

# Flujo de carga probabilístico con estimación de la carga utilizando técnicas de series de tiempo y redes neuronales



David Osorio Garcia

# Flujo de carga probabilístico con estimación de la carga utilizando técnicas de series de tiempo y redes neuronales

David Osorio Garcia

Trabajo de grado presentado como requisito  
parcial para optar al título de  
Ingeniero Electricista

Pereira, Noviembre de 2016  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
Programa de Ingeniería Eléctrica.



Flujo de carga probabilístico con estimación de la carga utilizando técnicas de series de tiempo y redes neuronales

© David Osorio Garcia

Director: Alejandro Garcés Ruiz

Pereira, Noviembre de 2016

Programa de Ingeniería Eléctrica.

Universidad Tecnológica de Pereira

La Julita. Pereira(Colombia)

TEL: (+57)(6)3137122

*www.utp.edu.co*

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesisd/index.html>*

# Dedicatoria

Dedico este trabajo de grado a Dios y a mis padres por guiarme hacia el camino correcto y aportarme la fortaleza y la esperanza necesarias en todo este proceso de formación profesional, a ellos mi gratitud total.

# Agradecimientos

A mis hermanos, familiares y amigos, en especial a los que estuvieron atentos y me proporcionaron su ayuda en los diferentes avances de esta trayectoria sobre todo en los momentos más difíciles. A los profesores de la facultad principalmente los que guiaron la finalización de este proyecto de grado.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Justificación . . . . .	2
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. General . . . . .	2
1.2.2. Especificos . . . . .	2
1.3. Estado del arte . . . . .	3
1.4. Estructura del trabajo de grado . . . . .	4
<b>2. Marco teórico</b>	<b>5</b>
2.1. Datos de generación . . . . .	5
2.2. Distribución normal . . . . .	5
2.3. Gráfico de probabilidad normal P-P . . . . .	7
2.4. Series de tiempo . . . . .	7
2.4.1. Componentes de las series de tiempo . . . . .	8
2.4.2. Pronósticos . . . . .	9
2.5. Modelos ARIMA . . . . .	9
2.5.1. Estacionariedad . . . . .	10
2.5.2. Funcion de autocorrelación . . . . .	10
2.5.3. Operador de diferencias y operador de retrasos . . . . .	12
2.5.4. Identificación de los valores p y q de los modelos AR(p) y MA(q) . . . . .	13
2.5.5. Ruido blanco . . . . .	13
2.5.6. Modelos Autorregresivos AR(p) . . . . .	14
2.5.7. Modelos de Medias Moviles MA(q) . . . . .	14
2.5.8. Modelos ARMA(p,q) . . . . .	15
2.5.9. Modelos ARIMA(p,d,q) . . . . .	15
2.5.10. Estimación . . . . .	16
2.5.11. Verificación . . . . .	16

TABLA DE CONTENIDO

v

2.5.12. Predicción . . . . .	17
2.6. Redes Neuronales Arificiales (RNA) . . . . .	17
2.6.1. Funciones de activación . . . . .	19
2.6.2. Arquitectura de las redes neuronales . . . . .	19
2.6.3. Red monocapa . . . . .	21
2.6.4. Red multicapa . . . . .	22
2.6.5. Aprendizaje o entrenamiento de la red neuronal . . . . .	23
2.6.6. Aprendizaje supervisado . . . . .	24
2.6.7. Backpropagation . . . . .	24
2.6.8. Red neuronal NARX (Non-linear Autorregresive Exogenous model) . .	24
2.7. Flujo de carga . . . . .	25
2.8. Método de Monte Carlo enfocado en el flujo de carga probabilístico. . . . .	27
<b>3. Metodología</b>	<b>29</b>
<b>4. Sistema de prueba</b>	<b>30</b>
<b>5. Aplicación y resultados</b>	<b>32</b>
5.1. Serie de tiempo de los datos iniciales . . . . .	32
5.2. Predicción con modelos ARIMA . . . . .	33
5.3. Predicción con RNA . . . . .	36
5.4. Comprobación de probabilidad normal de las estimaciones de la carga . . . . .	39
5.5. Implementación del FCP . . . . .	42
<b>6. Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros</b>	<b>45</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El flujo de carga es una herramienta común en la evaluación de sistemas de potencia en condiciones de estado estacionario y bajo la prescripción de un conjunto de los parámetros de la red; generación, carga y líneas [10]. La forma clásica de resolución es la metodología determinista la cual aporta información de la red para un instante de tiempo únicamente, sin embargo, debido a la presencia de incertidumbre es necesario evaluar la red dando anticipación a la aleatoriedad de la generación y la carga por medio de un flujo de carga probabilístico (FCP) [25], en este último el objetivo es obtener una distribución de probabilidad para las variables de salida deseadas, (como puede ser valores de tensión, carga, o en el presente caso valores de potencia generada en un nodo) cuando las entradas como la generación o la carga son expresadas como variables aleatorias con funciones de distribución asociadas [22]. Un método popular de resolución del flujo de carga probabilístico es el método de Monte Carlo en el cual se generan muestras aleatorias de una distribución de probabilidad de una variable aleatoria, para este caso la carga, y se resuelve el flujo de manera determinista para cada muestra, obteniendo así un conjunto de valores de salida, producto de las muestras aleatorias, que a su vez crean una distribución de probabilidad por el número de iteraciones realizadas en el flujo [17]. Para este trabajo de grado la creación de la distribución de probabilidad a trabajar se genera a partir de una serie de tiempo que contiene datos de generación energética previamente clasificados y adaptados a una distribución normal, además se realizará la comparación de resultados del flujo de carga para dos distribuciones, generadas con datos pronosticados adicionales de la serie de tiempo, los modelos ARIMA y las redes neuronales artificiales (RNA).

## 1.1. Justificación

La elaboración del presente documento se debe principalmente a la necesidad de explorar nuevas alternativas de solución al FCP, esta vez mediante la estimación de la carga con dos técnicas de predicción, RNA y modelos ARIMA, pretendiendo con este método conocer el comportamiento de una red de prueba levemente enmallada y con la observación de los resultados comparar y determinar si las técnicas son adecuadas en la obtención de resultados confiables que puedan dar una perspectiva más amplia del sistema de potencia bajo la condición de demanda estocástica. Cabe mencionar además que los trabajos de pregrado sobre FCP son escasos, y que la mayoría de estudios se encuentran redactados en trabajos de posgrado y publicaciones científicas, estos en su mayoría se basan en la reducción del costo computacional, optando por utilizar métodos analíticos y descartar los numéricos en la búsqueda de la solución al FCP [18], por tanto se pretende también ampliar el estado del arte y asimismo aportar en la asociación del flujo de carga con métodos que ofrezcan estimaciones de las variables involucradas, estos son las técnicas de series de tiempo que como se mencionó anteriormente arrojan pronósticos, en corto y mediano plazo, y posibilitan lograr otros objetivos en el área de planeación del sistema eléctrico.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. General

Realizar la implementación del flujo de carga probabilístico estimando la carga con las técnicas de series de tiempo ARIMA y RNA.

### 1.2.2. Especificos

- Analizar y emplear los modelos de predicción de series de tiempo ARIMA y RNA.
- Formular las distribuciones de probabilidad de la carga con base en los datos conocidos y los datos pronosticados.
- Modelar y simular adecuadamente el flujo de carga probabilístico usando la técnica de aleatoriedad de Monte Carlo.
- Comparar los análisis obtenidos en las diferentes implementaciones conforme a la carga conocida y la carga prevista.

### 1.3. Estado del arte

El flujo de carga probabilístico (FCP) se desarrolló en los años setenta [4] basado en métodos numéricos, como la simulación de Monte Carlo, o los métodos analíticos, basados en la convolución, con el fin de manejar las incertidumbres del sistema eléctrico, debidas a variaciones de la generación y la demanda en la red eléctrica, estas incertidumbres no eran consideradas por el método determinístico tradicional el cual analiza la red en un único instante de tiempo, estado estable, limitando el panorama sobre el comportamiento de la red eléctrica [22]. Desde la primera implementación del FCP las investigaciones acerca de éste han venido creciendo tanto en el análisis de redes de transmisión como las redes de distribución, así como diferentes topologías, radial, enmallada y combinación de ambas [2]. En lo que respecta a los métodos de solución del flujo de carga determinístico se suelen usar determinados algoritmos para cada tipo de red, debido a su relación R/X por ejemplo, en las redes de distribución generalmente se usan métodos como el barrido iterativo, suma de potencias o la regla de la cadena , mientras que para las redes de transmisión se usan los algoritmos de Gauss Seidel o Newton Raphson [18], por otra parte, en los métodos de solución al FCP la simulación de Monte Carlo y los métodos analíticos, nombrados inicialmente, son el principal enfoque de la literatura, en donde generalmente se observa que el método numérico, Monte Carlo tiene la desventaja del alto costo computacional, debido al alto número de iteraciones a fin de reducir el error de la respuesta, mientras que los métodos numéricos se fían de la realización de suposiciones a fin de facilitar la computación del flujo de carga, debido a estas desventajas de los métodos, la mayoría de investigaciones se centran en realizar mejoras en estos y comparar resultados obtenidos, generando además métodos híbridos que potencien la resolución del FCP [22].

Generalmente en la literatura se encuentran los siguientes métodos [10]:

- Simulación de MonteCarlo
- Aproximación lineal
- Método de estimación por puntos
- Combinación de cumulantes
- Expansiones Gram-Charlier
- Estimación estadística de mínimos cuadrados
- Transformación de Nataf
- Latin Hypercube Sampling

## 1.4. Estructura del trabajo de grado

El contenido del trabajo de grado inicia con las descripciones previas de la información involucrada en el mismo, como es introducción, justificación, objetivos y estado del arte, continua con el marco teórico en el cual se explican algunos conceptos básicos de estadística para luego seguir con los modelos de predicción de series de tiempo ARIMA y redes neuronales, donde se muestra en detalle sus conceptos y las formas de generar pronósticos, seguidamente se observa brevemente la descripción del flujo de carga determinístico para después finalizar con el método de Monte Carlo enfocado obviamente en el flujo de carga probabilístico, allí se enseña el modelo matemático que obtiene los posibles resultados bajo la incertidumbre de la carga. Después del marco teórico se comenta acerca de la metodología a utilizar para resolver el problema planteado, los sistemas de prueba usados y los resultados obtenidos en dichos sistemas, y en el último capítulo del documento se exponen las conclusiones recomendaciones y trabajos futuros.

# Capítulo 2

## Marco teórico

### 2.1. Datos de generación

Los datos disponibles contienen la información de generación eléctrica en kW de 32 distribuidores colombianos, desde el año 2000 al 2009 para cada hora del día y cada día del año. La clasificación realizada para este trabajo de grado se reduce a tomar los datos de generación de un distribuidor para una hora específica del día, preferiblemente una hora fuera de los picos de demanda, los días laborales de lunes a jueves y separando los meses de lluvia (abril, mayo, octubre y noviembre) de los meses de época seca según el calendario de precipitaciones en la región andina colombiana [19], esto se realiza con el fin de no tener datos demasiado dispersos y poder modelar la distribución de la carga como una distribución normal, además de este tratamiento estadístico los datos se podrán modelar como una serie de tiempo, usando diferentes técnicas se podrán realizar pronósticos y con base en ellos formular diferentes resultados para el flujo de carga como se mostrará más adelante, se asume entonces que para conocer el comportamiento del flujo de carga para otros de los datos contenidos, por ejemplo otro distribuidor, otra hora del día u otra época del año, se deberá realizar los mismos procedimientos que se verán en este trabajo.

### 2.2. Distribución normal

Es la distribución de mayor uso en la aproximación de fenómenos reales, su importancia radica en la posibilidad de modelar diferentes comportamientos aleatorios de variables físicas, sociales y comerciales. Por la cantidad de fenómenos que explica es la más importante de las distribuciones estadísticas, se le conoce también por el nombre de campana de Gauss, ya que

la representación de su función de probabilidad tiene esta forma, otras características de la función de probabilidad normal es su simetría alrededor de su media, esta última se encuentra ubicada en el pico de la campana, también es asintótica, quiere decir que los extremos o colas de la curva se acercan al eje x pero nunca lo tocan, en consecuencia los valores más frecuentes son los más cercanos a la línea de simetría (media) y los menos ocurrentes son los de las colas [3]. La figura 2.1 muestra las cualidades gráficas mencionadas.

