

# Impacto al Implementar el Modelo DC en la Expansión de Redes de Transmisión Incorporando Despacho Hidrotérmico

Daniel Eduardo Vélez Flórez  
Tecnología Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
daedvelez@utp.edu.co

**Resumen-** Este escrito está enfocado en la incorporación y solución del Despacho Hidrotérmico (DHT) de largo plazo y la expansión de Redes de Transmisión, empleando técnicas de solución exactas como la programación lineal. La metodología utilizada para integrar estos dos problemas consiste en solucionar el DHT en un sistema de transmisión pequeño que considera la expansión de la red, y establecidas las rutas de generación en periodos anuales, estas permiten obtener diferentes configuraciones de red; el sistema de prueba contiene generación hidroeléctrica y termoeléctrica y una demanda fraccionada. Para la solución planteada es usado el lenguaje de programación AMPL junto con el *solver* CPLEX, los cuales permiten analizar el impacto en el costo operativo del sistema.

**Palabras claves-** Optimización, Despacho Hidrotérmico (DHT), Sistema de Transmisión, Expansión, Programación Lineal.

**Abstract-** This paper focuses on the incorporation and solution of the long-term Hydrothermal Dispatch (DHT) and the expansion of Transmission Networks, using exact solution techniques such as linear programming. For the proposed solution, the programming language AMPL is used in conjunction with the CPLEX solver, which allows analyzing the impact on the operating cost of the system.

**Key word-** Optimization, Hydrothermal Dispatch (DHT), Transmission System, Expansion, Linear Programming.

## 1. INTRODUCCIÓN

El planeamiento y la coordinación de recursos energéticos en los sistemas eléctricos de potencia deben cumplir con ciertos criterios de calidad y confiabilidad, que son instaurados al sector eléctrico para satisfacer de forma óptima las necesidades energéticas de una población creciente y en desarrollo, dicho suministro de energía eléctrica es llevado a cabo por organismos competentes que conocen determinada variedad de sensibilidades ante ciertos tipos de fenómenos (técnicos, naturales, regulatorios, económicos, entre otros) que puedan alterar el comportamiento del sistema eléctrico directa o indirectamente.

El sistema eléctrico de potencia de un país puede poseer diferentes fuentes de energía primaria, si las fuentes de generación de energía predominantes son hidráulica y térmica, se clasifican estos sistemas como hidrotérmicos, por tanto, el problema es designado como despacho hidrotérmico, el cual se ajusta al caso colombiano.

El DHT es uno de los problemas más destacados en la planeación de expansión del sector eléctrico, ya que este es el plan que coordina de forma eficiente el parque generador del sistema eléctrico. Todas las unidades generadoras son programadas para un horizonte determinado.

Al realizar un despacho hidrotérmico el objetivo principal es asegurar el abastecimiento de la demanda de energía eléctrica en el horizonte de planeamiento establecido, evitando en lo posible, la inversión de nuevos proyectos he importación de energía eléctrica procedente de países vecinos, siempre y cuando se cuente con los recursos disponibles y se le hayan dado un uso eficiente.

También es necesario realizar pruebas sobre el sistema de transmisión en expansión. En este caso el sistema eléctrico existente es evaluado sobre distintos sucesos. De aquí se obtienen resultados adicionales que permiten mejorar las propuestas de los planes de expansión, obteniendo aún más confiabilidad.

## 2. PROBLEMA DEL DESPACHO HIDROTÉRMICO

### 2.1. DEFINICIÓN

El despacho hidrotérmico (DHT) es el plan de generación óptimo para cada unidad generadora del sistema eléctrico de potencia para cumplir un horizonte de planeamiento, con el fin de satisfacer la demanda de energía eléctrica al menor costo de operación del sistema, utilizar el recurso hídrico de forma óptima, garantizar una reserva de energía eléctrica que respalde el sistema y respetar los límites de operación de las centrales térmicas e hidráulicas.

