

文章编号: 1000 4874(2006)05-0613-06

基于样条修正的河口动力问题 大涡模拟模式^{*}

江洧¹, 韦永康², 李毓湘², 詹杰民³

(1 广东省水利水电科学研究院, 广州 510610)

2 香港理工大学土木及结构工程系;

3 中山大学应用力学与工程系, 广州 510275)

摘要: 该文采用三次样条函数对水位梯度进行修正, 建立了珠江伶仃洋河口的大涡模拟湍流模式, 通过对 1978 年 7 月 20 日 23 点至 1978 年 7 月 22 日 23 点的珠江伶仃洋河口动力过程的模拟表明, 建立的模式能准确地模拟潮汐的动力过程, 同时, 由于三次样条插值能够自然地反映河岸零水位梯度条件, 本文的方法能够更清晰地反映出河岸的局部涡结构。

关键词: 大涡模拟; 三次样条; 差分法; 河口

中图分类号: P731.035 文献标识码: A

A large eddy simulation turbulence model for estuary using spline correction

JIANG Wei¹, WEI Yong-kang²,

LI Yok-sheung², ZHAN Jie-min³

(1. Guangdong Provincial Research Institute of Water Conservancy
and Hydropower, Guangzhou 510610, China;

2. Dept. of Civil & Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University,
Hong Kong, China;

3. Dept. of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University,
Guangzhou 510275, China)

Abstract A large eddy simulation turbulence model for Pearl River estuary is established in this paper. Gradients of water level in horizontal plan are corrected using cubic spline. Dynamic process in Lingding Yang of Pearl River estuary from 11:00 pm in July 20, 1978 to 11:00 pm in July 22, 1978 is simulated. The numerical results show that the proposed model can be used to predict the process correctly. At the same time, because the cubic spline can naturally be used to describe the zero gradient of water level in hori-

* 收稿日期: 2006-02-28

基金项目: 国家自然科学基金 (10272118), 香港研究资助局 (RGC-PolyU 5058/02E) 资助项目和教育部高等学校博士学科点专项科研基金 (20020558013), 广东省科技攻关项目 (2KM061045)

作者简介: 江洧 (1963~), 男, 江西婺源人, 教授级高工, 博士。

zonal plan near the bank the model can be used to describe the local vortexes near the bank clearly.

Key words large eddy simulation; cubic spline; FDM; estuary

1 引言

数学模型是研究河流、河口动力和海洋环流的重要工具。在大范围的河流动力问题研究中,常常可将问题简化为一维河网问题。因此,在数学模型上处理起来较为简单。而在河口动力研究方面的数学模型与近岸海洋环流问题的数学模型基本相同。目前,在浅水问题近岸海洋环流问题中应用较为成功的三维斜压模型有汉堡模型和 Princeton (Blumberg and Mellor 1987)模型。近年来,大涡模拟(Large Eddy Simulation)湍流模式受到了气象学家和海洋学家的的高度重视。大涡模拟的很多应用已在大气环流动力学的研究中实现(Moeng 1984; Mason 1994),相比之下,在海洋环流和水动力学的研究相对较晚,但对海洋环流和浅水流动的研究和应用已经取得成果(McWilliams et al., 1993; Skillingstad and Denbo 1995; Zhan and Li 1998, 2001)。大涡模拟模式中,由于使用了 Smagorinsky-Lilly 方法,使黏性系数不仅随网格尺度变化,而且随应力率张量 S_{ij} 的迹变化。由于大涡模拟方法是湍流方法,满足 Kolmogorov-5/3 定理(Lilly 1967),因而模式中的变黏性系数比过去经典模式中的常黏性系数更合理。

2 大涡模拟和垂直方向的涡黏参数化

利用高斯型滤波函数,对水动力方程进行滤波,可得:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{uu}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{vu}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{wu}}{\partial z} - f\bar{v} = \\ - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{uv}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{vv}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{wv}}{\partial z} + f\bar{u} =$$

$$- \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{uw}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{vw}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{ww}}{\partial z} = \\ - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g \end{aligned} \quad (4)$$

