.



Aprende


La unidad **1** : Es la **figura completa** que tenemos.

Un medio $\frac{1}{2}$: Es la **MITAD** de la unidad.

Un tercio $\frac{1}{3}$: Es una **TERCERA** parte de la unidad.

Un cuarto $\frac{1}{4}$: Es una **CUARTA** parte de la unidad.

Un quinto $\frac{1}{5}$: Es una **QUINTA** parte de la unidad.



Aprende

Una fracción representa una unidad que se ha dividido en partes iguales.

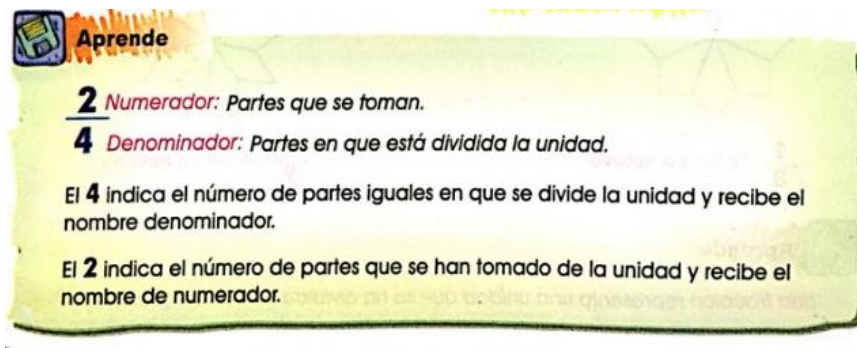


Figura 11. Definiciones explícitas. Esplendor Matemático 3°

Con este tipo de definiciones se desprecia la relatividad de la unidad, la cual puede representar una o varias figuras que se pueden dividir o repartir. Es decir, con estas definiciones dos trozos de cintas de 30 cm no podrían considerarse como una unidad que se puede repartir sino como un conjunto de unidades iguales. Estas definiciones giran en torno al significado parte-todo de la fracción pues centran su enseñanza a la división de una unidad y al conteo de las partes en que se divide y las que se toman. Lo que se pone en evidencia también en los ejercicios presentados en el texto para explicar dichas definiciones.

Para la enseñanza de estas definiciones el texto usa algunas representaciones para simbolizar las fracciones, como son: el lenguaje natural, con el que se orienta la lectura del número fraccionario, las gráficas que representan frutas, principalmente, a las que se les realizan divisiones en varias partes y de las que se muestra la representación numérica correspondiente a la cantidad de divisiones que se le realizan.

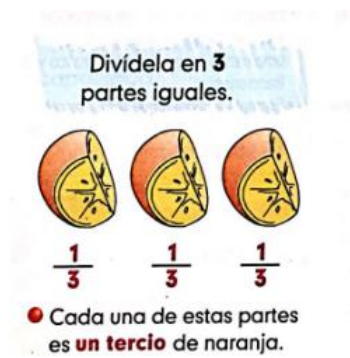


Figura 12. Formas de representación presentes en el texto *Esplendor Matemático 3°*

El uso de frutas no emplea criterios claros de manera explícita, para la equipartición, además del hecho de que las partes deben ser iguales, aunque dichas partes se muestran de la misma forma. Lo que podría constituirse en una dificultad para explicar que dos partes con un mismo volumen pueden representar la mitad de un objeto aunque no tengan la misma forma.

Estos recursos gráficos, que sugieren también la puesta en práctica con material tangible, llevan al niño a construir su noción a partir de un medio tridimensional e impreciso y que solo concibe a la fracción como parte-todo (Godino, Batanero, & Font, 2004).

En la tercera categoría, los aspectos metodológicos, el libro se limitan a la orientación inicial para el docente (Figura 12), en la que se le recuerda la forma en que se facilita al alumno la adquisición de conocimiento y se le sugiere usar actividades como las planteadas en el texto.