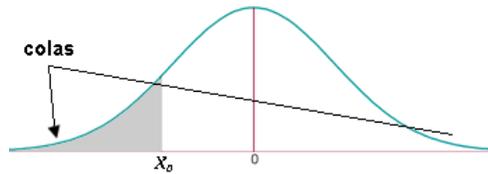


Figura 2.1: Gráfico de distribución normal

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (2.1)$$

Como se observa, la expresión matemática (2.1) representa las características nombradas anteriormente y solo depende de dos parámetros: media ( $\mu$ ), que indica el valor promedio de un conjunto de datos, y se expresa como la suma de los  $x_i$  datos sobre el número de datos (2.2), y la desviación estándar  $\sigma$ , que indica el grado de dispersión del conjunto de datos respecto de la media (2.3) [21], en función de estos valores se define la distribución normal con la notación  $X = N(\mu, \sigma)$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (2.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad (2.3)$$

Además la función de distribución de cualquier variable aleatoria  $X$ , se define como  $F(x_0) = P(X < x_0)$ , indicando la probabilidad de que dicha variable adquiera un valor menor que  $x$ , en términos matemáticos esta función coincide con  $P(X < x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x) [3]$ .

### 2.3. Gráfico de probabilidad normal P-P

Es una técnica descriptiva que comprueba la normalidad de una variable aleatoria. La forma de realizar la gráfica es ordenar los datos y obtener su probabilidad acumulada para graficarla en el eje  $x$  contra la probabilidad que le corresponde a ese valor en el eje  $y$ , de esta manera se halla la probabilidad normal para cada valor de  $x_i$ . Si los puntos graficados corresponden a una distribución normal estarán aproximadamente posicionados sobre la recta  $y = x$  (Figura 2.2) [21]. Con este gráfico se comprobará la normalidad de la variable de interés que en este caso es la carga del sistema eléctrico.

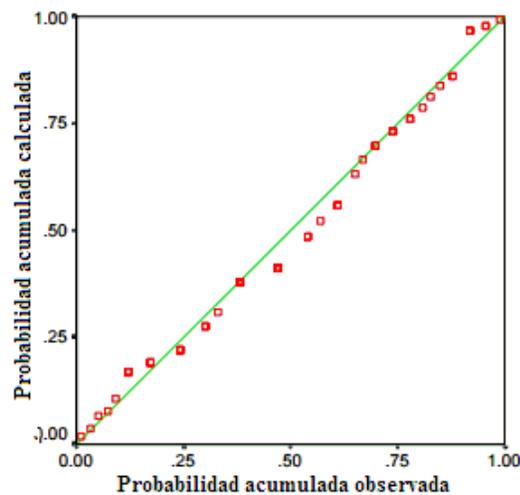


Figura 2.2: Gráfico de probabilidad normal P-P

### 2.4. Series de tiempo

Una serie de tiempo es una agrupación de observaciones ordenadas de un proceso durante intervalos de tiempo periódicos que exhiben, por ejemplo, las ventas mensuales en un comercio, el valor diario de una acción (Figura 2.3), o como es el caso de este trabajo de grado, los valores de generación energética por horas. Es posible mediante el análisis de una serie de tiempo generar pronósticos de datos futuros, para ello es primordial la recolección de datos confiables y validos ya que la precisión y validez de los análisis y predicciones depende de la calidad y veracidad de los datos de la serie [24]. En el análisis de las series de tiempo se estudia

el cambio de una variable a través del tiempo, y su relación con este para poder predecir el comportamiento futuro, primero se deben analizar los datos históricos y determinar si estos presentan patrones no aleatorios, identificando los componentes de la serie de tiempo y después emplear los métodos estadísticos que muestren su comportamiento para finalmente realizar los pronósticos de datos futuros [16].

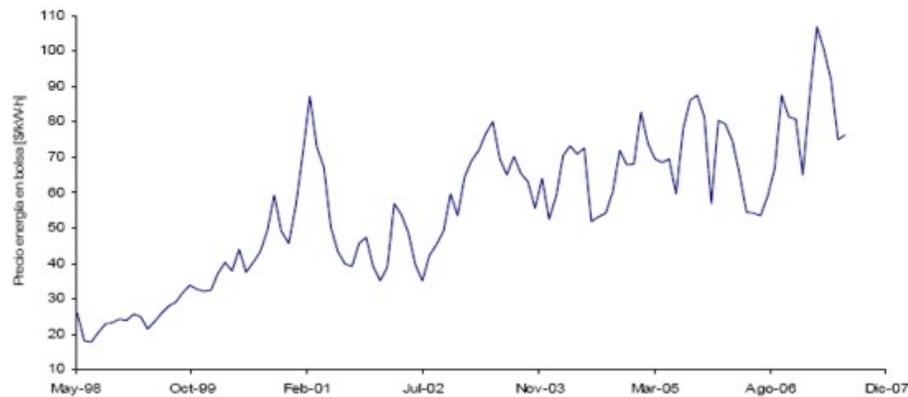


Figura 2.3: Precio historico kW-h en bolsa [5]

### 2.4.1. Componentes de las series de tiempo

Sirven para entender mejor el comportamiento de la serie a través de tiempo, al identificar estos componentes se facilita la formulación de un modelo que describa la serie en cuestión y que además dé lugar al pronóstico de datos futuros. Las series de tiempo generalmente consisten en la composición de uno o más de estos componentes [8]:

**Tendencia:** Descrito como un desplazamiento lineal de alza o baja de las observaciones en un horizonte de tiempo grande, determina la tasa de incremento o descenso de la serie.

**Estacionalidad:** Consiste en desplazamientos repetidos oscilatorios de las observaciones alrededor de una línea de tendencia reiterando este comportamiento para una época del año.

**Ciclicidad:** A diferencia de la estacionalidad, las variaciones oscilatorias alrededor de la línea de tendencia ocurren por prolongados intervalos de tiempo.

**Aleatoriedad:** Es un comportamiento irregular de la serie compuesto por fluctuaciones ocasionadas por hechos impredecibles o no periódicos, se conoce también como ruido y no tiene un patrón definido ni causa identificable.

### 2.4.2. Pronósticos

Son estimaciones del valor de una variable en algún punto futuro del tiempo. Ayuda en las necesidades de la planeación futura, de acuerdo con las series conocidas de los datos de generación de los distribuidores energéticos. Los métodos de pronóstico pueden clasificarse en dos grandes bloques: métodos cualitativos o subjetivos y métodos cuantitativos. Los métodos cuantitativos modelan las series de tiempo estudiando la estructura de correlación que el tiempo y distancia inducen en las variables aleatorias que originan la serie. Dentro de estos métodos de pronóstico cuantitativo se tienen los modelos ARIMA y las redes neuronales, estos estudian el sistema de la serie de tiempo y con sus respectivas técnicas calculan los pronósticos y los intervalos de predicción [7].

## 2.5. Modelos ARIMA

Tradicionalmente las series de tiempo se han analizado desde un punto de vista determinista, pero en la búsqueda de una estructura que permita predecir un proceso aleatorio se ha cambiado la perspectiva a un estudio estocástico moderno que emplea métodos más complejos y su manejo requiere de series más prolongadas [8]. Los modelos ARIMA (AutoRegresive Integrated Moving Average) fueron desarrollados por Box y Jenkins, los cuales consideran el vínculo existente entre los datos, quiere decir que cada observación en cierto momento es modelada en función de los valores anteriores, además permite describir un valor como una función lineal de datos anteriores y errores debidos al azar, en donde se puede ver incluido algún componente cíclico o estacional, por lo que se deben tener los elementos necesarios para describir el fenómeno [26].

Para implementar un modelo ARIMA se tiene la siguiente metodología [8]:

1. Identificar el posible modelo ARIMA: En esta parte se decide que transformaciones aplicar inicialmente para la conversión de la serie observada en estacionaria, además se debe determinar un modelo ARMA y sus respectivos órdenes  $p$  y  $q$  (AR( $p$ ),MA( $q$ )).
2. Estimación del modelo: Los parámetros u órdenes del modelo hallado anteriormente de manera provisional son estimados y se obtiene el error estándar y los residuos del

modelo.

3. Verificación o diagnóstico: Se comprueba que los residuos del modelo no tienen una estructura que los vincule y que siguen un proceso de ruido blanco, si los residuos contienen una estructura de dependencia se debe modificar el modelo para incorporar esta estructura, por tanto se deben repetir las etapas anteriores.
4. Predicción: Después de haber obtenido el modelo adecuado de la serie de tiempo se realizan las predicciones a futuro.

Los modelos estocásticos de series temporales contemplan una serie temporal como una colección de observaciones muestrales  $X_t$ , cada una correspondiente a una variable del proceso, para comprender esta idea anterior en conjunto con las etapas de la metodología de formulación de los modelos es necesario conocer primero algunos conceptos y operadores de las series de tiempo [8].

### 2.5.1. Estacionariedad

Para la identificación del modelo es necesario que las características observadas en la serie permanezcan en el tiempo, esta cualidad recibe el nombre de estacionariedad y en sentido estadístico significa que las funciones de distribución de las observaciones  $[X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t+n}]$  y  $[X_{t+s}, X_{t+1+s}, \dots, X_{t+s+n}]$  son iguales para cualquier desplazamiento en el tiempo  $s$ , esta condición es demasiado fuerte y cuando un proceso estocástico la cumple (difícilmente para un proceso real) se dice que es estrictamente estacionario [8] [15].

Un proceso es débilmente estacionario cuando: la media del proceso es constante independiente del tiempo, la varianza y la autocovarianza, son solo función del lapso temporal considerado, y no del tiempo histórico. Se constituirá entonces que un proceso es estacionario cuando se encuentra en equilibrio estadístico, en el sentido en que sus propiedades, media, varianza y autocovarianzas entre las distintas variables del proceso, no varían a lo largo del tiempo [16].

### 2.5.2. Funcion de autocorrelación

Es un concepto de gran utilidad para observar gráficamente si la serie es estacionaria, esta función da origen a los correlogramas, primero es importante conocer que la función se define en términos de la autocovarianza  $\gamma_k = cov(X_t, X_{t-k}) = E[(X_t - \mu)(X_{t-k} - \mu)]$ , donde el valor de ésta es equivalente a la varianza cuando el subíndice  $k$  es igual a 0,  $\gamma_0 = cov(X_t, X_{t-0}) = E[(X_t - \mu)^2] = \sigma^2$  Finalmente se tiene que la función de autocorrelacion (FAC), (2.4)

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{E[(X_t - \mu)(X_{t-k} - \mu)]}{\sigma^2} \quad (2.4)$$

A partir de esta función, (2.4) se puede realizar el correlograma (Figura 3.4) que es una representación gráfica de  $\rho_k$  en el eje de las ordenadas y  $k$  en las abscisas,

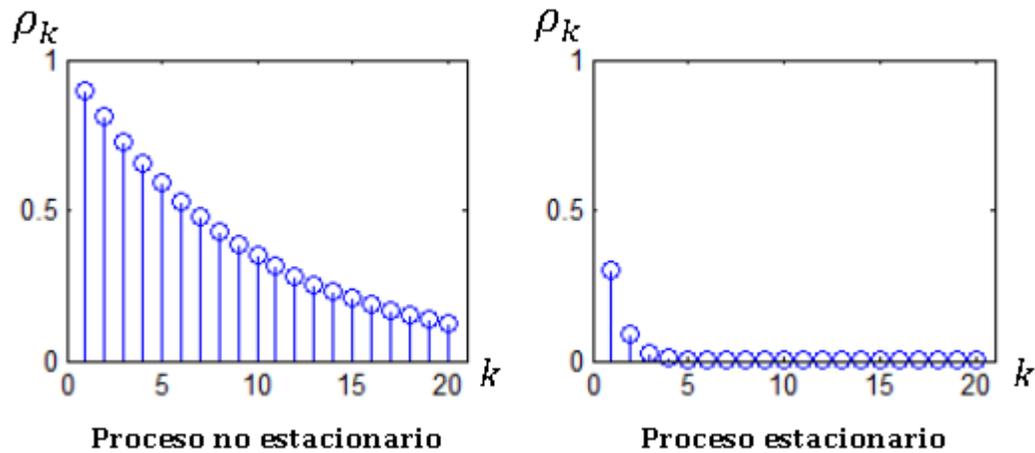


Figura 2.4: Correlograma FAC para distinción de procesos

Si los coeficientes se muestran decrecientes y alcanzan rápidamente un valor de 0, el proceso es estacionario, de lo contrario si su disminución es lenta se trata de un proceso no estacionario, para este último caso se mostrara el tratamiento a seguir más adelante. Para conocer los rasgos de los modelos ARIMA es necesario observar los valores diferentes de cero de la FAC, además se debe estimar otra función derivada de esta; la función de autocorrelación parcial (FAP) la cual indica la medida del desfase de la serie respecto al modelo autorregresivo, el cálculo de sus parámetros se realiza con base en la FAC, se grafica de igual manera y se explica con el método recursivo de Durbin como se muestra en (2.5) [15].

