### DESARROLLO DE UN MANIPULADOR DIDÁCTICO CON UNA CADENA CINEMÁTICA ABIERTA DE 6 GRADOS DE LIBERTAD

JOANNI MEDINA CHAVERRIA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA MAESTRÍA SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE PRODUCCIÓN PEREIRA 2016

#### DESARROLLO DE UN MANIPULADOR DIDÁCTICO CON UNA CADENA CINEMÁTICA ABIERTA DE 6 GRADOS DE LIBERTAD

JOANNI MEDINA CHAVERRIA CÓDIGO: 14570834

Trabajo de grado para optar al Título de Magíster en Sistemas Automáticos de Producción.

#### DIRECTOR HÉCTOR FABIO QUINTERO RIAZA Ph.D

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA MAESTRÍA SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE PRODUCCIÓN PEREIRA 2016

# NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del presidente del jurado.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Firma del primer jurado.

Firma del segundo jurado.

Pereira,

## DEDICATORIA

A mi madre que siempre ha estado allí para apoyarme y que es la artífice de mis logros, a mi esposa por la paciencia y apoyo que me ha brindado en este tiempo, finalmente expreso mis agradecimientos a mis compañeros de trabajo y tutores que con sus aportes han contribuido a la culminación de este trabajo.

# CONTENIDO

CAPÍTULO 1 1
INTRODUCCIÓN 1
1.1 Prólogo 1
1.2 Justificación 1
1.3 objetivos
1.3.1 Objetivo general 2
1.3.2 Objetivos específicos 2
1.4 estructura del trabajo de grado 3
CAPÍTULO 2 4
DESARROLLO DE LOS MANIPULADORES ROBÓTICOS 4
2.1 CONCEPTOS
2.2 HISTORIA DE LOS MANIPULADORES ROBÓTICOS
2.2.1 Clasificación de los manipuladores
2.2.2 Clasificación de los manipuladores según los grados de libertad:
2.2.3 Clasificación de los manipuladores por el principio de accionamiento:7
2.2.4 Clasificación de los manipuladores por el espacio de trabajo7
2.2.5 Clasificación de los manipuladores por sus características de movimiento. 10

2.3 DEFINICIONES
2.3.1 Cinemática11
2.3.2 Cinemática directa 12
2.3.3 Cinemática inversa 12
2.3.4 Dinámica
2.4 MANIPULADORES SERIALES
2.4.1 Definición
2.4.2 Grados de libertad de un manipulador 15
2.4.3 Estadística de los robots industriales en el ámbito mundial 15
CAPÍTULO 3 19
DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS GEOMÉTRICOS DEL MANIPULADOR
3.1 SELECCCIÓN DE LA CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA DEL MANIPULADOR
DE CADENA CINEMÁTICA ABIERTA 19
3.2 SELECCIÓN DE LA CARGA ÚTIL DE TRABAJO DEL MANIPULADOR 20
3.3 PAR MOTOR REQUERIDO POR EL MANIPULADOR
3.4 CONFIGURACIONES DIMENSIONALES POSIBLES DE LOS ELEMENTOS
DEL MANIPULADOR
3.5 DISEÑO PRELIMINAR PARA LA SELECCIÓN DE LOS ACTUADORES 25
CAPÍTULO 4

DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DEL MANIPULADOR DE 6
GRADOS DE LIBERTAD
4.1 DIMENSIONES BÁSICAS DEL MANIPULADOR
4.2 VERIFICACIÓN DE LAS DEFORMACIONES PARA EL MANIPULADOR
PROPUESTO
4.3 DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL MANIPULADOR DE 6 GRADOS DE
LIBERTAD
CAPÍTULO 5
ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL MANIPULADOR
5.1 análisis CINEMÁTICO 36
5.2 CINEMÁTICA DIRECTA DEL MANIPULADOR DIDÁCTICO DE 6GDL
5.3 cinemàtica inversa 42
CAPÍTULO 6
CONTROL DE POSICIÓN Y PRUEBAS DE OPERACIÓN DEL MANIPULADOR 49
6.1 Estrategia de control 49
6.2 Actuadores usados en el manipulador 49
6.2.1 Estructura de la comunicación con los actuadores
6.2.2 Rango de movimientos de los actuadores 51
6.2.3 Dispositivo de comunicación USB2Dynamixel
6.3 Software de control

6.4 Programación de las trayectorias	. 53
6.4.1 Análisis de las trayectorias ejecutadas por el manipulador	. 56
6.5 representaciòn grÁfica del manipulador	. 65
CAPÍTULO 7	. 68
CONCLUSIONES, APORTES Y RECOMENDACIONES	. 68
7.1 CONCLUSIONES	. 68
7.2 APORTES	. 69
7.3 Recomendaciones	. 70
8. Bibliografía	. 71
ANEXOS	.76

# LISTA DE FIGURAS

Pág.
Figura 1. Esquema de un brazo robótico Stanford5
Figura 2. Simulación de un robot Fanuc, usando el sofware Cossimir educacional 6
Figura 3. Robot Cartesiano 8
Figura 4. Robot Cilíndrico9
Figura 5. Robot esférico 9
Figura 6. Robot Articulado9
Figura 7. Robot Scara 10
Figura 8. Ejemplo de manipuladores planares 10
Figura 9. Manipulador espacial11
Figura 10. Manipulador serial 14
Figura 11. Unidades de robots instaladas por sector industrial en el año 2012 17
Figura 12. Dimensiones físicas en mm del robot ABB modelo IRB 66 18
Figura 13. Configuración geométrica del robot ABB IRB 6620 19
Figura 14. Configuración geométrica del robot Scorbot-ER-Vplus de 5 grados de
libertad
Figura 15. Configuración geométrica con mayor demanda de par 22
Figura 16. Sistema equivalente para la configuración geométrica 22
Figura 17. Prototipo preliminar del manipulador serial IRB 6620 escala 1:4 25
Figura 18. Prototipo del manipulador serial 6620 escala 1:4 en la posición más crítica