在大尺度海洋或浅水环流中,水平和垂直的流动特征不同,在进行数值模拟时采用的网格尺度也不同,因此水平方向和垂直方向的黏性系数也不同(Zhan 和 Li 1998, 2001)。利用泰勒展式,非线性项的滤波值为

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j + L(\bar{u}_i \bar{u}_j) + \overline{u_i u_j} \quad (5)$$

其中, $i, j = 1$ 或 2 且

$$L(\bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{\Delta^2}{2\gamma} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x} +$$

$$\frac{\Delta^2}{2\gamma} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial y} + \frac{\Delta^2}{2\gamma} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial z} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial z}$$

其中 γ 为滤波系数,等于 6.0 , Δ_i 为 i 方向的滤波尺度。

如果坐标三个方向的网格尺度足够小,则方程(5)对 $i, j = 1, 2, 3$ 都成立,但由于计算机的限制,实际上做不到。例如,海洋环流问题中,网格的尺度是公里级。因此,(5)式仅用于 \overline{uu} , \overline{uv} 和 \overline{vw} 。这样,在水平方向,利用 Smagorinsky-Lilly 的大涡模拟思想对(5)式中的 $\overline{u_i u_j}$ 进行模型化,得

$$\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} E = - \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

其中

$$\mu = (C_s \Delta)^2 \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2},$$

$$E = \frac{1}{2} \overline{u_i u_j} \quad (7)$$

而 δ_j 是 δ 函数; Δ 为有涉及网格的长度尺度 $\Delta = (\Delta_x \Delta_y)^{1/2}$, $\Delta_x = \Delta_x$ 和 $\Delta_y = \Delta_y$; C_s 是无量纲常数 (本文取为 0.2), 其值可利用 Kolmogorov-5/3 定理 (Lilly 1967) 估计; E 是单位质量下的亚网格动能。 $2E$ 起到压力的作用, 它可以归并到压力项, 从而得到如下的修正压力项:

$$P = \bar{p} + \frac{2}{3}E \quad (8)$$

对于二维问题,

$$L(\bar{u}_i, \bar{u}_j) = \frac{\Delta_x^2}{2\gamma} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x} + \frac{\Delta_y^2}{2\gamma} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial y} \quad (9)$$

$$-\frac{\partial u'w'}{\partial z} = \frac{\tau_{sx} - \tau_{bx}}{h + \eta} \quad (10)$$

$$-\frac{\partial v'w'}{\partial z} = \frac{\tau_{sy} - \tau_{by}}{h + \eta} \quad (11)$$

其中, τ_s , τ_b 分别为表面风应力和海底摩擦应力。 本文没有考虑风应力的影响, 因此, 取

$$\tau_{bx} = \rho\alpha Su \quad \tau_{by} = \rho\alpha Sv \quad (12)$$

其中, $S = \sqrt{u^2 + v^2}$, $\alpha = g C^2$, 谢才系数 $C = h^{-1/6}$, h 为河床糙率, 本文取 $n = 0.012$ 。 在静压假设下并积分连续性方程, 可得到关于求解潮位 η 的方程。 最后, 二维问题的控制方程化为:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial (h + \eta)\bar{u}}{\partial x} - \frac{\partial (h + \eta)\bar{v}}{\partial y} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u} \cdot \bar{u} + L(\bar{u} \cdot \bar{u}))}{\partial x} -$$

$$\frac{\partial (\bar{u} \cdot \bar{v} + L(\bar{u} \cdot \bar{v}))}{\partial y} - f\bar{v} =$$

$$-g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) +$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right] - \frac{\tau_{bx}}{\rho(h + \eta)} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{v} \cdot \bar{u} + L(\bar{v} \cdot \bar{u}))}{\partial x} -$$

$$\frac{\partial (\bar{v} \cdot \bar{v} + L(\bar{v} \cdot \bar{v}))}{\partial y} - f\bar{u} =$$

$$-g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right] +$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \frac{\tau_{by}}{\rho(h + \eta)} \quad (15)$$