El despacho hidrotérmico (DHT) relacionado con un horizonte de planeamiento anual puede resolverse en periodos de semanas o meses, donde es necesario detallar cada una de las centrales hidráulicas y térmicas. Además, es indispensable contar con información de los ríos afluentes (hidrologías) en cada embalse, las demandas de energía eléctrica en cada periodo de tiempo, costos de combustible, volumen inicial y meta de generación de las centrales hidráulicas, restricciones de capacidad de generación, las restricciones de volumen mínimo y máximo para los embalses, límites de vertimiento y de racionamiento; Ya que las variables mencionadas anteriormente indican las dimensiones de la solución. El despacho hidrotérmico se caracteriza por ser dinámico, por que las decisiones tomadas en el presente alteran la operación futura del sistema y lineal, porque se considera un costo constante para la generación térmica.

Este estudio busca obtener resultados considerando las restricciones impuestas por el sistema de transmisión (parte complican te), siendo necesario plantear una estrategia de solución, dicha estrategia consiste en usar el método de flujo DC, donde este método se limita a resolver un sistema lineal.

### 2.2. MODELO MATEMÁTICO

A continuación se presenta el modelo híbrido lineal y la nomenclatura utilizada.

$t$ : Periodos de tiempo.

$m$ : Número de centrales térmicas.

$n$ : Número de centrales hidráulicas.

$nb$ : Número nodos.

$CT_{m,i}$ : Costo de operación de la central  $m$  en el nodo  $i$ .

$dem_{i,t}$ : Demanda de energía del nodo  $i$  en el periodo  $t$ .

$A_{n,i,t}$ : Afluencia de la central  $n$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$GTmax_{m,i,t}$ : Generación máxima térmica de la central  $m$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$GHmax_{n,i,t}$ : Generación máxima hidráulica de la central  $n$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$Umax_{n,i}$ : Turbinamiento de la central  $n$  conectada en el nodo  $i$ .

$Vmax_{n,i}$ : Volumen máximo de la central  $n$  en el nodo  $i$ .

$VO_{n,i}$ : Volumen inicial de la central  $n$  en el nodo  $i$ .

$VF_{n,i}$ : Volumen final de la central  $n$  en el nodo  $i$ .

$FP_{n,i}$ : Factor de productividad de la central  $n$  en el nodo  $i$ .

$pot_{nl}$ : Potencia limite por circuito en corredor  $nl$ .

$n0_{nl}$ : Circuito existente en corredor  $nl$ .

$Costo_{nl}$ : Costo por circuito en corredor  $nl$ .

$nmax$ : Circuitos máximos por corredor  $nl$ .

$reac_{nl}$ : Reactancia de circuito en el corredor  $nl$ .

$slack$ : Nodo de referencia angular.

$alfa$ : Costo del racionamiento.

$GT_{m,i,t}$ : Generación térmica de la central  $m$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$V_{n,i,t}$ : Volumen de la central  $n$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$GH_{n,i,t}$ : Generación hidráulica de la central  $n$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$u_{n,i,t}$ : Turbinamiento de la central  $n$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$S_{n,i,t}$ : Vertimiento de la central  $n$  en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$f_{nl,t}$ : Flujo de potencia en el corredor  $nl$  del periodo  $t$ .

$nv_{nl,t}$ : Circuitos adicionados en el corredor  $nl$  del periodo  $t$ .

$r_{i,t}$ : Racionamiento en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

$th_{i,t}$ : Abertura angular en el nodo  $i$  del periodo  $t$ .

La relación (1) considera los costos de operación de centrales térmicas, costos de las líneas propuestas y el costo por racionamiento.