Figura 19. Prueba para la determinación de la aceleración angular
Figura 20. Sistema de ejes tomado para el cálculo de las inercias en el manipulador
Figura 21. Parámetros físicos del manipulador abierto de 6 gdl 32
Figura 22. Deformaciones del manipulador de 6 gdl 33
Figura 23. Deformación del SCORBOT ER-plus con carga de trabajo
Figura 24. Descripción detallada del manipulador de 6 grados de libertad didáctico
Figura 25. Manipulador de 6 grados de libertad didáctico
Figura 26. Sistema para el desplazamiento del cuarto gdl 35
Figura 27. Sistemas de coordenadas Denavit y Hartenberg estándar
Figura 28. Asignación de los ejes de coordenadas del robot de 6 grados de libertad
didáctico
Figura 29. Sistema coordenado de la mano y la muñeca
Figura 30. Representación esquemática del manipulador para el análisis geométrico
Figura 31. Motores Dynamixel conectados en serie 50
Figura 32. Conexión del dispositivo USB2Dynamixel con los actuadores 51
Figura 33. Interruptor para seleccionar el tipo de comunicación 52
Figura 34. Esquema de control para el robot manipulador 54
Figura 35. Trayectoria cuadrada realizada por el manipulador didáctico de 6 gdl. 54
Figura 36. Trayectoria realizada por el manipulador didáctico de 6 g 55

Figura 37. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del primer
gdl
Figura 38. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del segundo
gdl
Figura 39. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del tercer gdl
Figura 40. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del cuarto gdl
Figura 41. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del quinto gdl
Figura 42. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del sexto gdl
Figura 43. Par consumido por los actuadores del primero y segundo gdl para la
trayectoria cuadrada 58
Figura 44. Par consumido por los actuadores del tercero y cuarto gdl para la
trayectoria cuadrada 59
Figura 45. Par consumido por los actuadores del quinto y sexto gdl para la
trayectoria cuadrada 59
Figura 46. Trayectoria circular para la posición articular del primer gdl 59
Figura 47. Trayectoria circular para la posición articular del segundo gdl 60
Figura 48. Trayectoria circular para la posición articular del tercero gdl 60
Figura 49. Trayectoria circular para la posición articular del cuarto gdl 60
Figura 50. Trayectoria circular para la posición articular del quinto gdl 61

Figura 51. Trayectoria circular para la posición articular del sexto gdl
Figura 52. Par consumido por el actuador del primer gdl para la trayectoria circular
Figura 53. Par consumido por el actuador del segundo gdl para la trayectoria circular
Figura 54. Par consumido por el actuador del tercer gdl para la trayectoria circular
Figura 55. Par consumido por el actuador del cuarto gdl para la trayectoria circular
Figura 56. Par consumido por el actuador del quinto gdl para la trayectoria circular
Figura 57. Par consumido por el actuador del sexto gdl para la trayectoria circular
Figura 58. Modelo dinámico del manipulador didáctico de 6 gdl 65
Figura 59. Simulación virtual del manipulador didáctico de 6 gdl 66
Figura 60. Interfaz gráfica del manipulador didáctico de 6 gdl66
Figura 61. Integración del modelo virtual y real del manipulador didáctico de 6 gdl

# LISTA DE TABLAS

Pág.
Tabla 1. Clasificación de los Robots Industriales según la AFRI
Tabla 2. Robots industriales instalados por año
Tabla 3. Especificaciones técnicas robot ABB IRB6620 18
Tabla 4. Dimensiones geométricas para el manipulador didáctico Scorbot-ER-Vplus
de 5 grados de libertad 20
Tabla 5. Clasificación de los robots según su capacidad de carga 21
Tabla 6. Dimensiones geométricas para el manipulador didáctico de cadena
cinemática abierta de 6 grados de libertad 23
Tabla 7. Matriz de decisión para la escala del manipulador didáctico
Tabla 8. Parámetros físicos obtenidos del prototipo a escala 1:4 26
Tabla 9. Valores físicos para determinar el par requerido en la articulación del
hombro para el manipulador de 6 grados de libertad 27
Tabla 10. Par estático requerido por cada una de las articulaciones 28
Tabla 11. Momento de inercia y par motor de la articulación del codo para una acel
eración de 15 rad/s2 29
Tabla 12. Inercias y momentos torsores de la articulación del hombro para una
aceleración de 15 rad/s2 29
Tabla 13. Referencias de los actuadores suministrados por la compañía Robotis y
par torsor entregado por cada uno de ellos 30
Tabla 14. Actuadores seleccionados para el manipulador

Tabla 15. Actuadores usados en el diseño del manipulador de 6 gdl
Tabla 16. Escala para la construcción del manipulador de 6 gdl 32
Tabla 17. Parámetros de Denavit y Hartenberg para el manipulador didáctico de   6
gdl
Tabla 18. Estructura de comunicación empleada por los actuadores 51
Tabla 19. Trayectorias de prueba para el manipulador didáctico de 6 gdl 55
Tabla 19 (Continuación). Trayectorias de prueba para el manipulador didáctico de 6
gdl

# CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

# 1.1 PRÓLOGO

Los desarrollos científicos y tecnológicos de una comunidad y de un país, se reflejan de manera significativa en la calidad de vida de sus habitantes e influyen directamente en la capacidad de seguir creciendo y generando tecnología de forma permanente, buscando siempre mejorar la calidad de los diversos sistemas de producción los cuales pueden ser cada vez más complejos y especializados.