$$\begin{aligned}
\widehat{\phi}_{11} &= \gamma_1 \\
\widehat{\phi}_{22} &= \frac{\gamma_2 - \widehat{\phi}_{11}\gamma_1}{1 - \widehat{\phi}_{11}\gamma_1} \\
\widehat{\phi}_{21} &= \widehat{\phi}_{11} - \widehat{\phi}_{22}\gamma_1 \\
\widehat{\phi}_{33} &= \frac{\gamma_3 - \widehat{\phi}_{21}\gamma_2 - \widehat{\phi}_{22}\gamma_1}{1 - \widehat{\phi}_{21}\gamma_1 - \widehat{\phi}_{22}\gamma_2} \\
\widehat{\phi}_{31} &= \widehat{\phi}_{21} - \widehat{\phi}_{33}\widehat{\phi}_{22} \\
\widehat{\phi}_{32} &= \widehat{\phi}_{22} - \widehat{\phi}_{33}\widehat{\phi}_{21} \\
\widehat{\phi}_{j+1,j+1} &= \frac{\gamma_{j+1} - \sum_{i=1}^j \widehat{\phi}_{ji}\gamma_{j+1-i}}{1 - \sum_{i=1}^j \widehat{\phi}_{ji}\gamma_i} \\
\widehat{\phi}_{j,i} &= \widehat{\phi}_{j-1,i} - \widehat{\phi}_{j,j}\widehat{\phi}_{j,j+1-i} \\
& \qquad \qquad \qquad i = 1 \dots j
\end{aligned} \tag{2.5}$$

### 2.5.3. Operador de diferencias y operador de retrasos

En la vida real muy pocas series de tiempo son estacionarias puesto que la mayoría presentan tendencia, varianza no constante y variaciones estacionales. Para las series no estacionarias que presentan una tendencia lineal existe la transformación lineal de diferencias que consiste en restar al valor presente el valor anterior de la serie, es decir:  $Z_t = X_t - X_{t-1}$ , si la serie presenta tendencia cuadrática se aplicara una doble diferenciación, primero  $W_t = X_t - X_{t-1}$ , y así sucesivamente según el grado de tendencia, se puede explicar mejor con el operador de retardos  $L$ , el cual retrasa un valor en el tiempo a la variable aleatoria discreta,  $LX_t = X_{t-1}$  o  $L^k X_t = X_{t-k}$ . Una mejor presentación para la transformación de diferencias es como se observa en (2.6) con el operador  $\Delta$ .

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} \quad \rightarrow \quad \Delta X_t = (1 - L)X_t$$

$$\Delta = 1 - L \tag{2.6}$$

$$\Delta^k X_t = (1 - L)^k X_t$$

Proceso	Función de autocorrelación FAC	Función de autocorrelación parcial FAP
MA(q)	Solo los q primeros coeficientes son significativos. El resto se anulan bruscamente (coeficiente 0 para retardo $\geq q$ )	Decrecimiento rápido exponencial atenuado u ondas sinusoidales
AR(p)	Decrecimiento rápido exponencial atenuado u ondas sinusoidales	Solo los p primeros coeficientes son significativos. El resto se anulan bruscamente (coeficiente 0 para retardo $\geq p$ )
ARIMA(p,d,q)	Comportamiento irregular en los retardos (1,...,q) con q picos. Decrecimiento para retardos posteriores a q	Decrece (aproximadamente con exponenciales atenuados y ondas atenuadas y ondas sinusoidales). No es cero pronto

Tabla 2.1: Especificación del comportamiento de los correlogramas [15]

Es de aclarar que realizar una diferenciación a una serie estacionaria es innecesario pues altera el esquema de autocorrelación en la serie y complica el análisis [8].

#### 2.5.4. Identificación de los valores p y q de los modelos AR(p) y MA(q)

Antes de conocer en detalle la estructura de los modelos, es preciso saber que, después de lograr la estacionariedad en la serie por medio de las correspondientes transformaciones, la graficación de los correlogramas FAC y FAP indica los valores (p,q) como se indica en la Tabla 2.1.

#### 2.5.5. Ruido blanco

Es un proceso puramente estocástico con las características de tener esperanza y covarianza igual a cero y varianza constante, esta contenido en los modelos ARIMA y tiene carácter de proyección, se denota por  $a_t$ , este proceso es distinguido por la cualidad de que sus correlogramas tienen apenas el primer término y los demás son eliminados, hecho que indica estacionariedad en sus datos [16]. Con base en los conceptos anteriores se verá que los modelos ARIMA expresan la evolución de una variable  $X_t$  en función de los valores pasados de esta y de

los movimientos aleatorios que tuvo. Con este objetivo claro se utilizarán y definirán como dos formas funcionales lineales simples, los modelos AR (Autorregresivos) y MA (Medias móviles).

### 2.5.6. Modelos Autorregresivos AR(p)

En este modelo la serie de estudio, en un periodo  $t$  es explicada por los valores de esta en periodos anteriores agregando además un término de error, ruido blanco. La abreviatura AR del modelo va acompañada por su orden que generalmente es AR(1) o AR(2), este orden expresa el número de observaciones retrasadas de la serie temporal que intervienen en la ecuación. De esta manera un modelo AR(1), por ejemplo, se expresa como en (2.7)

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + a_t \quad (2.7)$$

En ese orden de ideas un modelo de orden  $p$ , AR (p), sería como la ecuación (2.8)

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t \quad (2.8)$$

Abreviando los términos se obtiene:  $\phi_p(L)X_t = \phi_0 + a_t$ , donde  $\phi_p(L)$  es el polinomio de retrasos descrito por la ecuación (2.9)

$$1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p \quad (2.9)$$

El proceso AR(p) es estacionario cuando las raíces del polinomio en  $L$  igualado a cero, ecuación (2.10), son todas inferiores a cero [15].

$$1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p = 0 \quad (2.10)$$

### 2.5.7. Modelos de Medias Mviles MA(q)

Con este modelo el valor actual puede predecirse a partir de la componente aleatoria de este momento  $t$  y en menor medida de las variaciones aleatorias anteriores, ponderadas convenientemente. Su abreviatura MA va acompañada también por el orden del modelo y al igual que los autorregresivos en estos modelos se usa regularmente los de orden 1 y 2. Para lo cual un modelo MA de orden  $q$  se formula como la ecuacion (2.11) [15].

$$X_t = \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (2.11)$$

Abreviando (2.11) con el polinomio de retardos queda como (2.12):

$$X_t = \theta_q(L)a_t + \mu \quad (2.12)$$

### 2.5.8. Modelos ARMA(p,q)

Una generalización de los modelos AR y MA previamente descritos consiste en combinar ambas clases de modelos para obtener los modelos autorregresivos y de medias móviles, los cuales se componen de términos de ambos modelos, ya que las series de tiempo empíricas muchas veces contienen características de cada uno. La expresión general para un modelo ARMA de orden p autorregresivo y q de medias móviles es como (2.13)[8] [15].

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p} = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (2.13)$$

Abreviando (2.13) con el polinomio de retraso se obtiene (2.14)

$$\phi_p(L)X_t = \theta_q(L)a_t \quad (2.14)$$

### 2.5.9. Modelos ARIMA(p,d,q)

Los modelos autorregresivos integrados de promedios móviles pueden ser vistos como una generalización de los modelos ARMA anteriores y permiten describir una serie de observaciones después de que la serie que las contiene haya sido diferenciada d veces, con el fin de extraer las posibles fuentes de no estacionariedad y a partir de la serie estacionaria ya es posible conseguir un modelo ARMA, de la combinación de estos procedimientos es que surge el modelo ARIMA descrito por (2.15).

$$\phi_p(L)\Delta^d X_t = \theta_q(L)a_t \quad (2.15)$$

Los órdenes que se ven en el modelo se hallan, primeramente el orden d, que indica las diferencias que fueron necesarias realizar para lograr la estacionariedad en la serie, luego la identificación de los órdenes p de los componentes autorregresivos y q de los componentes de medias móviles, se hallan de acuerdo a las funciones de autocorrelación FAC y autocorrelación parcial FAP, como se comentó en la tabla 2.1. Después de este proceso de identificación del modelo se continúa con la parte de la estimación de los valores de los parámetros [16] [15].

### 2.5.10. Estimación

Para esta etapa se supone que el modelo ha sido identificado y que de ser este adecuado, únicamente resta encontrar los mejores valores de los parámetros para que dicho modelo represente adecuadamente la serie de estudio. Por tanto, después de conocer los órdenes  $p$  y  $q$  de los polinomios autorregresivo y de medias móviles, así como el orden de diferenciación  $d$ , se analizará el modelo ARIMA (2.16).

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) Z_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) \quad (2.16)$$

donde  $Z_t = \Delta^d X_t$

El objetivo principal es estimar los vectores formados por los parámetros correspondientes de la parte autorregresiva  $\phi_j$  y de la parte de medias móviles  $\theta_j$ , los cuales están expresados como  $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)$  y  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)$ , deben minimizar la suma del cuadrado de los errores  $\sum_t a_t^2$ , así la expresión de error para el periodo  $t$  es como (2.17)

$$a_t = Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \dots - \phi_p Z_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.17)$$

El proceso de estimación será complejo debido a la no linealidad de la expresión de la suma cuadrática del error, por esto se concluye que cualquiera que sea el método de estimación, es necesario usar algoritmos de resolución no lineales [13] [8].

### 2.5.11. Verificación

Después de tener un modelo estimado, puesto que este es una simplificación de la serie es necesario saber si es el más acertado, detectando fallas que se miden como violaciones a los supuestos que fundamentan al modelo. Una verificación completa surge de la inspección del gráfico de residuos, si estos provienen de un proceso de ruido blanco, no debe haber correlación entre ellos, en los correlogramas solo aparece el primer valor, y esto indicaría que el modelo es acertado, de lo contrario si existiese correlación entre los residuos, o de la misma manera, que los correlogramas no decrezcan inmediatamente, es un indicativo de mala especificación del modelo, por lo que se debe volver a realizar los pasos de identificación y estimación. Para tener precisión en la obtención del modelo se realiza más de una estimación y se verifica el modelo que más se ajuste a la serie [15].

### 2.5.12. Predicción

Es el objetivo primordial del análisis de series temporales. Después de verificar que el modelo estimado ARIMA se ajusta a la serie, es momento de plantear su utilización para conseguir la mejor predicción de los valores futuros de la serie, para este objetivo el modelo a escoger debe ser el que minimice el error cuadrático medio respecto a otro potencial modelo predictor alternativo, como en (2.18).

$$E[(X_{t+1} - \widehat{X}_t(h))^2 | I_t] \leq E[(X_{t+1} - \widetilde{X}_t(h))^2 | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots] \quad (2.18)$$

Donde  $\widehat{X}_t(h)$  es el valor óptimo de predicción de la serie para el periodo  $(t+1)$  condicionado a los valores históricos de  $X_t$  ( $X_t = X(t-1), X(t-2), \dots$ ) con un horizonte de tiempo  $h$  diferente de  $\widetilde{X}_t(h)$  que arroja una predicción menos precisa. El pronóstico óptimo de la serie  $X_t$  para un horizonte  $h$  se formula en (2.19).

$$\begin{aligned} \widehat{X}_t(h) &= E_t[X_{t+h}] \\ &= \phi_1 E_t[X_{t+h-1}] + \dots + \phi_p E_t[X_{t+h-p}] + E_t[a_{t+h}] - \theta_1 E_t[a_{t+h-1}] - \dots - \theta_q E_t[a_{t+h-q}] \end{aligned} \quad (2.19)$$

Donde:

$$E_t[X_{t+h-j}] = \begin{cases} X_{t+h-j} & \text{si } j \geq h \\ \widehat{X}_t(h-j) & \text{si } j < h \end{cases} \quad \text{y} \quad E_t[a_{t+h-j}] = \begin{cases} X_{t+h-j-1} - \widehat{X}_{t+h-j} & \text{si } j \geq h \\ 0 & \text{si } j < h \end{cases} \quad (2.20)$$

Aquí  $E_t[X_{t+h}]$  es la esperanza condicional, que significa el valor esperado de una variable, en este caso del pronóstico hasta la observación  $h$ , respecto a la distribución de los valores pasados de la serie, esta última expresada en términos del modelo ARIMA [15].