- Función objetivo

$\min inversion =$

$$\begin{aligned} & \sum_{(y,i,j)}^{m,nb,t} (GT_{[y,i,j]} * CT_{[y,i]}) + \dots \\ & + \sum_{(i,k)}^{nl} (costo_{[i,k]} * nv_{[i,k]}) + \dots \\ & + \sum_{(i,j)}^{nb,t} (r_{[i,j]} * alfa) \quad (1) \end{aligned}$$

Este modelo presenta una relación lineal entre las variables, los circuitos existentes deben cumplir con las dos leyes de Kirchhoff y los nuevos circuitos adicionados solo deben cumplir la primera ley de Kirchhoff. Lo anterior permite percibir el impacto en el costo operativo del sistema cuando se incluyen la primera y la segunda ley de Kirchhoff.

A continuación se muestran las restricciones que se deben tener en cuenta al resolver el problema.

Restricciones:

- Primera ley de Kirchhoff.

$$\begin{aligned} & \sum_{(k,i,j)}^{nl,t} f_{[k,i,j]} - \sum_{(i,l,j)}^{nl,t} f_{[i,l,j]} + \dots \\ & + \sum_{(y,i,j)}^{m,nb,t} GT_{[y,i,j]} \\ & + \sum_{(x,i,j)}^{n,nb,t} GH_{[x,i,j]} + r_{[nb,t]} \\ & = d_{[nb,t]} \quad (2) \end{aligned}$$

- Segunda ley de Kirchhoff.

$$\sum_{(i,l,j)}^{nl,t} f_{[i,l,j]} = \frac{(n0_{[i,l]}) * (th_{[i,j]} - th_{[l,j]})}{reac_{[i,l]}} \quad (3)$$

- Capacidad corredores.

$$\sum_{(i,l,j)}^{nl,t} \pm f_{[i,l,j]} \leq (n0_{[i,l]} + nv_{[i,l]}) * pot_{[i,l]} \quad (4)$$

- Balance hidrológico.

$$v_{[n,nb,t]} = v0_{[n,nb,t-1]} + A_{[n,nb,t]} - u_{[n,nb,t]} - S_{[n,nb,t]} \quad (5)$$

- Límite de generación térmica.

$$0 \leq GT_{[m,nb,t]} \leq GTmax_{[m,nb,t]} \quad (6)$$

- Límite de generación hidráulica.

$$0 \leq GH_{[n,nb,t]} \leq GHmax_{[n,nb,t]} \quad (7)$$

- Limite turbinamiento.

$$u_{[n,nb,t]} \leq Umax_{[n,nb]} \quad (8)$$

- Productividad centrales hidráulicas.

$$GH_{[n,nb,t]} = FP_{[n,nb]} * u_{[n,nb,t]} \quad (9)$$

i. Límite de volumen.

$$V_{[n,nb,t]} \leq Vmax_{[n,nb]} \quad (10)$$

j. Meta de generación.

$$V_{[n,nb,tfinal]} = VF_{[n,nb]} \quad (11)$$

k. Limite inversión corredores.

$$0 \leq nv_{[nl]} \leq nmax - (n0_{[nl]}) \quad (12)$$

l. Limite racionamiento

$$r_{[nb,t]} \leq dem_{[nb,t]} \quad (13)$$

### 3. EXPANSIÓN DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN

El inconveniente de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica es determinar el conjunto más económico de inversiones para suplir los requerimientos de dicho sistema en un horizonte de largo plazo, durante el horizonte de tiempo definido para realizar el estudio, los generadores operan entre los mismos rangos de energía durante todo el proceso. Por lo tanto, en estos análisis es prioritario solucionar el problema de transporte de energía durante el tiempo de análisis.

Es por esto, que resulta interesante elaborar estrategias en las que se unan diferentes modelos matemáticos como los de Despacho Hidrotérmico y de Expansión de Sistemas eléctricos.

### 4. SISTEMA DE PRUEBA

El caso de estudio posee una red de 6 nodos y modela un sistema hidrotérmico (ver figura 1). El horizonte de planeamiento está conformado por tres años que incluyen un escenario de expansión de la generación, el sistema de generación incluye dos centrales térmicas y una central hidráulica. El escenario de expansión considera la entrada de una unidad hidráulica en el año 2 y una unidad térmica en el año 3.