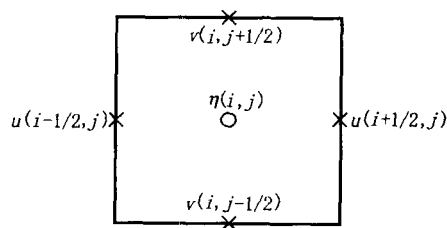


图 1 交错网格

3 数值求解方法

为了使数值离散所带来的误差尽可能小地影响微分方程所描述的物理过程, 需要尽可能采用数值稳定性好、精度高的计算方法。 为此, 本文在采用稳定性较好的交错网格的基础上, 在空间离散方面, 在交错网格 (图 1) 下对方程进行差分离散时, 对流项采用二阶精度的迎风格式, 二阶空间导数则采用二阶精度的中心差表示。

我们以水位满足的方程 (13) 为例简述在时间项的离散方法。 方程改写为:

$$\frac{\eta^{n+1} - \eta^n}{\Delta t} =$$

$$-\left(\frac{\partial (h + \eta)\bar{u}}{\partial x} \right)^{n+1/2} + \frac{\partial (h + \eta)\bar{v}}{\partial y} \quad (16)$$

由于

$$()^{n+1/2} = \frac{1}{2} [()^{n+1} + ()^n] + O(\Delta t^2)$$

方程 (16) 化为:

$$\frac{(\eta^{n+1})^{k+1} - \eta^n}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial (h + \eta)\bar{u}}{\partial x} \right)^{n+1} + \left(\frac{\partial (h + \eta)\bar{u}}{\partial x} \right)^n \right] + \frac{\partial (h + \eta)\bar{v}}{\partial y}$$

$$\left(\frac{\partial (h+\eta)\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial (h+\eta)\bar{v}}{\partial y} \right)^k - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial (h+\eta)\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial (h+\eta)\bar{v}}{\partial y} \right) \quad (17)$$

其中,当 $k=0$ 时, $[\]^{n+1} = [\]^n$ 。每次迭代要求 η 的误差绝对值小于 10^{-5} 。当一个时间步的迭代完成后, $(\eta^{n+1})^{k+1}$ 变成 η^{n+1} 。同理,可求出 \bar{u}^{n+1} 和 \bar{v}^{n+1} 。

在利用样条插值时,假设在靠岸的水位点处,水位的偏导数为 0 从而可利用样条插值的三对角方程求出靠岸点和水中结点处水位偏导数,如在 (i, j) 点处的 $\frac{\partial \eta}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial \eta}{\partial y}$ 。另一方面,在开边界处,除了给定潮位边界条件外,我们可以进一步假设水位近似满足辐射条件,即,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (18)$$

由于潮汐动力问题的周期较长,因此, $\frac{\partial \eta}{\partial t} \approx 0$ 。即零水位梯度条件在开边界处依然近似成立。

4 模型在河口问题的适用性和优点

伶仃洋(如图 2 示)是珠江口的一部分,水域面积达 2110 km^2 。她是一个约北北西—南南东方向的喇叭口型河口湾。湾顶即虎门口,宽度约 4 km 。湾口东岸是香港(大屿山),西岸是澳门。

伶仃洋的水深一般是从湾顶向南逐步加深。从北纬 $22^\circ 45'$ (沙角附近)向南至北纬 $22^\circ 20'$ (香洲湾以北)。5 m 水深线的走向从澳门以南的九澳岛向东北偏北方向,从九澳岛南九公里处东北偏东方向,经桂山岛北面,向大屿山方向。20 m 水深线的走向,从九澳岛南面 20 km ,向东北偏东方向,经万山列岛、隘洲列岛南缘,向外伶仃岛方向。

伶仃洋水下地形,不仅北高南低,同时是西高东低。自虎门向南存在两条深槽,称东槽、西槽。目前,东槽较深,自虎门往川鼻水道(深约 16 m ;长约 16 km)—矾石水道(深约 10 m ;长约 34 km)—暗士顿水道(矾石水道在内伶仃东南,过香港界线后,暗士顿水道)达香港。东槽平均水深达 11.45 m 。西槽较浅,自虎门经川鼻水道—龙穴水道—伶仃水道,经大屿山与桂山岛之间向东达香港。平均水深 8.6 m 是我