## 2.6. Redes Neuronales Artificiales (RNA)

Las redes neuronales artificiales tienen su comportamiento basado en las redes neuronales biológicas, y están diseñadas para aprender y generar estrategias de decisión y solución de problemas con base en conductas típicas de patrones, esto se realiza a partir de la formación de relaciones arbitrarias entre unos datos de entrada y de salida, las relaciones se construyen a partir del entrenamiento de la red, en resumen es un método matemático

que ajusta el sistema de la red por medio de un aprendizaje de patrones, permitiendo que después se pueda ejecutar una tarea sin necesidad de programarla, las principales aplicaciones son de reconocimiento, de imágenes, sonido, patrones, aproximación de funciones y control inteligente [27] [6]. Para conocer el modo de funcionamiento de estas es necesario ver el descubrimiento en que se inspira el modelo; las redes neuronales biológicas, su unidad básica, la neurona, está compuesta por el soma o cuerpo, las dendritas, el axón y el núcleo. Las dendritas son terminaciones nerviosas que reciben señales eléctricas y las llevan al soma, este último aloja al núcleo y acumula las señales entrantes trasladándolas al axón que las transmite a las neuronas vecinas. El lugar de contacto entre dos neuronas, el axón y las dendritas, se llama sinapsis (Figura 2.5) [20].

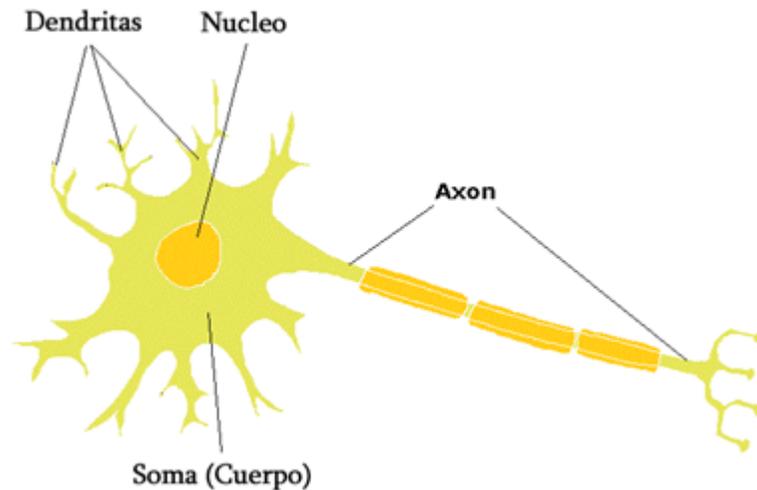


Figura 2.5: Neurona biológica

Partiendo del modelo biológico de la neurona se puede plantear su modelo artificial, en la Figura 2.6 se tiene el vector de entradas  $p$  que representan las señales enviadas por otras neuronas capturadas por las dendritas, también está la matriz de pesos sinápticos  $w$  representado la intensidad de la sinapsis y por último el sumador que constituye el umbral de activación, equivalente al soma o cuerpo de la neurona.

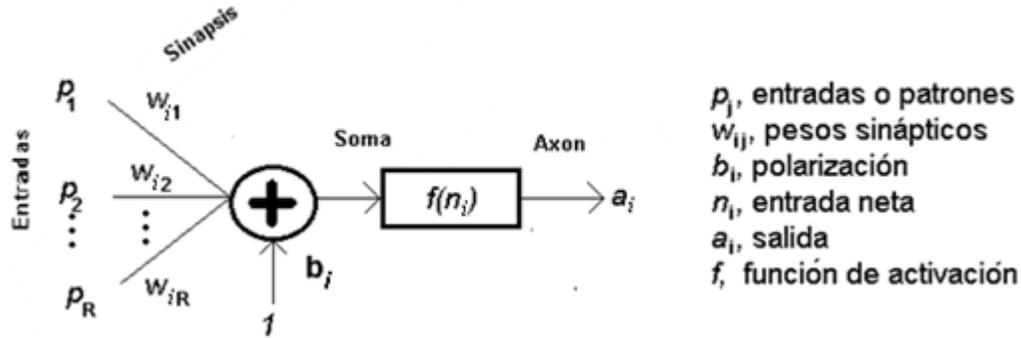


Figura 2.6: Neurona artificial

$$n_i = p_1 w_{i1} + \dots + p_R w_{iR} + b_i \quad (2.21)$$

$$\begin{bmatrix} w_{i1} \\ w_{i2} \\ \vdots \\ w_{iR} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_R \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} n_i &= w_i^T + b_i \\ a_i &= f(w_i^T + b_i) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Del planteamiento matemático observado en la neurona artificial  $i$  es importante ver la señal que esta envía en la salida  $a$  (axón) está determinada por la función de activación  $f$ , es función de  $n$  y es escogida a partir del problema a resolver.

### 2.6.1. Funciones de activación

Son las que definen la salida de una neurona dada una entrada o conjunto de entradas y representa una tasa de potencial de activación de la neurona, en otras palabras convierte el estado de activación de la neurona en una señal de salida. Existen diferentes tipos de funciones de activación, lineales y no lineales, la elección depende del problema a resolver, las más usuales se muestran en la Figura 2.7.

### 2.6.2. Arquitectura de las redes neuronales

La arquitectura de una red neuronal se identifica por la estructura o patrón de conexión sináptica de las neuronas ya que esto determina su comportamiento, estas conexiones son

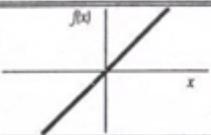
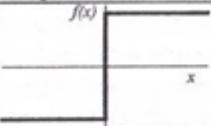
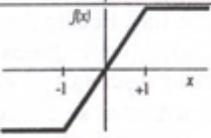
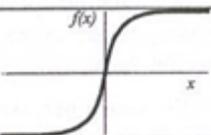
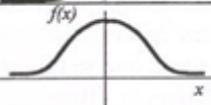
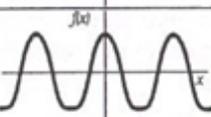
	<b>Función</b>	<b>Rango</b>	<b>Gráfica</b>
<b>Identidad</b>	$y = x$	$[-\infty, +\infty]$	
<b>Escalón</b>	$y = \text{sign}(x)$ $y = H(x)$	$\{-1, +1\}$ $\{0, +1\}$	
<b>Lineal a tramos</b>	$y = \begin{cases} -1, & \text{si } x < -l \\ x, & \text{si } -l \leq x \leq +l \\ +1, & \text{si } x > +l \end{cases}$	$[-1, +1]$	
<b>Sigmoidea</b>	$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ $y = \text{tgh}(x)$	$[0, +1]$ $[-1, +1]$	
<b>Gaussiana</b>	$y = Ae^{-Bx^2}$	$[0, +1]$	
<b>Sinusoidal</b>	$y = A \text{sen}(\omega x + \varphi)$	$[-1, +1]$	

Figura 2.7: Funciones de activación [1]

direccionales y es por esto que la información en la red neuronal puede propagarse en un solo sentido [27]. Usualmente la conformación de diversas entradas y una neurona basta para resolver un problema, pero en caso de no poderse realizar se debe recurrir a la implementación de varias neuronas actuando en paralelo, esta configuración se conoce como capa, y existen de tres tipos; de entrada, de salida y oculta. La capa de entrada contiene las neuronas encargadas de recibir datos y señales del entorno, en términos matemáticos es la que procesa el vector de entradas  $p_i$ , la capa de salida contiene las neuronas que dan la respuesta al problema que se delegó a la red neuronal y la capa oculta es la encargada del procesamiento de los datos y no tiene contacto con el entorno, quiere decir que no recibe señales de entrada ni envía soluciones directas de la red, esta última capa es usada para representar y modelar características de un sistema más complejo. La clasificación común de las redes neuronales según su arquitectura es en redes monocapa y multicapa [1].

### 2.6.3. Red monocapa

Una red monocapa está conformada como se muestra en la figura por  $R$  entradas las cuales tienen conexión con cada una de las  $S$  neuronas de la capa, generan un número de conexiones  $S \times R$ , equivalente también al número de pesos sinápticos, además se tienen  $S$  salidas  $a_i$ , las cuales están conformadas según la Figura 2.8 y la ecuación 2.23 [27].

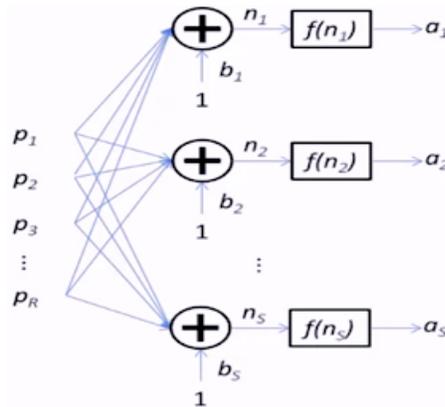


Figura 2.8: Red monocapa

$$\begin{aligned}
 a_1 &= f(\mathbf{w}^T_1 \mathbf{p} + \mathbf{b}_1) \\
 a_2 &= f(\mathbf{w}^T_2 \mathbf{p} + \mathbf{b}_2) \\
 &\vdots \\
 a_s &= f(\mathbf{w}^T_s \mathbf{p} + \mathbf{b}_s)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Las dimensiones de los componentes neuronales se expresan en (2.24).

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_s \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_s \end{bmatrix}; \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_s \end{bmatrix}; \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}^T_1 \\ \mathbf{w}^T_2 \\ \vdots \\ \mathbf{w}^T_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{S1} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{S2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{S1} & w_{S2} & \dots & w_{SR} \end{bmatrix}; w_{ij} \tag{2.24}$$

$i$ :neurona                   $j$ :entrada  
 $S$ : número de neuronas     $R$ : número de entradas

Finalmente se puede comprimir toda la capa con la generalización de la Figura 2.9 que entrega finalmente la salida  $a$  en una sola ecuación: (2.25).

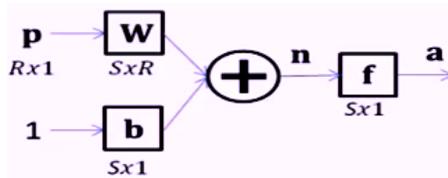


Figura 2.9: Red monocapa comprimida

$$\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{W}\mathbf{p} + \mathbf{b}) \tag{2.25}$$

#### 2.6.4. Red multicapa

Como se dijo anteriormente algunos problemas de mayor dificultad requieren una red más compleja en la que existan más capas, la notación de la red multicapa es igual a la monocapa, cada capa tendrá su propio vector de entradas, matriz de pesos sinápticos, vector

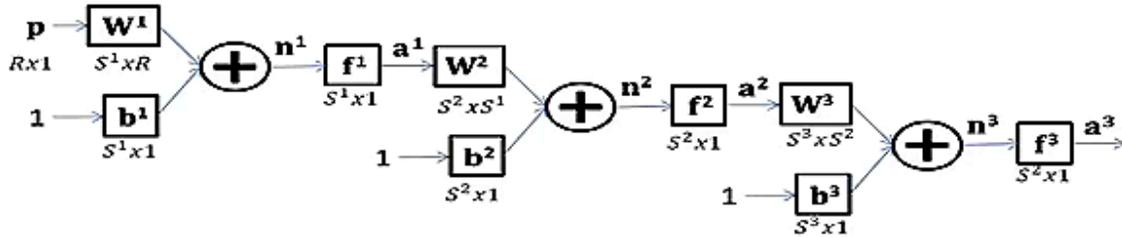


Figura 2.10: Red multicapa

de ganancias y vector de salidas, por lo que la distinción entre capas se entiende por el valor del superíndice.

$$\mathbf{a}^3 = \mathbf{f}^3(\mathbf{W}^3 \mathbf{p}^3 (\mathbf{W}^2 \mathbf{p}^2 (\mathbf{W}^1 \mathbf{p}^1 + \mathbf{b}^1) + \mathbf{b}^2) + \mathbf{b}^3) \quad (2.26)$$

En la Figura 2.10 se observa una compresión de tres capas puesto que es una complicación innecesaria mostrar todas las conexiones de la red debido a que cada capa puede contener diferente número de neuronas. La salida de la primera capa de neuronas es la entrada de la segunda capa y así sucesivamente, por lo que al final se tiene la última salida que da la respuesta de toda la red, esta incluye todos los vectores y matrices contenidos en las capas anteriores, esto es similar para una red con más capas ocultas [27].