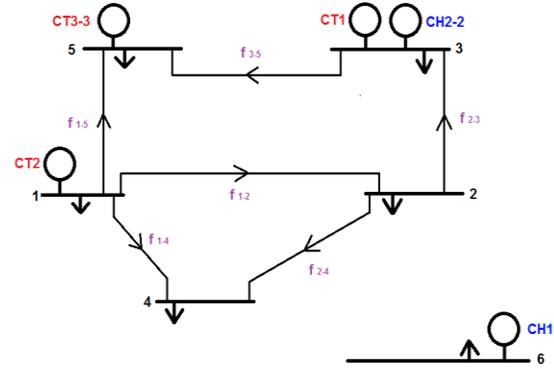


Figura 1. Caso Base.

Para este análisis se utilizó la versión gratuita del programa AMPL junto con el solver CPLEX en el que se introdujeron las siguientes restricciones:

- Periodo de análisis.
- Numero de centrales térmicas.
- Numero de centrales hidráulicas.
- Numero de nodos.
- Líneas existentes.
- Costos de los circuitos.
- Potencia limite por circuito.
- Reactancia de la línea.
- Demanda eléctrica.
- Generación térmica máxima.
- Generación hidráulica máxima.
- Afluencias para cada central.
- Costos de operación de las centrales térmicas.
- Factor de productividad de las centrales hidráulicas.
- Volumen inicial para las centrales hidráulicas.
- Meta de generación para las centrales hidráulicas.
- Límite de turbinamiento de las plantas hidráulicas.
- Límite de volumen de las centrales hidráulicas.
- Numero de circuitos permitidos por corredor.
- Nodo de referencia angular.
- Costo por racionamiento.

Inicialmente se analiza la sensibilidad del sistema respecto al costo de operación del sistema ante la variación de: costos de líneas, demanda y límite de circuitos por corredor.

## 5. PRUEBAS Y RESULTADOS

A continuación se muestran los casos donde se refleja el impacto en el costo operativo al implementar solo la primera ley de Kirchoff y después la del modelo híbrido lineal.

Caso 1:

Este caso se obtuvo modificando el caso base, donde solo se implementó la primera ley de Kirchoff, los valores de entrada no fueron modificados. La red propuesta como solución con costo \$134.84 [MUSD] se aprecia a continuación.

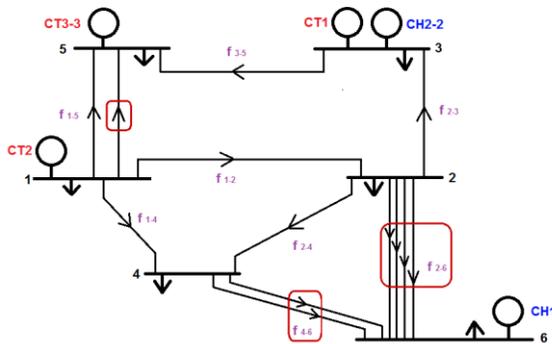


Figura 2. Solución para primera ley de Kirchoff.

En la figura 2 se evidencia la inclusión del nodo 6 el cual posee generación disponible para alimentar el sistema de transmisión. El primer grupo de pruebas consiste en variar los costos de líneas, demanda y límite de circuitos por corredor, para percibir la sensibilidad del sistema. El costo inicial obtenido es de \$134.84 [MUSD]. Delo anterior se observa lo siguiente:

- Cuando se redujeron los costos de las líneas se evidencia la reducción del costo operativo el cual bajo a \$122.402 [MUSD]
- Cuando se aumentó de la demanda de forma global, se incrementa el costo a un valor de \$589.324 [MUSD].
- Al reducir el número de circuitos por corredor a solo 2 se incrementa el valor en \$3.4 [MUSD].

