



XXVIII REUNIÓN CIENTÍFICA  
DE LA ASOCIACIÓN ARGENTINA  
DE GEOFÍSICOS Y GEODESTAS



Facultad de Ciencias  
**Astronómicas  
y Geofísicas**  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA



UNIVERSIDAD  
NACIONAL  
DE LA PLATA



## Diseño de base para calibración de instrumentos M.E.D

J. Romano<sup>1</sup>, P. Paús<sup>1</sup>, J. Bergamini<sup>2</sup>, R. Aldasoro<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería - UNLP. [jose.romano@ing.unlp.edu.ar](mailto:jose.romano@ing.unlp.edu.ar)

<sup>2</sup> Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP.

### Resumen

El objetivo de este trabajo es diseñar una base de calibración para instrumental M.E.D. (Medición Electro-Óptica de Distancias), y analizar la bondad del método para el cálculo de los errores a partir de las observaciones realizadas. La calibración consiste en determinar los errores sistemáticos y la incertidumbre de este tipo de medidas, a partir de la medición de distancias conocidas. Una base de calibración consiste en un conjunto de pilares alineados, fijos en el terreno, y dispuestos de modo que las distancias entre ellos obedezcan a un patrón de diseño en particular.

La norma ISO 17.123-4 permite la evaluación de estos instrumentos mediante la determinación del llamado error de offset con el cálculo de la correspondiente incertidumbre. No obstante, para poder realizar la calibración de estos instrumentos, se deben obtener además del mencionado error, los errores de escala y de ciclo. Para poder determinar estos últimos, es necesario contar con distancias entre pilares conocidas. Una base de calibración de estas características, en conjunto con un procedimiento adecuado para la obtención y análisis de los datos, puede ser utilizada también para la verificación y calibración de otro tipo de instrumental topogeodésico como: receptores GNSS, LIDAR y vehículos aéreos no tripulados (Drones).

En el diseño de una base de calibración M.E.D. inciden factores como la unidad de medida de los distanciómetros, la longitud total deseable de la base y el número de pilares a utilizar. Una característica específica de los instrumentos M.E.D. basados en el método de la diferencia de fase es la unidad de medida ( $U$ ). Dicha unidad es la medida de referencia que emplea el instrumento al realizar una observación, y depende de la longitud de la onda medidora que emite. Una base de calibración solo puede ser diseñada para un valor de  $U$  en particular. Si este valor es seleccionado adecuadamente, la base así diseñada será apta para equipos con valores diversos de  $U$ .

La aptitud de los diferentes diseños de base de calibración se estudió mediante análisis numéricos y gráficos generados en el desarrollo de este trabajo. Esta metodología permite conocer la compatibilidad de una base diseñada para un valor de  $U$  específico, con equipos que funcionan con otros valores distintos, y así cubrir el mayor número de posibilidades.



Una vez definido el diseño de la base se estudió un método de cálculo para constatar las bondades del mismo utilizando conjuntos de datos representativos de las medidas que realizan estos instrumentos y adoptando diversos errores supuestos, tanto sistemáticos como aleatorios. Luego, mediante la aplicación de un ajuste por mínimos cuadrados se determinaron los correspondientes errores sistemáticos y sus incertidumbres, los que comparados con los valores originarios permiten validar el método.

**Palabras clave:** Calibración - M.E.D. - Norma ISO 17.123-4.

### Introducción

Con el fin de garantizar la validez de los resultados y la trazabilidad de las mediciones, es necesario, entre otros aspectos, contar con instrumentos calibrados. Actualmente se encuentra ampliamente difundido el uso de instrumentos M.E.D. para todo tipo de labores que requieran la medición de distancias. El objetivo de este trabajo es diseñar una base de calibración funcional al mayor número de este tipo de dispositivos. Para ello se propone el método de Heerbrugg (*Rüger, 1996*), adoptado por la norma ISO 17.123-4.

Los dispositivos M.E.D. emiten una señal electromagnética desde un extremo de una línea a medir hacia el otro, la que regresa al punto inicial luego de ser reflejada; de la observación y procesamiento de la señal recibida surge la medida de la distancia. Cada instrumento M.E.D., por características propias de fabricación posee una **unidad de medida ( $U$ )**, esta es la medida de referencia que emplea el instrumento al realizar una observación. Valores usuales de  $U$  son (*Rüger, 1996*): 2 m, 5 m, 10m, 7,50 m, 15 m, 20 m, 30,769 m y 33,333 m, siendo  $U=10$  m el más común.