### 2.6.5. Aprendizaje o entrenamiento de la red neuronal

El proceso de aprendizaje de la red neuronal es esencialmente una modificación de los pesos sinápticos en respuesta a la información entrante, que desde la perspectiva biológica es la adaptación de las sinapsis para una respuesta distinta de la red a los estímulos del entorno. Durante la etapa de aprendizaje, los pesos sinápticos son modificados constantemente hasta que se estabilizan, o dependiendo del tipo de entrenamiento hasta que el error entre las salida esperada y calculada sea mínimo [1].

Un aspecto importante del aprendizaje es la forma de modificación de los pesos sinápticos, esta forma se conoce según el tipo de aprendizaje que se utiliza, existen tres tipos; aprendizaje supervisado, en el cual se tienen entradas y salidas objetivo, los pesos cambian hasta que la red pueda dar las respuestas deseadas, el aprendizaje no supervisado; para el que solo se tienen entradas y la red aprende a categorizarlas y por último el aprendizaje por reforzamiento, en la cual se utiliza un algoritmo que indica si la red va en camino a la respuesta deseada o no.

Para el caso de la predicción de series de tiempo, el aprendizaje a utilizar es el supervisado, por lo que solo se describirá este [27].

### 2.6.6. Aprendizaje supervisado

Este tipo de entrenamiento se realiza con el control de un agente externo que determina la respuesta que debe generar la red en la salida a partir de un determinado valor que ingresa en la capa de entrada, está basado en comparar el error entre a salida calculada y la deseada, este error es usado para cambiar los parámetros de la red y que esta proporcione las soluciones requeridas [1].

### 2.6.7. Backpropagation

Es un tipo de red que trabaja bajo aprendizaje supervisado, es decir que se necesita conocer la salida a obtener. El estímulo aplicado en la red se propaga por todas las capas hasta generar una señal de salida, la cual es comparada con la salida deseada calculando de esta manera una señal de error que se propaga desde la salida hasta la entrada de la red a través de todas sus capas hasta que todas las neuronas hayan percibido dicha señal de error. De esta manera la señal de error actualiza los valores de ganancias y pesos entre las conexiones neuronales con el fin de reducir el error medio cuadrático y de esta manera la red pueda aprender los patrones de entrenamiento. Este algoritmo es implementado principalmente en redes multicapa y el diseño de su topología debe ser constituido de manera experimental y según el problema a resolver [27] [12].

### 2.6.8. Red neuronal NARX (Non-linear Autorregresive Exogenous model)

La red neuronal autorregresiva con entradas exógenas (NARX) es una red dinámica recurrente que posee conexiones para alimentar los estados de salida hacia la entrada de la red, lo que indica que es un sistema no lineal realimentado. Como ya se ha visto los modelos autorregresivos son basados en que el valor actual de una serie de tiempo  $Y_t$  se puede explicar en función de los valores pasados de la misma serie.

$$Y_t = f(X_{t-1}, \dots, X_{t-d}, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-d}) \quad (2.27)$$

En (2.27),  $Y_t$  es la salida que en este caso es el valor en kW de los datos de generación,  $d$  el número de retardos y  $X_t$  es la entrada exógena. Para el estudio presente la variable exógena

corresponde a un retraso de la serie es decir;  $X_t = Y_{t-1}$  que en el momento de ingresar dos valores uno será el valor presente y el otro el valor anterior a este, y a la salida de la red estará el valor siguiente al presente, de esta manera la red podrá aprender el comportamiento de la serie que además se basa en el algoritmo de backpropagation e incluye la optimización Levenberg-Madquart, la cual asigna los valores de predicción necesarios con un error mínimo [12].

## 2.7. Flujo de carga

Es la implementación de métodos y modelos matemáticos que permiten gestionar el sistema eléctrico a través de la comprensión de su comportamiento y mantenerlo estable. El planteamiento del equilibrio de potencias se realiza a través de un conjunto de ecuaciones, da la solución en estado estable del sistema eléctrico funcionando bajo ciertas condiciones de generación y carga, esto se logra conociendo las tensiones en los nodos del sistema para después determinar los flujos de potencias y perdidas en las líneas. La esencia de la resolución del flujo de carga radica en el algoritmo que da solución a las ecuaciones no lineales que describen el sistema. El método utilizado por excelencia es el Newton Raphson (NR) el cual constituye la base de las aplicaciones computacionales que calculan el flujo de potencia, este consiste en una expansión en series de Taylor de la función  $f(x)$  en torno al punto que corresponda la iteración  $x_n$ , la cual tiene la siguiente formulación (2.28) [14].

$$f(x) = f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n) + \frac{f''(x_n)}{2!}(x - x_n)^2 + \dots \quad (2.28)$$

De (2.28) se desprecian los términos de orden superior, para después evaluar  $f(x_{n+1})$ , termino en el cual su argumento tiende a la raíz y equivale a cero, obteniendo (2.29).

$$f(x_{n+1}) = f(x_n) + f'(x_{n+1})(x_{n+1} - x_n) \rightarrow f'(x_n) = \frac{f(x_n)}{x_n - x_{n+1}} \quad (2.29)$$

La ecuación (2.29) es la base del algoritmo, se aplica ciertamente a las ecuaciones del flujo de potencia, estas tienen por objeto calcular las inyecciones de potencia activa y reactiva a partir de valores propuestos para los voltajes y ángulos, que mientras se realizan iteraciones se van aproximando a la respuesta real, con los errores obtenidos en el momento presente se corrigen los valores para realizar una nueva iteración, el procedimiento se detiene cuando se alcanza la convergencia expresada por una tolerancia, que indica a su vez que se tiene la respuesta de los valores de tensión en modulo y ángulo.

Una descripción breve del algoritmo es que inicialmente se fijan unos valores de potencia inyectada en los nodos, dependiendo si es de tipo PV o PQ [11], estos son  $P_{i,prog}$  y  $Q_{i,prog}$  y con estos se calculan las diferencias de potencias según (2.30).

$$\begin{aligned}(\Delta P_i)^k &= P_{i,prog} - P_{i,calc}^k \\(\Delta Q_i)^k &= Q_{i,prog} - Q_{i,calc}^k\end{aligned}\tag{2.30}$$

donde los valores con subíndice  $i$ , *calculado* se obtienen de las ecuaciones (2.31) y (2.32).

$$P_{i,calc} = |V_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i)\tag{2.31}$$

$$Q_{i,calc} = -|V_i|^2 B_{ii} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq i}}^N |V_i V_n Y_{in}| \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i)\tag{2.32}$$

Los valores obtenidos de potencia activa (2.31) y potencia reactiva (2.32) estan en funcion de  $V_i$  que es la magnitud de tension en el nodo presente  $i$ ,  $G_{ii}$ ,  $B_{ii}$ ,  $Y_{in}$  son las magnitudes de conductancia, susceptancia y admitancia respectivamente, extraídos de la matriz de impedancias nodales ( $Y_{BUS}$ ), los cuales indican la conexión física entre nodos según el subíndice, seguido de los angulos  $\theta_{in}$ , que junto a  $Y_{in}$  forman el fasor impedancia entre los nodos  $n$  e  $i$ ,  $\delta_n$  y  $\delta_i$  son los angulos de las tensiones de los nodos  $n$  e  $i$  [14].

Esta formulación de la inyección de potencia se realiza con el previo cálculo de la matriz de admitancia nodal ( $Y_{BUS}$ ), y los valores inicialmente calculados no son precisos debido a que las tensiones y sus ángulos deben ser modificados en el proceso del flujo de carga. Los valores de las diferencias  $(\Delta P_i)^k$  y  $(\Delta Q_i)^k$ , además de indicar el fin de las iteraciones según la tolerancia impuesta, realizan la actualización de valores en tensiones y ángulos nodales al momento de realizar el método de NR multivariable, es decir que ya no se expresa como se mencionó anteriormente en (2.29) sino que se aplica al sistema eléctrico descrito por diferentes variables contenidas en varias ecuaciones, precisamente las de inyección de potencia, (2.31 y 2.32), las cuales serán derivadas con respecto a los valores de tensión y ángulo, formando una matriz Jacobiana con una dimensión que depende del tipo y número de nodos de la red, ecuación simplificada en (2.33) [11].

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Una vez obtenidos los valores de la matriz Jacobiana y las diferencias de potencias , se procede a calcular las diferencias de tensión en módulo y ángulo (2.34), y con estas se obtienen sus actualizaciones como se muestra en (2.35).

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \mathbf{J} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\theta_i^{k+1} + \Delta \theta_i \quad V_i^{k+1} + \Delta V_i \quad (2.35)$$

Finamente con los valores actualizados se calcula para la iteración siguiente,  $(k + 1)$ , las diferencias de potencia, ecuación (2.36).

$$\begin{aligned} (\Delta P_i)^{k+1} &= P_{i,prog} - P_{i,calc}^{k+1}(V_i^{k+1}, \theta_i^{k+1}) \\ (\Delta Q_i)^{k+1} &= Q_{i,prog} - Q_{i,calc}^{k+1}(V_i^{k+1}, \theta_i^{k+1}) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Con (2.36) se determina si se continúa con una nueva iteración del proceso, si estos valores superan la tolerancia impuesta se debe repetir todo el desarrollo, pero si los valores son menores a la tolerancia quiere decir que se ha obtenido la respuesta esperada. Este método es de carácter puramente determinista y tiene diferentes variaciones para lograr convergencia en menores iteraciones, esto a partir de algunos arreglos en la matriz Jacobiana, dependiendo además del tipo de red que se trabaje [11].

## 2.8. Método de Monte Carlo enfocado en el flujo de carga probabilístico.

Es un método numérico que posibilita resolver problemas físicos y matemáticos por medio de la simulación de variables aleatorias, es usado para aproximar expresiones matemáticas complejas y costosas de evaluar con exactitud. El método es aplicable a cualquier problema, sea de tipo estocástico o determinista, y se basa en la existencia de problemas que tienen difícil solución por métodos exclusivamente analíticos o numéricos, pero que dependen de factores

aleatorios o se pueden asociar a un modelo probabilístico artificial, su gran calidad radica en la disminución del error a partir de un gran número de iteraciones y pruebas aleatorias, obteniendo un error de  $\frac{1}{\sqrt{N}}$ , siendo N el número de pruebas realizadas [9].

El método de simulación de Montecarlo no es determinístico y es usado para aproximar expresiones matemáticas complejas y costosas de evaluar con exactitud. Proporciona soluciones aproximadas a una gran variedad de problemas matemáticos posibilitando la realización de experimentos con muestreos de números aleatorios en una computadora. Por definición una simulación de Montecarlo es el experimento de generación de números aleatorios de una distribución de probabilidad, para evaluar en forma numérica un modelo matemático que permita estimar el comportamiento de un sistema que involucra variables estocásticas. Entre mayor sea la cantidad de iteraciones o realizaciones, mayor será la estabilidad de la simulación; es decir, el conjunto de observaciones de la salida bajo estudio se estabilizará sobre una misma distribución [18].

La aplicación directa del método en este documento se enfoca en la observación de la generación en el nodo slack de un determinado sistema de potencia a partir de la simulación de la carga estimada como variable aleatoria distribuida normalmente, aplicando el siguiente algoritmo:

- (I) Generar una muestra aleatoria de la variable de entrada, que para este caso es la demanda de potencia activa, estimada previamente con las técnicas de series de tiempo, para un nodo del sistema.
- (II) Resolver el flujo de carga para el sistema, (algoritmo Newton Raphson)
- (III) Almacenar la variable de salida de la iteración; en este caso, la potencia generada por el nodo slack.
- (IV) Se repiten los pasos anteriores hasta cumplir con el criterio de convergencia; aquí el criterio se logra al alcanzar un número específico de iteraciones.
- (V) Una vez terminada la simulación, se pueden calcular los estadísticos descriptivos (valor promedio y desviación estandar) y obtener un histograma de la muestra de datos.
- (VI) Finalmente el metodo se aplica a diferentes nodos para obtener diferentes resultados y determinar la sensibilidad del nodo slack ante la incertidumbre de la demanda. [18]

# Capítulo 3

## Metodología

La propuesta para implementar el flujo de carga probabilístico es inicialmente realizar una clasificación de los datos históricos de generación de los distribuidores colombianos, y generar una serie de tiempo que se adapte a la distribución normal, para ello se toman los datos de un solo distribuidor, para la 1 am tomando únicamente los días laborales de lunes a jueves sin festivos, y los meses de época seca, desde el año 2000 al 2006 y se pronostican los valores del 2007 por medio de los modelos ARIMA y las RNA, obteniendo así tres series de tiempo distintas; una conocida y dos series con pronósticos para datos entre el 2000 y 2007. Antes de realizar el flujo de carga se comprueban los errores de predicción escogiendo las series más certeras de cada modelo y se comprueba adaptación de la serie a la distribución normal con los gráficos P-P.

