

2次元NHAを用いた 画像処理における再構成法の研究

長谷川 昌也

平成29年3月

目次

1	序論	1
1.1	本研究の研究背景	1
1.2	FFTの問題点と高精度周波数解析法 NHA	11
1.3	本研究の目的と意義	19
1.4	本論文の構成	22
2	2次元 NHA のノイズ除去技術への応用	24
2.1	緒言	24
2.2	提案法のアルゴリズムと従来の周波数変換法との違い	26
2.3	ノイズ除去実験	33
2.3.1	ノイズ除去実験の概要	33
2.3.2	実験結果と考察	34
2.4	結言	36
3	2次元 NHA の画像修復技術への応用	41
3.1	緒言	41
3.2	提案法のアルゴリズム	45
3.2.1	新しいテクスチャの生成	48
3.2.2	画像修復の優先度	60
3.3	自然画像による検証実験	62
3.4	結言	67

4	2次元NHAの医用画像応用に関する研究	81
4.1	緒言	81
4.2	解析手法	83
4.3	NHAのMRI応用に関する検証実験	86
4.3.1	点源の位置誤差に関する評価	87
4.3.2	微小血管を想定した基礎的なコンピュータシミュレーション実験	88
4.4	考察	89
4.5	結言	91
5	結論	94

1 序論

1.1 本研究の研究背景

信号処理は信号を数学的に加工・解析する技術であり、幅広い分野で利用されている基礎技術である。工学分野では、自然界に存在する光・音や電気といったアナログデータを計測し、デジタル化してコンピュータ上で処理を行う。アナログデータのデジタル化によって、長期の情報保全、省スペース化、インターネットを通じた情報の共有などが実現されている。信号解析では、主に時間領域の信号を異なる領域に変換することで、時間領域では判別できない情報を得る。特に、信号の規則性や類似性を定量的に評価することで、信号の本質を把握することができる。信号の規則性や類似性を評価するには、信号の周期性を分析することが重要となる。信号の周期性を分析するには、信号を周期成分ごとに分解した周波数領域に変換し、周波数スペクトルの分布を観察することが一般的である。周波数変換法の一つであるフーリエ変換は、あらゆる信号を正弦波や余弦波のような単純な信号の総和で表現する手法である。現在では、フーリエ変換の原理を基にした周波数解析法が数多く存在する。デジタル信号処理で使用される周波数変換法には、フーリエ変換を離散化した離散フーリエ変換 (Discrete Fourier transform :DFT) や、偶関数拡張によって信号を分解する離散コサイン変換 (Discrete cosine transform :DCT)、基底関数にウェーブレット関数を用いた離散ウェーブレット変換 (Discrete wavelet transform :DWT) などの手法が存在する。中でも、DFTを高速化したアルゴリズムである高速フーリエ変換 (Fast Fourier transform :FFT) は、高速演算・容易に使用可能という利点から多くの

アプリケーションに実装されている。

画像は人間の視覚に認識される情報であり，当初は時空間的に連続なアナログデータとして扱われていた。しかし，コンピュータの開発や，画像情報を電気信号に置き換え記録する技術の開発により，画像のデジタル化が進行した。図1にカメラ映像機器工業会による日本国内のカメラ総出荷台数の年間推移を基に作成したグラフを示す。なお，2008年以降のフィルムカメラの出荷台数は，カメラ映像機器工業会が定める統計数に達していなかったため，出荷台数が計上されていなかった。

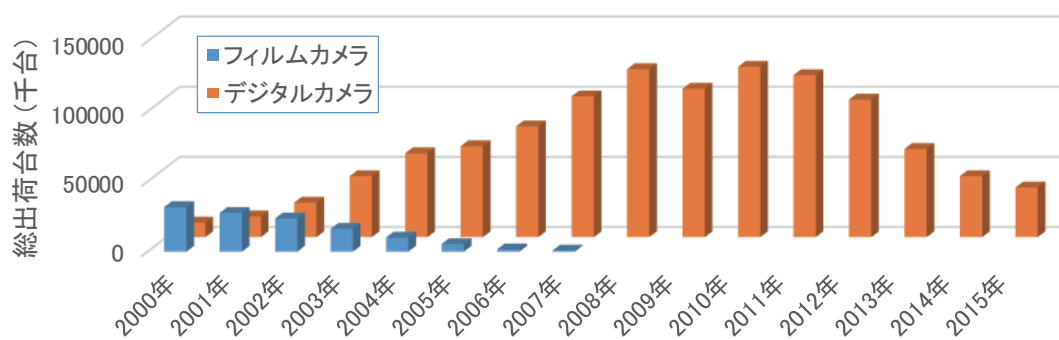


図1: フィルムカメラとデジタルカメラの総出荷台数の推移（カメラ映像機器工業会による統計資料 [1] より作成）。

図1より，2002年以降アナログ媒体に保存するフィルムカメラとデジタルカメラの出荷台数が逆転し，デジタルカメラの出荷台数が徐々に増加していることがわかる。デジタルカメラの出荷台数は，2011年をピークに減少しているが，これは携帯電話やスマートフォンに高性能カメラが内蔵されるようになり，デジタルカメラの需要が減少したためである。カメラの出荷台数の推移から，現在の画

像情報は一般的にデジタル画像として記録されていることがわかる。また、近年では、4K テレビやスマートフォンの普及により、様々なデジタルコンテンツが利用されている。総務省が2016年に公開した報道資料であるインターネットの利用動向調査 [2] より、映像・音声コンテンツの利用状況の数値を一部抜粋し作成したグラフを図2、映像・音声コンテンツの利用端末に関するグラフを図3に示す。

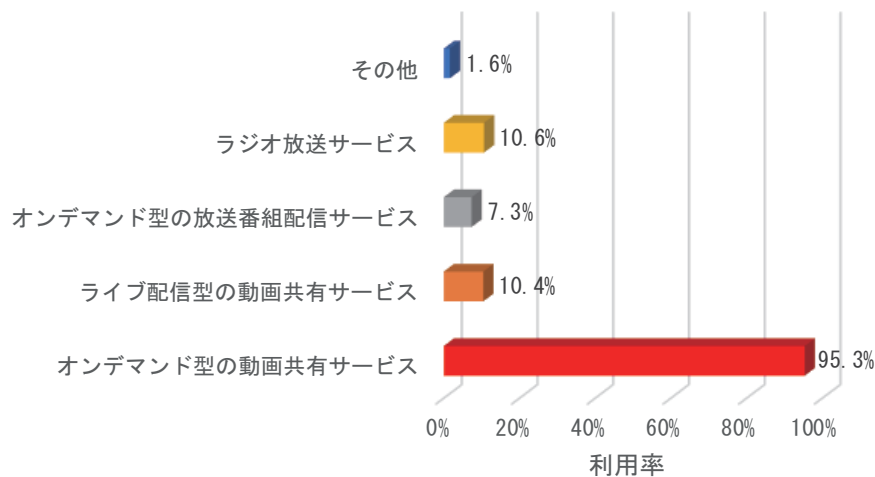


図 2: 平成 27 年の映像・音声コンテンツの利用状況（複数回答可能，2016 年に総務省が公表したインターネットの利用動向資料 [2] より作成）。

図 2 より、映像・音声コンテンツの利用では、YouTube に代表されるオンデマンド型の動画共有サービスが 95.3% と最も多くの利用率を占めており、インターネットを通じた映像メディアの需要が高まっていることがわかる。さらに、図 3 より、動画を視聴する端末に使用されているのは、48.5% を占めるパソコンの割合よりもスマートフォンの割合が高く、利用端末の 69.6% を占めている。スマートフォンは今後も世界規模でさらなる普及が予想され、インターネットを通じた

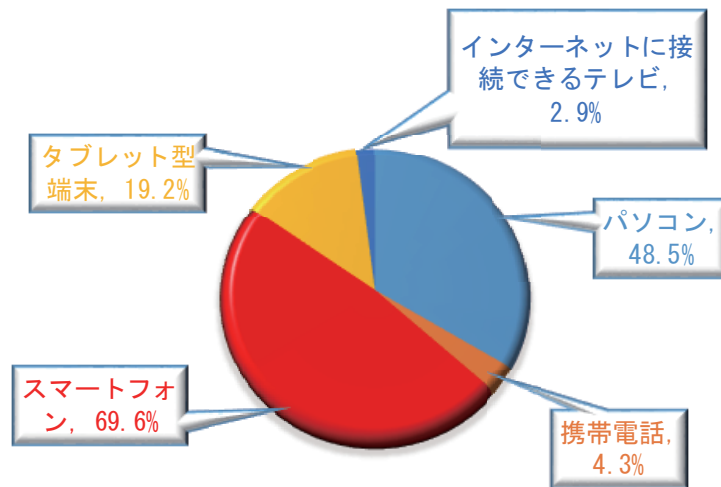


図 3: 映像・音声コンテンツを利用する端末（複数回答可能，2016年に総務省が公表したインターネットの利用動向資料 [2] より作成）。

デジタル画像・映像コンテンツの利用は確実に増加傾向にある。つまり，デジタル画像は現代社会に欠かせないものとなっており，より高品質なデジタル画像を提供する技術はより重要となってくる。

デジタル画像処理では，画像を2次元平面上の位置と各位置における輝度で構成された信号とみなしており，1次元信号解析と同様に，画像を2次元周波数領域に変換し，画像に含まれる周期成分を観察することで画像特徴を抽出している。画像を周波数変換することにより，任意の空間周波数スペクトルを操作できるので，実空間画像の輝度値を直接操作するよりも，容易に画像の加工が可能である。また，デジタル画像処理では領域変換によって特徴抽出を行うことから，画像再構成技術が必要不可欠となる。画像は隣接ピクセルに類似した輝度が存在するといった冗長性があり，周波数変換によって画像の規則性を抽出している。従来の周波数変換法では，原理的な制限から画像情報の表現に多くのスペクトル

を要する場合が多く、少量のスペクトルで効率的に画像を表現することは困難である。したがって、画像を正確に解析し、少ないスペクトルで効率的に画像を表現することができれば、従来よりも高品質に画像再構成が可能な技術を開発できる可能性がある。

具体的には、少ないスペクトルで画像を表現することで、ノイズスペクトルと画像スペクトルの分離性は向上する。デジタル画像は伝送などの過程で発生するインパルスノイズによって劣化する場合がある。このインパルスノイズは、主にセンサーや伝送路に生じるエラーによって引き起こされる。特に通信路エラーの影響から、衛星写真などはインパルスノイズが画像を酷く劣化させ、デジタル画像の明瞭さが損なわれ、エッジ検出やパターン認識といったデジタル画像処理精度が著しく低下する [3-10]。これまで、画像のノイズ除去を目的として、様々なデジタルフィルタが提案されてきた [11-19]。従来の研究では、各ピクセルの輝度値から雑音で破損したピクセルの輝度値を推測する、フィルタ処理を基にした手法が提案されてきた。しかし、フィルタ処理によるノイズ除去では、高密度ノイズの除去やエッジ情報の保存が困難である。そこで、周波数スペクトルで画像情報を効率的に表現し、画像スペクトルとノイズスペクトルの分離性を高めノイズ除去を行う手法を構築できる可能性がある。周波数領域からノイズ除去を行う手法は、これまでにない革新的なノイズ除去技術である。

また、デジタル画像処理技術の一つにインペインティングと呼ばれる技術がある。インペインティングはデジタル画像に生じた欠損を修復する技術であり、開発当初は、デジタル画像の伝送時に発生したエラーに起因する再構成画像内の欠損を修復する技術であった。現在も画像修復を目的として、アナログ媒体に記録

された古い写真をデジタル化し、経年劣化による傷やシミをコンピュータ上で修復する技術や、伝送エラー以外のデジタルデータの破損により生じた再構成画像の欠損修復に関する研究がされている。また、欠損領域をユーザー任意の領域と捉えることで、画像修復以外の技術にも応用が図られている。例えば、画像内でユーザーが不要な領域を削除し、周辺のテクスチャと類似するテクスチャで削除した領域を埋めるオブジェクト除去、デジタル画像伝送時に冗長性を削減する画像圧縮技術、歴史的な壁画や絵画の元画像推定、デジタル画像の超解像化など、多様な手法が研究されている。インペインティングは単に画像修復だけでなく、オブジェクト除去や符号化技術への応用が可能であり、デジタル画像処理において重要な技術の一つである。そのため、近年は世界各国で活発に研究が行われており、論文数も増加傾向にあった。図4に論文検索サイト Google Scholar にて「Inpainting」のキーワードで論文検索した際の論文数をグラフで示す。

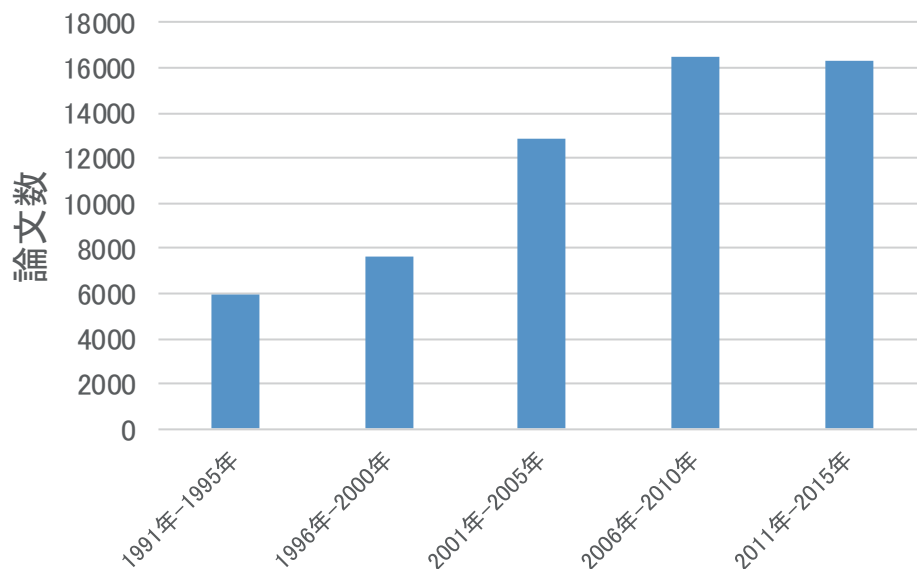


図 4: インペインティングに関連する論文数の推移

図4より、画像のデジタル化が普及し始めた2000年代から、インペインティングに関する論文数は増加していた。しかし、2016年現在では、多くの手法が提案されたことにより、革新的な手法の提案も少なくなり、論文発表数は収束傾向にある。そこで、本研究では、これまでにない革新的な画像修復法を提案し、インペインティング分野に一石を投じることを狙った。インペインティングでは、再構成画像を人間が視認した場合に、自然な再構成画像であると認識できることが重要となる。しかし、従来のインペインティングでは、欠損領域と元画像領域の境界で、テクスチャが不連続に接続される問題がある。画像は類似するテクスチャが近接して分布する特徴を有しており、欠損を修復する際は、欠損周囲の特徴のみを正確に抽出することが必要となる。欠損周囲の特徴のみを抽出するには、画像内の様々な特徴が混入しないよう、局所的な解析が必要である。しかし、これまで画像解析に利用されてきたFFTやDCTは、分解能が解析窓長に依存するため、局所的な解析で正確な特徴を抽出することは困難である。また、解析時に欠損領域の影響を受け、解析精度が低下する可能性もある。したがって、従来の解析法に代わり、局所的な解析で正確に欠損周辺の画像特徴を抽出できる手法を開発することで、自然な再構成画像を生成できる技術を開発できる可能性がある。

医療分野においても、計測データから高画質に画像を再構成する技術が重要となっており、世界各国で活発に研究されている[20–25]。医療機器市場は世界規模で発展する大きな成長市場である。中国・インドといった人口が非常に多い国では、経済発展に伴い市場規模拡大が予想されるため、さらに大きな需要も見込める成長産業である。核磁気共鳴画像法(Magnetic Resonance Imaging :MRI)は、

非侵襲で人体の内部を観察できる医療用断層撮影技術であり、磁場を利用した被ばくしない装置として注目を集めている。MRI システムに関する世界市場の見通しは、2016 年から 2021 年にかけての年間複合成長率（CAGR）が 5.1% と予測されており、2016 年の 56 億 1000 万ドルだった市場規模が、2021 年には約 72 億ドルに成長すると見込まれている [26]。MRI の製品化に関しては、各メーカーがクロスライセンスで相互の特許を利用しているが、主たる基本特許の多くは国外の研究機関が抱えている。MRI 信号を正確に解析し、これまで観察できなかった微小空間の観察を可能とする MR 画像再構成技術が確立されれば、MRI の解析技術において主要な基礎技術を獲得できるため、今後の最先端断層撮影技術を大きくリードできる。近年では、MRI による超微細空間の観察が大きな注目を集めている。特に、山中伸弥（京都大学、2012 年ノーベル医学・生理学賞受賞）に代表される iPS 細胞など、今後医療技術を大きく前進させる技術開発には、細胞単位の断層撮影技術が必要であるが、現在の超高磁場（1~0.5 ミリ程度の分解能）ではその空間分解能は実現できない。MRI の空間分解能は磁場の大きさに影響し、人体撮像では 0.5~3 テスラ（高磁場装置）から 7 テスラクラス（超高磁場装置）が利用されている。また、フランスの高磁場 MRI 研究センターである「NeuroSpin」では、人体を撮像対象とした装置では世界初となる、全身用 11.7T MRI 装置を開発している。現状では 3T や 7T の MRI 装置を用いて、体内の微小組織を想定した撮像実験を行い、11.7T MRI 装置による人体撮像に向け活発に研究している [27]。実際の臨床現場においても、微細な空間を観察できる診断画像が必要とされている。特に、患者の病変部などを観察する場合、病変部周囲の画像を拡大し腫瘍と血管・神経などの位置関係を把握することができれば、その

後の治療に対するリスクを軽減できる。さらに、これまで観察が困難であった頸動脈狭窄症や肝細胞癌の早期発見に繋がる可能性がある。現状のMRIでは1mm程度の眼神経や聴神経の観察はできるが、これらの神経よりも細い毛細血管(直径9~10 μm)などは観察することができない。現状では、動物実験用の超高磁場MRIによって、人体を想定した撮像実験を行い、微細空間可視化の可能性を探っている [27]。また、人体だけでなく、動物実験においても超微細空間の可視化は試みられている。ヒトの病状を再現したマウスを撮像することで、病態メカニズムの解明を試みた実験であり、80 μm の視野を観察している [28]。このように、超微細空間の観察には、MRI再構成画像のさらなる空間分解能向上が必要であり、空間分解能の向上によって、これまで解明できなかった病態メカニズムの解明や病気の早期発見が期待できる。MRIでは、空間分解能の向上は、磁場強度に大きく依存する。シーメンスをはじめとした国内外のMRI関連企業や大学など多くの研究者は、まだ磁場強度に関する研究や信号解析後の表面的な画像処理研究を行っている [29–32]。MRIは、仮想的に断層撮影を行うため、内部で主に2次元FFTを用いて画像を再構成している。このFFTに代わって、高精度に信号を解析できれば、既存のハードウェアの性能を極限まで高めることが可能である。従来のハードウェア性能を極限まで高めることで、低磁場装置では従来よりも高画質な断層画像の提供が考えられ、高磁場装置ではこれまで観察できなかった微小空間を観察できる可能性がある。さらに、副次的効果として、低磁場化による計測時間の短縮が考えられ、患者への負担を飛躍的に軽減する診断法や治療法を確立するためにも、本技術が不可欠である。MRI装置には、厚生労働大臣及び経済産業大臣によって制定された日本工業規格が存在し、照射される磁場

エネルギーに対する比吸収率 (SAR) が規定されている。磁場強度を低減することで、これらの基準を容易に達成するだけでなく、より小さなエネルギーで計測を行うことが可能となる。また、計測時の磁場強度を低減できるので、コイルの巻き数を減少させ装置の小型化を図ることや消費電力を抑えた装置設計も考えられる。

1.2 FFT の問題点と高精度周波数解析法 NHA

周波数解析で利用されているフーリエ変換は以下の式で表される。

$$X(f) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1)$$

T が解析窓長である。式 (1) を解くことでフーリエ係数が決定される。フーリエ変換は任意の周波数に対し振幅や初期位相を求める手法であり、解析対象信号に任意の周波数成分の信号を掛け合わせ、時間軸で積分する。そして、掛けた信号の周波数成分が存在すると積分値は 0 より大きくなり、掛けた周波数成分が存在しなければ積分値は 0 となる。つまり、任意の周波数を掛けた結果が正弦波であれば、その周波数成分は存在しない。一方、任意の周波数を掛けた結果、正弦波の二乗である倍角正弦波と直流成分となった場合、その周波数成分が存在しスペクトルが発生する。ただし、フーリエ変換で判別する周波数成分は、解析区間を T とした場合、 $1/T$ の倍数の周波数成分に制限される。したがって、フーリエ変換の分解能はサンプリング周波数ではなく、解析窓長に依存することがわかる。ここで問題となるのは、任意の周波数成分の信号を掛けた結果が正弦波となった場合でも、積分値が 0 より大きくなりスペクトルが発生することである。図 5 に、整数周期信号を 0.5 秒の区間で解析した場合のスペクトルを示す。図 5 では、本来整数周期である信号が、解析区間を設けることで整数周期と非整数周期に変化する。解析区間内の信号が非整数周期であった場合、解析結果に誤差が発生し本来存在しないスペクトルがサイドローブとして広範囲に発生する。

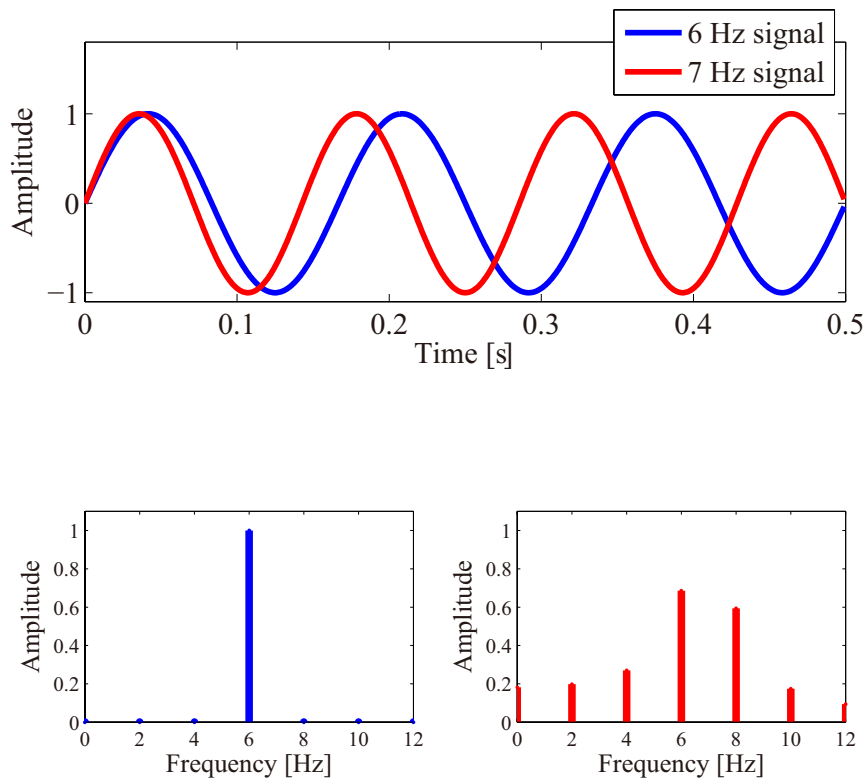


図 5: 整数周期信号を 0.5 秒の解析窓で FFT によって解析した結果. 上段が 0.5 秒の解析窓の時間信号であり, 青が 6Hz の正弦波信号, 赤が 7Hz の正弦波信号である. 下段左が 6Hz 信号の解析結果であり, 下段右が 7Hz 信号の解析結果である.