Esto permite a futuro mejorar la calidad de los puestos de trabajo donde se proteja la vida del ser humano y se busque una remuneración económica de mayor calidad permitiendo que su economía sea cada vez más competitiva.

Es importante resaltar que la comunidad científica de robótica en Colombia desde algunos años ha experimentado un crecimiento importante respecto al número de instituciones e investigadores que la componen, así mismo ha de subrayarse el incremento en calidad y cantidad de graduados y publicaciones en el área. En el entorno local y más precisamente en la maestría de Sistemas Automáticos de Producción se han realizado diversos trabajos de grado que aportan al estudio de esta rama. Sin embargo, aún no se cuenta con una infraestructura en materia de laboratorios de robótica y manipuladores para propósitos de investigación científica y experimentación, por lo que dificulta el desarrollo propio de dicha área.

En contraste, los países desarrollados destinan inversiones considerables en investigación y desarrollos de robots, técnicas de adaptación y aprendizaje, modelado de robots, control de movimiento, planificación y coordinación e inteligencia artificial.

# 1.2 JUSTIFICACIÓN

Los desarrollos tecnológicos en el campo de la robótica han tenido un avance sustancial en las últimas décadas debido a la necesidad de las industrias de aumentar la calidad, flexibilidad y cantidad de sus productos con estándares de calidad cada vez más altos. Para cumplir con estas nuevas exigencias, los procesos de manufactura, que anteriormente se realizaban con máquinas altamente especializadas, pero poco versátiles, evolucionaron a un sistema de producción flexible. Esto ha llevado a un interés creciente en los manipuladores robóticos para desempeñar este tipo de tareas. Los manipuladores robóticos más utilizados son los de cadena cinemática abierta del tipo serial y los manipuladores de cadena cinemática cerrada llamados robots paralelos, siendo los manipuladores seriales los más ampliamente utilizados en los diferentes procesos automáticos de producción. Esta diferencia se centra en la simplicidad de su arquitectura y parecido con la morfología humana, así como el avance en los análisis cinemáticos, dinámico y de control, logrando un alto grado de implementación en las industrias en el ámbito mundial.

Debido a que en la maestría en Sistemas Automáticos de Producción no existe un banco de pruebas con un manipulador serial el cual admita acceder a todos sus parámetros de control lo cual facilite al usuario interactuar y modificar los parámetros cinemáticos y dinámicos, que permitan crear y probar estrategias de control propias de este tipo de arquitecturas, se plantea la construcción de un prototipo educativo de manipulador serial que facilite al estudiante de pregrado y maestría el desarrollo de investigaciones en este campo.

Este trabajo busca aportar en líneas de investigación como la robótica y los sistemas de manipulación de objetos, específicamente en las arquitecturas que utilizan cadenas cinemáticas abiertas para lograr su desplazamiento. De esta manera los estudiantes de pregrado, maestría, docentes y grupos de investigación de la Universidad Tecnológica de Pereira, podrán implementar y simular situaciones reales de automatización de procesos, en las que se aproveche las ventajas de su configuración y se explore su aplicación en la industria nacional.

## 1.3 objetivos

## 1.3.1 Objetivo general

Desarrollar un manipulador de cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad que permita realizar estudios cinemáticos y dinámicos orientados al desarrollo de procesos de aprendizaje y de investigación.

## 1.3.2 Objetivos específicos

- Construir un manipulador de cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad que facilite el proceso de enseñanza y análisis de este tipo de arquitecturas.
- Realizar el estudio de la cinemática inversa y directa para el manipulador.
- Implementar un sistema de control para el manipulador que permita posicionar el elemento terminal en una posición específica.
- Implementar una interfaz gráfica para visualizar la trayectoria del elemento terminal del manipulador.

#### 1.4 ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE GRADO

En el capítulo 2, se presenta el estado del arte de los manipuladores robóticos, destacando aquellos que son utilizados a gran escala en procesos de automatización en los países de mayor desarrollo industrial. Posteriormente se presentan algunos conceptos importantes en el desarrollo de los manipuladores de cadena cinemática abierta y se presentan las estadísticas de robots industriales instalados según el continente y país haciendo énfasis en los manipuladores robóticos antropomórficos.

En el capítulo 3, se selecciona el manipulador robótico de 6 gdl teniendo en cuenta el campo de aplicación y la carga útil de trabajo, adicionalmente se presentan los cálculos que permiten determinar la escala de construcción más adecuada para el manipulador. Posteriormente se determinan las características de los elementos estructurales los cuales permiten seleccionar el tamaño y tipo de actuadores a utilizar.En el capítulo 4 se realiza la descripción del proceso de construcción y se presentan las características morfológicas del manipulador, así como las características estructurales y dimensionales, lo cual permite realizar un estudio de deformaciones teniendo en cuenta las consideraciones de diseño propuestas para por último presentar un bosquejo más detallado del diseño final.