Esta orientación metodológica y el trabajo desarrollado en esta unidad no evidencian porqué el texto afirma que los contextos utilizados son significativos y porque permiten la adquisición de pensamiento numérico. Si bien el uso de los objetos es de un contexto cercano para el alumno, estos no necesariamente son pertinentes como ya se ha mencionado y se limitan al conteo principalmente.

Los números fraccionarios

Orientación metodológica

- Recuerde que cuando al alumno y/o a la alumna se le posibilita pensar en los números y usarlos en contextos significativos, se está facilitando la adquisición de pensamiento numérico. Y aunque esto es un proceso lento bien puede iniciarse a partir de actividades como éstas, confrontándolas con la realidad cotidiana.

Figura 13. Orientación metodológica. Esplendor Matemático 3°

A pesar de esta orientación no se evidencia los objetivos del trabajo a realizar ni los logros que se esperan alcanzar.

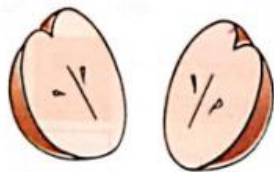
El análisis de contexto arrojó como principal dificultad el uso de frutas (Figura 13) como ejemplo de partición en el que se pide hacerlo en partes iguales, pero sabemos que difícilmente se lograría en realidad. Además, la definición de fracción como unidad que se ha dividido en partes iguales no encierra la posibilidad de dividir varios objetos o cantidades de objetos.

Los nombres de las fracciones

Aplica tus saberes y ejercita competencias



Lee comprensivamente y aprende.



José parte la manzana en 2 partes iguales y se come 1. José se comió **un medio** y lo podemos representar así:

$\frac{1}{2}$ Se lee **un medio**.

Figura 14. Uso de frutas como ejemplo de equipartición. Esplendor Matemático 3°

En algunos textos como este tratan al parecer de cubrir la necesidad de usar objetos contextuales para llamar la atención de los alumnos sin un análisis minucioso de las dificultades que se pueden generar con el uso de estos. La equipartición de una fruta obliga a la comparación

del volumen de cada una de las partes para garantizar la igualdad de estas. Es este caso el volumen puede ser una magnitud compleja para el total entendimiento del alumno.

En este sentido el uso de elementos planos o longitudinales pueden ser más apropiados para el trabajo de las fracciones como medida. Doblar una hoja de papel a la mitad permite que puedan presentarse casos en que un grupo de alumnos realice un dobléz horizontal, mientras otros grupos lo hagan por la diagonal, permitiendo que puedan cuestionarse sobre si ambas figuras obtenidas con el dobléz representan un medio de la hoja y si estas figuras tienen el mismo tamaño (área).

5.2.3 Análisis de contenido del libro de texto *Fórmula 3° matemáticas*

A continuación presentamos los hallazgos encontrados durante el análisis de contenido al texto *Formula 3°*, los cuales se resumen en la Tabla 4 y se describirán detalladamente luego de esta.

FÓRMULA 3° MATEMÁTICAS			
SIGNIFICADOS Y CONCEPTOS	REPRESENTACIONES	ASPECTOS METODOLÓGICOS	ANÁLISIS DE CONTEXTO
Existen definiciones explícitas. Se habla del uso que se le ha dado a las fracciones.	Se hace uso de algunos símbolos antiguos, del lenguaje natural, de gráficos y de representación numérica.	Se realizan sugerencias de tipo metodológico al docente y se enuncian los logros y las competencias a desarrollar en cada sección.	El texto presenta parte de la historia del origen de las fracciones y algunas curiosidades representadas con fracciones y de contextos cotidianos. Las situaciones planteadas en las secciones de la unidad también son contextuales.

Tabla 4. Resumen del análisis de contenido del texto *Fórmula 3° Matemáticas*

En la primera categoría se detectaron algunas definiciones explícitas, la primera de ellas corresponde a la definición de fracción, la cual se presenta, en un sentido amplio, como una herramienta y no como un número o un resultado de una partición (Figura 14). Esta definición se encuentra en el componente histórico y no se repite o se cambia en las temáticas introductorias del concepto abordado.