Posteriormente se ingresan a un sistema de prueba los valores aleatorios normalmente distribuidos de la carga, y se realiza para cada uno de ellos un flujo Newton Raphson, al final se reúnen la totalidad de las respuestas del flujo que darán una perspectiva más amplia del comportamiento estocástico de la variable de interés. Este procedimiento se realiza con los datos conocidos del año 2000 a 2007 y para las estimaciones de la carga obtenidas con los métodos predictivos de ARIMA y RNA del año 2007, con esto se logran los resultados y el objetivo de realizar la comparación entre los flujos derivados de las estimaciones. Es de aclarar que este procedimiento se puede realizar para diferentes distribuidores y clasificaciones de valores de demanda.



LINEAS						CARGAS		
tramo	Envío	Recibo	R[ohm/L]	X[ohm/L]	Long.	Nodo	P[Kw]	Q[kVa]
1	11	12	0.2645	0.2645	1	11	0	0
2	12	13	0.5819	0.5819	1	12	800	600
3	13	14	0.7935	0.5819	1	13	800	600
4	14	15	0.4232	0.5819	1	14	800	600
5	14	16	0.5819	0.5819	1	15	800	640
6	16	17	0.2116	0.2116	1	16	1200	160
7	17	18	0.4232	0.5819	1	17	800	-160
8	18	19	0.3968	0.5290	1	18	600	480
9	18	110	0.4761	0.9522	1	19	1600	1080
10	110	111	0.2116	0.2116	1	110	2000	720
11	13	112	0.5819	0.5819	1	111	400	360
12	112	113	0.2116	0.2116	1	112	240	-200
13	113	114	0.4761	0.6348	1	113	1800	800
14	114	115	0.5819	0.5819	1	114	400	360
15	114	116	0.4232	0.5819	1	115	400	-440
16	116	117	0.2116	0.2116	1	116	400	360
17	15	110	0.5819	0.5819	1	117	840	-320
18	16	113	0.2116	0.2116	1			

GENERACION				
NODO	$P^{esp}$ (KW)	$Q^{máx}$ (KVAR)	$Q^{mín}$ (KVAR)	$V^{esp}$ (KV)
18	500	400	-300	23
114	800	700	-600	23

Tensión Base (KV)	23
Potencia Base (MW)	10

Figura 4.2: Parámetros del sistema de prueba

El propósito del estudio es realizar la simulación de Monte Carlo, con el método expuesto en la sección 2.8 sobre los nodos que tengan una demanda cercana al promedio proporcionado por las estimaciones de la carga y así poder observar el comportamiento del nodo slack intercalando la incertidumbre de la demanda entre los nodos.

# Capítulo 5

## Aplicación y resultados

### 5.1. Serie de tiempo de los datos iniciales

Para empezar se tienen los datos de generación clasificados para la 1 am desde el año 2000 al 2006 (azul, 905 datos), para los días laborales, lunes a jueves, sin festivos y para los meses de época seca de enero, febrero, marzo, junio, julio, agosto, septiembre y diciembre, diferenciándolos de los datos del año 2007 (rojo, 128 datos), (Figura 5.1), sobre los cuales se plantea realizar el pronóstico, e implementar el flujo de carga que compare las predicciones y posteriormente comprobar la normalidad en los datos.

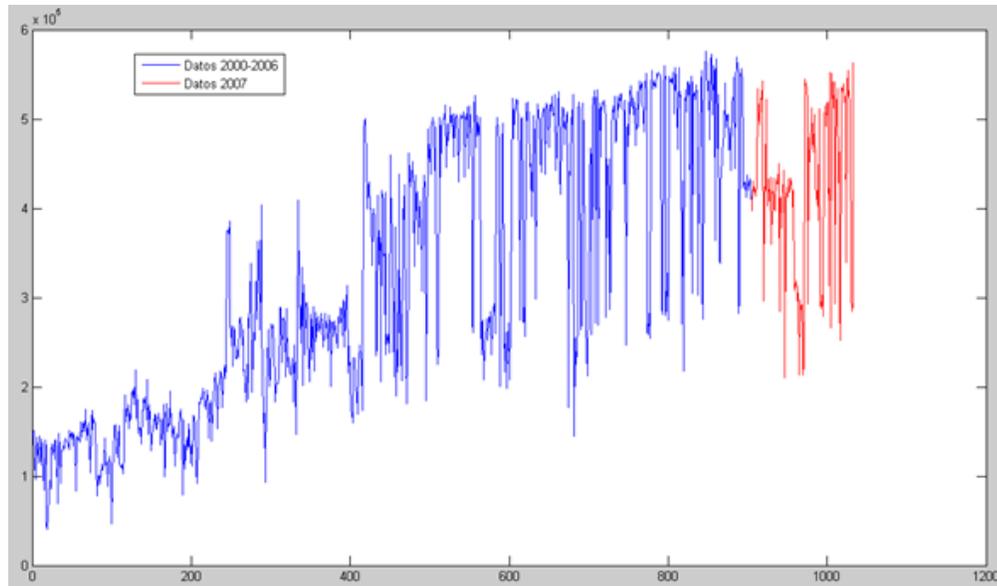


Figura 5.1: Serie de tiempo de los datos a trabajar

## 5.2. Predicción con modelos ARIMA

Por medio del software IBM SPSS Statistics se ingresan los datos a trabajar y se comprueba estacionariedad en la serie a partir de las gráficas de los correlogramas, como se indica en la sección 2.5.2, en la Figura 5.2 y 5.3 se observan los gráficos de autocorrelación (FAC) y autocorrelación parcial (FAP), con sus correspondientes valores.

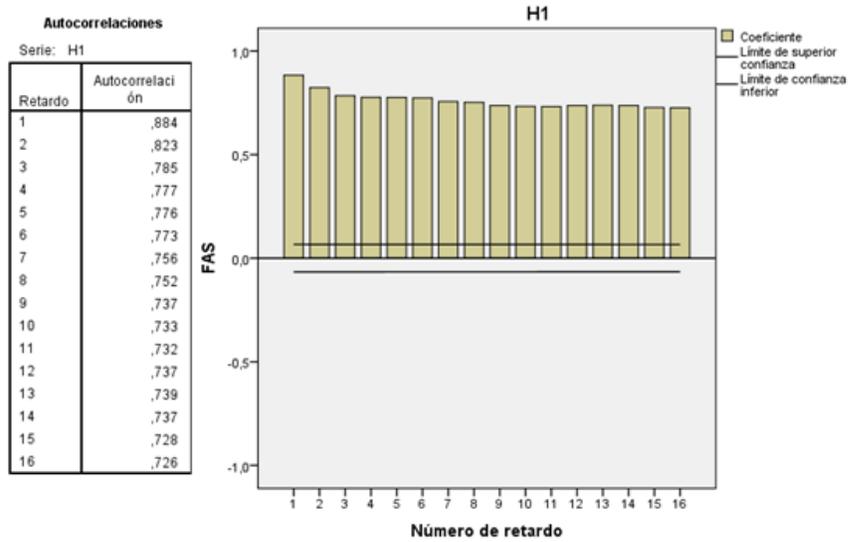


Figura 5.2: Correlograma FAC

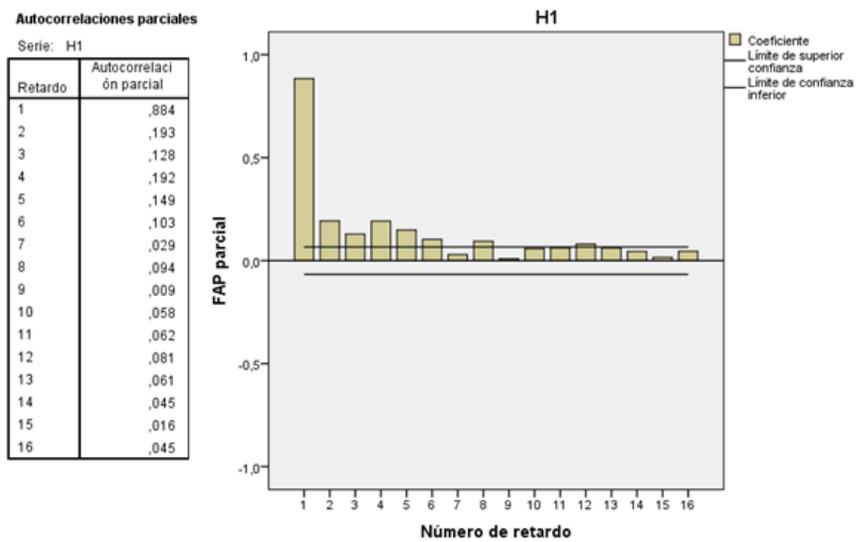


Figura 5.3: Correlograma FAP

Respecto a los gráficos de las Figuras 5.2 y 5.3<sup>2</sup> se puede observar que conforme aumentan los retardos la función no decae rápidamente y por tanto no cumplen con el criterio gráfico de estacionariedad mencionado en la sección 2.5.2. Para poder realizar las predicciones es necesario lograr que la serie sea estacionaria por medio de la aplicación de diferencias, sección 2.5.3, en las Figuras 5.4 y 5.5 se observan los correlogramas de la serie después de la aplicación de una diferencia.

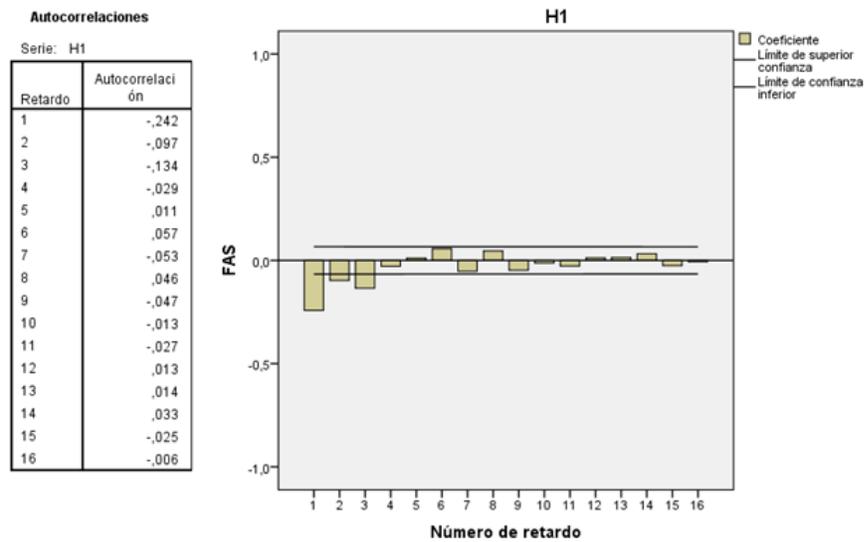


Figura 5.4: Correlograma FAC

<sup>2</sup>En la figuras de los correlogramas se puede observar que el eje vertical se nombra FAS que significa función de autocorrelación simple, sigla utilizada por el software IBM SPSS Statistics, en este documento se nombra FAC, un nombre más utilizado en la literatura

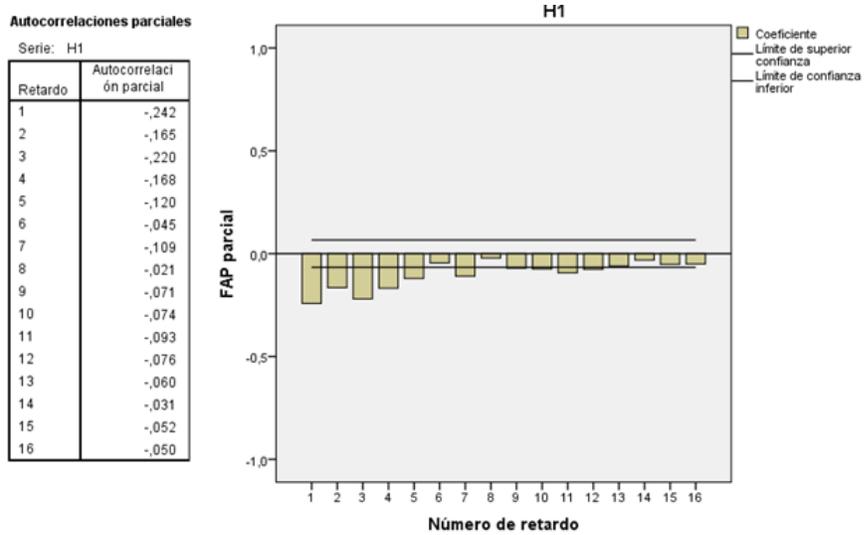


Figura 5.5: Correlograma FAP

Después de comprobar gráficamente que la serie es estacionaria tras la aplicación de una diferencia, Figuras 5.4 y 5.5, es posible realizar los pronósticos.