En capítulo 5 se describe la cinemática directa del manipulador robótico de 6 gdl implementando la metodología de Denavit y Hartenberg, también se realiza el estudio de la cinemática inversa descomponiendo el problema en posición y orientación; en este análisis se utiliza una combinación de análisis geométrico y matricial, teniendo en cuenta las posibles restricciones físicas inherentes a las características geométricas y físicas del manipulador.

Por último, en el capítulo 6 se describe la implementación de un sistema de control abierto para obtener la posición angular de los actuadores del manipulador, si se especifica una posición o trayectoria particular del elemento terminal. Además, se describen los elementos utilizados para el desarrollo del sistema de control el cual hace uso de la información obtenida de la simulación dinámica del software Matlab para el control del manipulador real. Los resultados obtenidos del análisis cinemático, son comprobados con los resultados obtenidos experimentalmente. Con los datos obtenidos de la simulación dinámica se busca obtener una metodología para determinar los pares torsores que deben ser suministrados a los actuadores del manipulador, esta simulación toma como parámetros de entrada la carga útil y las masas de los diferentes elementos con los cuales fue construido. Finalmente se realizan las discusiones entorno a los resultados obtenidos.

# CAPÍTULO 2

### DESARROLLO DE LOS MANIPULADORES ROBÓTICOS

#### 2.1 CONCEPTOS

Existen diversas definiciones de la palabra robot, entre ellas la utilizada por (Fu, Gonzales, & LEE, 1988), quienes definen: "robot es un manipulador reprogramable de uso general con sensores externos que puede efectuar diferentes tareas de montaje".

(Real Académia Española, s.f.) define la palabra robot como: "Máquina o ingenio electrónico programable, capaz de manipular objetos y realizar operaciones antes reservadas solo a las personas".

Quizás la mejor definición de la palabra robot es la adoptada por el Robot Institute of America (RIA) la cual establece: "Un robot es un manipulador multifuncional reprogramable diseñado para mover materiales, partes, herramientas o dispositivos especializados a través de movimientos programados para la ejecución de una variedad de tareas".

## 2.2 HISTORIA DE LOS MANIPULADORES ROBÓTICOS

El desarrollo tecnológico del hombre a través de la historia creó la necesidad de desarrollar mecanismos que faciliten sus labores diarias. Los primeros prototipos fueron desarrollados y utilizados por las culturas mesopotámicas, egipcias y griegas y tomaban como referencia la fisiología humana. Más tarde en los siglos XVII y XVIII con el desarrollo generado por la revolución industrial en diversos países de Europa, se construyen muñecos mecánicos con características humanoides.

El comienzo de la robótica actual puede fijarse en el año de 1801 cuando Joseph Jacquard desarrolla una máquina textil programable mediante tarjetas perforadas. En la década de los años 1940 a 1950, Oak Ridge y Argone National Laboratories desarrollaron las primeras patentes de robots para trabajos de alto riesgo con operación remota, basándose en el concepto de control maestro-esclavo, en el cual el manipulador de trabajo copia los movimientos del operario mediante un sistema de acople mecánico.

En la década de los años 1950 a 1960, los trabajos realizados por distintos autores como Goertz, George C. Devol, Joseph F. Engelberger y Ralph Mosher, sustituyeron los sistemas de control mecánico por sistemas electrohidráulico con control programable y que adicionalmente utilizaban mandos a distancia.

En la década de los años 60 autores como H. A Ernest, Tomovic, y la compañía Foundry Company, realizaron aportes sustanciales al campo del control con retroalimentación por sensores, utilizando los últimos desarrollos computacionales de la época. En 1968 autores como Pieper (Pieper, 1968), aportaron a este campo con estudios acerca del control por computador aplicando estrategias de análisis cinemático, posteriormente Kahn y Roth en 1971 realizaron estudios de la dinámica y el control con ayuda de estos dispositivos.

El trabajo elaborado en 1969 por Víctor Scheinman quien crea el brazo robot Stanford, el cual presenta la morfología mostrada en la figura 1, fue el predecesor de los robots industriales modernos. Este tipo de manipulador utilizaba diversos tipos de sensores de retroalimentación como: cámaras de video, sensores de velocidad y fuerza, los cuales interactuaban y eran controlados mediante un computador.

Figura 1. Esquema de un brazo robótico Stanford



En la década del 70 se pueden resaltar los trabajos realizados por Bolles y Paul quienes en 1973 utilizaron la retroalimentación visual para realizar tareas de montaje en la industria automovilística.

En 1974, la empresa Cincinnati Milacron introdujo un robot industrial para trabajo pesado denominado el Cincinnati Milacron T3, el cual presentó la primera estructura de cadena cinemática abierta capaz de realizar operaciones en una línea de montaje.

Ya en la década de 1980, General Motors aumentó el uso de robots en sus plantas de montaje, lo que le permitió generar una alianza estratégica con el grupo Fanuc Ltd, creando una compañía de robots denominada GMF, en la ciudad de Rochester Hills, Michigan; esta compañía tenía el propósito principal de producir robots para la industria automotriz. Durante este mismo periodo, otras compañías en Estados Unidos, como Adept Tecnology, Bendix, General Electric, IBM, Intelledez, SARCOS, Westinghouse, y Zebra Robotics, incursionaron en el negocio de los robots, pero

con pocos resultados. A principio de la década de 1990, GMF fue comprada por Fanuc Ltd, y renombrada Fanuc Robotic North America Inc.