Figura 15. Definición de fracción. Fórmula 3º Matemáticas

Esta definición permite un trabajo más amplio con el concepto de fracción dejando abierta grandes posibilidades de enseñanza para un proceso de comprensión y construcción de la noción por parte del estudiante.

Las siguientes dos definiciones corresponden a los términos de la fracción, estos se dan y de manera explícita y son reforzados con un ejemplo.

Tema 1

Logro: escribir fracciones para representar la relación entre una parte y el todo.

Términos y lectura de fracciones

Al número de partes iguales en que está dividida la unidad se le llama **denominador** y el número de partes iguales que se escogen de la unidad se llama **numerador**.



De acuerdo con el último censo poblacional hecho en Colombia, de cada 4 personas que hay en el país, 1 es afrodescendiente. La fracción que expresa este hecho es $\frac{1}{4}$; 4 es el denominador y 1 es el numerador.

Figura 16. Definiciones explícitas. Fórmula 3° Matemáticas

La fracción como parte de un conjunto y de una cantidad, no se expresa como definición sino como una forma de usar las fracciones, lo que es coherente con la primera definición en donde la fracción es una herramienta.



Figura 17. Forma de usar las fracciones

Este texto usa una variedad de significados de la fracción presentados a partir de situaciones y ejemplos, las primeras de ellas desde las curiosidades matemáticas. La fracción como razón se presenta a partir de situaciones de comparación de cifras poblacionales, la fracción como parte-todo se introduce con situaciones de contexto pero su práctica contiene gran cantidad de figuras geométricas con partes coloreadas.



Figura 18. Algunas curiosidades matemáticas. Fórmula 3° Matemáticas

La fracción como operador o partidor se introduce desde una situación en la que se quiere compartir la cuarta parte de la cantidad de pelotas lo que supone la necesidad de dividir la cantidad total por el denominador de la fracción. La fracción como cociente y como medida no se usa en las temáticas introductorias pero son usadas para el trabajo de otras temáticas como las fracciones equivalentes.

Logro: usar la fracción para representar la relación entre un conjunto y sus elementos.

Tema 3

Fracciones de un conjunto y de una cantidad

Podemos usar fracciones para escribir las partes de un conjunto.

Ejemplo

Julián tiene 12 pelotas. La fracción de pelotas rojas es $\frac{6}{12}$. En este caso, el denominador indica el total de pelotas y el numerador, las que son rojas. Julián le dará la cuarta parte de las pelotas a su hermano. ¿Cuántas pelotas le regalará?

Cómo tiene 12 pelotas, la cuarta parte de 12 se consigue dividiendo 12 en cuatro partes iguales. Una de esas partes es la que Julián le da a su hermano, es decir, 3 pelotas.





Figura 19. Situación introductoria de la fracción de un conjunto. Fórmula 3º Matemáticas

Continuando con este análisis se encontraron una gran variedad de representaciones semióticas para el uso de la fracción, la primera de estas desde los símbolos históricos usados por los egipcios para contextualizar los orígenes de este concepto.

Un poco de historia

Las fracciones se inventaron en la cultura egipcia.

En la representación egipcia de fracciones se usaba el símbolo  que después fue escrito como un punto y significaba parte.

Un cuarto $\frac{1}{4}$ se representaba con el símbolo de parte seguido del valor del denominador, así: 

Otra particularidad de las fracciones egipcias era que se asociaban a lo que se conocía como el ojo de Horus. Horus era un dios griego con cabeza de halcón que protegía a los faraones. En su ojo se representaban las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ y $\frac{1}{64}$.