この要因は, フーリエ変換が解析区間内で周期が完結する完全周期信号を仮定しているためである. したがって, 解析窓内で周期的でない信号も完全周期信号として仮定される. その結果, フーリエ変換の原理を用いた周波数解析では, 解析窓の長さや影響が大きな問題となる. 例えば, 時間的に周波数が変化する信号を解析すると, 信号特性が平均化され, 正確な信号特性を把握することはできない. また, フーリエ変換の分解能が解析窓長に依存することから, 検波できる周

波数成分は離散的に表現される。そして、検波できない周波数成分は解析窓の影響によってサイドローブとして周囲のスペクトルに重畳される。サイドローブは互いに干渉し、本来存在しない信号特性を形成することや微小スペクトルが埋没し検波できなくなる問題を引き起こす。サイドローブの影響を軽減するには、時間領域で解析窓の両端の不連続な歪を軽減する必要がある。これは、フーリエ変換の原理上、解析窓内の信号が無限に繰り返す連続信号を仮定しているためであり、解析窓の両端が滑らかに接続されることで、不連続点が発生しない周期信号を仮定できる。解析窓の影響を軽減するため、ハミング窓やハンニング窓、カイザー窓など様々な窓関数が設計されている。窓関数を利用することで、メインローブを急峻にして近接スペクトルの分離性向上や、サイドローブの抑制による雑音レベル低減が可能である。しかし、近接スペクトルの分離性とサイドローブ抑制を両立することも困難である。また、どの窓関数を利用しても、フーリエ変換の分解能自体が向上することはない。これは、フーリエ変換の原理的な制限である分解能が解析窓長に依存することが本質的な問題となっている。

そこで、2次元信号を正確に解析するため、本研究では超精度信号解析法 Non-harmonic Analysis(NHA)に着目した。NHAは信号を超精度で解析できる周波数解析法であり、フーリエ変換に比べ10万～100億倍以上の精度向上が確認されている。フーリエ変換では積分計算を基に周波数スペクトルを算出していたが、NHAは数値解析的に周波数スペクトルを推定する。NHAの内部では最小二乗法が用いられており、解析対象信号とモデル信号の差を評価関数として周波数スペクトルを算出する。計算アルゴリズム内部では、非線形方程式の解法を利用し、評価関数を独自に展開、最適化、一般化し最小化する。つまり、NHAはカー

ブフィッティングによって解析対象信号にフィットする周波数，振幅，初期位相を求めている．さらに，このNHAは，離散化データに対し連続信号的な関数化を行っているため，不等間隔サンプリングや時間域の補間技術を本質的に備え，データの再現性に対し優れている．最小二乗法によるフーリエ係数推定により，NHAは周波数分解能を極限まで高めている．周波数分解能を極限まで高めたことにより，サイドローブの影響が軽減され高いSNR(Signal-to-Noise Ratio)を達成し，解析窓の影響を抑制することで短い解析窓による高精度解析が可能となった．その結果，NHAはこれまでトレードオフの関係であった空間分解能と時間分解能を両立する唯一の解析法となった．NHAは手法の原理上，サイドローブ抑制と短時間窓による高精度解析という特徴を損なうことなく，2次元信号解析へ拡張することができる．

2次元NHAでは，2次元の正弦波モデル信号を下の式のように表現する．

$$\hat{I}(n_1, n_2) = \hat{A} \cos \left(2\pi \left(\frac{\hat{f}_x}{f_{x_s}} n_1 + \frac{\hat{f}_y}{f_{y_s}} n_2 + \hat{\phi} \right) \right) \quad (2)$$

n_1 と n_2 がピクセル番号であり， f_{x_s} と f_{y_s} はそれぞれ $f_{x_s} = 1/\Delta x$ と $f_{y_s} = 1/\Delta y$ で与えられるサンプリング周波数である．また， x と y は2次元平面を表している．解析対象信号 I と2次元正弦波モデル信号 \hat{I} の差の二乗和を最小にするため，空間周波数 \hat{f}_x と \hat{f}_y ，振幅 \hat{A} ，初期位相 $\hat{\phi}$ を以下の式で求めている．

$$F(\hat{A}, \hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{\phi}) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \left\{ I(n_1, n_2) - \hat{I}(n_1, n_2) \right\}^2 \quad (3)$$

ここで， I は解析対象の2次元信号であり， N_1 と N_2 はフレーム長である．2D

NHA では、まず 2D DFT により与えられる適切な初期値 $\hat{A}, \hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{\phi}$ から、非線形方程式の解法である最急降下法によって最適な解に収束させる。この非線形問題では、式 (3) を評価関数として最小化問題とし、次式に示す最急降下法によって $\hat{f}_{x_k}, \hat{f}_{y_k}, \hat{\phi}_k$ を求める。

$$\hat{f}_{x_{k+1}} = \hat{f}_{x_k} - \mu_k \frac{\partial F}{\partial f_x} \quad (4)$$

$$\hat{f}_{y_{k+1}} = \hat{f}_{y_k} - \mu_k \frac{\partial F}{\partial f_y} \quad (5)$$

$$\hat{\phi}_{k+1} = \hat{\phi}_k - \mu_k \frac{\partial F}{\partial \phi} \quad (6)$$

ただし、

$$\partial F = \partial F(\hat{A}_k, \hat{f}_{x_k}, \hat{f}_{y_k}, \hat{\phi}_k) \quad (7)$$

と略す。

式 (4), (5), (6) は最急降下法を利用しており、 μ_k は減速法に基づく重み係数であり、各漸化式によって求められるコスト関数を単調減少数列にするために適時変更される。次に、 $\hat{f}_{x_k}, \hat{f}_{y_k}, \hat{\phi}_k$ が求められれば、一意に \hat{A} が求められる。次式によって \hat{A} を収束させる。

$$\hat{A}_{k+1} = \hat{A}_k - \mu_k \frac{\partial F}{\partial A} \quad (8)$$

この一連の計算を反復させることによって高い精度で $\hat{A}_k, \hat{f}_{x_k}, \hat{f}_{y_k}, \hat{\phi}_k$ を収束させている。しかし、最急降下法は、比較的広い範囲から収束するが 1 回の反復

では、精度が悪く時間がかかる．そこで、2D NHA では精度が低い最急降下法
の後に、更にニュートン法で高い精度で収束させている．ニュートン法に関して
は次式の漸化式で求めている．

$$\hat{f}_{x_{k+1}} = \hat{f}_{x_k} - \frac{\nu_k}{J} \begin{vmatrix} \alpha & \beta_2 & \beta_3 \end{vmatrix} \quad (9)$$

$$\hat{f}_{y_{k+1}} = \hat{f}_{y_k} - \frac{\nu_k}{J} \begin{vmatrix} \beta_1 & \alpha & \beta_3 \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$\hat{\phi}_{k+1} = \hat{\phi}_k - \frac{\nu_k}{J} \begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \alpha \end{vmatrix} \quad (11)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \alpha^T &= \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial f_x} & \frac{\partial F}{\partial f_y} & \frac{\partial F}{\partial \phi} \end{vmatrix} \\ \beta_1^T &= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial f_x^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial f_x \partial f_y} & \frac{\partial^2 F}{\partial f_x \partial \phi} \end{vmatrix} \\ \beta_2^T &= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial f_x \partial f_y} & \frac{\partial^2 F}{\partial f_y^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial f_y \partial \phi} \end{vmatrix} \\ \beta_3^T &= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial f_x \partial \phi} & \frac{\partial^2 F}{\partial f_y \partial \phi} & \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} \end{vmatrix} \\ J &= \begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

とし、

$$\partial^2 F = \partial^2 F(\hat{A}_k, \hat{f}_{x_k}, \hat{f}_{y_k}, \hat{\phi}_k) \quad (12)$$

と略した．

ここで、 ν_k も μ_k と同様に減速法に基づく重み係数である．式 (9), (10), (11)
の後、最急降下法と同様に式 (8) で \hat{A} を収束させ、この一連の計算をさらに反

復させる．すなわち，最急降下法とニュートン法を組み合わせたハイブリッドな解法を用いることにより，高速に高い精度で周波数パラメータを推定している．

また，複数の正弦波の場合においても，逐次減算処理をすることによって，近似的にスペクトルパラメータを導出できる．ここで， $I(n_1, n_2)$ が L 本の正弦波の和で次式のように表されているとする．

$$I(n_1, n_2) \simeq \sum_{l=1}^L \hat{I}_l(n_1, n_2). \quad (13)$$

l は波数である．Parseval の定理により，対象信号の周波数 f_{x_l} , f_{y_l} とモデル信号の周波数 \hat{f}_x , \hat{f}_y が全く一致しない場合，すなわち $(f_{x_l} \neq \hat{f}_x) \cap (f_{y_l} \neq \hat{f}_y)$ であれば，

$$F(\hat{A}, \hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{\phi}) = \hat{A}^2 + \sum_{l=1}^L A_l^2. \quad (14)$$

となる．また， \hat{f}_x , \hat{f}_y , $\hat{\phi}$ の組が f_{x_n} , f_{y_n} , ϕ_n の組のいずれかに一致すれば，

$$F(\hat{A}, \hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{\phi}) = (\hat{A} - A_n)^2 + \sum_{l=1, l \neq n}^L A_l^2. \quad (15)$$

となる．さらに， A_n と A も一致すれば，目的信号から推定スペクトルに関する周波数成分を完全に除去できる．そのため，最適解を求める問題は周波数に対し独立で，対象信号から順次個別に推定すれば複数の正弦波で表される信号にも応用できる．すなわち，対象信号が複合正弦波の場合でも，逐次残差信号に対し同様の処理を行い，複数のスペクトルを抽出できる．ただし，周波数同士が接して

いる場合には評価関数が互いに干渉し合い、誤差が発生する.

1.3 本研究の目的と意義

これまで2次元信号解析に用いられてきたFFTには、分解能が解析窓長に依存するという問題がある。本論文は、FFTが有する問題を抜本的に解決することを目的として、2次元信号の超精度解析による画像再構成法に関して研究を行ったものである。

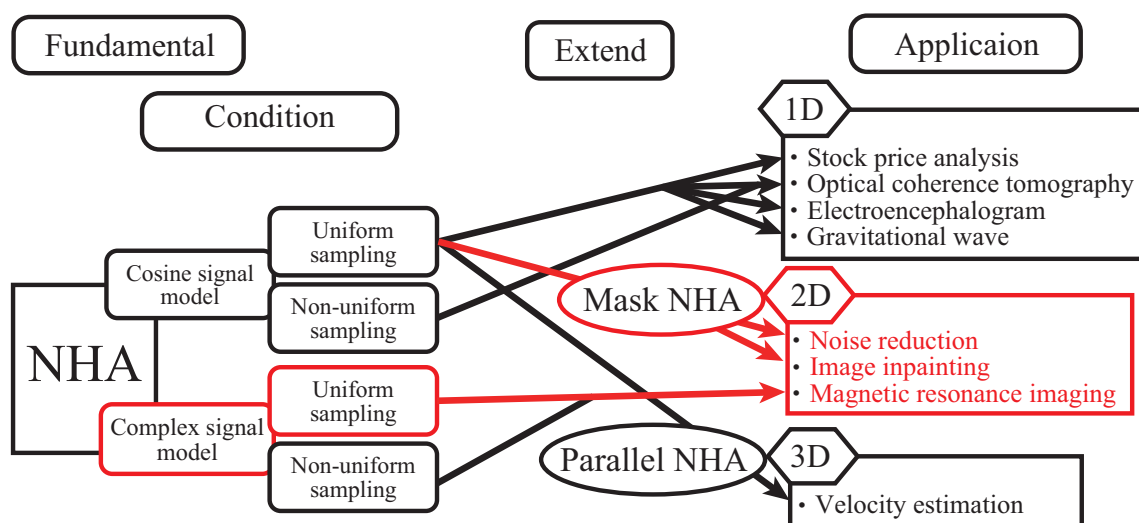


図 6: NHA の基本定理と拡張にともなった応用分野

NHA の基本定理と拡張にともなった応用分野を図 6 に示す。本研究の位置づけは、図 6 において赤色で示した部分であり、2次元信号を超精度で解析することで、精度問題の解決だけでなく、2次元信号解析技術の可能性を拡げることができると考えている。また、現在、一般的に利用されている周波数解析法であるFFTのように、NHAを基礎理論から発展させ、各分野の問題解決に向けた拡張を行い、今後、NHAを更なる多分野へ応用するための足掛かりとなる研究である。2次元FFTよりも高精度な手法で2次元信号を正確に解析し、これまでとらえられなかった画像特徴を抽出することで、画像処理技術のさらなる発展や、

ソフトウェアである解析技術から既存のハードウェア性能を極限まで高められる可能性もある。

画像処理では、画像に多く含まれる低周波数の分解能が向上するため、画像を周波数スペクトルで従来よりも効率的に表現でき、画像の特徴を正確に把握することができる。画像特徴を正確に把握することで、画像修復精度やノイズ除去性能を向上させることができる。さらに、1Hz以下の超低周波数であっても、NHAは少ないスペクトルで表現できるので、極限的に情報量を削減した新しい画像圧縮技術を開発できる可能性もある。図7に単一の超低周波数スペクトルで構成される2次元信号をNHAとFFTを用いて解析し、1本のスペクトルで再構成した場合のPSNRを示す。なお、2次元信号のサイズは128×128であり、図7に示す周波数は信号のサイズで正規化された周波数である。元信号はx軸周波数、y軸周波数をそれぞれ0.1Hzから0.9Hzまで0.1Hzずつ変化させ、FFTとNHAで解析を行い信号を再構成した。図7より、NHAは単一スペクトルで構成される2次元信号の場合、1Hz以下の超低周波数であっても、FFTより高精度に再構成可能である。

また、NHAのモデル信号を変更することで、実数信号だけでなく複素信号の解析も可能となる。医用画像分野では、専用の装置で計測された複素信号を解析し画像化する技術がある。MRIの内部では2次元FFTが用いられており、ピクセル以下の微細構造を可視化することは困難である。そこで、MRIデータを2次元NHAで画像化することで、これまで可視化できなかったピクセル以下の微細構造を可視化できる可能性がある。これまで可視化できなかった微細構造を可視化できれば、病変の早期発見や生体メカニズムの解明に繋がる。以上のこと

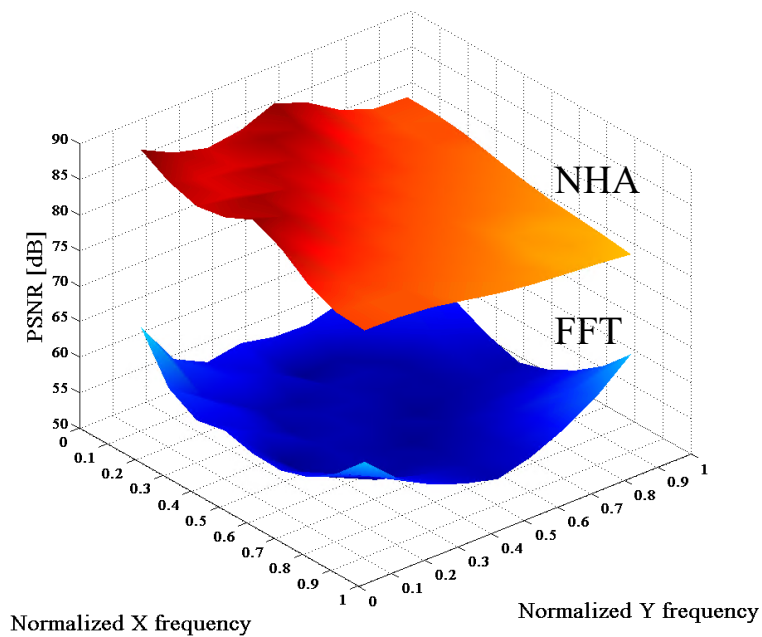


図 7: 超低周波を 2 次元 FFT と 2 次元 NHA で解析し再構成した信号の PSNR から、NHA を 2 次元信号解析の各分野に合わせて拡張することで、これまでとられなかった微小変化を解析することが可能となり、今後の 2 次元信号解析技術の研究開発に多大な貢献ができると考える。

1.4 本論文の構成

本論文では，超精度信号解析技術 2次元 NHA を用いて，画像再構成法に関する研究をまとめたものである。

第 1 章では，研究背景である 2次元信号解析の現状とフーリエ変換が有する本質的な問題について述べ，本研究の目的と意義，本論文の構成を記載した。

第 2 章では，2次元 NHA を基にしたノイズ除去手法を開発し，高密度ノイズを高性能に除去できる手法に関して述べる。センサデバイスや通信路のエラーによって生じるインパルスノイズのなかでも，ピクセル値を黒 (0) か白 (255) に変化させるノイズはゴマ塩ノイズと呼ばれている。ゴマ塩ノイズはこれまで，画像領域でフィルタ処理を適用することで，ノイズ除去が図られてきた。本研究では，画像領域からのアプローチから脱却し，周波数領域からノイズ除去を行う新しいアプローチを提案し，2次元 NHA を基にしたノイズ除去手法を開発した。

第 3 章では，2次元 NHA をインペインティング技術へ応用し，広範囲の欠損を高精度に修復する技術の開発に関して述べる。画像は類似した特徴のテクスチャが近傍に分布するという特性を持っており，画像処理では有効な特性としてノイズ除去や画像認識などに利用されてきた。これまで，画像修復では欠損周辺の画像に類似するテクスチャを欠損に張り付ける手法が一般的であった。しかし，欠損に別のテクスチャを張り付ける手法では，欠損と周囲の画像が不連続に接続される場合が多く，自然な修復画像を生成することは困難であった。本研究では 2次元 NHA に基づく信号予測を利用して，欠損周囲のテクスチャ情報を欠損に伝搬する新しい画像修復技術を提案し，画像修復精度に関して従来法と提案法を定

量的に評価した。

第4章では、2次元NHAのモデル信号を複素拡張することで、医療応用を図った研究について述べる。コンピュータ断層撮影装置であるMRIでは、画像再構成にFFTが利用されている。FFTの空間分解能は解析窓の広さに依存しており、MRIで広い解析窓を確保するには超高磁場が必要となる。超高磁場の形成には大規模な装置や大量の装置コストがかかるため、FFTでさらなる高分解能を達成することは難しい。本研究では、NHAを用いてMRI計測データを正確に解析することで、従来は観察できない微小空間を可視化できる可能性に着目した。本研究では、計算機シミュレーションによって、従来は観察が困難である $250\mu\text{m}$ の微小血管を観察できる可能性について検討した。

最後に、第5章で本研究の結論に関して述べる。

2 2次元NHAのノイズ除去技術への応用

2.1 緒言

デジタル画像は伝送などの過程で発生するインパルスノイズによって劣化することがある。このインパルスノイズは、主にセンサーや伝送路に生じるエラーによって引き起こされる。特に通信路エラーの影響から、衛星写真などはインパルスノイズが画像を酷く劣化させることがある [3]。インパルスノイズの中でも、画像のピクセル値を黒 (0) または白 (255) に変換する雑音は、その特性からゴマ塩ノイズやソルト&ペッパーノイズと呼ばれる。このゴマ塩ノイズによってデジタル画像の明瞭さが損なわれ、エッジ検出やパターン認識といった画像処理精度が著しく低下する問題がある [4-10]。

そこで、これまでインパルスノイズの除去を目的として、様々なデジタルフィルタが提案されてきた。中でも、もっとも一般的なフィルタの一つにメディアンフィルタ (MF) がある。MF は単純な処理にも関わらず、インパルスノイズの除去に対し優れた効果を発揮することが知られている。しかし、MF では高密度に集中しているノイズの除去やエッジの復元が難しいといった問題点も存在する。MF が有する問題点の解決策として、ノイズ除去を画像全体に対し一様に適用するのではなく、ノイズ検出とノイズ除去の二段階処理を行う手法が提案された。この二段階処理によって、ノイズの位置を特定しノイズピクセルのみにフィルタ処理を適用できるので、ノイズでない元のピクセル値をフィルタによって変更することなくノイズ除去が可能となった。そして、二段階処理を採用した MF を基にしたノイズ除去手法が数多く提案された。例えば、Sun らはノイズ箇所

特定と MF を組み合わせた switching median filter (SMF) [11] を提案しており, Chen らは注目ピクセルと重みづけ MF の差をフィルタ設計に利用してノイズ除去を行った [12]. また, Chan らは適応メディアンフィルタによってノイズ検知を行い, ノイズ除去を適用する手法を提案している [13]. その他にも, 統計的なデータを基に重みづけフィルタを設計する directional weighted median filter (DWM) [14] や隣接ノードの差分により重みを加える switching-based adaptive weighted mean filter (SAWM) [15] が研究されている. ノイズ検知の精度向上を目的とした手法として, ノイズ境界判別アルゴリズムを組み込んだ boundary discriminative noise detection (BDND) [16] や simple adaptive median filter (SAMF) [17] も存在する. 近年では, 重みづけにガウシアンフィルタを利用した adaptive Gaussian filters (AGFs)[18] や Chen らが提案した高精度ノイズ検知とエッジ保存型の全変動インペインティングを組み合わせた手法 [19] が提案されており, いずれの手法も高いノイズ除去性能を示している.

本研究では, 従来の研究で多く起用されている, 各ピクセルの輝度値から雑音で破損したピクセルの輝度値を推測するという, フィルタ処理を基にした手法から脱却することを考えた. そして, 画像情報を波と捉え, 2次元 NHA によって周波数変換することで, 周波数領域からインパルスノイズによって破損したピクセルの輝度値を推測し, ノイズが除去された画像を再構成する手法を提案した. NHA は優れた周波数分解能を有することが実証されており, 様々な分野へ応用が図られている [33–38]. 本研究はこの NHA をインパルスノイズ除去に応用することで, 従来よりも高精度なノイズ除去画像を再構成できると考えた.