### 5.3. Predicción con RNA

Se realizaron dos predicciones para comparar cual arrojaba los mejores resultados, gráfica, matemática y estadísticamente, con la herramienta (toolbox) de Matlab para redes neuronales NARX, la cual muestra todos los resultados de predicción sobre la serie de tiempo.

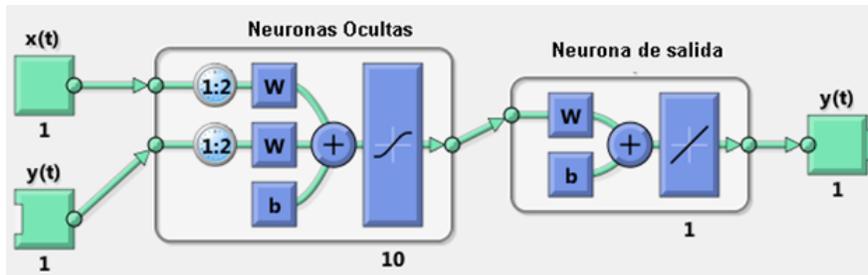
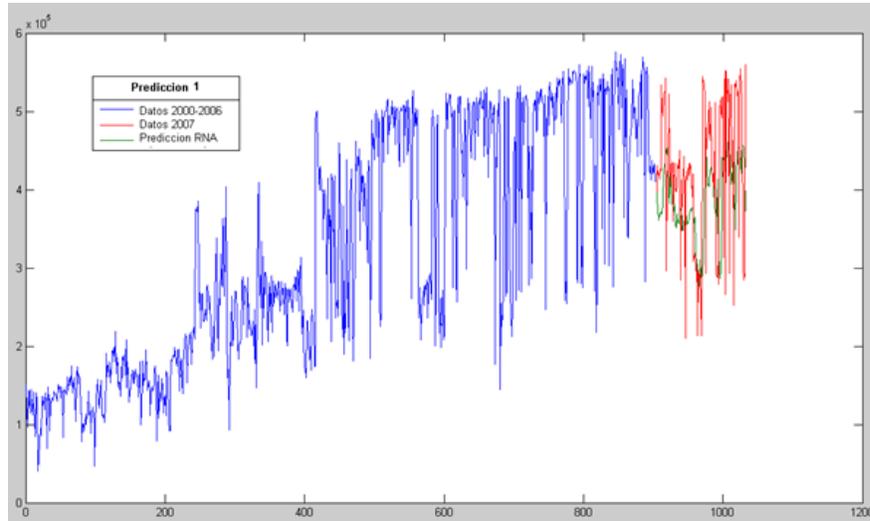


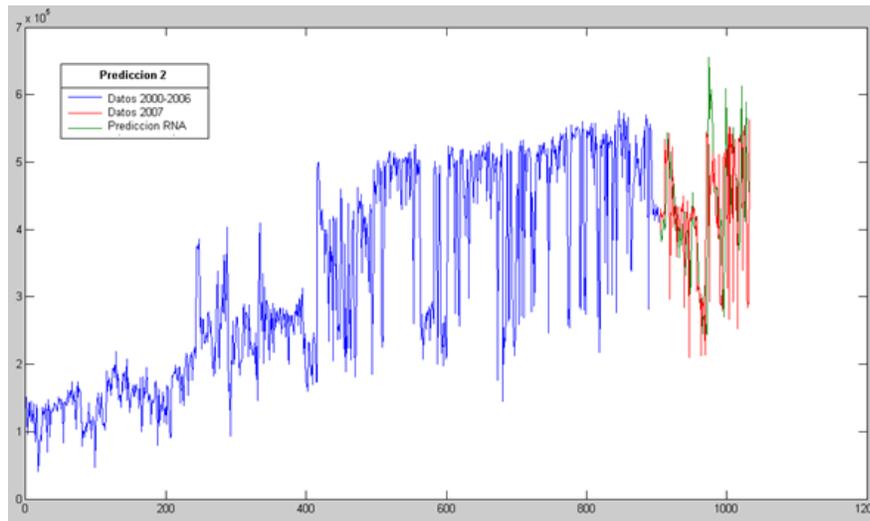
Figura 5.6: Red neuronal NARX

La estructura de la red neuronal para las dos predicciones es igual, para otros arreglos diferentes a los especificados los errores fueron más grandes. La red posee dos capas, una capa oculta con 10 neuronas que tienen contacto directo con las entradas y que se activan con la función tansig (tangente hiperbólica sigmoide). Se tiene también la capa de salida, la cual tiene solo una neurona y presenta una función de activación lineal, sección 2.6.1.

En el diseño de la red se usaron los 905 datos de generación del año 2000 al 2006, de los cuales 70 % fueron para el entrenamiento, 15 % para validación y 15 % para la prueba, con lo cual para la utilidad del estudio se obtienen; las predicciones graficadas en serie de tiempo de la Figura 5.7, el error de predicción, y los estadísticos descriptivos de los datos iniciales (2000-2006) en conjunto con los pronósticos.



(a) Serie Pronostico 1



(b) Serie Pronostico 2

Figura 5.7: Pronosticos de la red neuronal NARX

	Número de datos	Valor mínimo [W]	Valor máximo [W]	Media [W]	Desviación estándar [W]
<b>Serie conocida</b>	1033	40180,35	575911,31	334848,68	147910,46
<b>Serie Pronóstico 1</b>	1033	40180,35	575911,31	330600,84	144114,8
<b>Serie Pronóstico2</b>	1033	40180,35	655476,82	335789,04	148905

Tabla 5.1: Estadísticos descriptivos de las predicciones con RNA

Los errores de predicción se calcularon según el logaritmo del error cuadrático medio  $\ln(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2)$ , y los resultados son:

$$\text{Error en predicción 1} = 11,45 \quad \text{Error en predicción 2} = 11,52$$

## 5.4. Comprobación de probabilidad normal de las estimaciones de la carga

Antes de implementar el flujo de carga probabilístico es necesario saber si las estimaciones de la carga pueden ser ajustadas a una distribución normal (ver sección 2.3). A continuación se presentan los gráficos P-P de los valores conocidos y los pronósticos realizados.

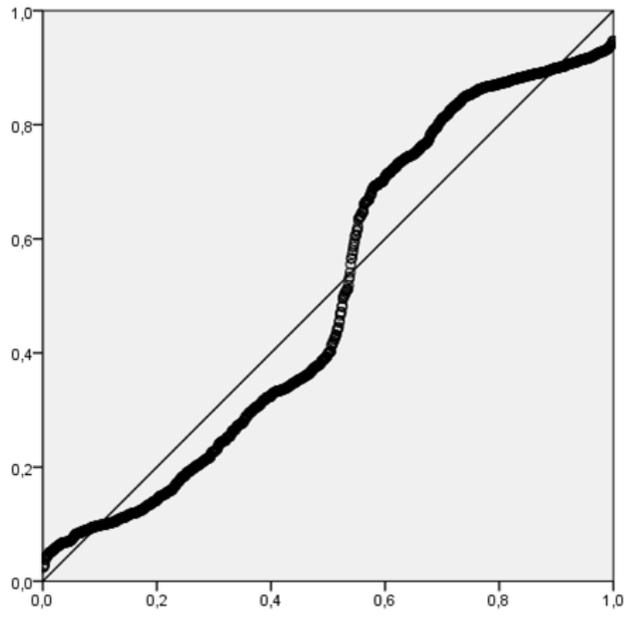


Figura 5.8: Grafico P-P de los datos conocidos

PP ARIMA

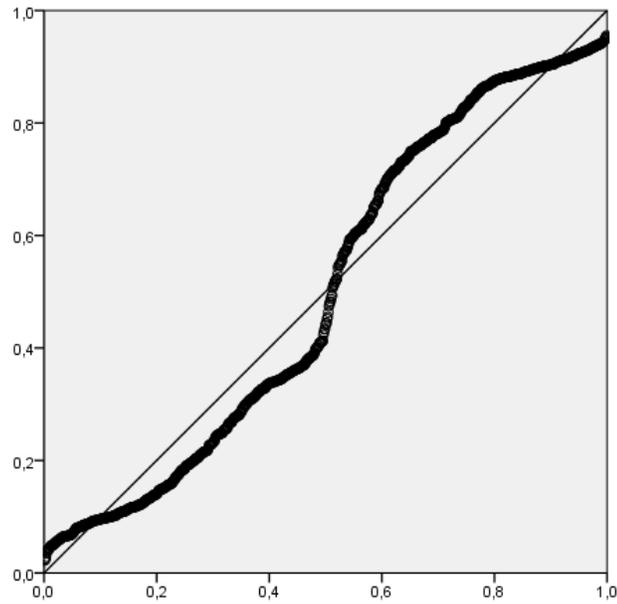


Figura 5.9: Grafico P-P de la predicción 1 con RNA

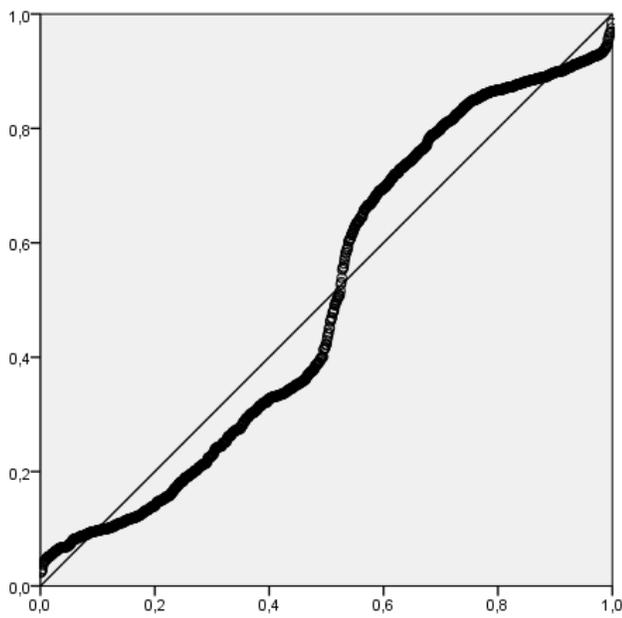


Figura 5.10: Grafico P-P de la predicción 2 con RNA

Tal como se observa en las figuras anteriores, las estimaciones de carga de los datos de todas las series de tiempo; datos conocidos, ARIMA y RNA cumplen los criterios de los gráficos P-P para poder ser aproximados cada uno a una distribución normal.

## 5.5. Implementación del FCP

La implementación del flujo de carga probabilístico se realiza sobre el sistema de prueba de la sección 4, donde se mencionó que posee un nodo slack y dos nodos de generación (PV) [11], en el sistema, todos los nodos poseen carga excepto el slack.

En los resultados obtenidos en los análisis de las estimaciones de la carga, secciones 5.2 y 5.3, se puede observar que los estadísticos descriptivos de las predicciones ARIMA y RNA son muy similares a los de los datos conocidos y que todos los conjuntos de datos se pueden aproximar a la distribución normal, sección 5.4, por lo que el FCP se implementará con muestras aleatorias derivadas de la distribución normal descrita por el promedio y desviación estándar de los datos conocidos, o sea:  $\mu = 334,848kW$  y  $\sigma = 148,910kW$ .

En total se realiza una Simulación de Monte Carlo (SMC) que consta de 10000 iteraciones, cada iteración ingresa un valor de carga aleatorio en un determinado nodo para después correr un flujo de carga determinístico (FCD) y obtener la potencia generada en el nodo slack, es decir, 10000 datos de salida, que serán graficados como un histograma con sus estadísticos descriptivos, a fin de conocer el comportamiento del nodo slack, este procedimiento se realiza para un total de 7 nodos escogidos por variedad en la carga y distancia al slack.