Figura 20. Historia. Representación simbólica de fracción. Fórmula 3º Matemáticas

La segunda representación es el lenguaje natural que es utilizado para presentar situaciones de contexto relacionadas con el empleo de las fracciones, algunas como curiosidades y otras como ejemplos para reforzar algunas definiciones. Estas representaciones son reforzadas por gráficos e imágenes, la mayoría de ellas geométricas, algunas ilustradas como situaciones de contexto.

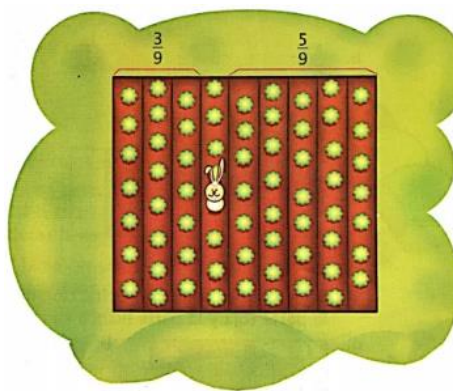


Figura 21. Representación gráfica. Fórmula 3º Matemáticas

Finalmente, la representación numérica es usada frecuentemente como forma de conversión de otras representaciones y como la forma más usual de usar y tratar el concepto. Esta variedad de situaciones puede dotar al estudiante de mayores herramientas para seleccionar la representación adecuada en determinados problemas o hacer uso de conversiones según la necesidad del mismo.

A nivel metodológico el texto orienta al docente con algunas recomendaciones, con los logros propuestos y las competencias que se espera sean alcanzadas por el estudiante durante cada sección.

Para que comuniqués: Escribe algunas frases que la gente utiliza habitualmente y que están relacionadas con fracciones.

Competencia propositiva: encuentra formas diversas para dividir la unidad conservando la igualdad de área.

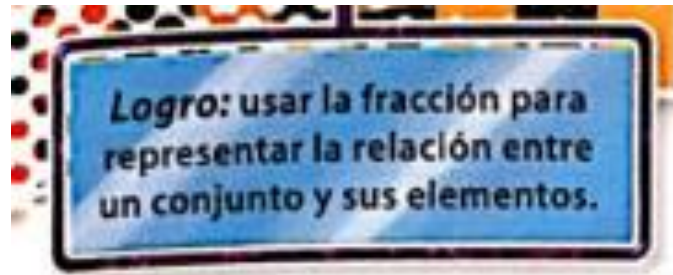


Figura 22. Orientaciones metodológicas. Fórmula 3° Matemáticas

No se perciben errores conceptuales o procedimentales en las temáticas introductorias al concepto de fracción presentadas en este libro.

El contexto usado para las situaciones y problemas es adecuado y variado, ya que se usan cifras y datos desde el contexto local, nacional o internacional. El texto presenta parte de la historia del origen de las fracciones y algunas curiosidades representadas con fracciones.

5.3 Análisis de contenido de los hallazgos encontrados en los tres textos seleccionados.

En esta parte del capítulo presentaremos un análisis cruzado de los hallazgos encontrados en los tres libros de texto. Discutiremos cada hallazgo en cada categoría de acuerdo a las semejanzas y diferencias encontradas.

Iniciamos esta discusión sobre las definiciones presentadas al abordar el concepto de fracción, por un lado exhibimos la definición mostrada por el texto Glifos 3°, donde la fracción se define como cada una de las partes en que se divide la unidad. Por otro lado, el libro Esplendor Matemático 3°, la define como la representación de una unidad que se ha dividido en partes iguales.

Si consideramos ambas definiciones como verdaderas, existirá un asunto difícil de explicar al alumno pues tendríamos que una fracción puede ser una unidad y a su vez también puede ser cada una de sus partes; estas son definiciones que priorizan el trabajo de la fracción como parte-todo.