2.2 提案法のアルゴリズムと従来の周波数変換法との違い

本小節では，NHA と従来の周波数変換法の違いに関して説明する．周波数領域から高精度にノイズ除去を行うため，提案法では高精度周波数解析法である Mask NHA を利用する．Mask NHA は NHA にマスク処理を適用した手法である．NHA は工学分野で一般的に利用されている FFT と異なりサイドローブの発生を大幅に抑制した手法であり，解析窓長による影響を軽減する特徴を持つ．2次元 DFT と 2次元 NHA の周波数分解能の差を図 8 に示す．既に 2次元 NHA はインペインティングや動き推定に利用されており [39, 40]，従来よりも高精度な手法であることが示されている．

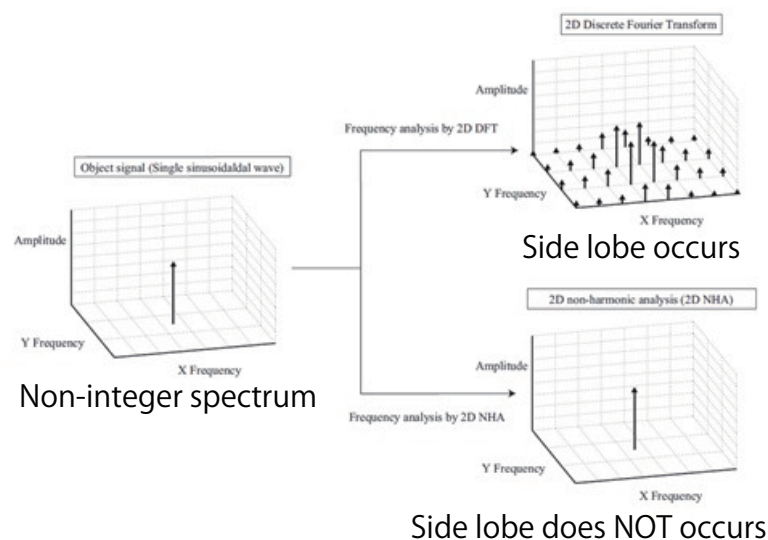


図 8: 2次元 DFT と 2次元 NHA の周波数分解能の違い．左側がオリジナルスペクトルであり，右上段が 2次元 DFT による解析結果，右下段が 2次元 NHA による解析結果である．

フーリエ変換は以下の式で表される。

$$X(f) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (16)$$

ここで T は解析窓長である。式 (16) は積分計算を基にフーリエ係数を求めていることがわかる。これはフーリエ変換が複雑な信号を単純な信号の総和であると仮定しているためである。この積分計算には信号全体の情報が必要となる。言い換えると、フーリエ変換は信号の一部が欠落していると、正しくフーリエ係数を求められないと言える。つまり、信号にノイズが付加された場合、ノイズによってフーリエ変換の積分値が変化し、正確に元のピクセル値を推定することは困難である。特に、ゴマ塩ノイズはピクセル値が黒 (0) か白 (255) に変化するため、再構成画像の振幅値に大きな影響を与える。

一方 Mask NHA では、最小二乗法によって周波数推定を行っており、Mask NHA の正弦波モデルは以下の式で表される。

$$\hat{I}(n_1, n_2) = \hat{A} \cos\left(2\pi\left(\frac{\hat{f}_x}{f_{xs}} n_1 + \frac{\hat{f}_y}{f_{ys}} n_2 + \phi\right)\right) \quad (17)$$

ここで、 n_1 と n_2 はピクセル番号であり、 f_{xs} と f_{ys} は $f_{xs} = 1/x$ と $f_{ys} = 1/y$ によって与えられるサンプリング周波数である。そして、 x と y 2次元空間を表している。

空間周波数 f_x と f_y 、振幅 A 、初期位相 ϕ が求めるため、対象信号 I と正弦波

モデル \hat{I} の差を最小化する評価関数は以下の式で表される。

$$\begin{aligned}
 & F(\hat{A}, \hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{\phi}) \\
 &= \sum_{n_1=1}^{N_1-1} \sum_{n_2=1}^{N_2-1} w(n_1, n_2) \{I(n_1, n_2) - \hat{I}(n_1, n_2)\}^2 \quad (18)
 \end{aligned}$$

$w(n_1, n_2)$ は 2 値情報で構成される重み関数であり，重みづけの条件は以下の通りである。

$$w(n_1, n_2) = \begin{cases} 0 & \text{(if noisy pixel)} \\ 1 & \text{(if NOT noisy pixel)} \end{cases}$$

Mask NHA は積分計算ではなく，誤差評価によって周波数推定を行う。したがって，信号の一部が欠落していても周波数推定が可能となる。そして，ノイズ除去においてノイズ画素をマスクとして評価関数から除外することで，正確に元画像の周波数特徴を推定できると考えた。本研究ではゴマ塩ノイズが付加された画像を想定しているため，輝度値が黒（0）か白（255）のピクセルがノイズであると容易に判別できる。Mask NHA の評価関数を利用することで，ノイズの影響が除外できるので，元信号の周波数を正確に推定することが可能となった。つまり，NHA を用いることで，ゴマ塩ノイズに起因する再構成画像の振幅値の誤差を大きく抑制することができる。従来の積分計算と Mask NHA で再構成した場合のゴマ塩ノイズによる振幅値の誤差の違いに関して，図 9 に示す。ただし，説明を明瞭にするため図 9 では黒（0）のノイズのみを付加している。図 9 の上段では，黒（0）のピクセルを含めて従来の積分計算型の周波数解析を行い，周波数領域でノイズスペクトルを除去した後に信号を再構成した。その結果，再構

成信号の振幅値が低下していることがわかる。対照的に，Mask NHA によって解析した図 9 の下段では，マスク処理によってノイズである黒（0）のピクセルを除外しているため，再構成信号の振幅低下を抑制できていることがわかる。

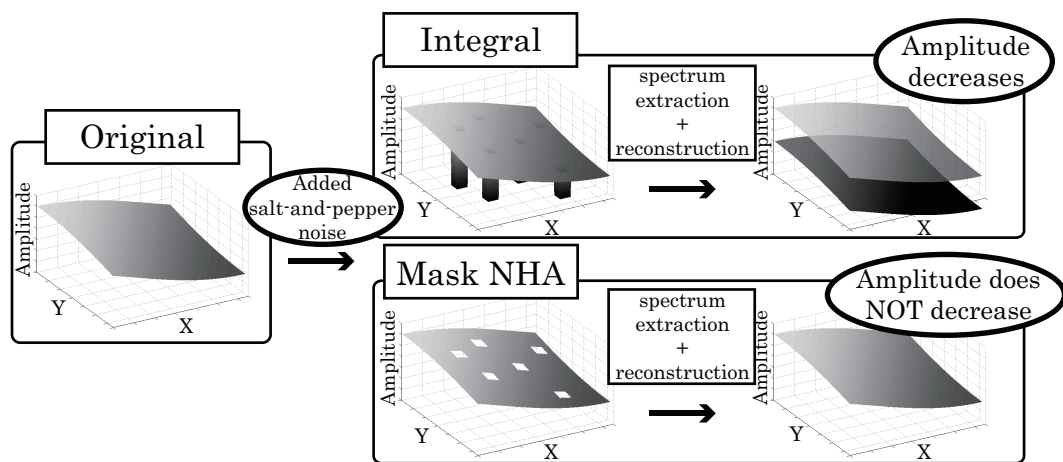


図 9: ゴマ塩ノイズが混入した画像を従来法と 2 次元 NHA で再構成する場合の解析に使用するデータと再構成信号の振幅値の違い。

Mask NHA は既にインペインティングに応用されている [39]。インペインティングの研究では，Mask NHA を基にした画像修復技術が近傍ピクセルの情報を正確に伝搬できることが示された。本研究では，画像修復で使用された欠損領域とは異なる特徴を持つゴマ塩ノイズの除去を行っている。図 10 にゴマ塩ノイズとインペインティングに使用した欠損の違いを示す。図 10 では，周波数特性が空間的に変化する 2 次元チャープ信号に欠損を与えており，図 10 左がインペインティングに使用した広い範囲の欠損であり，右が本研究で想定しているゴマ塩ノイズによる破損である。図 10 左より，インペインティングの場合，欠損の中心を正確に復元することが困難であることがわかる。画像は，隣接する領域のテクスチャが非常に類似する特徴を持つ。そのため，広範囲の欠損が生じた場合，

欠損の中心に近づくほど周辺画素との類似性は失われる。したがって、チャープ信号のように空間的に特徴が変化する信号に広範囲の欠損が生じた場合、周囲の情報を基に欠損の情報を推定し正確に復元することが困難となる。一方、ゴマ塩ノイズはインパルスノイズである。そのため、ノイズの影響を受けるのはピクセル単位であり、破損ピクセルの近傍画素は元画像の情報が残存している。つまり、ゴマ塩ノイズはインペインティングと異なり、近傍画素から破損ピクセルの情報を十分推定可能であると言える。

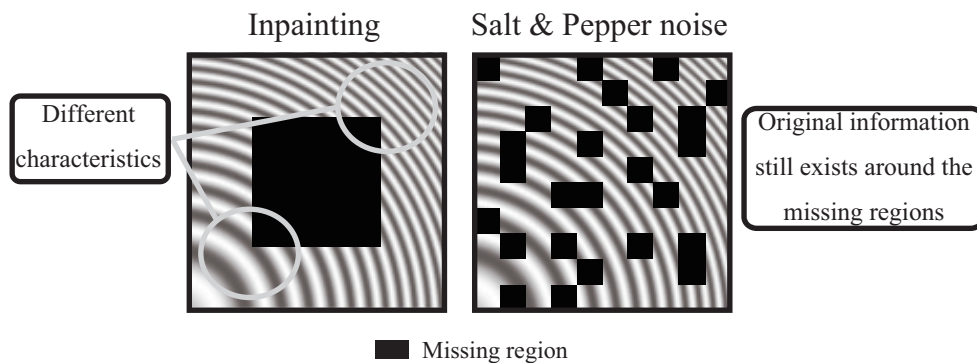


図 10: ゴマ塩ノイズとインペインティングにおける欠損領域と周辺ピクセルの違い。

図 11 に提案法のフローチャートを示す。始めに、提案法ではノイズが混入した画像に対し、 4×4 の解析窓長で Mask NHA による解析を行う。これは、解析窓長内で異なるスペクトルの信号が接続されること回避し、正確な信号情報を抽出するためである。もし解析窓長内で異なるスペクトルの信号同士が接続された場合、どのような高精度な解析法を使用しても解析精度は低下する。窓長内で異なるスペクトルの信号が接続された例として、図 12 に 100 Hz と 200 Hz の信号を接続した信号を FFT によって解析した結果を示す。図 12 下段において、薄い実線が 100 Hz の信号のみを解析した結果であり、破線が 200 Hz の信号のみを解

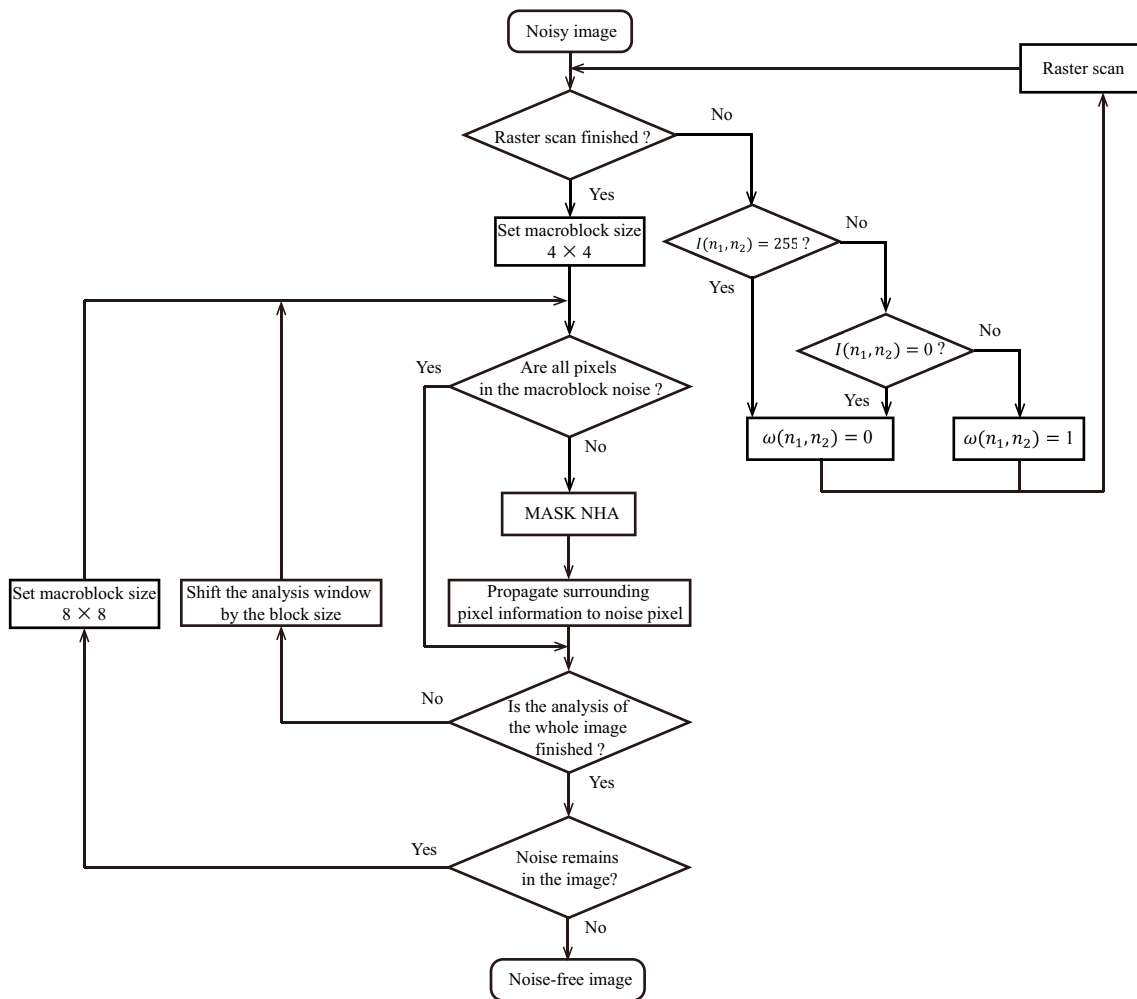


図 11: 提案法のフローチャート.

析した結果、濃い実線が2つの信号が混合した信号を解析した結果である。濃い実線の結果からわかるように、異なる周波数が混合すると、サイドローブが大量に発生し、ピークの位置が広がるため、信号の特徴を正確に抽出できない。このような問題を解決するため、解析窓長を小さく設定することが必要となる。

提案手法ではマクロブロックを用いてゴマ塩ノイズが付加された画像を解析している。ノイズ除去分野における問題は、画像内に存在する異なるオブジェクトの特徴が互いに干渉し、ノイズ除去精度が低下することである。しかし、画像内

に存在する複数のオブジェクトを正確に分割することは困難であり、画像全体にノイズ除去を適用した場合、画像内に含まれるオブジェクトの特性が干渉し再構成画像に反映される。この問題を解決するためには、画像を局所的に解析し、解析窓長内に複数のオブジェクトが混在することを防ぎ、ノイズピクセル近傍の画像特徴を正確に抽出することが必要である。従来、画像の周波数解析にはFFTやDCTが利用されてきた。これらの手法は分解能がマクロブロックサイズに依存する。そのため、マクロブロック内に元画像の特徴が少ない場合、近傍画素の特徴とノイズスペクトルを分離することが難しい。一方でNHAは、周波数分解能がマクロブロックサイズに依存し難く、マクロブロック内の特徴を正確に抽出することができる。さらに、NHAは画像をスペクトルで効率的に表現できるため、画像スペクトルとノイズスペクトルの分離性が高く、高いノイズ除去性能が期待できる。

2.3 ノイズ除去実験

2.3.1 ノイズ除去実験の概要

提案法のノイズ除去性能を評価するため，ゴマ塩ノイズのノイズ除去実験を行った．実験では，画像サイズが 512×512 の標準画像である，*Pepper*と*Lena*を用いた．ノイズ画像として，元画像に全ピクセル数の10%から90%のノイズを10%ずつ変化させて付加した．標準画像の*Lena*と*Pepper*を選択した理由として，この2つの画像は近年の研究によく使用されており [18, 41]，多くのノイズ除去手法と比較可能だからである．*Lena*と*Pepper*の元画像を図13に示す．

ノイズの付加に関しては，元画像に対しランダムなピクセルを黒（0）に変換した．本実験では，黒（0）のピクセルと白（255）のピクセルは同様にノイズピクセルと判別するため，全てのノイズを黒（0）とした．90%のノイズを付加した*Lena*画像に対し，提案法の各処理段階における画像を図14に示す．第2.2節で説明したように，高密度ノイズ（図14（a））に対し 4×4 の解析窓長でNHAを適用すると，再構成画像にノイズピクセルが残存する．この画像に対し，解析窓長を 8×8 に拡張しNHAを適用した結果が図14(c)である．図14(c)の結果では，全てのノイズピクセルを除去できていることがわかる．この結果から，全てのインパルスノイズを除去するために，解析窓長のサイズを変化させる二段階処理を適用することで，NHAによって高精度な再構成画像を生成できることがわかった．

2.3.2 実験結果と考察

図 15 は *Lena* のノイズ付加画像と提案手法による再構成画像であり，図 16 は *Pepper* にノイズを付加した画像と提案法で得られた再構成画像である．各図において，(a) から (d) がノイズ付加画像であり，(e) から (h) が再構成画像である．また，ノイズ付加率は (a) 30%，(b) 50%，(c) 70%，(d) 90% である．図 15 と図 16 の結果より，低密度ノイズと高密度ノイズの両方の環境で，元画像に近い再構成画像となっていることがわかる．ノイズ密度が 50% 以下である低密度ノイズ下では，ノイズピクセル周囲に元画像の情報が多く残っているため，髪や花飾りのような細かいテクスチャも正確に復元できている．さらに，エッジの接続も滑らかである．ノイズ密度が 50% 以上である高密度ノイズ下では，低ノイズ環境に比べ再構成画像の画質は劣化している．特に，90% の最も高密度ノイズの場合には，エッジの滑らかな接続が損なわれ，オブジェクトの輪郭がぼやけている．しかし，低周波で構成される領域は，低密度ノイズ環境と同等の復元精度となっている．これは，提案法が低周波数スペクトルを正確に解析し，効率的にスペクトルで表現できたからである．画像の多くは低周波成分で構成されており，低周波成分で構成される画像情報を正確に復元することで，画像全体のノイズ除去性能が向上した．つまり，提案法は効果的なノイズ除去手法であると言える．

また，他手法と比較するため，元画像と再構成画像の PSNR を算出した．そして，計算した PSNR を DWM [14]，SAWM [15]，BDND [16]，AGF [18]，Chen's method [19]，SAMF [17]，ERMI [41]，cardinal B-splines [42] と比較した．これらの手法は，実験画像に *Lena* と *Pepper* を使用しており，実験条件も本研究の

条件と同等であったため比較対象として選択した。ただし，本研究の PSNR は Nasri らの研究 [18] で算出された PSNR と同様の計算式で算出した。PSNR の比較を表 1 と表 2 に示す。本実験のノイズはランダムに付加しているため，提案法の PSNR は各ノイズ率で 10 回ノイズ除去実験を行った平均値となっている。提案法の PSNR は，全ての実験条件において最も高い PSNR となった。さらに，ノイズ率が 90% である場合，提案法の PSNR は従来法と比較して 2 dB 以上の向上が確認できる。

表 1: 異なるノイズ率で破損した *Lena* 画像を再構成した際の PSNR[dB] の比較。

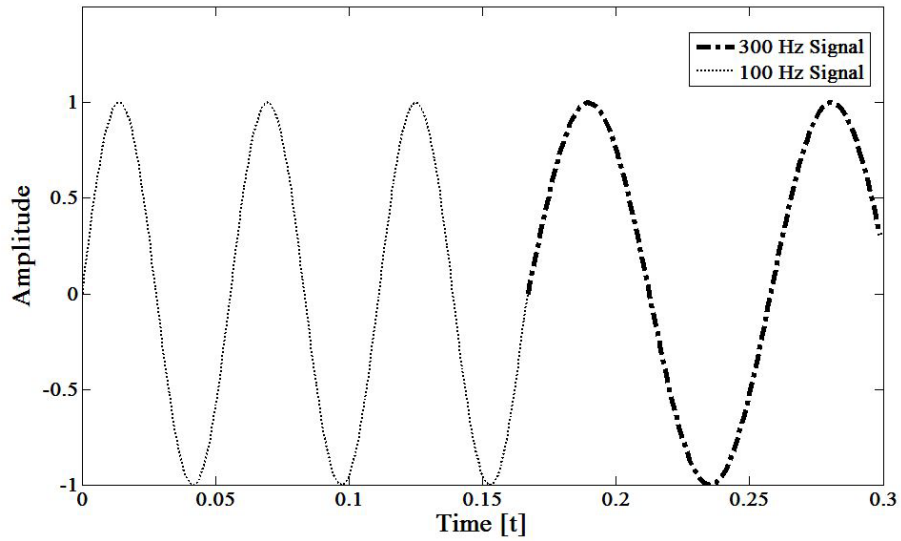
	BDND [16] 2006	DWM [14] 2007	SAMF [17] 2008	Chen [19] 2008	SAWM [15] 2009	ERMI [41] 2012	AGF [18] 2013	CB- spline [42] 2013	Mask NHA 2016
10%	42.85	37.55	41.20	43.22	43.00	42.43	43.41	-	52.62
20%	39.06	35.49	37.65	38.89	39.68	39.19	39.75	-	47.48
30%	36.50	33.51	35.22	37.25	37.23	37.09	37.61	35.90	43.86
40%	33.93	30.75	33.49	35.18	35.52	35.25	35.77	-	40.76
50%	31.67	25.74	32.12	33.43	33.74	31.87	34.31	31.65	37.85
60%	29.67	18.84	30.70	31.87	32.32	30.86	32.65	-	35.20
70%	28.19	13.04	29.22	30.04	30.80	29.71	31.07	28.46	32.80
80%	27.02	8.71	27.39	28.05	28.91	27.50	29.35	-	30.98
90%	25.12	6.39	25.30	25.28	26.31	25.58	26.69	25.48	29.24

表 2: 異なるノイズ率で破損した *Pepper* 画像を再構成した際の PSNR[dB] の比較.

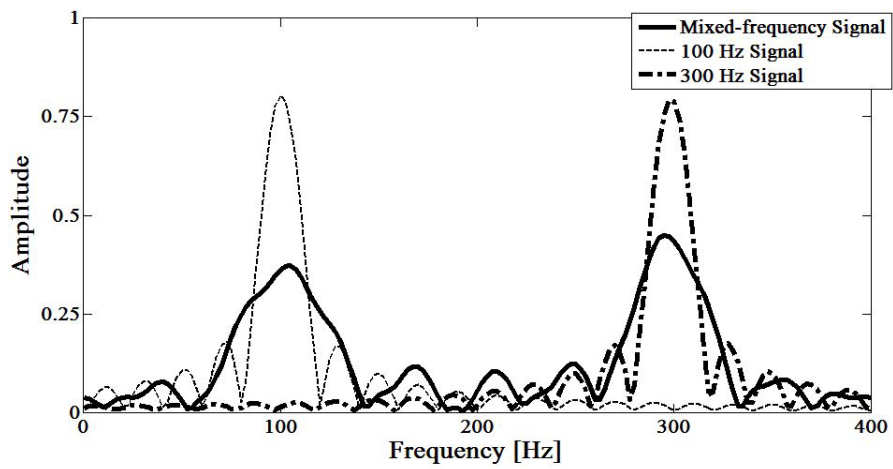
	BDND [16] 2006	DWM [14] 2007	SAMF [17] 2008	Chen [19] 2008	SAWM [15] 2009	ERMI [41] 2012	AGF [18] 2013	CB- spline [42] 2013	Mask NHA 2016
10%	42.08	31.44	39.42	42.52	41.38	40.78	42.12	-	50.9
20%	37.61	30.86	36.01	38.06	38.11	37.86	38.26	-	45.99
30%	34.83	29.95	33.80	35.46	35.46	35.55	35.87	34.41	42.64
40%	32.86	28.00	31.94	33.53	33.53	33.48	34.05	-	39.52
50%	30.40	25.18	30.78	32.00	32.00	30.86	32.69	30.58	36.74
60%	29.14	18.91	29.59	30.34	31.10	29.81	31.44	-	34.14
70%	27.74	13.06	28.04	29.06	29.55	28.73	30.08	27.68	31.80
80%	26.39	8.75	26.63	26.81	27.85	26.72	28.23	-	30.03
90%	24.53	6.35	24.45	24.00	25.46	24.71	25.85	24.65	28.41

2.4 結言

インパルスノイズの除去は度々研究されている画像処理の問題である。従来は、フィルタを用いた画像領域でのノイズ除去が主流のアプローチであった。本研究では、高精度周波数解析法である Mask NHA を用いて、高密度ノイズを周波数領域から除去する従来とは異なるアプローチでインパルスノイズの除去を行った。FFT や DCT のような積分計算型の周波数解析法では、周波数領域からノイズを除去することが困難であった。提案手法は、マスク処理と数値解析的な周波数推定によって、ノイズ除去を行っている。実験結果より、提案法は近年のノイズ除去手法と比較して優れた性能であることを PSNR によって確認した。特に、90% の高密度ノイズ環境下では、従来法に比べ提案法の PSNR は 2 dB 以上向上した。以上の結果から、提案法は高密度ノイズ環境下において、インパルスノイズを特に有効に除去できる手法であることを示した。



(a)



(b)

図 12: 異なるスペクトルが接続された信号を解析した際の問題. (a) 異なるスペクトルが接続された信号. (b)FFT による解析結果.



(a)



(b)

図 13: (a) *Lena* の元画像. (b) *Pepper* の元画像.



(a)



(b)



(c)

図 14: (a) ノイズによって画像全体の 90%が破損した *Lena* 画像. (b) 小さな解析窓による再構成画像 (解析窓長 = 4×4 による再構成画像). (c) 解析窓長を拡げた再構成画像 (解析窓長 = 8×8 による再構成画像, PSNR = 27.03 dB).