Los instrumentos M.E.D. basados en el principio de medición de fase, presentan los errores sistemáticos (*Rüger, 1996*) de: **offset**, **escala** y **de ciclo**. La correcta calibración de los instrumentos implica la necesidad de poder estimar estos errores.

El diseño de una base Heerbrugg en particular implica adoptar tres parámetros: longitud total de la base, número de pilares y una unidad de medida  $U$ . Cuando la unidad de medida  $U$  de diseño de la base, **coincide** con la del equipo a calibrar, permite estimar los errores de offset y de ciclo. Si la base está calibrada (Distancias entre pilares conocidas) se puede estimar además, el error de escala. Si la unidad de medida  $U$  de diseño de la base no coincide con la del instrumento, podría faltar información para estimar el error de ciclo (*Hazelton, 2009*).

A continuación vamos a desarrollar un método que permite elegir los parámetros de diseño de una base Heerbrugg, para que se adapte a la mayor cantidad de instrumentos con distintos valores de  $U$ .



## Metodología

Un dispositivo M.E.D., al medir una distancia determina un número entero de unidades de medida  $U$  más una fracción de ésta, denominada **resto**  $r$ . El valor de un resto depende tanto de la distancia observada como del valor de la unidad de medida del instrumento usado:

$$d_i = n \cdot U_j + r_{ij}$$

$d_i$ : Distancia  $i$  observada.

$U_j$ : Unidad de medida de un instrumento  $j$ .

$n$ : número entero positivo.

$r_{ij}$ : Resto obtenido al medir la distancia  $i$  con un instrumento  $j$ .

Para estimar el error de ciclo de un instrumento, la totalidad de las distancias  $d_i$  posibles a ser medidas entre los pilares (P1, P2, P3 y P4 en la Fig. 1), deben generar restos  $r_{ij}$  distribuidos uniformemente a lo largo de la unidad de medida  $U_j$  de dicho instrumento (Hazelton, 2009). El error de ciclo  $p_i$  se modeló matemáticamente mediante la función seno (Hazelton, 2009) de periodo igual a la unidad de medida  $U_j$  del instrumento y amplitud  $A$  (Fig. 2).

$$p_i = A \cdot \sin\left(\frac{r_{ij} \cdot 2\pi}{U_j}\right)$$

Con el fin de analizar la distribución de los restos se proyectaron bases con diferentes valores  $U$  de diseño, longitudes deseables ( $C_0$ ) y números de pilares.

## Resultados y análisis.

Se presentan los resultados de dos de las bases calculadas. Como caso de estudio, cada base se diseñó con 5 pilares, distancias iniciales  $C_0$  de 500 m y unidades de medida:  $U_A=7,50$  m para la primera (Fig. 3a) y  $U_B=10$  m para la segunda (Fig. 3b). En cada una de estas bases podrán medirse

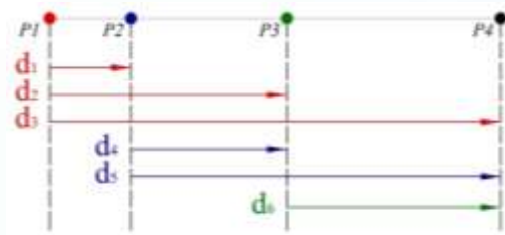


Fig. 1: Distancias a ser medidas en una base Heerbrugg.

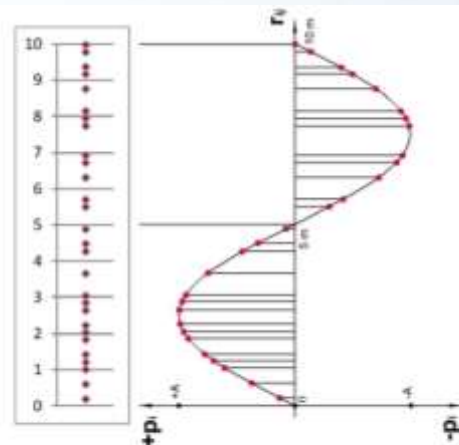


Fig. 2: Distribución óptima de restos  $r_{ij}$  a lo largo de  $U_j$  (Ejemplo  $U_j=10$  m)



Fig. 3a:  $U_A=7,50$  m y  $C_0=500$  m.