Ahora analicemos la definición que nos presenta en el texto Fórmula 3°. En este, las fracciones son una herramienta útil que se utilizan en la repartición y el cálculo. Podría decirse que no existe una inclinación a ninguno de los significados de la fracción y por el contrario deja un campo abierto para el trabajo desde cualquiera de ellos, permitiendo al estudiante ampliar su noción de este concepto, de acuerdo a las experiencias que adquiriera desde las situaciones planteadas desde este texto. Sin embargo, no existe un componente de medición en los aspectos introductorios al concepto de fracción, en el cual se usen magnitudes como la de longitud, como lo sugiere Freudenthal (1983).

Otra mirada a estas definiciones radica en que, las dos primeras dadas por los textos Glifos 3° y Esplendor Matemático 3°, fueron expuestas de manera explícita y puestas en práctica con ejercicios repetitivos y poco variados. Según Freudenthal (1983), el concepto no se debe definir primero para luego explicarlo. Sin embargo, la definición del texto de Fórmula 3° aunque se dio desde el inicio del tema, es tan abierta que no podría decirse que se intenta explicar, más

bien a partir del análisis de situaciones es el estudiante quien comprueba la utilidad de la fracción como herramienta.

En cuanto al uso de las fracciones, Glifos 3° y Fórmula 3°, manifiestan que es posible emplearlas para escribir o representar las partes de un conjunto, aunque con procesos diferentes. Para Glifos 3°, la fracción de un conjunto corresponde a la cantidad de objetos con iguales características comparada con la cantidad total de objetos. Para Fórmula 3°, la fracción de un conjunto implica una operación matemática entre el denominador y el total de los elementos. El numerador solo se usa con valor de 1. El texto Esplendor Matemático 3, sólo aborda a la fracción como parte-todo.

Las diferentes formas de concebir a la fracción se reconocen de forma más variadas desde el texto Fórmula 3, lo que puede favorecer para que el estudiante no aprenda el concepto sólo en el momento sino que logre comprenderlo e interiorizarlo.

Las representaciones empleadas en los tres textos, son similares ya que ponen en juego un triángulo de representación entre el lenguaje natural, los gráficos y la representación numérica, lo que permite que el estudiante aprenda a realizar esta tipo de conversiones a través de la práctica sistemática de ejercicios de conversión.

En algunos textos como Esplendor Matemático 3° y Fórmula 3°, se evidencian algunas de las intenciones de las temáticas planteadas pero se enfocan en ciertos casos a la mera escritura de los logros, no existe una explicación del porque las situaciones empleadas son coherentes con lo que se quiere lograr y el porqué de su pertinencia.

Los tres libros se centran en situaciones de la cotidianidad del estudiante aunque algunos como se menciona en el apartado anterior, pueden constituir algunos errores ya sea por la edad

de los estudiantes y el tema propuesto (los juguetes) o por el uso como ejemplo de las frutas y la necesidad de una división en partes iguales.

Cabe destacar que a pesar de el énfasis que hacen los textos sobre la igualdad entre las partes en que se divide la unidad, para el caso de parte-todo, no existe una claridad o sugerencia de la misma, sobre la posibilidad de que las partes tengan formas diferentes como lo sugiere en su investigación Simon (2006). Estas podrían considerarse dificultades asociadas al proceso de enseñanza de las matemáticas, en cuanto a los procesos de enseñanza. (McLeod y Adams, 1989, citado por Socas, 2007).

6 Reflexiones finales

En esta última fase presentamos algunas conclusiones sobre los resultados obtenidos en este trabajo investigativo. Inicialmente, consideramos que los textos escolares favorecían la enseñanza de la fracción como parte todo, sobre los demás significados asociados a este concepto. De acuerdo al análisis realizado, por lo menos dos de los tres textos enseñan la fracción desde este significado, lo que constituye un desequilibrio entre los distintos significados del concepto de fracción. Además, se halló que en los tres textos se emplean figuras asociadas a este significado, las cuales de no tener cuidado pueden ser una fuente de dificultad para la construcción de la noción de fracción.