Actualmente la robótica se utiliza en diversos sectores de la industria, para ejecutar labores de alto riesgo como: mantenimiento, producción en masa, manufactura flexible, aplicaciones en la industria bélica y militar, el sector aeroespacial y medicina entre otros. Estas nuevas exigencias han requerido la utilización de robots fijos y móviles con arquitecturas evolucionadas que se adapten a labores cada vez más exigentes, adoptando en algunos casos estructuras de tipo humanoides.

En la actualidad existen programas computacionales que simulan el funcionamiento de los robots y permiten su programación por medio de entornos virtuales, esto facilita el proceso de optimización de su funcionamiento, antes del montaje definitivo en su respectivo lugar de trabajo, figura 2.

Figura 2. Simulación de un robot Fanuc, usando el sofware Cossimir educacional



En la Universidad Tecnológica de Pereira se han desarrollado diferentes trabajos relacionados con los manipuladores seriales. Uno de estos trabajos se centra en el desarrollo del diseño constructivo, estructural y tecnológico de un brazo robotizado (Palomino C, 2001), otros trabajos han profundizado en el control de este tipo de arquitectura con la construcción de un manipulador de 5 grados de libertad. El autor (Vargas Sanchez, 2001), realiza un análisis cinemático y un control electrónico para ubicar el elemento terminal del manipulador en una posición perteneciente al espacio de trabajo. Las conclusiones del trabajo indican errores de posición de hasta 10 mm por cada uno de los ejes coordenados.

**2.2.1 Clasificación de los manipuladores:** Existen diversas clasificaciones para los diferentes tipos de manipuladores, una de las principales es la realizada por la Asociación Francesa de Robótica Industrial (AFRI), la cual está enfocada en los robots industriales como se muestra en la tabla 1:

Tabla 1. Clasificación de los Robots Industriales según la AFRI

Tipo A	Manipulador con control manual o telemando.			
Тіро В	Manipulador automático con ciclos preajustados; regulación mediante fines de carrera o topes; control por PLC; accionamiento neumático, eléctrico o hidráulico.			
Tipo C	Robot programable con trayectoria continua o punto a punto. Carece de conocimientos sobre su entorno.			
Tipo D	Robot capaz de adquirir datos de su entorno readaptando su tarea en función de éstos.			

Fuente: Fu, K. S.; Gonzales, R.C. and Lee, C.G. Fundamentos de Robótica, 1988.

Otro enfoque para la clasificación de los robots es el empleado por (Tsai, 1999), quien clasifica los manipuladores teniendo en cuenta los grados de libertad, la estructura cinemática, el principio de accionamiento del manipulador, la geometría del espacio de trabajo y las características de movimiento.

**2.2.2 Clasificación de los manipuladores según los grados de libertad:** Los manipuladores se clasifican según los grados de libertad en:

Manipuladores de 6 grados de libertad, llamados de propósito general. Manipuladores de más de 6 grados de libertad, llamados redundantes. Manipuladores de menos de 6 grados de libertad. Manipuladores de menos de 6 grados de libertad redundantes.

**2.2.3 Clasificación de los manipuladores por el principio de accionamiento:** Los manipuladores pueden ser clasificados dependiendo del tipo de accionamiento empleado para su desplazamiento en:

Accionamiento eléctrico. Accionamiento neumático. Accionamiento hidráulico.

**2.2.4 Clasificación de los manipuladores por el espacio de trabajo:** El espacio de trabajo se define como el volumen de espacio que el elemento terminal puede alcanzar. Actualmente se utilizan dos diferentes definiciones para especificar el espacio de trabajo de un manipulador, estas son:

**Espacio alcanzable:** Es el conjunto de puntos pertenecientes al espacio de trabajo del manipulador los cuales pueden ser alcanzados por el elemento terminal con al menos una configuración de sus pares cinemáticos.

Espacio de trabajo diestro: Es el conjunto de puntos pertenecientes al espacio de

trabajo del manipulador formado por los puntos que pueden ser alcanzados por el elemento terminal en varias configuraciones posibles de sus pares cinemáticos.

Al comparar los espacios de trabajo anteriormente descritos se puede apreciar que el espacio de trabajo diestro es un subconjunto del espacio de trabajo alcanzable.

Algunos manipuladores seriales son designados de acuerdo con la movilidad de sus tres primeros elementos con respecto a los demás eslabones móviles. Los tres primeros elementos se utilizan generalmente para determinar la posición del actuador final. Por esta razón, el subensamble asociado con los tres primeros elementos móviles del manipulador, se denomina brazo, y el subensamble asociado con los restantes elementos móviles se denomina muñeca (wrist). Exceptuando los manipuladores redundantes, el brazo usualmente posee tres grados de libertad mientras que el muñón puede tener de 1 a 3 grados de libertad. Además, el ensamble del muñón es a menudo diseñado con juntas en las que los ejes de giro se interceptan en un punto común denominado el centro de la muñeca. De acuerdo con lo anterior, se puede ampliar la clasificación de los manipuladores robóticos según el espacio de trabajo de la siguiente manera:

• Robot cartesiano: Es aquel que está compuesto por tres juntas prismáticas mutuamente perpendiculares entre sí. Este tipo de robot es conocido como robot cartesiano, figura 3.

Figura 3. Robot Cartesiano



 Robot cilíndrico: Un brazo robótico es llamado robot cilíndrico, si la primera o la segunda junta de un robot cartesiano es reemplazada por una junta de revolución (figura 4). Figura 4. Robot Cilíndrico



 Robot esférico: El brazo de un robot se denomina robot esférico si las primeras dos juntas están construidas a partir de dos juntas de revolución con sus ejes axiales interceptados y el tercer elemento se une con una junta prismática (figura 5).