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

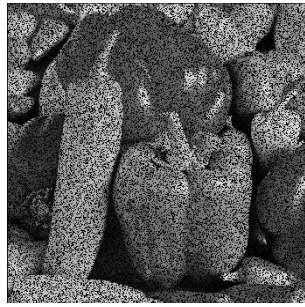


(g)



(h)

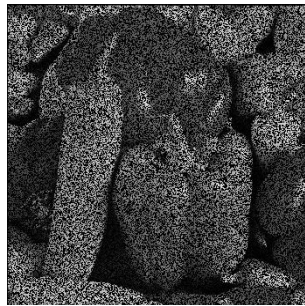
図 15: 各ノイズ率で破損した *Lena* 画像. (a) 30%, (c) 50%, (e) 70%, (g) 90%.
提案法によって再構成された *Lena* 画像 (PSNR). (b) 30% (38.31 dB), (d) 50%
(34.52 dB), (f) 70% (30.90 dB), (h) 90% (27.03 dB).



(a)



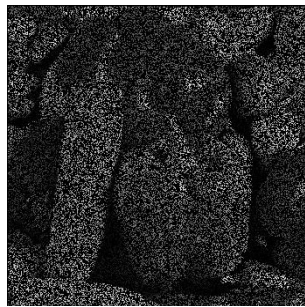
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)



(g)



(h)

図 16: 各ノイズ率で破損した *Pepper* 画像. (a) 30%, (c) 50%, (e) 70%, (g) 90%. 提案手法によって再構成された *Pepper* 画像 (PSNR). (b) 30% (36.90 dB), (d) 50% (33.40 dB), (f) 70% (29.86 dB), (h) 90% (26.37 dB).

3 2次元NHAの画像修復技術への応用

3.1 緒言

画像に生じたひっかき傷や汚れの修復を目的として、コンピュータ処理によって画像を復元するインペインティングの研究が活発に行われている。インペインティング技術は欠損情報を修復するだけでなく、画像内に存在する任意のオブジェクトの削除や画像情報が持つ冗長性の削減に利用されるなど、幅広く活用されている。

現在の主なインペインティング技術は、画像が有する2つの大きな特徴を利用している。一つは、画像の大部分が低周波数成分から構成されていること、もう一つは、隣接する領域間に高い相関が生じる傾向である。この2つの特徴を基に多くのアルゴリズムが提案されている。Wangらは修復ブロックと周囲の境界の差を最小とすることで欠損領域を修復する手法を提案した[43]。また、Hemammiらは欠損領域に隣接ブロックの重みを付けて足し合わせ、それを欠損領域に代入する手法を提案した[44]。Roosmalenらは自己回帰モデルとマルコフランダム場を組み合わせ、欠損領域の画像を予測する手法を提案した[45]。Parkらは小規模で基礎的な線形方程式を解くことでブロック内にあるいくつかの未知の離散コサイン変換(DCT)係数が推定可能であると報告している[46]。Alkachouhらは欠損領域に隣接したピクセルにDCT係数を基盤とした定数を掛け合わせることで高速な画像修復法を提案した[47]。

これらの多くの手法は、隣接するブロックを平滑化した低い周波数成分のみで構成される画像を未知の領域に代入している。そのため、未知の領域にオブジェ

クトの輪郭のように高い周波数成分を含む場合では修復することが困難である。また、ブロックベースの修復法として、ヒルベルト空間で未知の領域と既知の領域の閉凸集合を定義し、射影演算子を用いて未知の領域を収束させる手法も提案されている [48, 49]。射影演算子を変えることにより、収束して得られる未知の領域が異なるため、さまざまな手法が提案されている [50–52]。これらの手法では、ブロック単位の小さい領域の修復を目的としており、未知の領域が広い範囲に存在する場合には修復が難しいといった問題を抱えている。

そこで、オブジェクトの輪郭の修復を目的とした Level-line based method が提案されている。Masnou らは未知の領域内の等輝度線を直線で修復することにより、輪郭線を直線的に修復する手法を提案した [53, 54]。Ballester らは未知の領域内の等輝度線を周囲のベクトル情報を利用し、随時直線の角度を変更しながら曲線等のエッジを修復する手法を提案した [55]。さらに、Rares らは円や直線をフィッティングさせることによりオブジェクトの輪郭線を修復する手法を提案した [56]。しかし、これらの手法はオブジェクトの輪郭線とテクスチャを区別することが難しく、輪郭線ではシャープに修復することが可能だが、テクスチャの部分では低い周波数成分を伝播させているだけであり、平滑化されてしまう問題がある。

さらに、偏微分方程式 (PDE) を解くことで未知の領域へ滑らかに情報を伝播させる手法も提案されている [57, 58]。例えば、Rane らは画像圧縮のための予測法として、オブジェクトの輪郭部分の予測を PDE により行い、テクスチャ部分の予測を画像内の似た部分を貼り合わせる手法を提案した [59]。これらは低い次数の偏導関数を求めている手法であるため、修復部分全体がぼやけてしまう問題

を抱えている。

近年, Exemplar-based method と呼ばれる手法に注目が集まり, 研究が盛んに行われている。この手法の基盤となる技術はデータ領域から欠損領域の境界部分に最も類似したテクスチャを画像内から探索し, 貼り合わせるものである。Criminisi らは大きなオブジェクトを削除するために, 修復する優先度を定義して, 伝播させる手法を提案した [60]。近年では, この手法が Adobe Photoshop CS5 などの画像編集ソフトにも組み込まれている [61]。この修復する順序を決めることは, 出力画像に大きな影響を及ぼすことが知られており, 別の順序を用いる手法も提案されている [62, 63]。また, テクスチャの合成順に依存しない手法として未知の領域全体の尤もらしさを表す目的関数を定義し, 最適な画像を埋め込む手法も提案されている [64]。これらの手法では欠損領域の境界部分のデータ領域に一致するテクスチャを画像内から探索するが, このデータ領域と完全に一致するテクスチャは画像内のテクスチャパターンが有限であるために存在しない場合が多い。そのため, データ領域と欠損領域の間が不連続にテクスチャが生じるといった問題を抱えている。この問題を解決するために, データベース内に画像を保持し, 画像内のみでなく異なる画像のテクスチャも探索することでテクスチャパターンを増加させる手法も提案されている [65]。

本研究では, テクスチャが不連続となる問題を解決するために, 多くの画像において類似したテクスチャ同士が近傍に存在する確率が高い性質を考慮し, データ領域から予測した画像を境界部分の欠損領域に埋め込む手法を提案する。この予測画像を生成するために広林らによって開発された周波数解析法である Non-harmonic analysis (NHA) を用いた信号の予測法に着目した [66–69]。NHA は工

学分野で一般的に用いられている周波数解析法である離散フーリエ変換 (DFT) と異なりサイドローブが発生せず、正確にスペクトルを推定することができる。さらに、窓長の影響が少なく、非常に高い周波数分解能を持つ周波数解析法でことが知られている。NHA のアルゴリズムは対象信号とモデル信号の誤差を評価関数とし、FFT によって与られた初期値を最急降下法とニュートン法によって収束させる手法である。言い換えれば、NHA はカーブフィッティングにより画像内に含まれるスペクトル成分を推定している。

つまり、欠損領域を考慮して NHA で用いられている評価関数を拡張することにより、解析窓長内の一部の領域が未知の領域であっても、カーブフィッティングにより既知の領域のみにあてはまるスペクトル成分を推定することが可能であると思われる。これによって推定されたスペクトルを基に生成された関数はデータ領域と欠損領域の境界が連続となる。この手法を Exemplar-based method で用いられる画像内から類似するテクスチャを探索する代わりに用いることで、データ領域と欠損領域の不連続なテクスチャを抑制する。本論文では、A. Criminisi らによって提案された優先順位を実験的に用いることで、欠損領域の自然な修復を行うこととする。

3.2 提案法のアルゴリズム

本節では，提案法のアルゴリズムについて説明する．

一般的に，画像に含まれる周波数スペクトルは主に低周波スペクトルである．つまり，低周波数分解能の向上は効率的に画像を表現することに直結していると言える．NHA は超分解能を有しているので，画像をごくわずかなスペクトルで表現できる．図 17 と図 18 は 2D DFT と 2D NHA の分解能の違いを示している．図 17 と図 18 より，2D DFT で発生しているサイドローブが 2D NHA で発生していないことがわかる．したがって，NHA ではサイドローブの影響を考慮する必要がなく，ノイズの影響が抑制される．

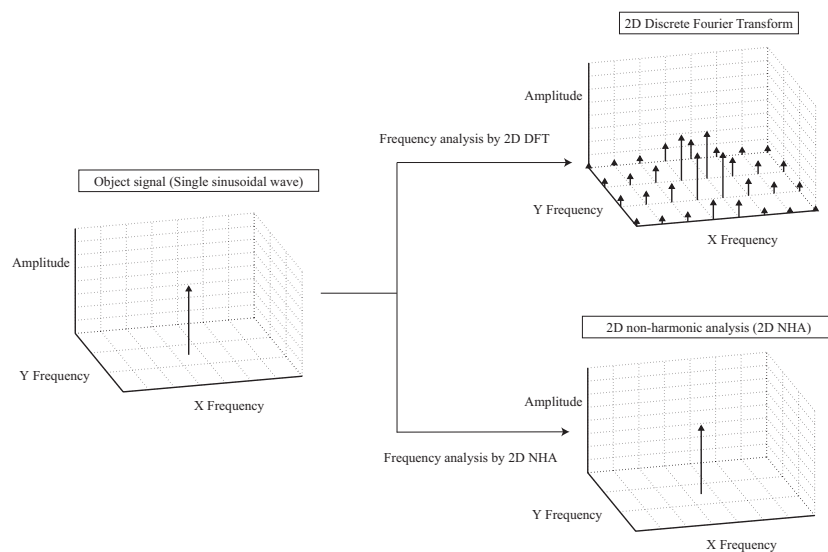


図 17: 2D DFT と 2D NHA の周波数分解能の違い．図の左側がオリジナルのスペクトルを示しており，図右上が 2D DFT によって解析された周波数スペクトル，図右下が 2D NHA によって解析された周波数スペクトルである．

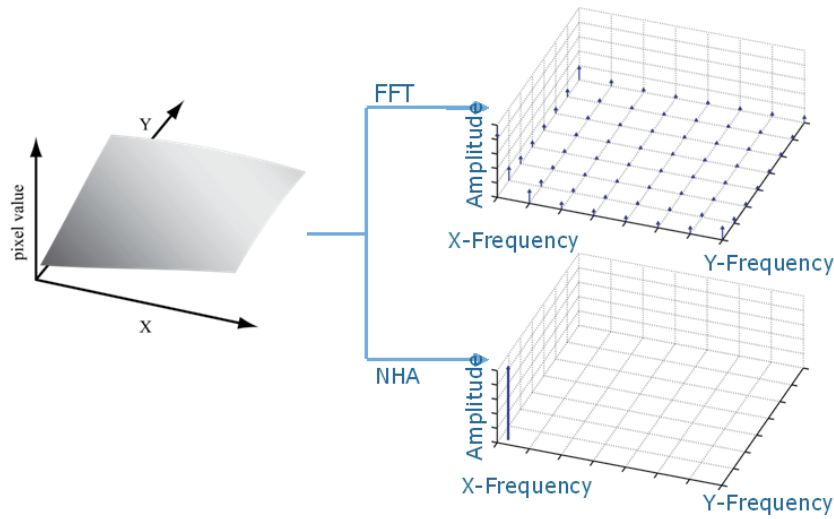


図 18: 2D FFT と 2D NHA の低周波数分解能の違い. 図の左側がオリジナルの低周波信号であり, 図右上が 2D FFT による解析結果, 図右下が 2D NHA による解析結果である.

図 19 に 2D NHA と 2D DFT の解析窓長周囲に伝搬する予測信号の差を示す. FFT は解析窓長内で完全周期を仮定するため, 解析窓長内と同じ信号が周囲に伝搬していることがわかる. 一方, NHA は解析窓長内の信号を周囲に単純に延長している. そのため, NHA は自然なインペインティングに適している. 標準画像を用いた例として, 図 20, 21 に 1~2 本のスペクトルを用いて pepper 画像を再構成した際の比較を示す. 図において, 画像サイズは 256×256 , 解析窓長は 8×8 である. ただし, FFT による再構成では, 正負のスペクトルが共役であるため, 画像再構成には 2 本と 4 本のスペクトルを用いた.

広い範囲を修復する際, 未知の領域を含む画像 I は図 22 のように与えられる. Ω は未知領域, $\bar{\Omega}$ は既知領域, $\delta\Omega$ は Ω の輪郭, $\Psi_{\hat{p}}$ は解析窓である. \hat{p} は $\Psi_{\hat{p}}$ の中心点であり, $\hat{p} \in \delta\Omega$ を満たす. 提案法は, 最大の $P(p)$ である解析窓 $\Psi_{\hat{p}}$ を決

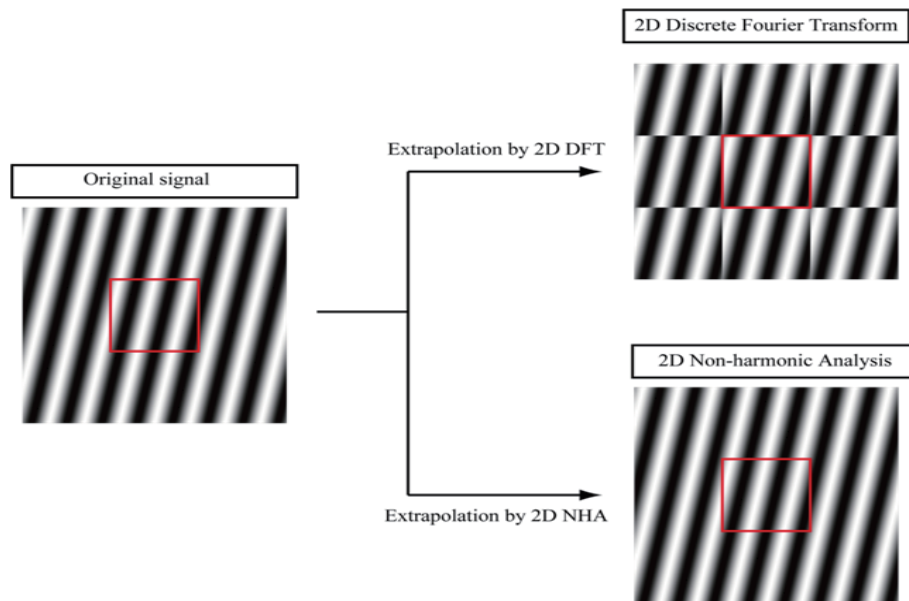


図 19: 2D DFT と 2D NHA で解析窓長の外に予測される信号の差異. 図の左側がオリジナル信号であり, 図右上が2D DFTによる予測信号, 図右下が2D NHAによる予測信号を表す.

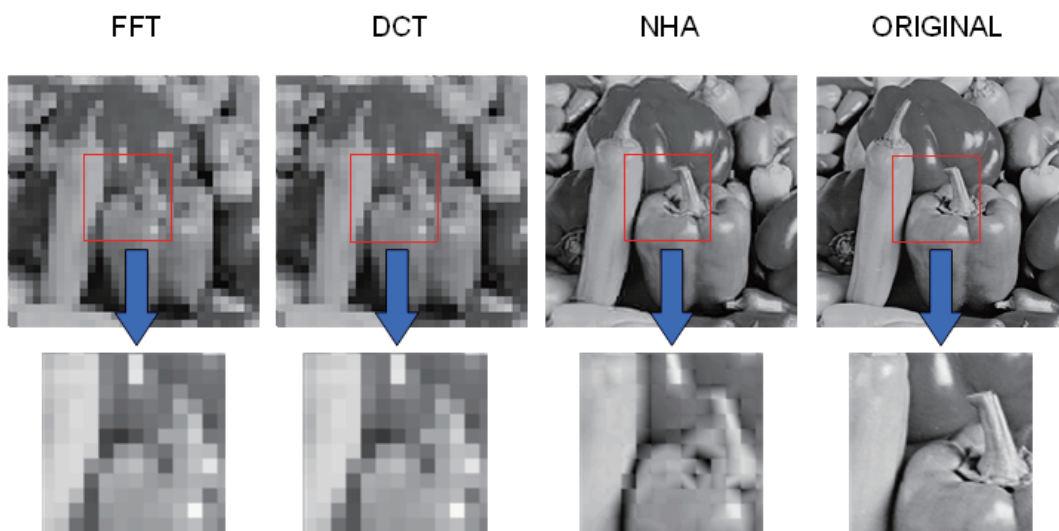


図 20: スペクトル 1 本を使用して pepper 画像を再構成した結果 (FFT は共役であるため, 2 本のスペクトルで再構成).

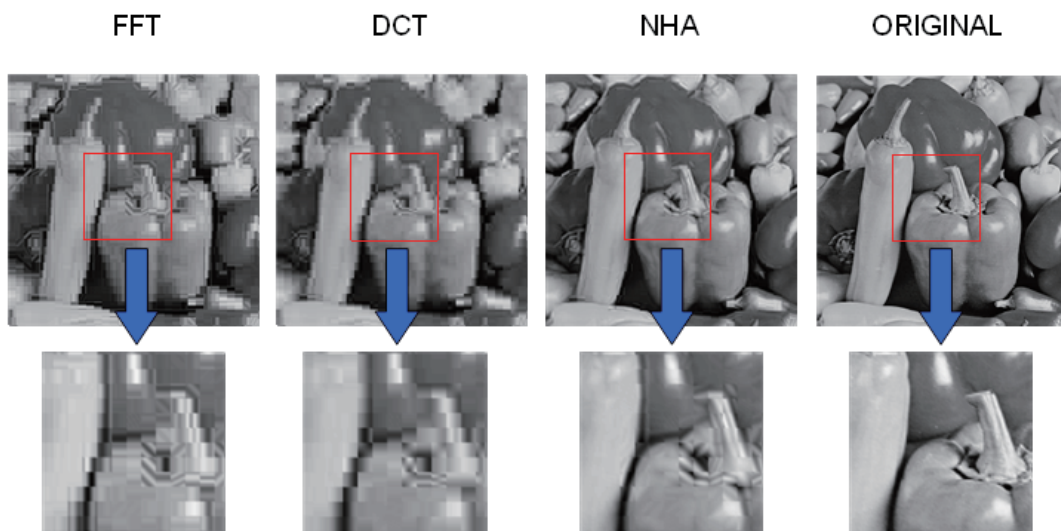


図 21: スペクトル 2 本を使用して pepper 画像を再構成した結果 (FFT は共役であるため, 4 本のスペクトルで再構成).

定し, 既知領域から未知領域へテクスチャを伝搬する. $P(p)$ は画像修復の優先度である. 優先度 $P(p)$ の詳細に関しては, 3.2.2 節に記す. 図 23 に提案法のアルゴリズムの概要を示す. 図の左側では, 主に優先度を計算し $\Psi_{\hat{p}}$ を探索しており, 図の右側では, $\Psi_{\hat{p}}$ から新しいテクスチャを生成するために, フィッティング関数を求めている.

3.2.1 新しいテクスチャの生成

提案法において, $\Psi_{\hat{p}} \cap \bar{\Omega}$ から推定したスペクトルを基に $\Psi_{\hat{p}} \cap \Omega$ を予測している. $\Psi_{\hat{p}} \cap \bar{\Omega}$ からスペクトルを推定するため, 2D NHA の評価関数を次式に拡張

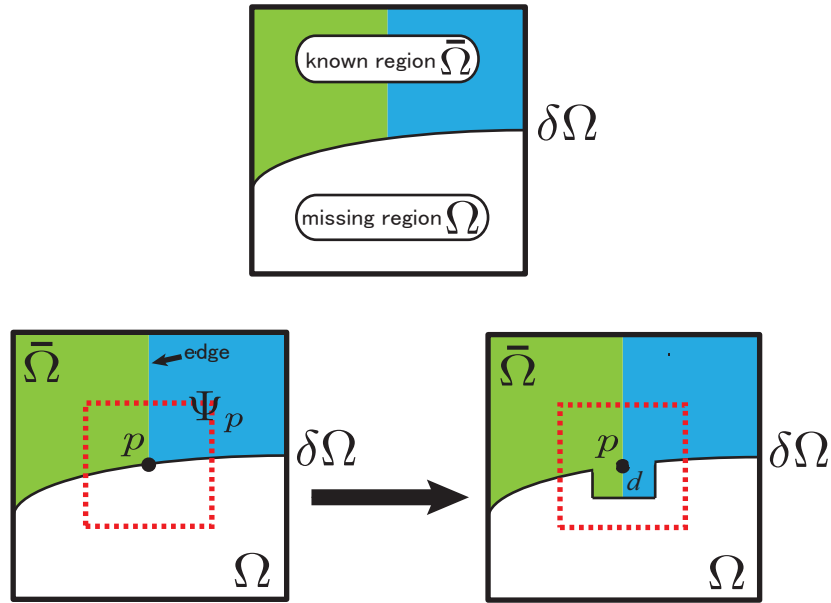


図 22: 画像内の未知領域と既知領域.

する.

$$F(\hat{A}, \hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{\phi}) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} w(n_1, n_2) \left\{ I(n_1, n_2) - \hat{I}(n_1, n_2) \right\}^2 \quad (19)$$

N_1 と N_2 はフレーム長であり, $w(n_1, n_2)$ は 2 値情報で構成される重み係数である. (n_1, n_2) が解析窓内の既知領域に存在する場合, $w(n_1, n_2)$ は 1 であり, (n_1, n_2) が解析窓内の未知領域に存在する場合, $w(n_1, n_2)$ は 0 となる. つまり, 未知の領域の影響を与えないようにした評価関数を用いて最急降下法とニュートン法によりスペクトルを収束させる. これにより, $\Psi_p \cap \bar{\Omega}$ のみに含まれるスペクトルを推定することが可能となる. $\Psi_p \cap \bar{\Omega}$ から推定した \hat{A} , \hat{f}_x , \hat{f}_y , $\hat{\phi}$ を用いて, 画像 Ψ_p に変換することで, $\Psi_p \cap \bar{\Omega}$ のみにフィッティングする関数を求めることができる. このフィッティング関数を用いて, $\Psi_p \cap \Omega$ を予測することにより新しいテクス

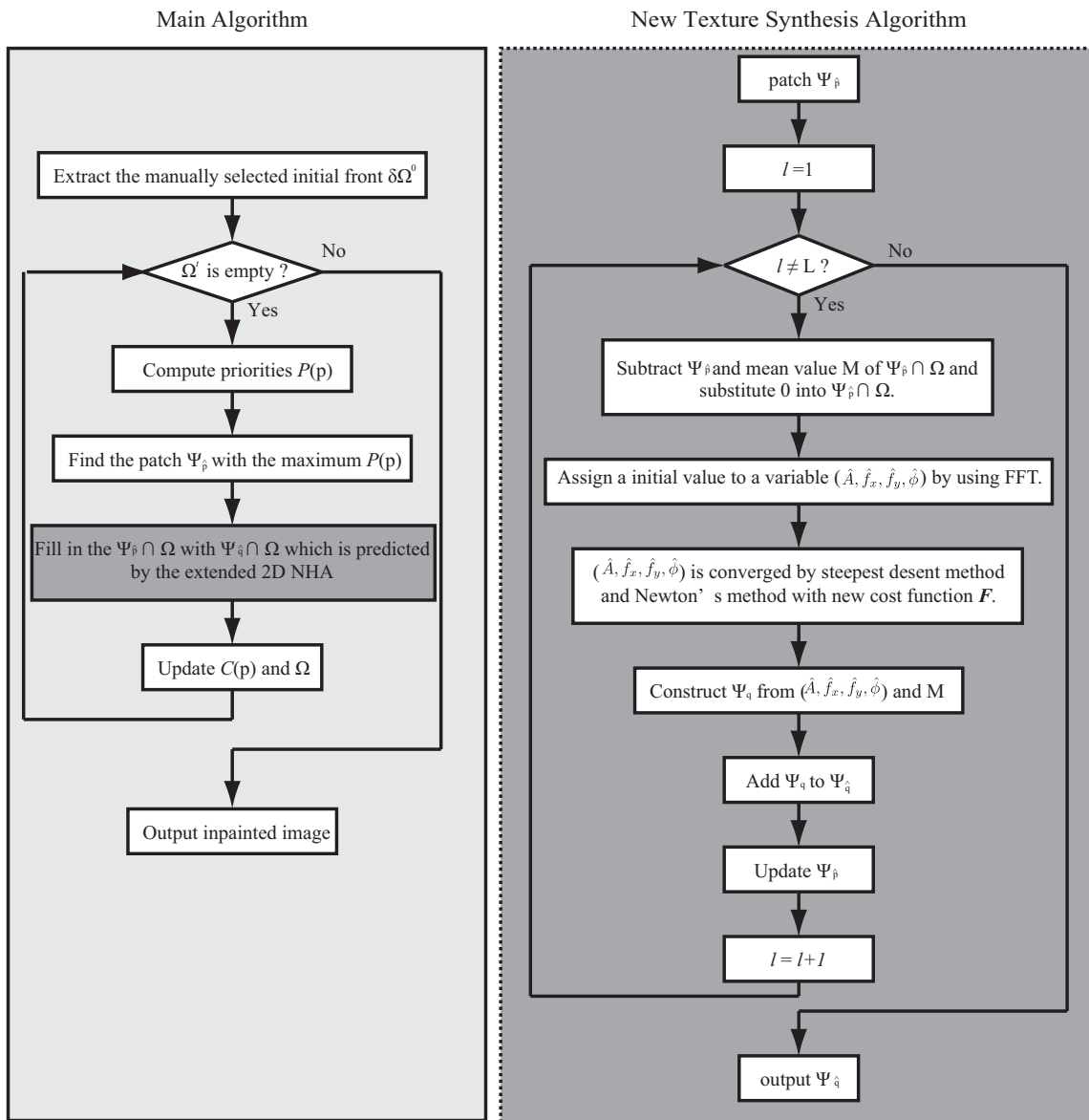


図 23: 提案法のアルゴリズム.