Al observar el objetivo de investigación, caracterizar las formas como los libros de texto de matemáticas de tercer grado abordan la noción de fracción, podemos concluir gracias al análisis de contenido practicado, que los tres textos presentan de manera similar la noción de fracción; iniciando con una actividad introductoria, luego presentan la definición del concepto abordado y por último se proponen un serie de ejercicios o situaciones que pretenden evidenciar que el aprendizaje del concepto se ha memorizado o comprendido.

Los textos no le ofrecen al estudiante la posibilidad de elegir el tipo de representación que considere adecuado para desarrollar las actividades propuestas, sino que a través del ejemplo expuesto limitan el actuar del niño. Todos los textos utilizan tres tipos de representaciones semióticas para abordar el concepto de fracción: lenguaje natural, gráfico y

numérico, proponiendo la conversión de estos de manera directa, sin generar la necesidad en el alumno, para que sea este el que seleccione el más conveniente para resolver este tipo de situaciones.

En las secciones analizadas de los tres libros de texto, no se percibe que exista un tratamiento de la fracción en ninguno de los sistemas de representación empleados; sin embargo, este es un proceso cognitivo que se aborda cuando se trabajan fracciones equivalentes o simplificación y amplificación de ellas, temáticas que se abordan más adelante en los textos.

Con la presente investigación se dejó en evidencia que a pesar de los trabajos que se han realizado para la enseñanza de las fracciones, es necesario un mayor compromiso por parte de las editoriales y de los docentes para la elaboración y selección de textos escolares apropiados para la construcción de conceptos matemáticos de tanta complejidad como las fracciones.

Los resultados del presente trabajo ofrecerán a los docentes algunas herramientas históricas y conceptuales para la elección de sus herramientas de apoyo como lo son los libros de texto o para efectuar las modificaciones pertinentes a estos, de acuerdo a las necesidades dentro del aula y a las sugerencias e indicaciones de los investigadores.

Finalmente, como el uso de la medida en los libros de texto para la introducción de las fracciones en el grado tercero no fue evidente, nuevas investigaciones pueden realizarse para rastrear este uso y su eficacia como lo afirman los investigadores. Podrían también realizarse algunas intervenciones con alumnos, para la construcción de situaciones introductorias que favorezcan la comprensión del concepto de fracción a partir del uso de medidas como las de magnitud longitud, área o tiempo en la educación básica primaria las cuales son más cercanas.

7 Referencias bibliográficas

- Arrieta Illarramendi, E., & Maiz Olazabalagas, I. (2000). Interacción social y contextos educativos. *Revista de psicodidáctica*(9), 59-69.
- Barreto, M. (2010). *Glifos 3°*. Bogotá: Libros y Libros S. A.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática: la Educación Matemática desde una perspectiva cultural*.
- Block, D., Cantoral, O., Uriza, R., Chávez, C. O., Farfán, J., Márquez, R., . . . Romo, V. A. (2007). *el papel de la noción de la razón en la construcción de fracciones en la escuela primaria. Investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemáticas Educativa A.C-Díaz de Santos.
- Campanario, J. M., & Otero, J. (2000). Comprensión de los libros de texto. En F. J. Perales, & C. P., *Didáctica de las ciencias experimentales* (págs. 323-338). Alcoy: Marfil.
- Castaño, A. N. (2014). *Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria*. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales-Colombia.
- Castillo, L. (2014). *Una ecología del concepto de fracción: un acercamiento desde la TAD*. Cali: Universidad del Valle.

Cely, V. (2011). *La casa del saber 3*. Bogotá: Santillana.

Cintas, R. (2000). Actividades de enseñanza y libros de texto. *Investigación en la escuela*, 97-106.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Reserch Methods in education*. London, UK: Routledge.

Conde, A., & Acuña, C. (2012). Diseño y desarrollo curricular para la enseñanza y el aprendizaje de los números fraccionarios. *Congreso iberoamericano de aprendizaje mediado por la tecnología*, (págs. 545-554). México.