Figura 5. Robot esférico



• Robot articulado: Un brazo robótico se dice que es un robot articulado sí todas sus tres juntas son de revolución. El robot PUMA mostrado en la figura 6 es un robot articulado.

Figura 6. Robot Articulado



 Robot SCARA: Es un tipo especial de robot. Este robot consiste en dos juntas de revolución seguido de una junta prismática adicional. Los tres ejes de las juntas son paralelos entre si y, por lo general, en dirección de la gravedad. El muñón usualmente tiene únicamente un solo grado de libertad. Por lo tanto, el robot completo posee cuatro grados de libertad. Este tipo de manipulador es usado para ensamblar partes sobre un plano de trabajo como se muestra en la figura 7.

Figura 7. Robot Scara



**2.2.5 Clasificación de los manipuladores por sus características de movimiento:** Los manipuladores robóticos pueden ser clasificados de acuerdo con la naturaleza de su movimiento en tres grandes grupos: manipuladores planares, manipuladores esféricos y manipuladores espaciales.

Manipuladores planares: Un mecanismo planar será aquel en el que todos los elementos móviles del mecanismo realizan movimientos planos que son paralelos entre sí, ver figura 8.

Figura 8. Ejemplo de manipuladores planares



Manipulador esférico: Un mecanismo será esférico si todos los elementos móviles realizan movimientos esféricos alrededor de un punto estacionario común. En un mecanismo esférico, los movimientos de todas las partículas pueden ser obtenidas por proyecciones radiales en la superficie de una esfera única.

Manipulador espacial: un cuerpo rígido realiza movimiento espacial si su movimiento no puede ser clasificado como planar o esférico. Se denomina manipulador espacial si por lo menos uno de los elementos móviles en el mecanismo posee un movimiento espacial general. No se puede asociar únicamente las características del movimiento espacial con algún tipo de mecanismo. El mecanismo mostrado en la figura 9, se conoce como plataforma Gough en honor a su autor, el cual es un manipulador paralelo espacial de seis grados de libertad.

Figura 9. Manipulador espacial



Los mecanismos planos y esféricos pueden ser considerados como casos especiales de los mecanismos espaciales. Esto ocurre como una consecuencia de una geometría especial y una orientación particular de los ejes de sus juntas, ya que, de las condiciones geométricas especiales, la síntesis y el análisis de los problemas asociados con los mecanismos planares y esféricos se simplifican. La selección de un tipo de manipulador depende de la aplicación, el entorno de trabajo, y otras consideraciones.

#### 2.3 DEFINICIONES

#### 2.3.1 Cinemática

La cinemática es la parte de la física que se encarga del estudio geométrico de las condiciones dinámicas de un cuerpo sin tener en cuenta las fuerzas que producen el movimiento. Para el caso general de los manipuladores robóticos, la cinemática

se divide en dos partes: Cinemática directa y cinemática inversa.

#### 2.3.2 Cinemática directa

Particularmente la cinemática directa de un manipulador robótico serial articulado permite establecer la posición del elemento terminal en función de las posiciones angulares de los diferentes elementos que componen el manipulador. En el caso de análisis de este documento, conocidas las referencias angulares de los seis grados de libertad que componen el manipulador se obtendrán las coordenadas espaciales del elemento terminal, encargado de realizar la labor encomendada al manipulador.

La cinemática directa toma un sistema de coordenadas angulares de sus articulaciones y lo convierte a un sistema de coordenadas espaciales que describen la posición y orientación del elemento final del manipulador. En resumen, con este análisis se tiene las coordenadas angulares en función de las coordenadas cartesianas y ángulos de orientación del efector final.

#### 2.3.3 Cinemática inversa

El problema de la cinemática inversa de los manipuladores de cadena cinemática abierta de pares rotacionales, plantea el hecho de conocer totalmente las coordenadas rectangulares y orientación del efector final de un punto al interior del espacio de trabajo del manipulador. Una vez conocidas estas coordenadas, se deben determinar, las diferentes configuraciones angulares en que los elementos del manipulador deben situarse para alcanzar la posición espacial deseada. Para simplificar esta labor se divide el problema en dos etapas. La primera parte del problema se encarga de describir la posición del elemento final en términos de un sistema cartesiano de referencia y los primeros tres grados de libertad del manipulador. La segunda parte especifica la orientación del elemento final con respecto a tres ángulos de referencia los cuales son conocidos. Para la representación de la orientación del elemento terminal existen diferentes convenciones siendo las más usadas la representación de ángulos fijos y los ángulos de Euler ( $\theta$ ,  $\Phi$ ,  $\Psi$ ).

Si bien la anterior metodología descrita no es la única forma de determinar la posición y orientación de un manipulador robótico serial ver (E. Sariyildiz and H. Temeltas, 2009), esta metodología es la más utilizada para solucionar este problema, siempre que los ejes de la muñeca se intercepten en un punto.

Dentro del análisis de los manipuladores seriales siempre es posible encontrar la solución analítica de la cinemática directa. Por otra parte, en la cinemática inversa pueden encontrarse multiplicidad de soluciones o no encontrar solución analítica en un punto en particular, haciéndose necesario recurrir a métodos numéricos,

iterativos, geométricos, etc., para hallar una posible solución como se menciona en (Maco A. Pérez Cisneros, 2015).