チャを生成することができる。さらに、予測した領域では既知の領域に近いほど予測結果の信頼度が高くなる。本研究では、図 22 右下のように \hat{p} を中心とした距離 d の範囲のみ修復する。修復距離 d は広くなるほど予測誤差を多く含むため、正確に欠損を修復するためには、 d を適切に設定する必要がある。特に、多くの周波数成分を含むエッジや毛のような細かなテクスチャに対し、広範囲を一度で修復することは困難である。また、広範囲の欠損は中心に近いほど、欠損周囲の既知領域との類似性が失われるため、 d を広く設定すると精度低下に繋がる。修復距離 d を適切に設定するため、滑らかなテクスチャにエッジが存在するテスト画像を作成し、狭い欠損と広い欠損を修復するプレ実験を行った。プレ実験では、解析窓を 8×8 とし、修復距離 d を 1 から 7 の範囲で 1 ずつ変化させ、修復した画像の PSNR を算出した。また、距離 d の長さと修復精度の関係を調査するため、欠損の端 2 ピクセルを外縁部とし、それ以外の部分を中央部として個別に PSNR を算出した。図 24 に修復距離 d を変化させ狭い欠損を修復した際の PSNR をグラフで示す。グラフにおいて、黒線は修復画像全体の PSNR であり、赤線が中央部の PSNR、青線が外縁部の PSNR である。図 24 より、画像全体の PSNR と中央部の PSNR は同様の傾向にあり、 $d = 1$ とした場合が最も高く、 $d = 4$ とした場合が最も低くなった。プレ実験では、外縁部を欠損の端 2 ピクセルとしているため、狭い欠損の約 23% が外縁部となり、残りの約 77% は中央部となる。そのため、画像全体の PSNR は中央部の PSNR に大きく依存する。また、PSNR が単調増加ではなく、 $d = 4$ で最も低下した要因として、中央部に生じる歪が考えられる。提案手法では、欠損周囲の特徴を欠損に伝搬するため、欠損の端から徐々に修復を行う。その結果、欠損中央の修復の際に予測誤差が蓄積し、修復画像に

歪が生じている。この歪による精度低下は、距離 d の長さによって変化する。図 25 に修復画像の結果を示す。図 25(a) は画像サイズ 64×64 で作成したテスト画像、(b) がエッジ部分に 16×16 の狭い欠損を与えた画像、(c) が全体の PSNR が最も高かった $d = 1$ による修復結果、(d) は 2 番目に PSNR の高い $d = 2$ の結果、(e) は最も PSNR の低かった $d = 4$ の結果、(f) は PSNR が再び上昇した $d = 5$ の結果である。図 25(c) より、 $d = 1$ の場合、中央部に少量の歪が生じているが、欠損の大部分はオリジナルに近い修復を行えており、良好な修復結果と言える。図 25(d) の場合、 $d = 1$ に比べ広い範囲に歪が生じていることがわかる。これは、欠損左右の辺から修復した際に、エッジを含む領域の予測誤差が、(c) に比べ周囲に伝搬したためだと考える。ただし、エッジ周辺以外の外縁部などは周囲のテクスチャと滑らかに接続されており、欠損中央部までエッジの接続が認識できることから、良好な修復結果だと考える。一方、図 25(e) の PSNR が最も低い $d = 4$ の場合、修復結果は滲んだように平滑化されている。この要因として、 $d = 4$ で外縁部から修復した場合、中央部に残る欠損の範囲がエッジを含む領域となり、多くの周波数を含むエッジを再現しきれず、歪となったと考える。その結果、欠損内でエッジを滑らかに接続できず、エッジ周辺のテクスチャ特徴が混合し、テスト画像上部の白いテクスチャと下部の黒いテクスチャの中間色である灰色のテクスチャが伝搬している。図 25(e) の $d = 5$ の場合は、外縁部が (d) よりも自然に修復されており、その影響により中央部の歪が緩和されている。これは、滑らかなテクスチャを長い距離に伝搬させることで、エッジ周辺の歪が混合されなかったためである。狭い欠損の修復では、欠損周囲の特徴を欠損へ伝搬しやすいと同時に、予測誤差などの歪も欠損全体に伝搬しやすい。そのため、低周波で構成さ

れる滑らかなテクスチャなどの歪が生じ難い箇所を正確に修復することで、全体の PSNR 向上に繋がる。人間の視覚では、40dB 以上の画像の劣化具合を見分けることが困難だと言われており、ノイズ除去や画像再構成では 40dB 以上の結果となることが望ましい。つまり、狭い欠損の修復には、PSNR が 40dB 以上となる $d = 3$ 以下の条件が適している。

次に、テスト画像に広範囲の欠損を与え修復した PSNR を図 26 に示す。広範囲の欠損は、狭い欠損に対し一辺が 2 倍となる 32×32 の欠損であり、欠損の面積が 4 倍となっている。図 26 より、画像全体の PSNR は狭い欠損の場合と同様に、欠損内を占める割合の多い中央部に依存することがわかる。しかし、狭い欠損と異なり最も高い PSNR は $d = 2$ の場合の修復結果であり、最も低い PSNR は狭い欠損と同様の $d = 4$ の場合の修復結果であった。中央部の PSNR に関しては、 $d = 1$ と $d = 2$ の場合で 1dB 以下の差であるが、外縁部に関しては $d = 2$ の PSNR が約 1dB 高かった。また、 $d = 4$ で PSNR の最低値となっているが、 $d = 4$ 以上の条件では PSNR の差は 1dB 以下であり、修復結果に大きな差は見られなかった。広範囲の欠損を修復した場合、 $d = 2$ の修復画像が最も良好な PSNR となったのは、外縁部の修復結果とエッジの接続に起因している。図 27 に広範囲の欠損を修復した再構成画像の結果を示す。図 27(a) がテスト画像、(b) が欠損画像、(c)~(f) の d の条件は図 25 と同様である。図 27(c) と (d) を比較すると、(d) の結果の方が外縁部の歪が少なく、欠損の中心付近のエッジの接続が鮮明である。(c) の結果では、中心部周辺のエッジが平滑化され、上下のテクスチャが混合している。これは、 $d = 1$ でテクスチャを伝搬することにより、 $d = 2$ 比ベ誤差の蓄積量が大きくなったためと考える。広範囲の欠損修復では、狭い欠損よりも修復

回数が多くなるため、蓄積される誤差も大きくなる。また、修復距離が短すぎると、テクスチャの特徴を敏感に伝搬するので、外縁部で生じた歪などが中央部まで伝搬される。その結果、欠損中心に近づくほど周囲のテクスチャとの類似性が失われ、エッジの接続が不鮮明となり、画像全体の PSNR 低下に繋がった。修復距離の長い $d = 4$ 以上の条件の場合、図 27(e), (f) より、欠損中央部に大きな歪が生じていることがわかる。修復距離が長い場合、中心部に近づくほど、修復結果同士の整合性がなくなり、連結は困難となる。特に、向かい合った対辺から修復を行うと、中央部で長い距離を一度に修復しようとするので、歪同士を接続するようなテクスチャが生成される。したがって、広範囲の欠損を修復するには、距離 $d = 2$ に設定することが最適であると考えられる。以上のプレ実験の結果を踏まえ、本研究では、修復距離を $d = 2$ と設定した。

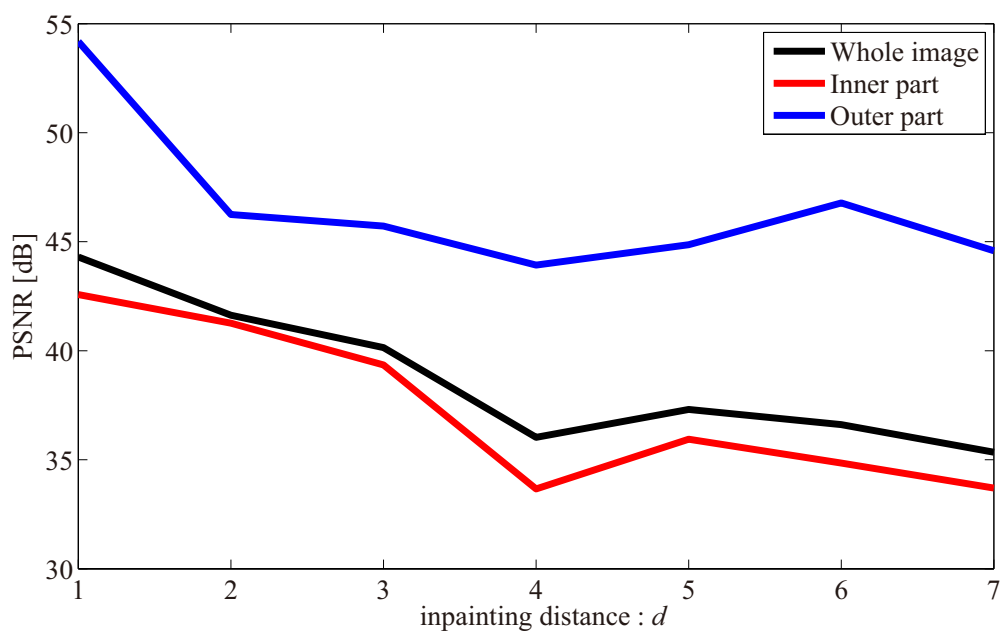


図 24: 狭い欠損に対し, 修復距離を変化させ修復した場合の PSNR. 黒線が修復画像全体の PSNR, 赤線は欠損中央部のみの PSNR, 青線は欠損外縁部のみの PSNR を表す.

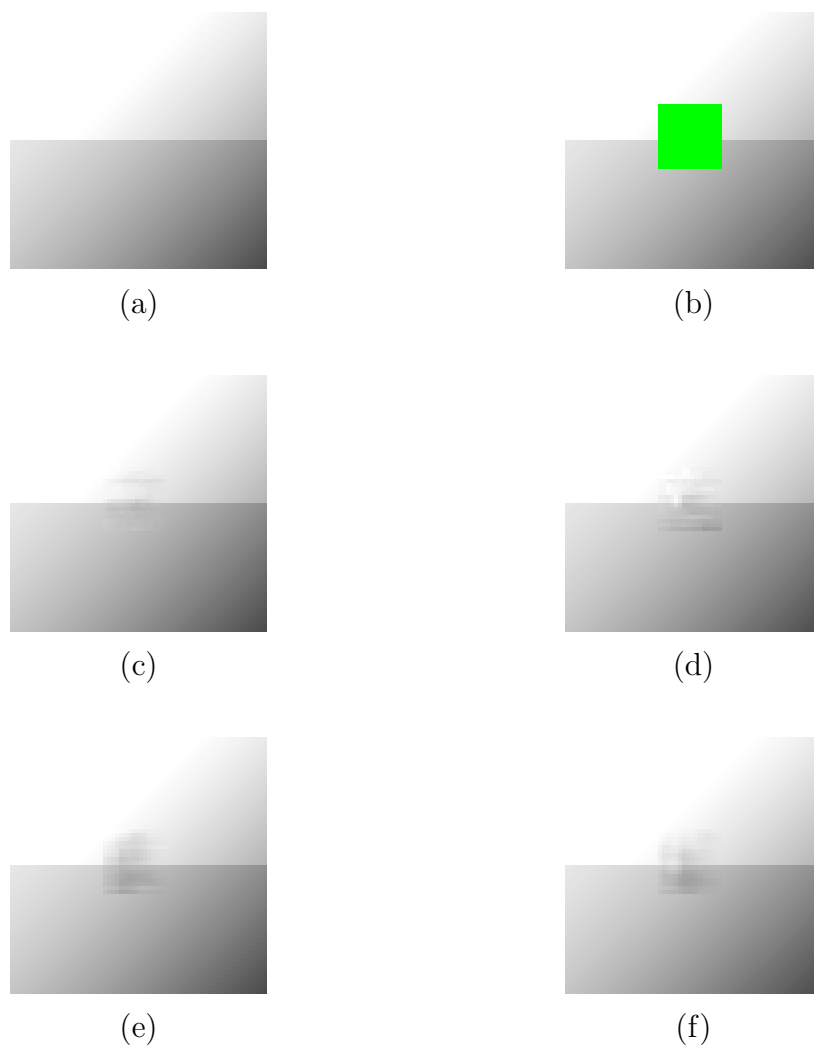


図 25: テスト画像に狭い欠損領域を与え, 修復距離を変化させた場合の再構成画像. (a) 元画像. (b) 狭い欠損を与えた画像. (c) $d = 1$ で修復した画像. (d) $d = 2$ で修復した画像. (e) $d = 4$ で修復した画像. (f) $d = 5$ で修復した画像.

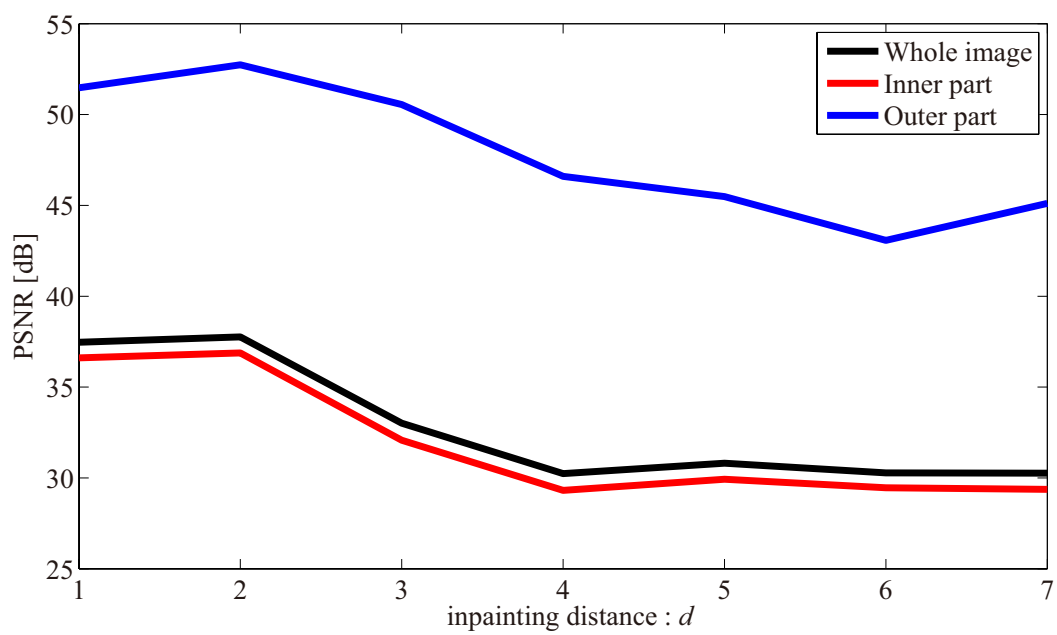


図 26: 1 広範囲の欠損に対し, 修復距離を変化させ修復した場合の PSNR. 黒線が修復画像全体の PSNR, 赤線は中央部のみの PSNR, 青線は外縁部のみの PSNR を表す.

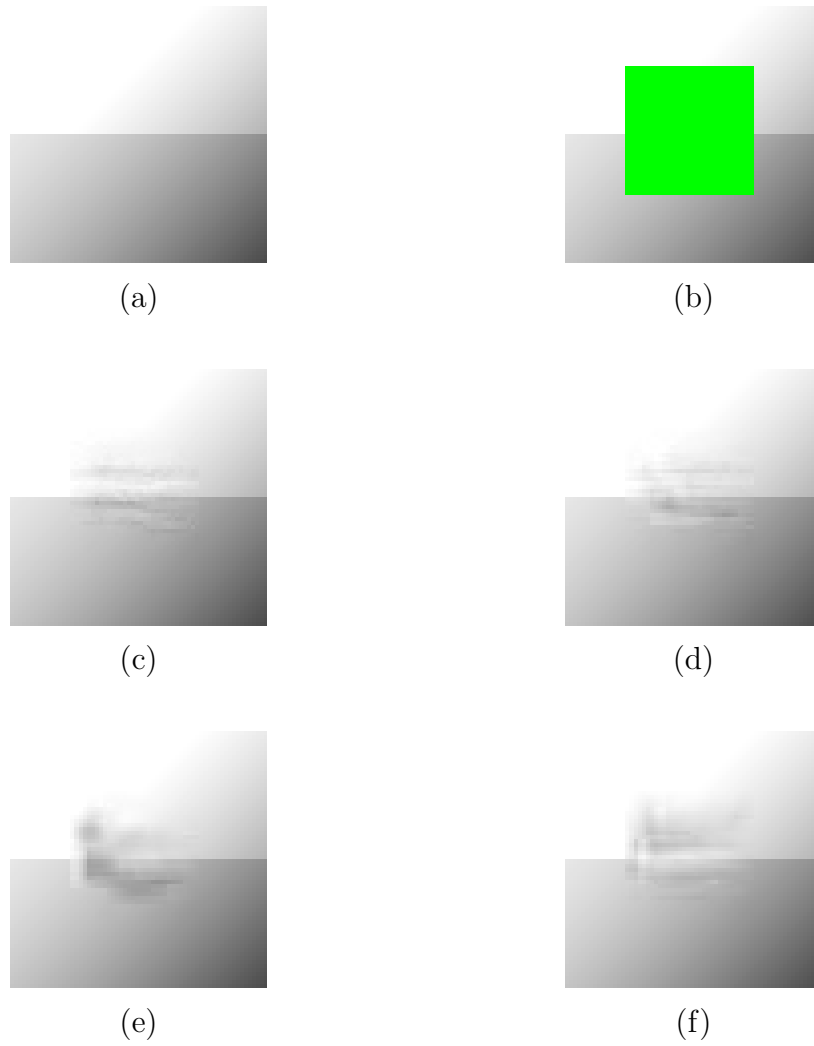


図 27: テスト画像に広範囲の欠損領域を与え、修復距離を変化させた場合の再構成画像. (a) 元画像. (b) 広範囲の欠損を与えた画像. (c) $d = 1$ で修復した画像. (d) $d = 2$ で修復した画像. (e) $d = 4$ で修復した画像. (f) $d = 5$ で修復した画像.

2D NHA では、まず 2D FFT により最大の振幅を持つスペクトルを初期値として与え、最適な解に収束させている。しかし、解析窓 $\Psi_{\hat{p}}$ は未知の領域を含んでいるため、局所解に収束してしまう可能性がある。したがって、本手法では初期値を与えるために、 $\Psi_{\hat{p}} \cap \bar{\Omega}$ の平均値を $\Psi_{\hat{p}}$ から減算し、 $\Psi_{\hat{p}} \cap \Omega$ に仮の値として 0 を与える。これによって、近似解であるが、初期値 \hat{A} , \hat{f}_x , \hat{f}_y , $\hat{\phi}$ を与えることができる。そして、初期値を 2D NHA と同様に最急降下法によって収束させる。さらに、これらの精度を高めるためニュートン法によって収束させる。 $\Psi_{\hat{p}} \cap \bar{\Omega}$ が複数のスペクトルで構成される場合においても、逐次減算処理をすることによって、近似的に複数のスペクトルパラメータを導出できる。この一連の流れを Ω を全て修復するまで繰り返すことによって、広い範囲の画像修復が可能となる。図 23 右にアルゴリズムの概略を示す。

3.2.2 画像修復の優先度

本項では Antonio Criminisi らによって提案された優先度 $P(p)$ を決める方法を説明する。画像は構造やテクスチャで構成されている。解析窓の優先度を定義することにより、領域内の構造とテクスチャを区別することが可能となる。そのため、欠損領域の構造やテクスチャを推測することで、欠損周囲の情報に類似する新たなテクスチャを生成することができる。画像は近傍のテクスチャが高い類似性を持つという特徴がある。そのため、インペインティングの優先度を決定することで、欠損領域と既知領域の間のテクスチャが不連続に接続されることを抑制することができる。このアルゴリズムでは、まず、欠損領域 Ω から初期の輪郭 $\delta\Omega^0$ を抽出する。そして、 t 回目の反復処理において輪郭 $\delta\Omega^t$ と特定し、優先度 $P(p)$ を算出する。 $\delta\Omega$ 上の画素 p の周囲における信頼度項を $C(p)$ と、 $\delta\Omega$ に達する等輝度線（同じ輝度のピクセルが接続された線）の強度関数であるデータ項を $D(p)$ とすると、優先度 $P(p)$ は以下の式で表される。

$$P(p) = C(p)D(p) \quad (20)$$

$$C(p) = \frac{\sum_{q \in \Psi_p \cap (I - \Omega)} C(q)}{|\Psi_p|} \quad (21)$$

$$D(p) = \frac{|\nabla I_p^\perp \cdot n_p|}{\alpha} \quad (22)$$

ここで、 $|\Psi_p|$ は Ψ_p の要素数、 α は規格化因子、 n_p は直交単位ベクトル、 \perp は直交演算子である。また、 $\forall p \in \delta\Omega^t$ の関係を満たす。すなわち、最大優先度を有する点 p は $\hat{p} = \arg \max_{p \in \delta\Omega^t} P(p)$ により求まる。これによって主に既知の領域のエッジ成分を優先して未知の領域に伝播させることにより、違和感の少ない修復画像を得ている。本手法も同様の計算式により優先度を決定することとする。アルゴリズムの概略は図 23 左に示す。

3.3 自然画像による検証実験

本節では標準画像である“Lena”, “Barbara”, “Airplane”, “Pepper”, “Mandrill”の一部を欠落させ、修復する実験を行う。さらに、提案法の有効性を示すために Exemplar-based method [60] と Exemplar-based method を基に欠損領域に既知の領域の平均値を代入した方法を用いて比較を行う。既存の研究では、任意の位置に固定された欠損を修復する実験はあるが、ランダムな位置の欠損を修復する実験はない。本研究では、統計的に元画像と修復画像の差を評価するため、標準画像のランダムな位置にブロック欠損を付加した。欠損領域（図 28-37 (a) 内の緑色の部分）は一様分布の乱数を用いて 100 個の 16×16 のブロックを欠損させることにより生成した。これは、総ピクセル数の 10% である。同様の処理を 16 回行い、これらの欠損画像をそれぞれの手法によって修復し、Mean Square Error (MSE) によって評価する。欠損に平均値を与えた結果（図 28-37 (b)）では、平滑化が行われるため、テクスチャの明度変化が少ない場合、違和感が少ない画像が得られた。しかし、高周波成分を含むエッジやテクスチャパターンにおいては平滑化では修復が困難であり、ブロックノイズが発生している。解析窓長を小さくすることによってブロックノイズは軽減できるが、本質的な解決には至らない。