Conclusión parcial

- Es evidentemente que esta es una representación menos próxima al problema de la vida real ya que no considera la segunda ley de Kirchoff pero permite encontrar configuraciones llamativas.

Caso 2:

Para este caso se tuvieron en cuenta las dos leyes de Kirchoff para los circuitos existentes y únicamente la primera ley de Kirchoff para los circuitos nuevos. Lo demás se mantiene como en el caso base. La solución propuesta entregó un costo elevado de \$595.42 [MUSD] y se puede apreciar a continuación.

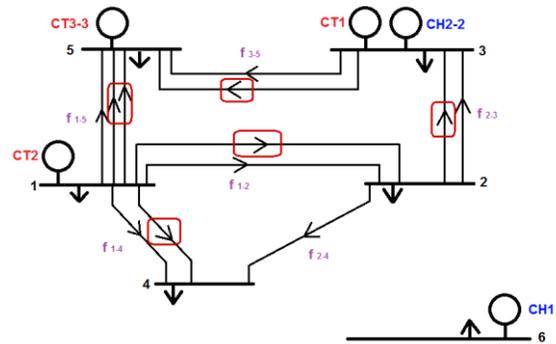


Figura 3. Solución para modelo híbrido.

Se repite el mismo procedimiento del caso 1, es decir, se varían los valores de los costos de líneas, demanda y límite de circuitos por corredor, para obligar el sistema a entregar una solución que incluya la central hidráulica del nodo 6 la cual no pudo ser despachada. El análisis realizado dio como resultado lo siguiente.

- Al reducir los costos de las líneas se muestra la reducción del costo operativo el cual disminuyó a \$584.764 [MUSD]
- El incremento de la demanda en cada nodo, produjo una solución con costo \$941.566 [MUSD].
- La reducción del número de circuitos por corredor a solo 2 crea un incremento en el costo operativo de \$2.65[MUSD]

## 6. CONCLUSIONES.

- Se empleó de forma exitosa una técnica de optimización utilizando programación lineal para la solución del problema de Despacho Hidrotérmico y Expansión de la Red de Transmisión.
- La integración de los problemas de Despacho Hidrotérmico y Expansión de la Red de Transmisión permite obtener resultados de interés para las inversiones futuras de las líneas de transmisión de un sistema de Potencia.
- Es evidencia la efectividad de las técnicas de solución exactas como la programación lineal en problemas de pequeño tamaño.
- Los costos de inversión de la red de transmisión fueron menores al usar el modelo de transportes que al usar el modelo híbrido, resaltando la importancia de la implementación de modelos matemáticos cada vez más cercanos a la realidad. También existieron diferencias en cuanto a la ubicación de las líneas en el sistema, que pueden ser tenidas en cuenta para evitar pérdidas económicas por malas inversiones.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a toda mi familia por la motivación y cariño brindados. Al Ph.D Antonio H. Escobar Zuluaga por la disposición y orientación en el desarrollo de este trabajo. A la Universidad Tecnológica de Pereira y el programa de Tecnología Eléctrica que me han brindado las herramientas para lograr este objetivo.

## REFERENCIAS

[1]. **Botero, S.** *Efecto de la Red de Transmision en el Despacho Hidrotermico Anual con Hidrologia Incierta.* Pereira : Universidad Tecnológica de Pereira, Tesis de Pregrado, 2013.

[2]. —. *Planeamiento de Redes de Transmision Considerando Despacho Hidrotermico y Costos Operativos No Lineales.* Pereira : Universidad Tecnológica de Pereira, Tesis de Maestría, 2015.

[3]. **Mejía, D.A.** *Coordinación Hidrotérmica de Sistemas Electricos Usando Predicción de Caudales Afluentes.* Pereira : Universidad Tecnológica de Pereira, Tesis de Maestría, 2005.