#### 2.3.4 Dinámica

El estudio de la dinámica de un robot requiere tener en cuenta todos los efectos físicos propios de su morfología como los son fuerzas inerciales, fuerzas de fricción, fuerzas debidas a las aceleraciones centrifugas y de Coriolis para ciertas configuraciones geométricas de los pares cinemáticos de un manipulador. La descripción analítica de la dinámica de un manipulador, genera expresiones matemáticas no lineales y multivariables que pueden ser resueltas desde distintas concepciones teóricas. Dentro de las metodologías más usadas en el estudio del análisis dinámico de un manipulador están las formulaciones teóricas de Newton, Hamilton y la de Euler-Lagrange.

La dinámica de los robots manipuladores puede ser abordada desde dos diferentes puntos de vista, estos son: análisis dinámico y síntesis dinámica. En el planteamiento de los modelos dinámicos los cuales permiten el análisis de los algoritmos de control, son los métodos de energía como los de Euler-Lagrange y Hamilton los más recomendados para describir el comportamiento dinámico del manipulador para obtener expresiones matemáticas que describan su comportamiento. Una vez obtenidas dichas expresiones es necesario utilizar un algoritmo más eficiente computacionalmente para su solución, para lo cual uno de los métodos más usados es el de Newton-Euler.

La simulación del modelo dinámico de un robot es importante debido a que permite recrear los parámetros físicos de un robot en un ambiente virtual para optimizar trayectorias (Li., 2013), evaluar algoritmos de control y programar de forma adecuada las condiciones específicas de funcionamiento del robot según la aplicación en la cual será empleado. Existen métodos experimentales para obtener parámetros físicos del robot como lo proponen autores como (J. Swevers, 2007) y (Briot, 2013), para lo cual analizan las respuestas obtenidas del manipulador robótico como son el par motor y aceleración. Con los datos obtenidos establecen una caracterización dinámica del manipulador entorno a un rango de operación teniendo en cuenta las condiciones específicas de trabajo.

Una vez obtenido el modelo dinámico del manipulador usando cualquiera de los modelos descritos anteriormente, se puede abordar la solución del problema de la dinámica inversa y la dinámica directa del manipulador.

El problema de la dinámica inversa consiste en abordar el problema de la siguiente forma: dada la trayectoria de movimiento del manipulador y los rangos de funcionamiento de velocidad y aceleración para cumplir con dicha trayectoria, se deben encontrar las fuerzas que deben ser aplicadas por los actuadores para producir precisión en el movimiento del elemento terminal.

El problema de la dinámica directa consiste en abordar el problema de la siguiente forma: dado un grupo funcional de fuerzas o pares, se debe calcular las condiciones dinámicas resultantes del elemento terminal como una función del tiempo.

La síntesis dinámica es lo opuesto al análisis dinámico. Específicamente, un nuevo manipulador será diseñado con ciertas características deseadas de movimiento dinámico. La síntesis dinámica es de mayor complejidad que el análisis dinámico.

# 2.4 MANIPULADORES SERIALES

#### 2.4.1 Definición

Un manipulador serial consiste de varios elementos conectados consecutivamente por medio de juntas de tipo prismático o esférico. Una característica importante de los manipuladores seriales es la forma en que sus elementos finales se encuentran conectados, donde el primer elemento está unido al bastidor y se conoce como la base. En el último eslabón cuyo extremo final queda libre, se le conecta un elemento conocido como elemento terminal o actuador final, el cual puede ser una herramienta especial que permite al robot de uso general realizar una aplicación particular y es la encargada de ejecutar las labores de manipulación en el espacio. Por esta razón los manipuladores seriales son llamados manipuladores de cadena cinemática abierta.

El punto más significativo del elemento terminal se denomina punto terminal (PT). En el caso de una pinza, el PT vendría a ser el centro de sujeción de la misma (figura 10). Los manipuladores seriales más usados en la industria son los de seis grados de libertad que utilizan pares de rotación en sus eslabones (Tsai, 1999).

Figura 10. Manipulador serial



#### 2.4.2 Grados de libertad de un manipulador

Un sólido rígido sin restricciones en el espacio tiene un máximo de seis grados de libertad: tres traslacionales y tres rotacionales. El sólido puede moverse a lo largo de sus ejes X, Y y Z, y girar con respecto a ellos. Al agregar una restricción entre dos sólidos rígidos, como una relación de posición concéntrica, se eliminan grados de libertad entre ellos.

Para el caso de un manipulador serial, se busca tener el mayor número de grados de libertad para que pueda desempeñarse más eficientemente en una amplia variedad de tareas, razón por la cual es la configuración más usada en la industria.

#### 2.4.3 Estadística de los robots industriales en el ámbito mundial

La Federación internacional de Robótica, IFR por sus siglas en inglés, es una de las agencias más importantes en el ámbito mundial en el estudio de la robótica industrial. En su departamento de estadística se encuentra información de los países y sectores industriales que generan anualmente la mayor demanda en número de robots manipuladores. En la tabla 2 se aprecia las estadísticas sobre la cantidad de robots instalados según el continente y el país, destacándose entre ellos Japón, Estados Unidos, Alemania, China, Italia y Francia.

La IFR también brinda información sobre los sectores de la industria que generan la mayor demanda de este tipo de manipuladores (figura 11); donde sobresalen la industria automotriz principalmente en las labores de soldadura y pintura, seguido de la industria eléctrica/electrónica, química y la metalmecánica.