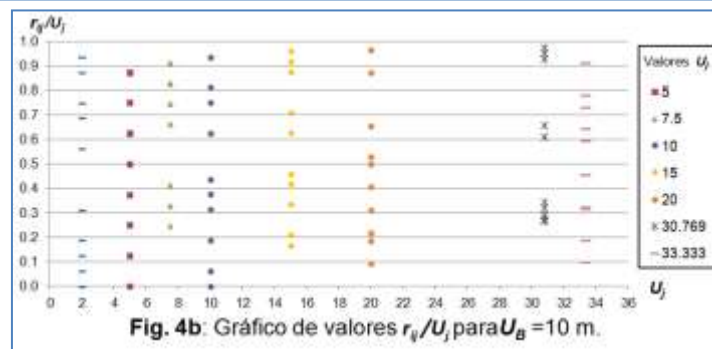
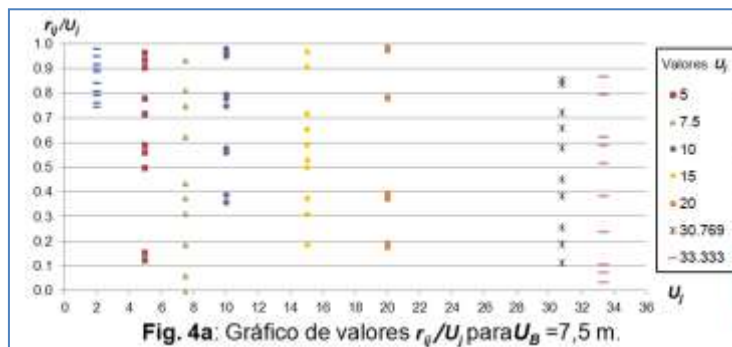


Fig. 3b:  $U_B=10$  m y  $C_0=500$  m.



diez segmentos de longitud  $d_i$ . En los gráficos (Fig. 4a y 4b) se visualiza como estas bases diseñadas para  $U_A=7,50$  m y  $U_B=10$  m se comportan con los valores usuales  $U_j$ : 2 m, 5 m, 7,50 m, 15 m, 20 m, 30,769 m y 33,333 m. Esos gráficos representan, en el eje de las abscisas los valores de unidad de medida usuales  $U_j$  (Incluido el valor de diseño), y en el eje de las ordenadas los cocientes  $r_{ij}/U_j$ . Donde  $r_{ij}$  es el resto obtenido al medir el segmento  $d_i$  con un instrumento que posee unidad de medida  $U_j$ . Un resto  $r_{ij}$  puede tomar valores dentro del intervalo  $[0; U_j]$ , por lo tanto los cocientes  $r_{ij}/U_j$  pertenecen al intervalo  $[0; 1]$ .

La distribución más uniforme de restos  $r_{ij}$  se logra para el valor  $U_j$  coincidente con el valor  $U$  de diseño, para valores  $U_j$  diferentes esta distribución varía, siendo más o menos uniforme en cada caso.



En el gráfico de la fig. 4a se visualiza como en una base diseñada con  $U=7,50$  m se obtienen distribuciones uniformes entre 0 y 1 para los  $r_{ij}/U_j$  cuando el valor  $U_j$  del M.E.D. es: 7,50 m, 15 m, 30,769 m o 33,333 m. En el gráfico de la fig. 4b, base diseñada con  $U=10$  m, se visualiza como los valores  $r_{ij}/U_j$  se distribuyen uniformemente entre 0 y 1 en los casos en que el valor  $U_j$  del M.E.D. es: 2 m, 5 m, 10 m, 15 m, 20 m o 33,333 m.



### Cálculo de los errores sistemáticos

Se propone un método de cálculo de los errores sistemáticos a partir de las observaciones posibles en una base. El mismo consiste en la estimación de los errores sistemáticos y sus desviaciones estándar a partir de asumir valores típicos (Hazelton, 2009) de los mismos. Como caso particular, a todas las distancias correspondientes a la base calculada para  $C_0 = 500$  m, 5 pilares y  $U_B = 10$  m (Fig. 3b) se les suman errores sistemáticos supuestos de: offset ( $C$ ), escala ( $E$ ) y de ciclo ( $p_i$ ). Además se considera una variable aleatoria  $e_{Di}$  que representa el residuo de cada medición. Ver Tabla 1.