国南方大港黄埔港与外洋交通的重要通道。

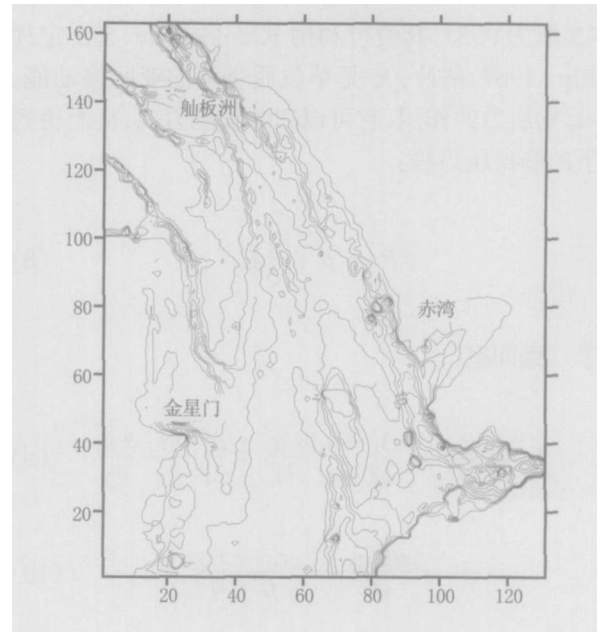


图 2 伶仃洋水下地形等高线图

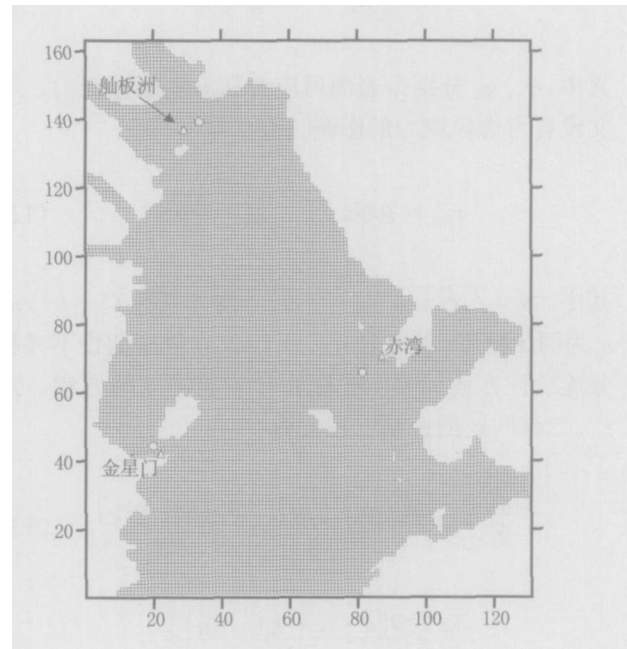


图 3 伶仃洋海域的计算网格

我们选用其附近有测量结果的舢板洲,金星门和赤湾来验证模型,它们的大致方位见图 2 和图 3。在计算中,水平网格尺度取为: $\Delta x = \Delta y = 400 \text{ m}$,时间步长为 $\Delta t = 10 \text{ s}$ 。我们对 1978 年 7 月 20 日 23 点至 1978 年 7 月 22 日 23 点的珠江伶仃洋河口动力过程进行了模拟,计算结果和测量结果的对比如图 4 和图 5 所示。可以看出,无论水位还是流速,计算结果与测量结果吻合的很好。流速测量在空间不是完全同步的,为了便于比较,我们取距水面相对位置为