Cortina, J., Cardozo, E., & Zúñiga, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6o. de primaria. *Revista electrónica de investigación educativa*, 14(1).

D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Relime*(Número especial), 177-195.

Díaz, L., & Salazar, M. (2009). La actividad de medir aporta significados a fracciones y razones. *Acta latinoamericana de matemática educativa*, 207-216.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 9(1), 143-168.

-
- Escolano, R. (2004). Presencia histórica de la fracción en los libros de texto del sistema educativo español. *VIII Simposio de la Sociedad Española de investigación en Educación Matemática*. La Coruña.
- Fernández, S. (2011). *Matemáticas, complementos de formación disciplinar*. Barcelona: GRAO.
- Flores, R. (2011). Los significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 23-31). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. (L. Puig, Trad.) México: CINVESTAV-IPN.
- Fundación Escuela Nueva Volvamos a la Gente. (2013). *Guía de Autoaprendizaje de matemáticas 3°*. Bogotá.
- Gairín, J. (2004). *El número, agente integrador del conocimiento, Números racionales; Modelos y significados*. OMAGRAF, S.L.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: GAMI.
- González, D. (2015). *Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria*. Cantabria: Universidad de Cantabria.
- Hincapié, C. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

-
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido, teoría y práctica*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- López, J. (2013). *El aprendizaje del concepto de fracción, desde una perspectiva histórico-cultural: un camino*. Cauca, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Maza, C. (1999). Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones. *Suma*, 87-95.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Meza, A., & Barrios, A. (2010). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones. *11° Encuentro colombiano de matemática educativa*, (págs. 674-682). Planeta Rica.
- Morales, R. (2014). *Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales*. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.
- Múnera, J. (1997). *Estrategias de intervención pedagógicas para la enseñanza de los números fraccionarios*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *EMA*, 8(2), 157-182.
- Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. (2006). *Modulo 1. Pensamientos Numéricos*. Medellín: Gobernación de Antioquia.
- Obando, G., Vasco, C., & Arboleda, L. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, XVII, 59-81.

-
- Perera, P., & Valdemoros, M. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Educación Matemática*(XI), 209-218.
- Ponce, H. (2006). *Enseñar y aprender Matemática*. Buenos Aires, México: Novedades educativas .
- Quiroz, B., & Vanegas, J. (2009). *Las fracciones como medidor, partidor y operador*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Quispe, W. (2008). *Inferencias en la comprensión de los significados del número racional*. Cusco: Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.
- Quispe, W., Gallardo, J., & González, J. L. (2016). ¿Qué comprensión de la fracción fomentan los libros de texto de matemáticas peruanos? *PNA*, 4(3), 111-131.
- Reid, C. (2008). *Del cero al infinito, por qué son interesantes los números*. México: Librería.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.
- Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. *Unión*(33), 11-27.
- Rico, L., Lupiáñez, J., Marín, A., & Gómez, P. (2007). Matemáticas escolares y análisis de contenido con profesores de secundaria en formación. *VIII Seminario de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico* (pág. 19). Aravaca: Universidad de Granada.
- Ríos, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. *Omnia*(2), 120-157.
- Robles, C. (2008). *Fórmula 3 matemáticas*. Bogotá: Voluntad.

Simon, M. A. (2006). Key Developmental Understandings in Mathematics: A Direction for Investigating and Establishing Learning Goals. *Mathematical Thinking And Learning*, 8(4), 359-371.

Socas, M. (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las fracciones, Análisis desde el enfoque lógico semiótico*. Tenerife España: Caja Canarias.

Valdemoros, M. (2010). Dificultades didácticas en la enseñanza de razón y proporción: estudio de caso. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*(23), 217-226.

Valdemoros, M., & Perera, P. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación matemática*, 21, 29-61.

Zapata, B., & Guerra, D. (2001). *Esplendor matemático 3º*. Medellín: Susaeta ediciones S. A.