Cada  $e_{Di}$  se obtiene a partir del generador de números aleatorios y de la función DIST.NORM.INV con media aritmética cero y varianza  $\sigma^2_{di}$  (OpenOffice 4.1.3). El valor para  $\sigma_{di}$  se toma de la hoja de datos de un instrumento y es utilizado por el fabricante para expresar la precisión en la medición de distancias.

Las mediciones supuestas se obtienen a partir de la ecuación:

$$d_i = D_i + \frac{D_i \cdot E}{1 \times 10^6} + C + p_i + e_{Di}$$

Donde:

$D_i$ : Distancia verdadera (Obtenida directamente del diseño de la base)

$d_i$ : Distancia observada (Calculada a partir de  $D_i$  y los errores supuestos)

Considerando la norma ISO 17.123-4 se asigna el mismo peso a todas las observaciones. Se obtiene un sistema de 10 ecuaciones (10  $d_i$  observadas) con 3 incógnitas representado con la notación matricial (Ghilani and Wolf, 2006):

$$A X = L + v$$

A: Matriz de coeficientes (10 x 3).

X: Matriz de incógnitas (3 x 1).

L: Matriz de observaciones (10 x 1).

v: Matriz de residuos (10 x 1).

Este sistema de ecuaciones es ajustado por el método de los mínimos cuadrados (Ghilani and Wolf, 2006):

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

Tras este ajuste, los errores sistemáticos aplicados a las observaciones se recuperan junto a sus correspondientes desviaciones estándar.  $C_R$ ,  $E_R$  y  $A_R$  son los



errores obtenidos como resultados. El valor  $s$  corresponde a desviación estándar de referencia para el ajuste global (Ghilani and Wolf, 2006).

**Tabla 1.**

$D_i$ [m]	<b>Errores supuestos</b>		$d_i$ [m]	N°. de pilares	5
81,875			81,910	Observaciones	10
306,250	Sistemáticos [m].		306,278	Incógnitas	3
459,375			459,404	Grados de Libertad	7
470,000	$C=$ 0,03 m		470,032	<b>Resultados</b>	
224,375	$E=$ 5 ppm . D		224,406	$s=$	$\pm 0,0011$ m
377,500	$A=$ 0,005 m		377,527	<b>Errores calculados</b>	
388,125	Precisión de cada medición.		388,153	Error [m]	$\sigma$ [m]
153,125			$C_R=$ 0,0299	$\pm 9,5E-04$	
163,750	$\sigma_{di}=$ $\pm 0,003$ m		163,785	$E_R=$ 4 ppm . D	$\pm 3,3E-06$
10,625			10,656	$A_R=$ 0,0046	$\pm 7,1E-04$

En este caso el valor de  $E_R$  es influenciado significativamente por su desviación estándar:  $1,000004 \pm 0,000003$ . En otras bases se verificó como esta desviación estándar reduce su influencia sobre  $E_R$  para distancias mayores a 1.500 m.

### Conclusiones

El diseño para bases de calibración de Heerbrugg permite la determinación de forma independiente los errores de offset, de escala y de ciclo, con sus correspondientes desviaciones estándar, a partir de un mismo grupo de observaciones.

Las gráficas de  $r_i/U_j$  para diferentes valores de  $U_j$ , permiten obtener una representación de la adaptabilidad de un diseño de base en particular a distintos instrumentos. Esto posibilita una rápida visualización del comportamiento de una base para múltiples instrumentos en simultáneo.

Después de analizar Bases Heerbrugg con diversos  $U_j$ ,  $C_0$  y número de pilares, se concluye el valor de 10 m tomado como valor  $U$  de diseño, es el valor que permite que una base sea utilizable por una mayor variedad de instrumentos M.E.D.

El análisis de la base mediante el cálculo con errores supuestos, resultó de utilidad a la hora de probar el método de cálculo de los errores sistemáticos a partir de las observaciones teóricas.

### Referencias



---

Ghilani, C. and P. Wolf. 2006. Adjustment Computations: Spatial Data Analysis.

Hazelton, N. 2009. Instrument Calibration for the 21st Century. Paper for the MSPS 57th Annual Meeting.

ISO 17.123, Part 4: Electro-optical distance meters (EDM instruments).

Rüeger, J. 1996. Electronic Distance Measurement. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.