Exemplar-based method の結果（図 28-37 (c)）ではデータ領域のテクスチャパターンが有限であるため、常に視覚的に良好な結果が得られるとは限らない。また、二乗誤差のみを用いてテクスチャの類似度を調べているため、テクスチャを構成する特徴を正確に抽出できず、修復部分に不連続なテクスチャパターンや

ブロックノイズが発生するといった問題が生じた。解析窓長を小さくすることによって、この問題を軽減することは可能だが、常に欠損部分を違和感なく修復するためのテクスチャを得ることは難しい。これらに対して提案法を用いて修復した結果では、データ領域から画像内には存在しない新しいテクスチャを随時生成して伝播させているため、有限のテクスチャパターンに制限されることなく修復できている。つまり、同様の優先順位を用いて画像を修復する場合、画像内にあるテクスチャ情報を探索する Exemplar-based method より、データ領域から新しいテクスチャ情報を逐次生成し、貼り合わせる提案法のほうが自然な修復画像を生成できることが分かった。

提案法ではテクスチャが持つ周期的な成分を抽出し、それを基に新しいテクスチャパターンを生成しているため、解析窓長の設定により生成される画像が異なる。解析窓長を大きくすることによって、テクスチャの周期的な特徴を正確に抽出することが可能となるが、解析窓長内に異なる特徴を持つテクスチャが多数含む場合では、不要なスペクトルが含まれたスペクトル構造を基に構成される画像を欠損領域に貼り合わせることとなり、MSE を下げる要因となる。

表 3 に 16 パターンの画像をそれぞれの手法により修復したときの MSE の平均値と標準偏差をまとめる。“Lena”，“Barbara”，“Airplane”，“Pepper”においては、16 パターンの画像を修復した場合、全てのパターンにおいて MSE は提案法が最も優れていた。しかし、“Mandrill”を用いて修復実験を行った MSE の平均では、平均値を代入した修復が最も優れている結果が得られた。この原因として、“Mandrill”は図 36 のように広域に非周期的なテクスチャ情報を有しており、それらの情報に対し周波数解析を基にした予測法で元画像と少ない誤差で修復す

ることは困難であることが考えられる。しかし、他の手法の MSE は提案法と同等であるが修復部のブロックノイズが非常に目立っているため、提案法のほうが比較的良好な修復結果が得られていると考えられる。表 4 は提案法と Exemplar-based method による修復画像の PSNR と SSIM を示している。SSIM は画像の類似性を表す指標であり、1 に近いほど良いとされている。“Lena”, “Barbara”, “Airplane”, “Pepper” の PSNR に関しては、提案法が Exemplar-based method より高い値となった。“Mandrill” では、提案法よりも Exemplar-based method の PSNR が高い値であった。しかし、SSIM に関しては、全ての画像において提案法が Exemplar-based method よりも高い値を示した。表 4 に示す提案法の SSIM の範囲は 0.93 ~ 0.96 である。これは、提案法による修復画像は良好な SSIM を得られることを示している。従来研究では、主に PSNR を用いた定量評価がされている。Xu らが行った、“Lena” 画像にテキスト欠損を付加し、インペインティングによりテキストを除去する実験では、PSNR が 25.57 dB であった [62]。本研究では、グレイスケール画像を使用しているが、総ピクセル数に対する欠損の割合は Xu らの実験よりも大きい。また、Zhang らは 2012 年にウェーブレット変換を利用したインペインティング技術を提案した [70]。Zhang らの実験は本実験条件と類似している。“Lena” 画像に対する Zhang らの手法の PSNR は 25.1206 dB であった。“Lena” 画像に対する提案法の PSNR は 33.12 dB であり、この値は前述した 2 手法よりも高い値を示している。このことから、提案法はインペインティングに対し十分有効な手法であると考えている。

次に、特徴の異なる部分を人工的に欠損領域と定義し、修復する実験を行う。欠損領域は長軸が 69 ピクセル、短軸が 64 ピクセルの楕円とした。解析窓長のサ

イズは 17×17 である。図 38 が修復結果であり、図 39, 40 に欠損を修復した拡大図を示す。平均値を代入した結果では平滑化された画像が失われた領域に埋め込まれるため、テクスチャの細かい特徴を伝播させることはできない。Exemplar-based method を用いて修復した結果では、MES のみでテクスチャの特徴を抽出しているため、修復の早い段階から類似したテクスチャを見つけることが困難となり、修復部全体でブロックノイズが目立つ結果が得られた。このように限られたテクスチャパターンのみで複雑な構造を持つテクスチャを伝播させることは、非常に困難である。提案法を用いて修復した結果では、細かなテクスチャや複雑な構造を持つテクスチャの特徴を抽出して伝播させることができ、さらに修復部全体でブロックノイズが発生することはないため、視覚的に良好な結果が得られた。これらの実験から画像が持つスペクトル成分を正確に抽出し、それを基に再構成した 2 次元の波形を延長描写し、新しいテクスチャ情報を逐次生成することによって、同じ優先順位を用いた Exemplar-based method より、良好な結果が得られることを確認した。

インペインティングには、画像修復やオブジェクト除去などの異なる目的を持ったアルゴリズムが存在する。本研究では、画像修復実験のみを行い、オブジェクト除去に関する実験は行わなかった。画像修復では元画像と修復画像を比較し、定量評価を行うことが可能である。しかし、オブジェクト除去では比較対象が存在せず、定量評価することが困難である。そのため、ほとんどの研究では主観評価のみを考慮している。しかし、主観評価のみで他手法と修復結果を比較することは困難である。今後は、オブジェクト除去に関して、提案法と他手法を比較する方法を検討する。

表 3: 各画像に対する各手法の平均 MSE 値. 括弧内は標準偏差を表す.

	mean value	Criminisi's method	proposed method
Lena	97.46 (11.08)	52.57 (9.82)	29.89 (5.56)
Barbara	100.37 (9.55)	57.30 (7.74)	32.42 (3.41)
Airplane	113.79 (10.78)	90.90 (12.19)	64.66 (8.01)
Pepper	114.21 (14.92)	60.80 (12.69)	35.11 (6.09)
Mandrill	78.11 (3.93)	90.11 (7.92)	78.27 (5.26)

表 4: 各画像に対する各手法の PSNR と SSIM.

	Criminisi's method		proposed method	
	PSNR	SSIM	PSNR	SSIM
Lena	30.98	0.9548	33.12	0.9666
Barbara	30.59	0.9497	32.37	0.9637
Airplane	28.58	0.9526	29.20	0.9587
Pepper	30.38	0.9526	32.74	0.9639
Mandrill	28.60	0.9234	28.12	0.9341

3.4 結言

本研究では，NHA を 2 次元に拡張し，画像修復のために評価関数を拡張することで，新しい画像修復法を提案した．提案法は従来の画像内から類似したテクスチャを貼り合わせる手法と異なり，新しいテクスチャパターンを随時データ領域から生成して伝播させる手法である．多くの画像において視覚的に良好な結果を得るために，得られたフィッティング関数の予測誤差を考慮し，解析窓長に対して小さな領域を修復することで不連続なエッジやブロックノイズの発生を抑制した．提案法の有効性を示すために 5 種類の画像に対して一様分布に基づいた乱数を使ってブロックを欠損させ，修復する実験を各画像において 16 回行い，それぞれの修復画像を MSE によって評価した．その結果，Criminisi らによって提案された Exemplar-based method よりも，データ領域から逐次新しいテクスチャを生成し，周囲の情報を伝搬する提案法のほうが優れた結果が得られた．さらに，複雑な構造を持つテクスチャパターンと細かな特徴を有するテクスチャパターンを人工的に欠損させ，修復する実験を行った．多くの場合において提案法が視覚的にも客観的に有効であることを示した．



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

図 28: 各手法によって修復された “Lena” 画像の一例. (a) 元画像. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



(a)



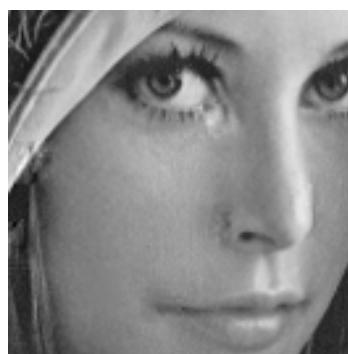
(b)



(c)



(d)



(e)

図 29: 修復された“Lena”画像の一部を拡大した結果. (a)元画像の一部拡大. (b)欠損画像. (c)平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e)提案法の結果.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

図 30: 各手法によって修復された “Barbara” 画像の一例. (a) 元画像. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



(a)



(b)



(c)



(d)

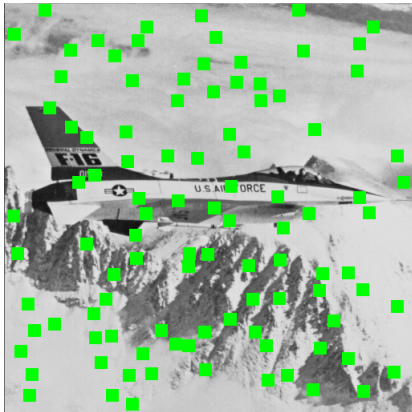


(e)

図 31: 修復された “Barbara” の一部を拡大した結果. (a) 元画像の一部拡大. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



(a)



(a)



(b)



(c)



(d)

図 32: 各手法によって修復された“Airplane”画像の一例. (a) 元画像. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d) Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



(a)



(b)



(c)



(d)

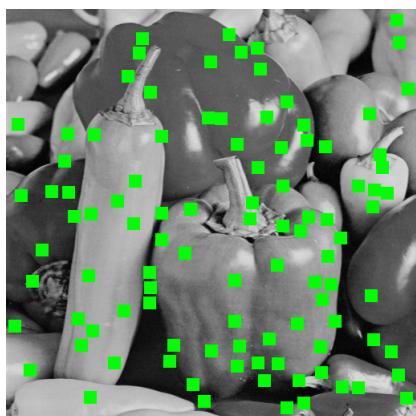


(e)

図 33: 修復された “Airplane” 画像の一部を拡大した結果. (a) 元画像の一部拡大. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



(a)



(b)



(c)

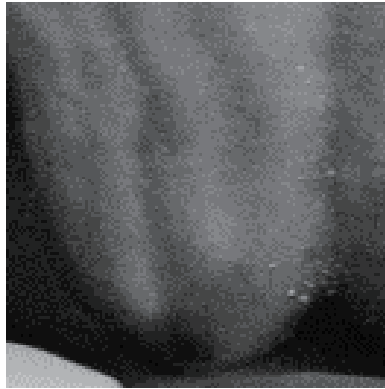


(d)

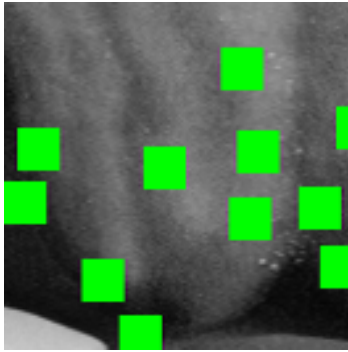


(e)

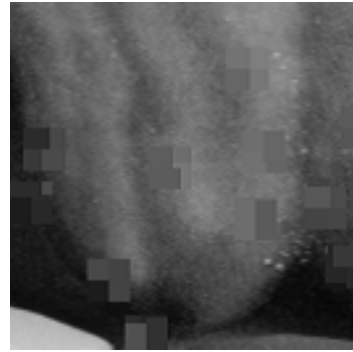
図 34: 修復された “Pepper” 画像の一例. (a) 元画像. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



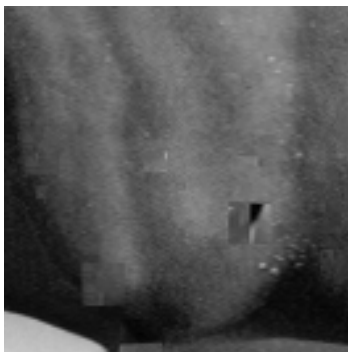
(a)



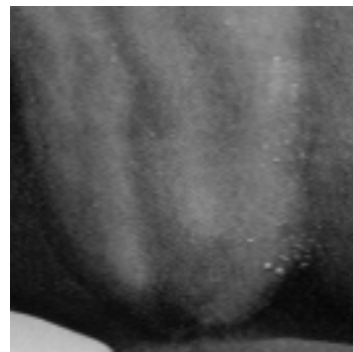
(a)



(b)

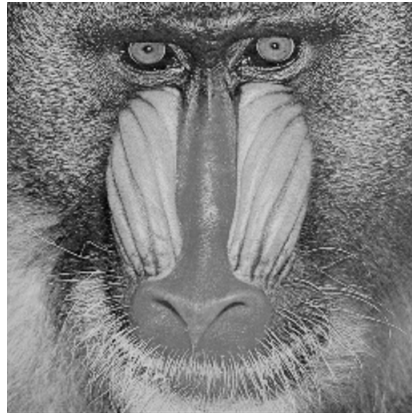


(c)

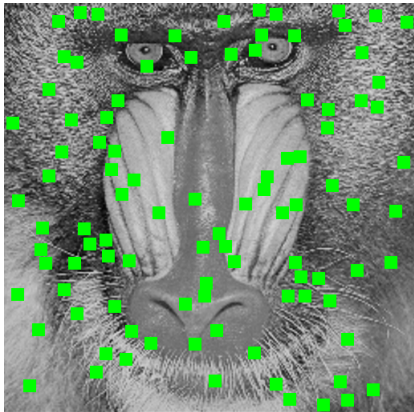


(d)

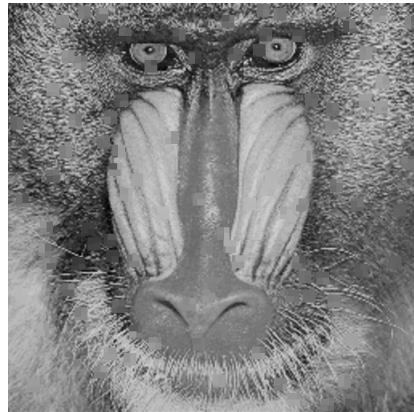
図 35: 修復された “Pepper” 画像の一部を拡大した結果. (a) 元画像の一部拡大. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



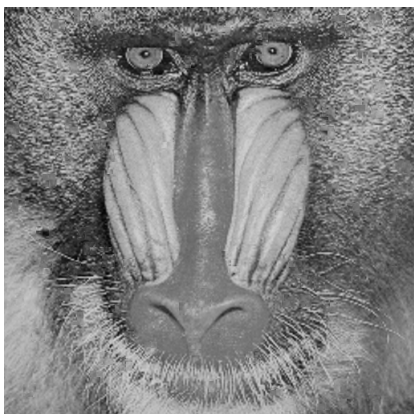
(a)



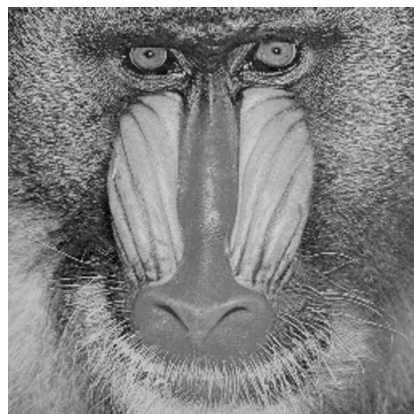
(b)



(c)

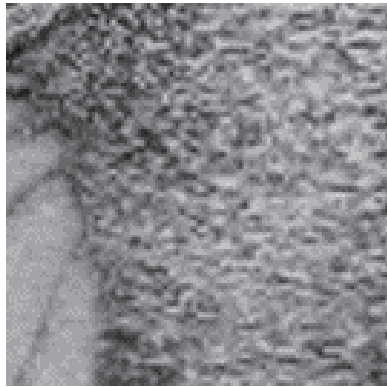


(d)

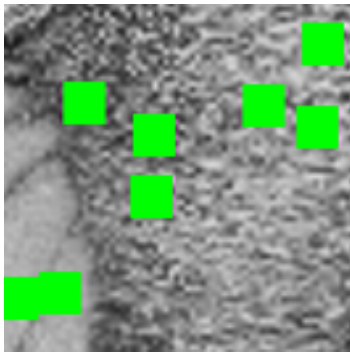


(e)

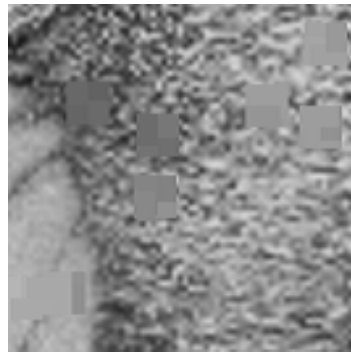
図 36: 修復された“Mandrill”の画像の一例. (a)元画像. (b)欠損画像. (c)平均値の結果. (d)Criminisiの手法の結果. (e)提案法の結果.



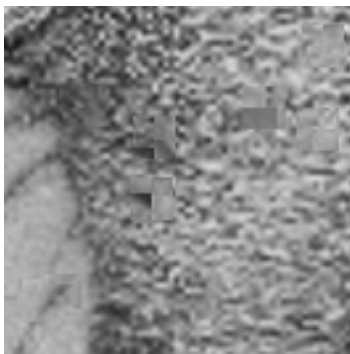
(a)



(a)



(b)



(c)

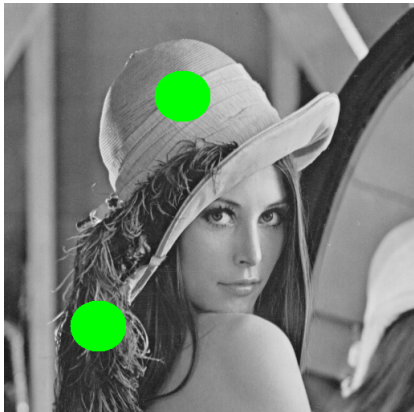


(d)

図 37: 修復された “Mandrill” 画像の一部を拡大した結果. (a) 元画像の一部拡大. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



(a)



(b)



(c)

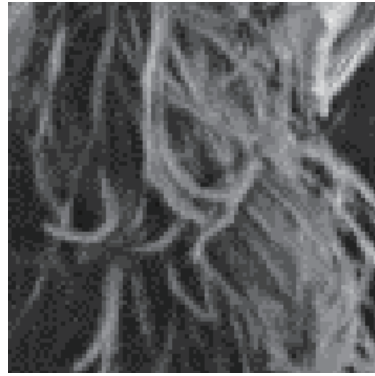


(d)

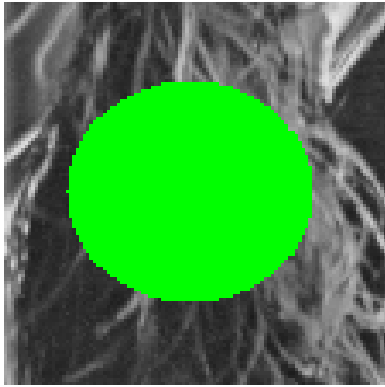


(e)

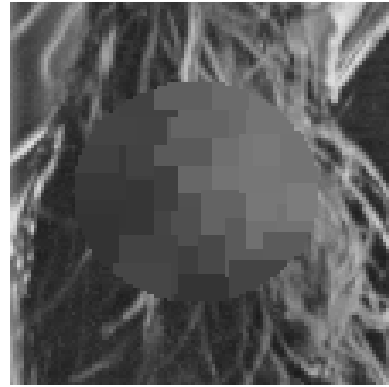
図 38: 各手法で修復された結果の一例. (a) 元画像. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



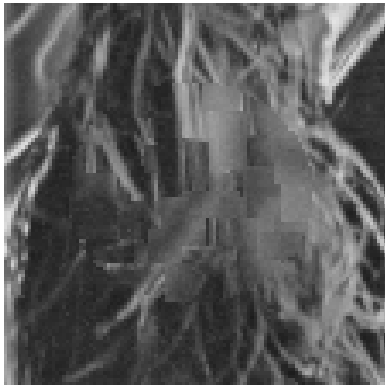
(a)



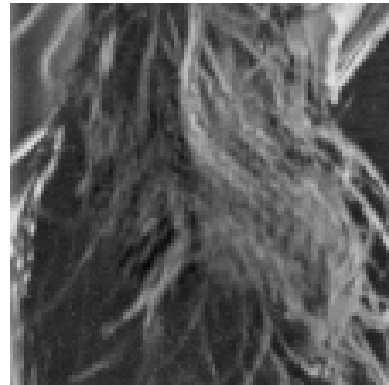
(b)



(c)

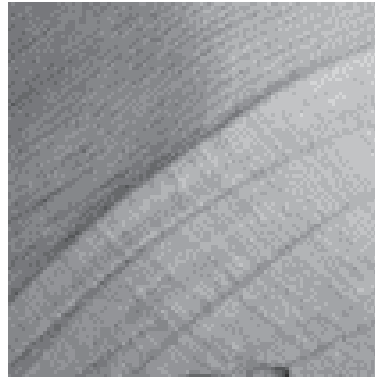


(d)

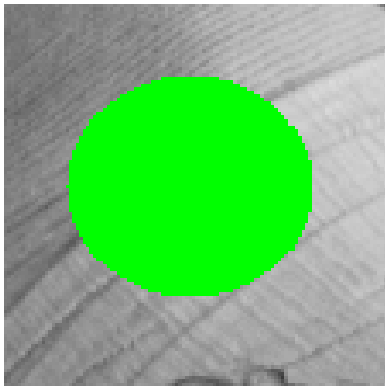


(e)

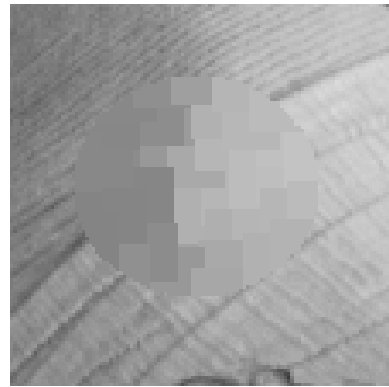
図 39: 修復された画像の一部を拡大した結果. (a) 元画像の帽子の欠損部を拡大. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.



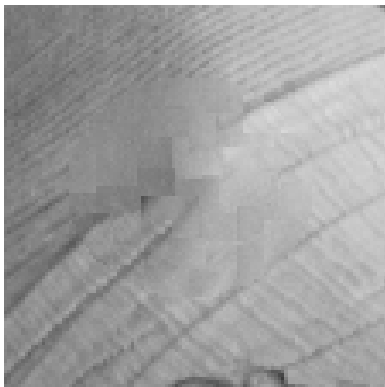
(a)



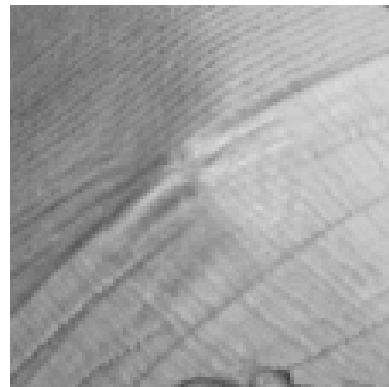
(b)



(c)



(d)



(e)

図 40: 修復された画像の修復結果. (a) 元画像の髪飾りの欠損部を拡大. (b) 欠損画像. (c) 平均値の結果. (d)Criminisi の手法の結果. (e) 提案法の結果.