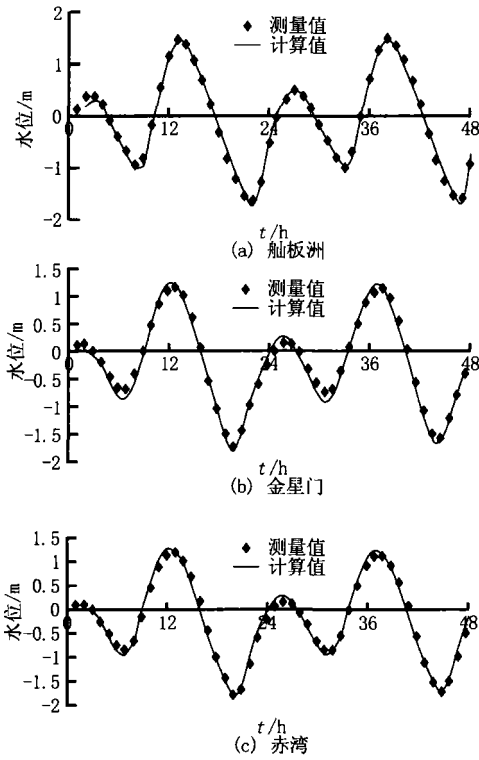


图 4 用大涡模拟的模型得到的水位结果

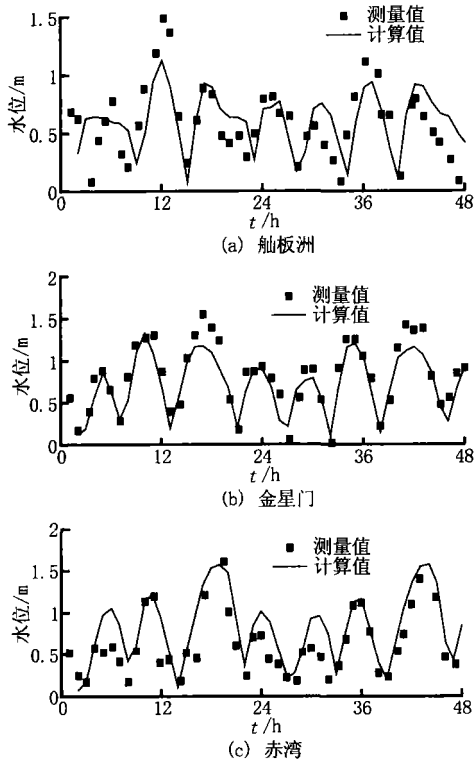


图 5 用大涡模拟模型模拟的速度结果

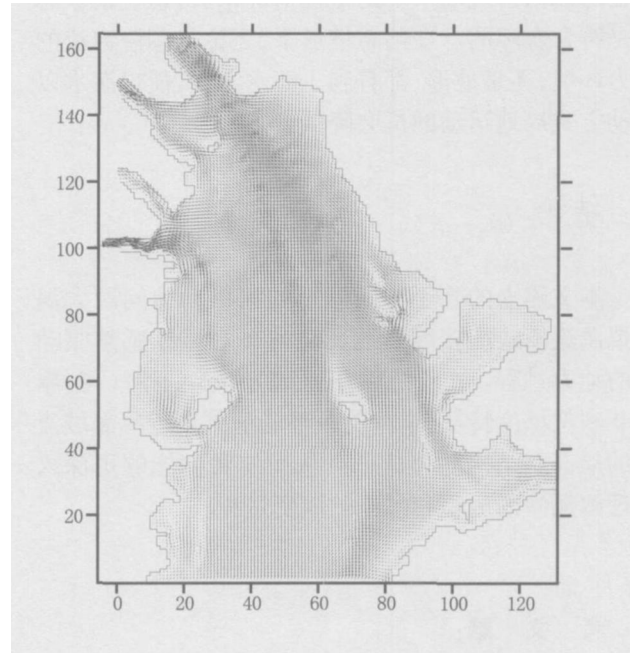


图 6 伶仃洋水域涨急流态

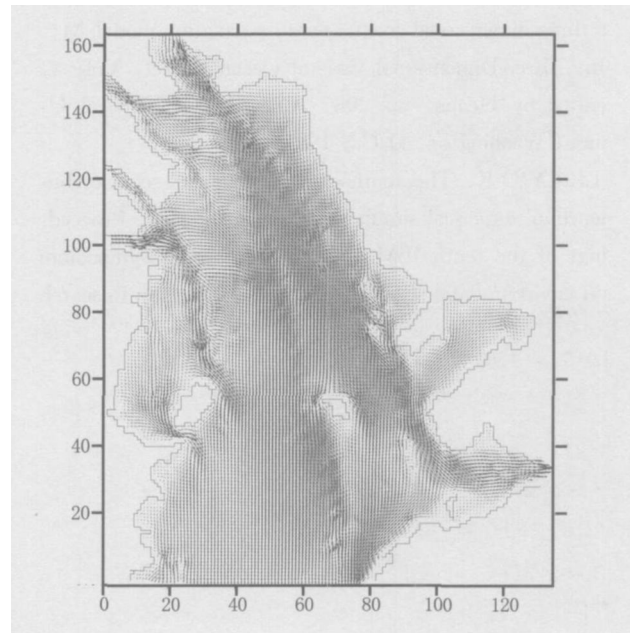


图 7 伶仃洋水域落急流态

行比较, 虽然有一定的误差, 但两者的基本量值 and 变化趋势都是一致的。由于速度测量易受其他环境因素的影响 (例如风吹, 船的干扰等), 加上我们在二维模型中没有考虑斜压、垂向速度以及物理量的垂向变化等的影响, 速度的模拟和测量值之间的偏差不可避免地会比水位的大, 因此我们的计算结果在工程意义上是合理的, 并具有相当的准确性。

图 6~图 7 给出了涨急和落急这两种典型潮汐特征的模拟结果, 可以看出, 在涨急情形下出现了明显的局部涡动特征。总体而言, 从涡结构产生的位置

和在珠江河口现场了解的定性情况来看, 这些现象总体是符合实际的。在落急情形下, 无论是潮汐河流的动力环境, 还是地形, 都有利于海水下泄, 使得海水以涡动方式局地运动的机会降低。

5 结论

本文建立的基于样条修正的河口动力问题大涡模拟湍流模式能较准确地反映河口水域在感潮驱动下的动力过程。由于方法较准确地反映了海(河)岸的0水位梯度特征, 模型能较准确地刻画近岸海域流动的局部涡结构动力特征。从而使我们能够更深入地理解泥沙的沉积和海岸的演变过程。

参 考 文 献:

- [1] BLUMBERG A F and MELLOR G L. A description of a three dimensional coastal ocean circulation model [M]. In Three Dimensional Coastal Ocean Model Vol 4 edited by Heaps pp 208 American Geophysical Union Washington D. C., 1987.
- [2] LILLY D K. The representation of small scale turbulence in numerical simulation experiments [C]. Proceedings of the tenth IBM scientific computing symposium on environmental sciences Thomas J Watson Research Center York town Heights