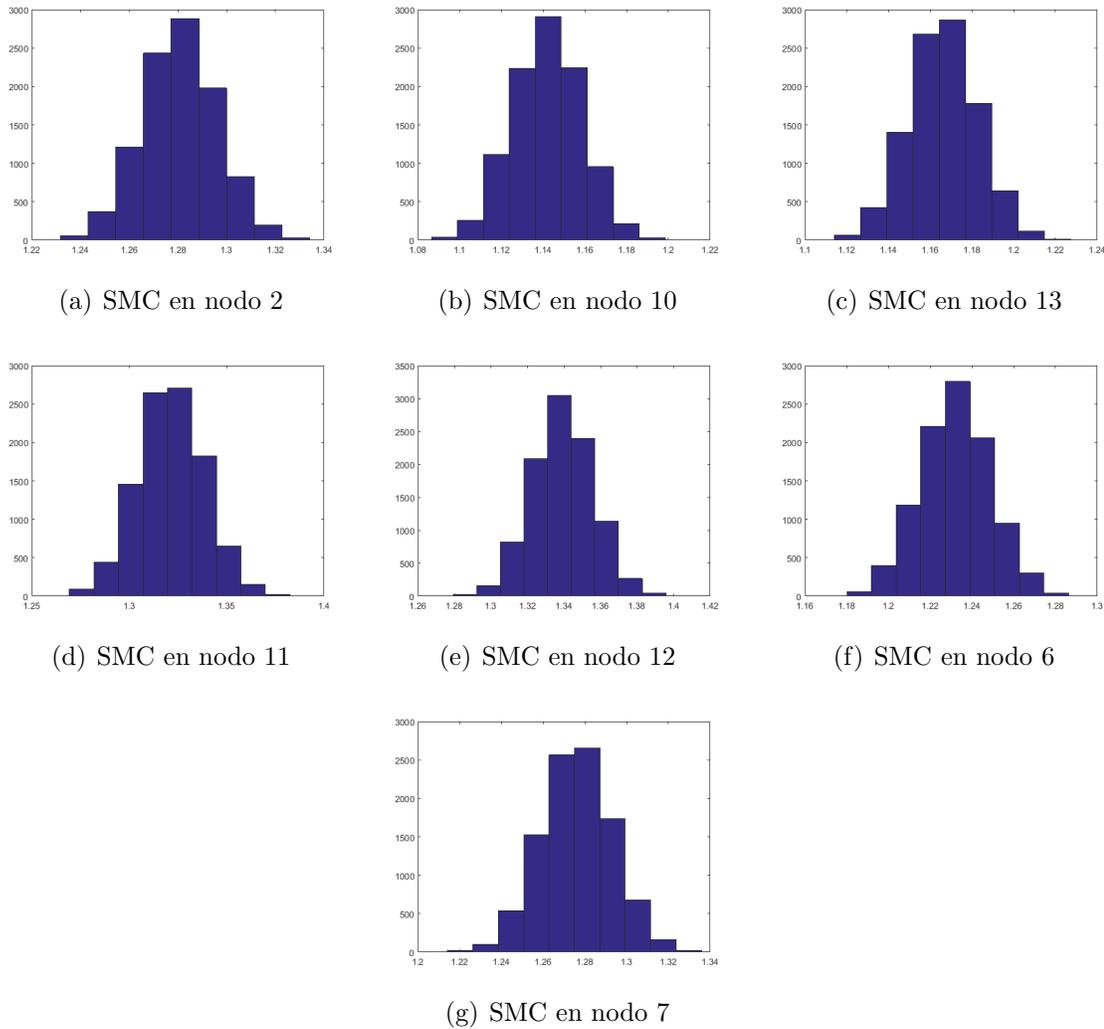


Figura 5.11: Histogramas de FCP en nodo slack bajo SMC en diferentes nodos

En la Figura 5.11 se observan los histogramas de los valores de potencia activa (en p.u.) en el nodo slack como respuesta a la SMC efectuada en cada uno de los 7 nodos del sistema de prueba.

En la Tabla 5.2 se pueden ver los estadísticos de los valores de la Figura 5.11, en donde se corresponden; un histograma, un nodo bajo simulación de Monte Carlo (SMC), un valor de carga en el nodo con condiciones iniciales, es decir, flujo de carga determinístico (FCD), los

valores del promedio ( $\mu_{11}$ ) y la desviación estandar ( $\sigma_{11}$ ) de potencia generada por el nodo slack de los histogramas de la Figura 5.11. Es oportuno observar al formular un FCD con los datos iniciales del sistema de prueba, sección 4, se tiene que la potencia generada por el nodo slack es 13,284700 MW, con esto se puede comparar resultados del FCP y obtener diferentes conclusiones.

<b>Histogramas Figura 5.11</b>	<b>Nodo bajo SMC</b>	<b>Carga con FCD [W]</b>	$\mu_{11}$ [MW]	$\sigma_{11}$ [kW]
a	12	800	12,806938	152,101
b	110	2000	11,420081	164,653
c	113	1800	11,661845	163,029
d	111	400	13,213546	169,746
e	112	240	13,392080	166,284
f	16	800	12,318966	165,437
g	17	800	12,761832	169,448

Tabla 5.2: Estadísticos descriptivos de los resultados de SMC

## Capítulo 6

# Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros

Bajo la observación de los resultados obtenidos del FCP y en comparación con los del FCD, se concluye en la proposición de una nueva alternativa al FCP, en la cual se estima la carga adaptada a una distribución normal que realiza la SMC y provee información sobre la respuesta de la red ante la incertidumbre de la demanda.

Teniendo en cuenta el valor de potencia generada por el nodo slack bajo condiciones de FCD, se observa el cambio que este tiene bajo FCP, la generación varía según el nodo sobre el que se aplique la SMC, por lo que se tiene que los nodos con mayor carga, hacen que el slack entregue menos potencia al sistema, esto también es explicable por el equilibrio de potencias que debe tener la red al tener que compensar un valor mas bajo de carga, en cuanto a la topología de los nodos se puede ver que la diferencia de generación del slack cuando se aplica SMC; entre los nodos 12, que esta mas cerca del slack, y 17, que esta mas alejado, no es muy importante la diferencia de generación, mientras que entre el nodo 12 y 16, contiguo al 17, esta diferencia se nota mas, un interesante resultado que puede deberse a la posición del nodo 16 entre dos mallas.

Respecto a los métodos de predicción de series de tiempo, se pudo obtener acertados pronósticos de las series de tiempo, resultados aprovechables para trabajos futuros con estudios de planeación a corto y mediano plazo. Es recomendable al momento de trabajar con redes neuronales en los pronósticos de una serie de tiempo demasiado caótica, adaptar esta ultima con formas de suavización de los datos, técnica que no altera la estructura correlacional de la serie [21][8], para obtener un error menor en los pronósticos reduciendo los tiempos de entrenamiento y complejidad de la red neuronal. Entre muchos de los trabajos futuros que se podrían llegar a realizar, los principales están relacionados en trabajar el mismo método de

este trabajo con otras clasificaciones de datos de los distribuidores energéticos, que pudiesen además arrojar otras distribuciones de probabilidad, a esto se puede sumar que en el FCP se realice la SMC en todos los nodos del sistema con datos reales de los distribuidores. Otras ideas van ligadas a la utilización de estas técnicas con la generación distribuida, el cual es un campo muy extenso para trabajar las incertidumbres de la red y que pueden aprovechar de gran forma las herramientas implementadas en este trabajo de grado.

# Bibliografía

- [1] Conceptos basicos sobre redes neuronales. [Online]. Available: <http://grupo.us.es/gtocomo/pid/pid10/RedesNeuronales.htm>
- [2] A. D. Arias Hernández, “Metodología eficiente para el análisis probabilístico de sistemas de distribución usando el método de la regla de la cadena y estimación por 3 puntos,” 2013.
- [3] C. M. Bencardino, *Estadística y muestreo*. Ecoe Ediciones, 2000.
- [4] B. Borkowska, “Probabilistic load flow,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 93, no. 3, pp. 752–759, 1974.
- [5] S. Botero and J. A. Cano. (2018, Jun.) Análisis de series de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de Colombia. [Online]. Available: [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0121-47722008000100007](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-47722008000100007)
- [6] C. J. F. Cardona and J. D. V. Henao, “Predicción de los precios de contratos de electricidad usando una red neuronal con arquitectura dinámica,” *Innovar*, vol. 20, no. 36, p. 7, 2010.
- [7] C. A. V. Cardoso and G. L. Cruz, “Forecasting natural gas consumption using arima models and artificial neural networks,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 5, pp. 2233–2238, 2016.
- [8] A. Del Sur. (2010, Nov.) Udi econometría e informática. [Online]. Available: [https://www.uam.es/personal\\_pdi/economicas/anadelsur/](https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/anadelsur/)
- [9] A. Doucet, N. De Freitas, and N. Gordon, “An introduction to sequential monte carlo methods,” in *Sequential Monte Carlo methods in practice*. Springer, 2001, pp. 3–14.

- [10] W. El-Khattam, Y. Hegazy, and M. Salama, “Investigating distributed generation systems performance using monte carlo simulation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 524–532, 2006.
- [11] R. A. Gallego, “Apuntes del curso: Analisis de sistemas eléctricos de potencia.”
- [12] L. García. (2011, Sep.) Neural network - multi step ahead prediction. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/14970-neural-network-multi-step-ahead-prediction>
- [13] D. George and P. Mallery, *IBM SPSS Statistics 23 Step by Step: A Simple Guide and Reference*. Routledge, 2016.
- [14] J. J. S. Grainger, S. M. B. Lea, J. ROBERT, D. Halliday, R. Halliday, R. Resnick, F. E. Terman, J. Mayo, A. F. Kip, L. Jose *et al.*, *Análisis de sistemas de potencia*. Pirelli, 1996.
- [15] V. M. Guerrero Guzmán *et al.*, *Análisis estadístico de series de tiempo económicas*, 2003, no. 04; Q280, G8 2003.
- [16] J. D. Hamilton, *Time series analysis*. Princeton university press Princeton, 1994, vol. 2.
- [17] R. Heras Martín, “Flujo de flujo de cargas óptimo probabilístico,” 2011.
- [18] A. D. A. Hernández, R. A. H. Isaza, and R. A. G. Rendón, “Comparación de flujos de carga probabilísticos empleados en sistemas de distribución levemente enmallados,” *Scientia Et Technica*, vol. 19, no. 2, pp. 153–162, 2014.
- [19] M. y. E. A. IDEAM Instituto de Hidrología. (2015) Boletín climatológico mensual. [Online]. Available: <http://www.ideam.gov.co/web/tiempo-y-clima/climatologico-mensual>
- [20] F. Izaurieta and C. Saavedra, “Redes neuronales artificiales,” *Departamento de Física, Universidad de Concepción Chile*, 2000.
- [21] D. A. Lind, W. G. Mason, R. D. D. A. Lind, W. G. Marchal, and R. D. Mason, *Estadística para administración y economía*. Alfaomega Grupo Editor:, 2004.
- [22] B. Marah and A. Ekwue, “Probabilistic load flows,” in *Power Engineering Conference (UPEC), 2015 50th International Universities*. IEEE, 2015, pp. 1–6.

- [23] L. H. Martínez Rubio, “Trabajo final sobre el método de compensación.”
- [24] A. Montanari, R. Rosso, and M. S. Taqqu, “Fractionally differenced arima models applied to hydrologic time series: Identification, estimation, and simulation,” *Water resources research*, vol. 33, no. 5, pp. 1035–1044, 1997.
- [25] N. Morales, P. Peña, C. Zoppolo, and U. UTE, “Flujo de carga probabilístico para estudios de planificación de mediano plazo de la red de transmisión.”
- [26] C. Pérez López, “Métodos estadísticos avanzados con spss,” *Thompson. Madrid*, 2005.
- [27] E. Zamora. (2015, Jul.) Curso de redes neuronales artificiales. [Online]. Available: [https://www.youtube.com/playlist?list=PLIyIZGa1sAZo\\_eY8PpuTxfLsja\\_iyytSE](https://www.youtube.com/playlist?list=PLIyIZGa1sAZo_eY8PpuTxfLsja_iyytSE)