4 2次元NHAの医用画像応用に関する研究

4.1 緒言

近年、医療技術の発展により、臨床現場でのデジタル断層画像が重要となっている。主なデジタル断層撮影技術にはコンピュータ断層撮影（CT）や陽電子放射断層撮影（PET）、磁気共鳴断層画像法（MRI）などがある。特に、MRIは1973年に提案されてから活発に研究されている [71–73]。MRIは、放射線に曝露されることなく、核磁気共鳴現象を利用して断層像を提供している。MRIを用いて血管像を描出する技術は磁気共鳴血管造影（MRA）と呼ばれている。MRAでは造影剤を必要としないため、非侵襲で血管の様子を観察できる。近年、MRAに関する様々な研究が報告されている [74–76]。Kangらは7T MRIのパラメータを調整し、約0.5mmの橋動脈の観察に成功したことを報告している [77]。しかし、Kangらの研究では、0.3mmの血管を観察することを目標としているため、0.3mm以下の微小血管を観察することはできない。

臨床診断では、MRAで脳内の動脈を観察し、くも膜下出血や脳梗塞の診断の参考に利用することが多い。特に、脳梗塞では後遺症が残ることを防止するため、早期発見が重要となる。脳梗塞は、TOAST (The trial of Org 10172 in Acute Stroke Treatment) によって5種類に分類されている。中でも、ラクナ梗塞と呼ばれる小血管の狭窄は、直径1.5cm未満の小さな脳梗塞と定義されている。ラクナ梗塞は、梗塞部分が小さく、患者が症状に気づきにくいことから、無症候性脳梗塞と呼ばれており、その症状は徐々に進行し顕在化していく。初期段階では、発話障害や手足がマヒすることが知られている。また、ラクナ梗塞の発見が遅れた

場合、多発性脳梗塞や大規模な脳梗塞へ進行する危険性がある。つまり、ラクナ梗塞のような小さな梗塞であっても、正確に梗塞の状態を把握することが重要である。しかし、MRIの診断精度は磁場強度によって大きく変化する。MRIで高分解能を達成するには、高磁場が必要となる。今日では、主流のMRIの磁場強度は1.5T～3Tであり、その空間分解能は1.5mm～0.7mmである。本研究では、MRIの空間分解能が磁場強度に依存する要因は解析手法にあると考えている。

MRIでは画像再構成にFFTが利用されているが、FFTの分解能は解析窓長に依存する。そのため、高磁場装置によって大量の計測データを取得することにより、FFTの分解能を向上することができる。言い換えると、FFTで高精細なMRI画像を得るには、超高磁場装置が必要である。しかし、磁場が人体に与える影響は、長期にわたる観察が必要なこともあり、いまだ解明されていない部分も多い。さらに、超高磁場の形成には、装置コストや装置規模の増大が考えられる。したがって、高磁場MRIによって従来よりも高精細なMRI画像を提供するには、FFTに代わる高精度な解析手法が必要となる。そこで、近年注目を集めている周波数解析法の一つであるNHAに着目した。NHAはFFTよりもはるかに高い周波数分解能を有しており、分解能が窓長に依存しにくいことが知られている。さらに、これまで幅広い分野に応用され、従来よりも良好な結果を示している[35, 39, 40]。NHAを利用することにより、従来よりも正確なMRI画像を提供できると考えている。本研究では、超高磁場計測を想定した微小血管の観察を想定した実験条件を設定し、NHAのMRI応用に関する基礎的な検証を行った。

4.2 解析手法

本小節では，NHA を MRI に適用する方法に関して説明する．NHA は超精度解析手法であり，最小二乗法を解くことで，フーリエ係数を推定している．これまで，NHA は実数信号解析に対し，幅広く応用されてきた．しかし，MRI で計測される信号は複素信号であるため，複素信号解析のために NHA を拡張する必要がある．NHA の評価関数では解析対象信号とモデル信号の差を最小にしている．そこで，MRI の計測信号を解析するため，本研究では NHA のモデル信号を複素信号をモデル化した形式に変更した．MRI 計測データに対応した NHA のモデル信号を次式に表す．

$$\hat{I}(t_x, t_y) = \hat{A}e^{(2\pi i(\hat{f}_x t_x + \hat{f}_y t_y + \hat{\phi}))} \quad (23)$$

t_x と t_y はピクセルであり， x と y は 2次元空間位置を表す．解析対象信号 I とモデル信号 \hat{I} の差を最小にするため，空間周波数 \hat{f}_x と \hat{f}_y ，振幅 \hat{A} ，初期位相 $\hat{\phi}$ は以下の式で計算される．

$$F(\hat{A}, \hat{f}_x, \hat{f}_y, \hat{\phi}) = \frac{1}{T_x T_y} \sum_{t_y=0}^{T_x-1} \sum_{t_x=0}^{T_y-1} \left\{ I(t_x, t_y) - \hat{I}(t_x, t_y) \right\}^2 \quad (24)$$

I は MRI 計測データであり， T_x と T_y はデータサイズである．NHA は 2D DFT で得られた初期値 \hat{A} ， \hat{f}_x ， $\hat{\phi}$ を，非線形方程式の解法である最急降下法とニュー

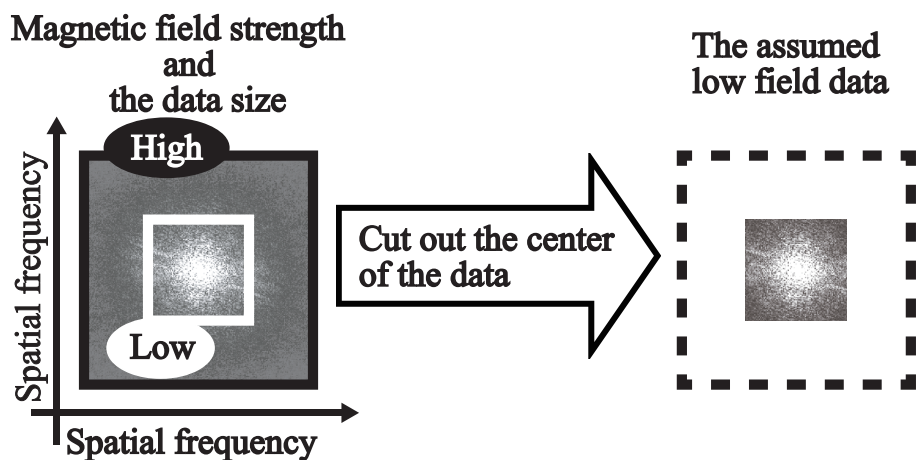


図 41: 磁場強度と計測データの関係.

トン法によって収束させる。これにより、周波数分解能が解析窓長に依存し難くなり、信号を高精度に解析できる。ただし、本研究においては、 f_y 軸方向の空間分解能を任意の分解能に固定した。 f_y 方向の分解能を固定することで、フーリエ係数を推定する次元が1次元削減される。これにより、計算速度と解析精度の向上が期待できる。さらに、将来的には、分解能が固定された軸の角度を、観察対象の血管などに合わせて変更することで、任意の分解能で詳細に対象物を観察できる可能性がある。本研究では、基礎システムとして直交座標系の画像に対応した、 f_y 軸方向の分解能を固定した。NHA の特性を利用することで、これまで以上に高精細な MRI 画像が提供できると考えている。MRI 計測データと磁場強度の関係について、図 41 に示す。図の右側が低磁場と高磁場による計測データの範囲を表す。

図 41 からわかる通り、MRI 計測データは磁場強度によって、データサイズが変化する。MRI では、磁場に勾配を設けデータ収集を行い、勾配位置によって観察対象の位置情報を把握している。また、磁場強度が増加することで、FFT の

空間分解能が向上する。これは、広い解析窓長に多くの周期が含まれることにより、FFTで周期の違いを判別できるためである。しかし、磁場強度が不足していると、解析窓長が狭くなり、FFTで正確な周期を判別することは困難である。一方、NHAはカーブフィッティングによって信号の特徴を正確に推定できるので、解析窓長が狭い場合でも正確に周期を判別できる可能性がある。そこで、実験では、磁場強度と計測データサイズの関係に着目した。図41右に示すように、本研究では高磁場データの中心部を切り出すことで、仮想的な低磁場データを作成した。これにより、コンピュータ上で理想的な低磁場測定環境を構築することができる。MRIの実画像を用いて検証実験を行う場合、FFTで再構成された画像を基に計測データを作成し実験を行う必要がある。しかし、FFTによる再構成画像はピクセル以下の情報が既に失われており、再構成画像から作成した計測データを高精度に解析しても、FFTによる再構成画像と差異が発生せず、定量的な評価はできない。そのため、シミュレーションにより仮想的に磁場強度を低下させることで、実画像を用いて高分解能化に関する検証が可能となる。また、コンピュータ上でファントムや高磁場環境を想定した理想的な計測データを作成し、シミュレーション実験を行うことで、再現性の高い定量的な評価が行える。

4.3 NHA の MRI 応用に関する検証実験

本研究では、複素拡張した NHA の空間分解能を検証するため、コンピュータシミュレーションによる検証実験を行った。超高磁場は高分解能達成のために必要であり、現在の超高磁場 MRI の磁場強度は 7T である。つまり、現状、7T 以上の超高磁場 MRI 装置による計測は不可能である。そこで、微細構造を観察する可能性を検証するため、本実験では超高磁場で要求されるパラメータを算出し、本検証実験の実験条件を設定した。また、今回の実験では、生体計測による実験を行っていない。生体計測による実験では、生体活動や患者の動きに加え、装置固有のノイズが混入するため、位置誤差の厳密な定量評価は困難である。本研究では、空間分解能は断層像における、強度値の位置情報を決定する重要な要素だと考えている。そのため、厳密に位置情報に関して評価するには、動きアーティファクトや測定ノイズを排除する必要がある。以上のことから、本実験条件として、計算機シミュレーションにより、ノイズのない理想的な測定環境を構築した。物体位置や微細構造は、コンピュータシミュレーションを用いて、厳密に評価することが可能である。実験では初めに、画像を構成する最も単純な要素である点源を設置し、解析することで位置情報の評価を行った。点源解析実験により、NHA を MRI に応用した際に期待される、空間分解能を検討した。点源解析実験の詳細や実験条件は 4.3.1 項に記す。次に、コンピュータ上で作成したファントムを用いて、微細構造の可視化の可能性に関して検証した。実験では、毛細血管を模した線ファントムを用いた。詳細な実験条件と実験結果は 4.3.2 項に記す。

4.3.1 点源の位置誤差に関する評価

本項では，物体位置の厳密な評価のため，コンピュータシミュレーションによる点源解析実験の詳細に関して説明する．検証実験では，1つの水素原子を想定した点源を設置し，NHAによる解析で位置推定を行った．点源の設置間隔は，従来画像再構成に利用されているFFTの分解能よりも細かい，0.5cm刻みで0.5~19.5cmに1点ずつ設置した．本実験では，設置した水素原子の総数は1521個となる．実験条件として，視野（FOV）は20 × 20cm，マトリックスサイズは128 × 128ピクセル，サンプリング間隔は0.1ms，勾配磁場は0.12G/cmである．この実験条件で，各手法によって解析し，設置した点と解析結果の位置誤差に基づいて，期待される空間分解能を算出した．表5にFFTとNHAで見込まれる空間分解能を示す．

表 5: 点源解析の誤差を基に算出した期待される空間分解能.

	FFT	NHA
Spatial resolution [mm]	1.5625	$2.0689 \times 10^{-5} \sim 7.8451 \times 10^{-3}$

4.3.2 微小血管を想定した基礎的なコンピュータシミュレーション実験

本研究では、実際の血管のような複雑な構造や微細構造を可視化する可能性を探るため、基礎的な検証として単純な線形構造のファントムを用いて実験を行った。実験には、蛇腹構造を持つ線ファントムを利用した。血管は全体を観察すると複雑な構造となっているが、任意の部分に着目し拡大すると、単純な線形構造と見なすことができる。本研究で使用したファントムは、直線、急激な方向変化、複数の直線が存在する部分など血管構造の様々な要素を含んでおり、血管構造の大部分を簡潔に表現したモデルである。FOVは $32 \times 32\text{mm}$ とし、マトリックスサイズは 128×128 である。ファントムサイズは、毛細血管のような微細な対象を想定しており、実験条件は、1ピクセルが 0.25mm となるよう設計した。さらに、本研究ではMRI計測データの中心を切り出すことで、計測データを $1/2$ 、 $1/4$ に削減した。基準として、計測データを $1/4$ に削減したデータが7T MRIに相当する分解能になるよう設定した。実験結果を図42に示す。図において、(a)が元ファントム、(b)/(c)は14T MRI計測データを想定した際にFFT/NHAで解析した結果である(計測データの削減率は $1/2$)、(d)/(e)は7T MRIを想定した場合のFFT/NHAによる解析結果である(計測データの削減率は $1/4$)。

4.4 考察

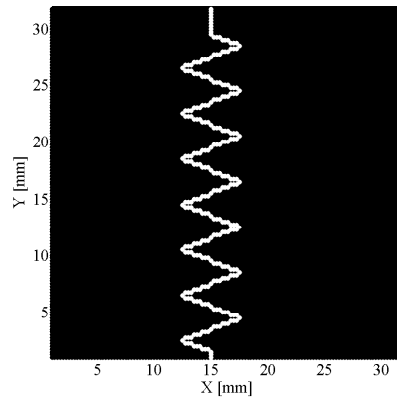
点源による位置誤差の評価では，表5より，FFTの分解能は20cmを128ピクセルで割った商となるので，1.5625mmである．そのため，位置誤差が0となるのは，設置した点源位置とFFTの分解能が合致する場合のみである．つまり，FFTで解析した結果，設置した点源のほとんどは，位置がわずかにずれた状態で表示される．点源位置を正確に推定できない場合，強度値は点源に近い周囲のピクセルに分散する．その結果，設置した点源が1ピクセルであっても，周囲約4ピクセルの集合点として表示される．FFTの解析結果が，周囲のピクセルに分散することを防ぐには，解析窓長を広く確保する必要がある．しかし，MRIにおいて，広い解析窓を確保するには，磁場強度を増加し高磁場を形成しなければならない．高磁場を形成するには，強力な磁石や大規模なコイルを設置する必要がある．一方，NHAは，正確に点源の位置を推定することができた．NHAは，狭い解析窓長でも正確に非整数周期信号の推定が可能である．その結果，本実験条件における検証実験では，良好な結果が得られたと考えている．また，表5より，NHAの分解能はFFTに比べ，最低でも100倍以上の精度向上が見られた．以上の結果から，NHAを用いることで，FFTの分解能では判別できない対象を観察できる可能性があると考えた．

線ファントムを解析した結果では，図42(b)，(c)に示す通り，計測データを1/2にし14Tを想定した再構成結果において，両手法で再構成したファントムの全体像は元ファントムと同等であった．つまり，14T MRIで測定することで，FFTでも微細構造の概要を把握することは可能だと言える．FFTの解析結果に

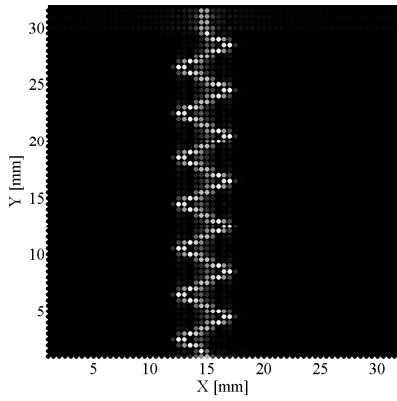
は、サイドローブが発生しているが、主観的に判断して、蛇腹構造が識別可能である。ただし、FFTによって再構成された線ファントムは、元ファントムに比べ平滑化されている。その結果、線ファントムが太く表現され、蛇腹構造の鋭角な部分が鈍っており、微細構造の情報が失われている。したがって、FFTの分解能は微細構造の概要を把握することは可能だが、詳細な部分の観察には不十分である。一方、NHAの結果では、微小血管の詳細部まで観察が可能である。また、サイドローブを大幅に抑制しているため、サイドローブの干渉によって生じるアーティファクトの発生もない。さらに、線ファントムの太さに関しても、元ファントムと同等の太さを維持している。つまり、NHAの分解能であれば、元ファントムと同等の再構成画像を提供することが可能だと言える。次に、計測データを1/4に制限し7T MRIを想定した実験では、図42(d), (e)より、FFTの再構成結果は単一の太い線状に表現されており、微細構造を視認することは困難である。FFTによる解析では、7T MRIによって計測されてデータの解析窓長の長さが不十分であり、固定された位置の分解能に強度値が分散している。また、分散した強度値が蛇腹構造の内側で干渉しており、蛇腹構造が平滑化されている。一方、NHAで解析した場合は、14T MRIによる計測を想定した結果に比べ、強度値の位置にばらつきはあるが、微小血管の概要を観察するには十分な画像である。また、サイドローブの影響を抑制しているため、FFTで見られた蛇腹構造の内側で生じたサイドローブの干渉も大幅に軽減できている。これらの結果から、NHAは7T MRIであっても微細構造を可視化できる可能性があり、14T MRIによる計測することで正確に微細構造を可視化できることがわかった。

4.5 結言

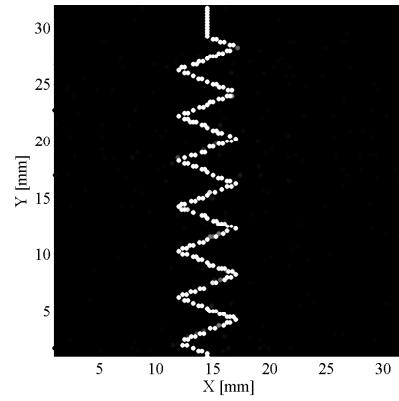
本研究では、超精度周波数解析法である NHA による MRI 画像の画質改善に関して基礎的な検討を行った。NHA は高い空間分解能を有しているため、微細構造が存在しても、正確に解析が可能だと考えた。実験では、まず、点源によって位置誤差を評価した。その結果、NHA は FFT に比べ、空間分解能を 100 倍以上向上できる可能性を示した。次に、蛇腹構造のファントムを利用した、微細構造可視化の可能性について、シミュレーション実験により検証した。FFT では、空間分解能の不足やサイドローブの発生により、微細構造の観察が困難であった。一方、NHA では、正確に元ファントムを再現し、サイドローブを大幅に抑制することができた。以上の結果から、磁場強度を現状よりも高磁場にすることで、NHA を用いて微細構造が正確に可視化できる可能性を示した。今後の研究では、実際の臓器を模倣したファントムによる実験や生体計測を行い、ノイズ耐性や解析に必要な磁場強度を推定する予定である。



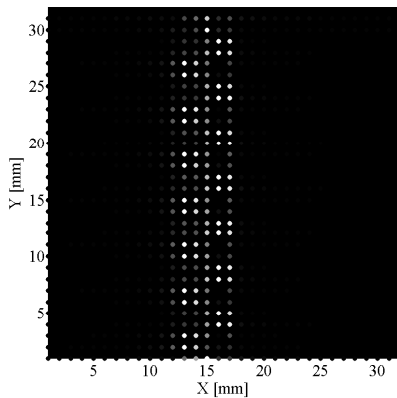
(a)



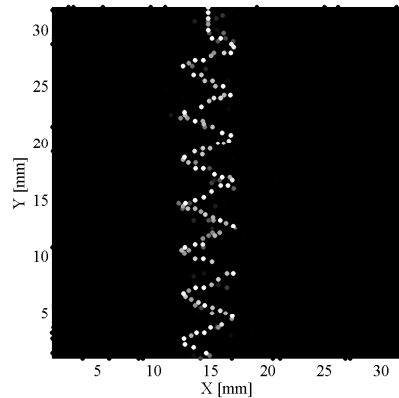
(b)



(c)

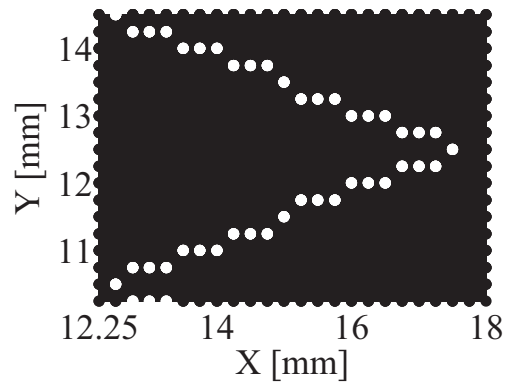


(d)

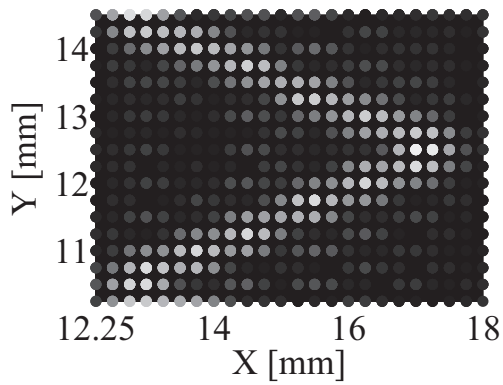


(e)

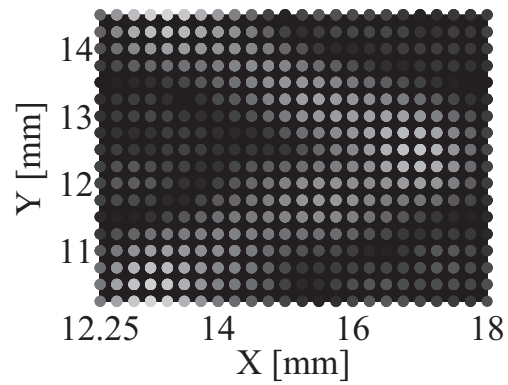
図 42: 蛇腹構造ファントムの解析結果. (a) 元ファントム. (b), (d) FFT による解析結果. (c), (e) NHA による解析結果. (b), (c) 14T を想定した計測データを解析 (計測データの削減率は 1/2). (d), (e) 7T を想定した計測データを解析 (計測データの削減率は 1/4).



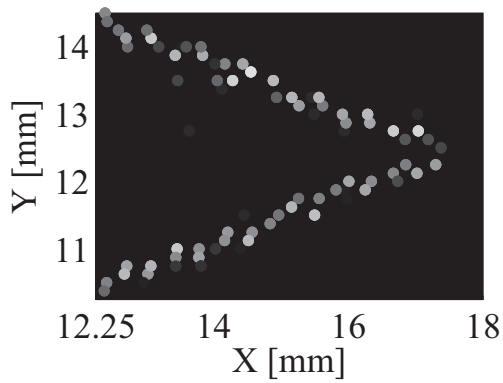
(a)



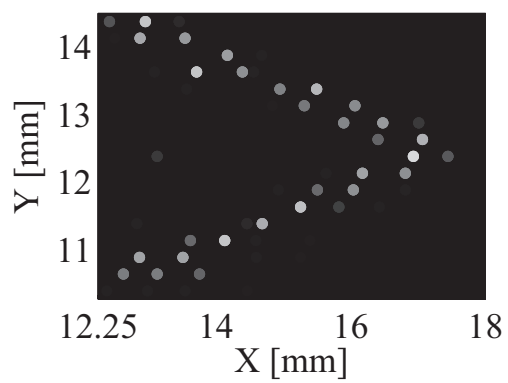
(b)



(c)



(d)



(e)

図 43: 図 42 の一部を拡大した画像 (x 軸:12.25 ~ 18mm, y 軸: 10.25 ~ 15mm). (a) ファントムの拡大画像 (b), (c) FFT にゼロパディングを適用した結果を拡大した画像. (d), (e) NHA の結果を拡大した画像.