- [3] MASON P J. Large eddy simulation: A critical review of the technique [J]. Q. J. R. Meteorol Soc., 1994 120: 1-26.
- [4] MCWILLIAMS JG, GALLACHER P C, MOENG C H and WYNGAARD J C. Modeling the oceanic planetary boundary layer [M]. In Large Eddy Simulation of Complex Engineering and Geophysical Flows edited by Boris Galperin and Steven A. Orzag 1993 441-454 Cambridge Univ Press New York
- [5] MOENG C H. A large eddy simulation model for the study of planetary boundary layer turbulence [J]. Journal of the Atmospheric Sciences 1984 41(13): 2052-2062.
- [6] SKYLLINGSTAD E D and DENBO D W. An ocean large eddy simulation of Langmuir circulations and convection in the surface mixed layer [J]. J Geophys Res., 1995 100: 8501-8522.
- [7] ZHAN Jieming and LI Y S. A hydrodynamic large eddy simulation model using directional eddy viscosity method in vertical direction Journal of Hydrodynamics Ser B 1998 10(1): 36-43.
- [8] ZHAN Jieming LI Y S. A Large Eddy Simulation Turbulence Model for Coastal Seas and Shallow Water Problems [J]. Journal of Hydrodynamics Ser B 2001 13(4): 24-27.