5 結論

本論文は、2次元信号を超精度で解析する2次元NHAを基に開発した、超精度2次元信号解析技術に関してまとめたものである。

信号解析では、時間領域の信号を周波数領域に変換し、周波数スペクトルの分布を観察することで、信号特性を定量的に評価している。工学分野で一般的に利用される周波数変換法はフーリエ変換であり、あらゆる信号を単純な信号の総和で表現するという原理に基づいて、信号を正弦波や余弦波に分解している。しかし、フーリエ変換は積分計算を基に周波数スペクトルを推定するため、分解能が解析窓長に依存するという本質的な問題があった。著者は、このフーリエ変換の分解能が解析窓長に依存する問題を解決するため、超精度周波数解析法であるNHAに着目した。NHAは、フーリエ変換と異なり、最小二乗法によって数値解析的にフーリエ係数を推定する手法である。そのため、フーリエ変換に比べはるかに高い分解能を有しており、分解能が窓長に依存し難いという特徴を持っている。このNHAを2次元信号解析に応用することで、2次元信号の超精度解析が可能となる。著者は、2次元信号を扱うそれぞれの分野が有する問題を2次元NHAを用いて改善するため、2次元NHAに基づく革新的な技術の開発を行った。

また、2次元NHAを基にした画像のノイズ除去に関する研究では、センサーや通信路のエラーによって生じるインパルスノイズの一種であるゴマ塩ノイズを効果的に除去する手法を開発した。ゴマ塩ノイズは画像のピクセルが黒(0)か白(255)に破損する特徴を持ったノイズであり、従来はフィルタを利用した画像領域からのアプローチでノイズ除去が行われていた。そこで、著者は画像特徴

を正確に抽出できる 2次元 Mask NHA を用いて、周波数領域からノイズ除去を行う、これまでにない新しいノイズ除去手法を提案した。実験では、低密度ノイズ環境下から高密度ノイズ環境下までを網羅的に評価し、PSNR によって多くの従来法と比較した。その結果、提案法は全ての実験において最も高い PSNR となり、効果的なノイズ除去手法であることを示した。特に、画像の 90%以上が破損している高密度ノイズ環境下では、従来手法の PSNR を 2dB 以上向上できることを示した。

画像処理分野に 2次元 NHA を応用した研究では、インペインティングと呼ばれる画像修復やオブジェクト除去に利用される技術に対し、2次元 NHA を基にした新しい画像伝搬アルゴリズムを提案した。従来、画像修復は欠損領域に類似するテクスチャを張り合わせることで、画像修復を行ってきた。しかし、類似テクスチャを探索する領域は有限であるため、常に良好な修復結果を得られるとは限らず、テクスチャが不連続に接続され自然な修復画像を生成することが困難であった。そこで、著者は 2次元 NHA による超精度解析によって欠損周辺の画像特徴を抽出し、抽出した画像特徴を基に生成した新しいテクスチャを、欠損領域に伝搬する技術を開発した。5種類の標準画像を用いた実験では、統計的な修復精度を算出するため、欠損位置をランダムに付加し、PSNR と SSIM によって定量評価した。その結果、従来法よりも PSNR が平均で約 1.3dB 向上し、SSIM は全ての結果において従来法を上回る結果となった。さらに、従来法では修復が困難な広範囲の欠損を修復する実験も行い、従来法よりも視覚的に自然な修復結果を得られることを示した。

医用応用では、2次元 NHA による MRI 画像の画質改善に関して検証した。MRI

は非侵襲で体内の断層像を得られることから、近年活発に研究されている分野である。MRIの空間分解能は磁場強度に大きく依存しており、高分解能達成には高磁場が必要となる。しかし、空間分解能と磁場強度の依存性は、装置内部で使用するFFTに起因する問題であり、FFTに代わる高分解能手法を利用することで、分解能と磁場強度の依存性から脱却するだけでなく、これまで観察することの出来なかった微細空間を観察できる可能性があった。本研究では、2次元NHAのモデル信号を、MRI計測データに対応した複素信号モデルに拡張することで、MRI信号を正確に解析できる技術を開発した。コンピュータシミュレーションによる実験では、点源を利用して位置誤差に関して定量評価を行い、FFTに比べ100倍以上の精度向上が見込めることがわかった。さらに、微小血管を模した数値ファントムの解析では、現在超高磁場装置として利用されている7T MRIで、 $250\mu\text{m}$ の血管を観察できる可能性を示した。

謝辞

本研究を進め学位論文をまとめるにあたり，富山大学 大学院理工学研究部 廣林茂樹教授には，終始あたたかいご指導と激励，ご鞭撻を賜りました．ここに甚大なる謝意を表します．また，本論文をご精読頂き有益なご助言を頂いた，富山大学 大学院理工学研究部 長谷川英之教授，大路貴久教授，参沢匡将准教授に深謝致します．

本研究を通じて，適切なお助言を頂いた，富山大学 大学院理工学研究部 稻積泰宏講師，元富山大学 大学院理工学研究部 吉澤壽夫助教には，心より感謝しております．また，医療分野への応用を図った際に，富山大学 大学院医学薬学研究部 野口京教授，富山大学附属病院 森光一氏には，医療従事者の立場から，専門的なご教示，ご助言を頂きました．心より感謝しております．同じく，医療応用に関して，共同研究として実験データのご提供や適切なお助言を頂いた，元東芝メディカルシステムズの木村徳典氏に，心より感謝しております．

最後になりますが，日頃の研究において，議論や研究のサポート，アドバイスなど，研究を行うにあたり協力して下さった，富山大学 工学部 システム工学研究室とその卒業生の皆様に感謝します．

研究業績

論文

- [1] Masaya Hasegawa, Takahiro Kako, Shigeki Hirobayashi, Tadanobu Misawa, Toshio Yoshizawa, Yasuhiro Inazumi, "Image inpainting on the basis of spectral structure from 2-d non-harmonic analysis." IEEE Transactions on Image Processing, vol. 22, no. 8, pp. 3008-3017, 2013.
- [2] T.Uchida, Y.Inuzuka, M.Hasegawa, S.Hirobayashi, T.Misawa, "Numerical simulation validation of nonuniform, nonharmonic analysis of spectral-domain optical coherence tomography." Optical Engineering , vol. 54, no. 3, pp. 033108-033108, 2015.
- [3] F.Hosotani, Y.Inuzuka, M.Hasegawa, S.Hirobayashi, T.Misawa, "Image Denoising With Edge-Preserving and Segmentation Based on Mask NHA." Image Processing, IEEE Transactions on, vol. 24, no. 12, pp. 6025-6033, 2015

国際会議

- [1] Masaya Hasegawa, Shigeki Hirobayashi, " Visualization of microvascular that assumes an ultra-high field MRI with high precision frequency analysis

”, The proceedings of 2016 8th International Conference on IT in Medicine and Education (ITME 2016), pp. 350-354, 2016.

学会発表

- [1] 長谷川昌也, 廣林茂樹, 参沢匡将, 森光一, 野口京, “NHA を利用した低磁場 MRI の画像高精細化に関する検証.” 電子情報通信学会・画像工学研究会, 信学技報, vol. 115, no. 308, 崇城大学 (熊本県・熊本市), 11月・2015年
- [2] 犬塚裕也, 坂下和樹, 長谷川昌也, 廣林茂樹, 参沢匡将, 塩谷浩之, “高い周波数分解能を用いた局所的な画像修復法.” 電子情報通信学会・画像工学研究会, 信学技報, vol. 115, no. 308, 崇城大学 (熊本県・熊本市), 11月・2015年
- [3] 坂下和樹, 犬塚裕也, 長谷川昌也, 廣林茂樹, 参沢匡将, “高精度周波数解析情報に基づく画像のノイズ除去.” 電子情報通信学会・画像工学研究会, 信学技報, vol. 115, no. 308, 崇城大学 (熊本県・熊本市), 11月・2015年
- [4] 長谷川昌也, 加古貴博, 廣林茂樹, 吉澤寿夫, 参沢匡将, “2D-NHA のスペクトル推定による画像欠損領域の修復技術.” [C] 平成 23 年電気学会電子・情報・システム部門大会講演論文集, pp.1597-1598, 富山大学 (富山県・富山市), 9月・2011年

参考文献

- [1] カメラ映像機器工業会「CIPA REPORT」, 2017年, URL:http://www.cipa.jp/stats/report_j.html (アクセス日: 2017年2月14日).
- [2] 総務省「平成27年通信利用動向調査の結果」, 2016年, URL:http://www.soumu.go.jp/johotsusintokei/statistics/data/160722_1.pdf (アクセス日: 2016年11月18日).
- [3] X. Qu, F. Zhang, and H. Jia, An efficient adaptive denoising algorithm for remote sensing images, *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013.
- [4] V. Vijaykumar, G. S. Mari, and D. Ebenezer, Fast switching based median-mean filter for high density salt and pepper noise removal, *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 68, 2014, 1145–1155.
- [5] P. S. J. Sree, P. Kumar, R. Siddavatam, and R. Verma, Salt-and-pepper noise removal by adaptive median-based lifting filter using second-generation wavelets, *Signal, Image and Video Processing*, 7, 2013, 111–118.
- [6] Z. Li, G. Liu, Y. Xu, and Y. Cheng, Modified directional weighted filter for removal of salt & pepper noise, *Pattern Recognition Letters*, 40, 2014, 113–120.

- [7] M. Nasri, S. Saryazdi, and H. Nezamabadi-pour, Snlm: A switching non-local means filter for removal of high density salt and pepper noise, *Scientia Iranica*, 20, 2013, 760–764.
- [8] B. Deka and S. Choudhury, A multiscale detection based adaptive median filter for the removal of salt and pepper noise from highly corrupted images, *International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition*, 6, 2013, 129–144.
- [9] D. Guo, X. Qu, X. Du, K. Wu, and X. Chen, Salt and pepper noise removal with noise detection and a patch-based sparse representation, *Advances in Multimedia*, 2014, 2014.
- [10] K. Vasanth and V. J. S. Kumar, Decision-based neighborhood-referred unsymmetrical trimmed variants filter for the removal of high-density salt-and-pepper noise in images and videos, *Signal, Image and Video Processing*, 9, 2015, 1833–1841.
- [11] T. Sun and Y. Neuvo, Detail-preserving median based filters in image processing, *Pattern Recognition Letters*, 15, 1994, 341–347.
- [12] T. Chen and H. R. Wu, Adaptive impulse detection using center-weighted median filters, *IEEE Signal Processing Letters*, 8, 2001, 1–3.
- [13] R. H. Chan, C.-W. Ho, and M. Nikolova, Salt-and-pepper noise removal

- by median-type noise detectors and detail-preserving regularization, *IEEE Transactions on image processing*, 14, 2005, 1479–1485.
- [14] Y. Dong and S. Xu, A new directional weighted median filter for removal of random-valued impulse noise, *Signal Processing Letters, IEEE*, 14, 2007, 193–196.
- [15] X. Zhang and Y. Xiong, Impulse noise removal using directional difference based noise detector and adaptive weighted mean filter, *Signal Processing Letters, IEEE*, 16, 2009, 295–298.
- [16] P.-E. Ng and K.-K. Ma, A switching median filter with boundary discriminative noise detection for extremely corrupted images, *Image Processing, IEEE Transactions on*, 15, 2006, 1506–1516.
- [17] H. Ibrahim, N. S. P. Kong, and T. F. Ng, Simple adaptive median filter for the removal of impulse noise from highly corrupted images, *Consumer Electronics, IEEE Transactions on*, 54, 2008, 1920–1927.
- [18] M. Nasri, S. Saryazdi, and H. Nezamabadi-pour, A fast adaptive salt and pepper noise reduction method in images, *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 32, 2013, 1839–1857.
- [19] P.-Y. Chen and C.-Y. Lien, An efficient edge-preserving algorithm for removal of salt-and-pepper noise, *Signal Processing Letters, IEEE*, 15, 2008, 833–836.

- [20] G. E. Sarty, R. Bennett, and R. W. Cox, Direct reconstruction of non-cartesian k-space data using a nonuniform fast fourier transform, *Magnetic Resonance in Medicine*, 45, 2001, 908–915.
- [21] L. Chen, M. C. Schabel, and E. V. DiBella, Reconstruction of dynamic contrast enhanced magnetic resonance imaging of the breast with temporal constraints, *Magnetic resonance imaging*, 28, 2010, 637–645.
- [22] H. Kramer, V. M. Runge, J. N. Morelli, K. D. Williams, L. G. Naul, K. Nikolaou, M. F. Reiser, and B. J. Wintersperger, Magnetic resonance angiography of the carotid arteries: comparison of unenhanced and contrast enhanced techniques, *European radiology*, 21, 2011, 1667–1676.
- [23] A. Ghosh, E. Tsigaridas, B. Mourrain, and R. Deriche, A polynomial approach for extracting the extrema of a spherical function and its application in diffusion mri, *Medical Image Analysis*, 17, 2013, 503–514.
- [24] L. Keith, M. Rahimi, J. Holmes, J. Brittain, and F. Korosec, Use of a computer-controlled motion phantom to investigate the temporal and spatial fidelity of hypr processing, *Magnetic resonance in medicine*, 71, 2014, 702–710.
- [25] M. Wagner, G. Knobloch, M. Gielen, M.-T. Lauff, V. Romano, B. Hamm, and T. Kröncke, Nonenhanced peripheral mr-angiography (mra) at 3 tesla: evaluation of quiescent-interval single-shot mra in patients undergoing dig-

- ital subtraction angiography, *The international journal of cardiovascular imaging*, 31, 2015, 841–850.
- [26] Global Information Inc, 「磁気共鳴画像 (MRI) システムの世界市場の予測 ~2021 年」, 2016 年, URL : <https://www.gii.co.jp/report/mama269872-advances-magnetic-resonance-imaging-mri-system.html> (アクセス日: 2016 年 11 月 18 日).
- [27] N. Berger-Roscher, F. Galbusera, V. Rasche, and H.-J. Wilke, Intervertebral disc lesions: visualisation with ultra-high field mri at 11.7 t, *European Spine Journal*, 24, 2015, 2488–2495.
- [28] A. Hoffmann, R. Kunze, X. Helluy, D. Milford, S. Heiland, M. Bendzus, M. Pham, and M. Huga H, High-field mri reveals a drastic increase of hypoxia-induced microhemorrhages upon tissue reoxygenation in the mouse brain with strong predominance in the olfactory bulb, *PLoS ONE*, 11, 2016,, p. doi:10.1371/journal.pone.0148441.
- [29] A. A. Samsonov, On optimality of parallel mri reconstruction in k-space, *Magnetic resonance in medicine*, 59, 2008, 156–164.
- [30] M. Kuklisova-Murgasova, G. Quaghebeur, M. A. Rutherford, J. V. Hajnal, and J. A. Schnabel, Reconstruction of fetal brain mri with intensity matching and complete outlier removal, *Medical image analysis*, 16, 2012, 1550–1564.

- [31] E. Özarslan, C. G. Koay, T. M. Shepherd, M. E. Komlosh, M. O. İrfanoğlu, C. Pierpaoli, and P. J. Basser, Mean apparent propagator (map) mri: a novel diffusion imaging method for mapping tissue microstructure, *NeuroImage*, 78, 2013, 16–32.
- [32] J. P. Haldar and R. M. Leahy, Linear transforms for fourier data on the sphere: application to high angular resolution diffusion mri of the brain, *NeuroImage*, 71, 2013, 233–247.
- [33] S. Hirobayashi, Verification of a forecasting method involving non-harmonic analysis of the nikkei stock average since 1990, *The Transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers*, 91, 2008a, 153–161.
- [34] T. Yoshizawa, S. Hirobayashi, and T. Misawa, Noise reduction for periodic signals using high-resolution frequency analysis, *EURASIP Journal on Audio, Speech, and Music Processing*, 2011, 2011, 1–19.
- [35] X. Cao, T. Uchida, S. Hirobayashi, C. Chong, A. Morosawa, K. Totsuka, and T. Suzuki, Non-harmonic analysis applied to optical coherence tomography imaging, *Japanese Journal of Applied Physics*, 51, 2012,, p. 022503.
- [36] T. Ichinose, S. Hirobayashi, T. Misawa, and T. Yoshizawa, Forecast of stock market based on nonharmonic analysis used on nasdaq since 1985, *Applied Financial Economics*, 22, 2012, 197–208.

- [37] T. Uchida, Y. Inuzuka, M. Hasegawa, S. Hirobayashi, and T. Misawa, Numerical simulation validation of nonuniform, nonharmonic analysis of spectral-domain optical coherence tomography, *Optical Engineering*, 54, 2015, 033108–033108.
- [38] F. Hosotani, Y. Inuzuka, M. Hasegawa, S. Hirobayashi, and T. Misawa, Image denoising with edge-preserving and segmentation based on mask nha, *IEEE Transactions on Image Processing*, 24, 2015, 6025–6033.
- [39] M. Hasegawa, T. Kako, S. Hirobayashi, T. Misawa, T. Yoshizawa, and Y. Inazumi, Image inpainting on the basis of spectral structure from 2-d nonharmonic analysis, *IEEE Transactions on Image Processing*, 22, 2013, 3008–3017.
- [40] T. Ueda, K. Fujii, S. Hirobayashi, T. Yoshizawa, and T. Misawa, Motion analysis using 3d high-resolution frequency analysis, *Image Processing, IEEE Transactions on*, 22, 2013, 2946–2959.
- [41] Z. M. Ramadan, Efficient restoration method for images corrupted with impulse noise, *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 31, 2012, 1397–1406.
- [42] P. S. Jayasree, P. Raj, P. Kumar, R. Siddavatam, and S. Ghrrera, A fast novel algorithm for salt and pepper image noise cancellation using cardinal b-splines, *Signal, Image and Video Processing*, 7, 2013, 1145–1157.

- [43] Y. Wang, Q.-F. Zhu, and L. Shaw, Maximally smooth image recovery in transform coding, *IEEE Trans. Commun.*, 41, 1993, 1544–1551, Oct.
- [44] S. S. Hemami and T. H.-Y. Meng, Transform coded image reconstruction exploiting interblock correlation, *IEEE Trans. Image Proc.*, 4, 2010, 1023–1027, July.
- [45] P. M. B. van Roosmalen, A. Kokaram, and J. Biemond, Fast high quality interpolation of missing data in image sequences using a controlled pasting scheme, in *Proc. IEEE Conf. Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP'99)*, IMDSP 1.2, 1999, 3105–3108, Mar.
- [46] J. W. Park, J. W. Kim, and S. U. Lee, Dct coefficients recovery based error concealment technique and application to the mpeg-2 bit stream error, *IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol.*, 7, 1997, 845–854, December.
- [47] Z. Alkachouh and M. G. Bellanger, Fast dct-based spatial domain interpolation of blocks in images, *IEEE Trans. Image Proc.*, 9, 2000, 729–732, April.
- [48] Y. Yang, N. P. Galatsanos, and A. K. Katsaggelos, Projection-based spatially adaptive reconstruction of block-transform compressed images, *IEEE Trans. Image Proc.*, 4, 1995, 896-908, July.
- [49] Y. Yang and N. P. Galatsanos, Removal of compression artifacts using

- projections onto convex sets and line process modeling, *IEEE Trans. Image Proc.*, 6, 1997, 1345-1357, October.
- [50] H. Sun and W. Kwok, Concealment of damaged block transform coded images using projections onto convex sets, *IEEE Trans. Image Proc.*, 4, 1995, 470–477, April.
- [51] A. C. Kokaram, On missing data treatment for degraded video and film archives: A survey and a new bayesian approach, *IEEE Trans. Image Proc.*, 13, 2004, 397–415, March.
- [52] J. Park, D.-C. Park, R. J. Marks, and M. A. El-Sharkawi, Recovery of image blocks using the method of alternating projections, *IEEE Trans. Image Proc.*, 14, 2005, 461–474, April.
- [53] S. Masnou and J.-M. Morel, Level-lines based disocclusion, *IEEE Int. Conf. Image Proc.*, Chicago, .
- [54] S. Masnou, Disocclusion: A variational approach using level lines, *IEEE Trans. Image Proc.*, 11, 2002, 68–76, February.
- [55] C. Ballester, V. Caselles, G. Sapiro, and J. Verdera, Filling-in by joint interpolation of vector fields and gray levels, *IEEE Trans. Image Proc.*, 10, 2001, 1200–1211, August.
- [56] A. Rares, M. J. T. Reinders, and J. Biemond, Edge-based image restoration, *IEEE Trans. Image Proc.*, 14, 2005, 1454–1468, October.

- [57] M.-F. Auclair-Fortier and D. Ziou, A global approach for solving evolutive heat transfer for image denoising and inpainting, *IEEE Trans. Image Proc.*, 15, 2006, 2558–2574, September.
- [58] M. Bertalmío, Strong-continuation, contrast-invariant inpainting with a third-order optimal pde, *IEEE Trans. Image Proc.*, 15, 2006, 1934–1938, July.
- [59] S. D. Rane, G. Sapiro, and M. Bertalmio, Structure and texture filling-in of missing image blocks in wireless transmission and compression applications, *IEEE Trans. Image Proc.*, 12, 2003, 296–303, March.
- [60] A. Criminisi, P. Perez, and K. Toyama, Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting, *IEEE Trans. Image Proc.*, 13, 2004, 1200–1212, September.
- [61] Adobe Systems Incorporated, Adobe photoshop cs5, <http://www.adobe.com/jp/products/photoshop.html>, .
- [62] Z. Xu and J. Sun, Image inpainting by patch propagation using patch sparsity, *IEEE Trans. Image Proc.*, 19, 2010, 1153–1165, May.
- [63] N. Komodakis, Image completion using efficient belief propagation via priority scheduling and dynamic pruning, *IEEE Trans. Image Proc.*, 16, 2007, 2649–2661.

- [64] Y.Wexler, E. Shechtman, and M. Irani, Space-time completion of video, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Inteligence, 29, 2007, 463–476, March.
- [65] J. Hays and A. A. Efros, Scene completion using millions of photographs, SIGGRAPH, .
- [66] S. Hirobayashi, Verification of a forecasting method involving non-harmonic analysis of the nikkei stock average since 1990, IEICE, J91-A, 2008b, 153–161, 1.
- [67] T.Yoshizawa, S.Hirobayashi, and T.Misawa, Noise reduction for periodic signals using high-resolution frequency analysis, EURASIP Journal on Audio, Speech, and Music Processing, 2011, 2011, 1–19.
- [68] C.Xu, T.Uchida, S.Hirobayashi, C.Changho, A.Morosawa, K.Totsuka, and T.Suzuki, Non-harmonic analysis applied to optical coherence tomography imaging, Japanese Journal of Applied Physics, 51, 2012,, p. 2503.
- [69] T.Ichinose, S.Hirobayashi, T.Misawa, and T.Yoshizawa, Forecast of stock market based on nonharmonic analysis used on nasdaq since 1985, Applied Financial Economics, 22, 2012, 197–208.
- [70] Y.Zhang, Y.-F.Pu, J.-R.Hu, and J.-L.Zhou, A class of fractional-order variational image inpainting models, Appl.Math.Inf.Sci, 6, 2012, 299–306, May.

- [71] X. Ye, Y. Chen, W. Lin, and F. Huang, Fast mr image reconstruction for partially parallel imaging with arbitrary-space trajectories, *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 30, 2011, 575–585.
- [72] F. Gibiino, V. Positano, F. Wiesinger, G. Giovannetti, L. Landini, and M. F. Santarelli, Structured errors in reconstruction methods for non-cartesian mr data, *Computers in biology and medicine*, 43, 2013, 2256–2262.
- [73] Z. Yang and M. Jacob, Mean square optimal nufft approximation for efficient non-cartesian mri reconstruction, *Journal of Magnetic Resonance*, 242, 2014, 126–135.
- [74] A. M. Sailer, B. A. Wagemans, P. J. Nelemans, R. de Graaf, and W. H. van Zwam, Diagnosing intracranial aneurysms with mr angiography systematic review and meta-analysis, *Stroke*, 45, 2014, 119–126.
- [75] Y.-C. Heo, H.-K. Lee, H.-J. Yang, and J.-H. Cho, Analysis of enlarged images using time-of-flight magnetic resonance angiography, computed tomography, and conventional angiography, *Journal of medical systems*, 38, 2014, 1–9.
- [76] M. Goto, A. Kunimatsu, M. Shojima, H. Mori, O. Abe, S. Aoki, N. Hayashi, W. Gono, T. Miyati, K. Ino et al., Depiction of branch vessels arising from intracranial aneurysm sacs: Time-of-flight mr angiography

versus ct angiography, *Clinical neurology and neurosurgery*, 126, 2014, 177–184.

- [77] C.-K. Kang, C.-A. Park, K.-N. Kim, S.-M. Hong, C.-W. Park, Y.-B. Kim, and Z.-H. Cho, Non-invasive visualization of basilar artery perforators with 7t mr angiography, *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 32, 2010, 544–550.