Tomando como base las investigaciones realizadas por el Comité Español de Automática CEA (ESPAÑA. MINISTERIO DE CIENCIA E INNOVACIÓN. LIBRO BLANCO DE LA ROBÓTICA) que, en conjunto con la IFR, destacan que, aunque Japón es líder mundial en el número de robots fabricados, las empresas europeas dominan claramente el mercado mundial de fabricación de robots. La tradición europea en áreas tales como la mecánica de precisión, en sistemas avanzados de control y novedosos sistemas sensoriales, han hecho que la industria robótica esté dominada en la actualidad por empresas europeas. De las tres empresas más grandes del mundo, dos son europeas (ABB Robotics y KUKA) y una japonesa (Fanuc). ABB es líder indiscutible, estimándose que su cuota de mercado mundial es del orden del 30%, seguida por Fanuc y KUKA.

Tabla 2.	Robots	industriales	instalados	por año

	Año				
Continente	2011	2012	2013	Proyección a 2016	
América	192966	207017	226550	281000	
Brasil	6971	7576	9170	17400	
Norte América (Canadá, México, USA)	184579	197962	215550	260500	
Resto de América	1316	1479	1730	2500	
Asia/Australia	576545	628889	733500	908500	
China	74317	95924	121200	215500	
India	6352	7540	9300	16300	
Japón	307201	310508	309400	312900	
República de Corea	124190	138883	155300	201700	
Taiwán	29837	32455	35800	43000	
Tailandia	130800	17116	20500	32600	
Resto de Asia/Australia	21550	25163	81900	85200	
Europa	369965	380546	388800	431700	
República Checa	5890	6530	7800	11000	
Francia	34451	33624	33000	33200	
Alemania	157241	161988	165800	177900	
Italia	62245	60750	58500	55400	
Resto de Europa	108928	117354	123600	154200	
África	2495	2858	3300	4900	
Organizaciones no consideradas como países	11126	16079	20550	33400	
Total	1153097	1235389	1373000	1659500	

Adaptado de International Federation of Robotics Statistical Department [en línea]. < http://www.ifr.org/industrial-robots/statistics/ > [citado el 4 de enero de 2014]

Figura 11. Unidades de robots instaladas por sector industrial en el año 2012



Año 2012

Fuente: International Federation of Robotics Statistical Department [en línea]. < http://www.ifr.org/industrial-robots/statistics/ > [citado el 4 de enero de 2014]

Como se mencionó anteriormente el sector de la industria que más demanda robots industriales es el ensamblaje de automóviles, específicamente en los procesos de soldadura y pintura, sector ampliamente dominado por ABB con sus robots industriales derivados de la serie IRB 6000 especializados en soldadura y pintura (ABB, Robot articulado IRB 6620-150, s.f.). Actualmente se cuenta con la evolución del robot IRB 6000 denominado IRB 6620 que ha sido desarrollado atendiendo a las solicitudes de los usuarios de la industria automóvil el cual posee una configuración de 6 ejes, alcance de 2,2 m con una capacidad de carga de 150 kg, siendo este el robot más vendido actualmente. En la tabla 3 se presentan algunas especificaciones técnicas (ABB, Especificacion del producto, Robot articulado IRB 6620, 2004) y la figura 12 sus dimensiones físicas.

Referencia	Alcance	Capacidad de carga	Número de ejes
IRB 6620	2,2 m	150 kg	6
Se pueden montar cargas extras en el robot: 50 kg en el brazo superior y 100 kg en la base del robot.			
Movimientos de los ejes:			
	Área de		
Ejes	trabajo	Velocidad m	láxima
1. Rotación	+170° to -170°	100°/s	
2. Brazo	+140° to -65°	90°/s	
3. Brazo	+70° to -180°	90°/s	
4. Muñeca	+300° to -300°	150°/s	
5. Inclinación	+130° to -130°	° 120°/s	

Tabla 3. Es	pecificaciones	técnicas	robot ABB	IRB6620

Figura 12.	Dimensiones	físicas en mm	ı del robot /	ABB model	o IRB 66
------------	-------------	---------------	---------------	-----------	----------



Tomado de (ABB, Especificacion del producto, Robot articulado IRB 6620, 2004)

En Colombia no se cuenta con estadísticas que permitan conocer el número de robots instalados en el país. En el caso particular de la Universidad Tecnológica de Pereira se cuenta con dos robots Kawasaki RS03N pertenecientes a las Facultades de Ingeniería Mecatrónica e Industrial y un robot Scorbot-ER-Vplus de 5 grados de libertad perteneciente a la Maestría de Sistemas Automáticos de Producción. Estos robots son utilizados para fines académicos.

# **CAPÍTULO 3**

### DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS GEOMÉTRICOS DEL MANIPULADOR

# 3.1 SELECCCIÓN DE LA CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA DEL MANIPULADOR DE CADENA CINEMÁTICA ABIERTA

Para la construcción del prototipo del manipulador didáctico de cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad, se deben determinar las características físicas que permitan la construcción de dicho manipulador en las instalaciones de la Universidad Tecnológica de Pereira. Para establecer dichas características físicas se consultaron las investigaciones realizadas por el Comité Español de Automática CEA y la Federación internacional de Robótica IFR en lo referente al tipo de robot serial más usado en la industria en el ámbito mundial, se analizaron específicamente los datos estadísticos que discriminan el fabricante del equipo, la labor realizada por el manipulador y su modelo de referencia. Dicha información permitió establecer que el robot ABB de la serie IRB 6000 es el robot con el mayor número de unidades vendidas en el mundo, actualmente la evolución de este manipulador es el modelo ABB IRB 6620 el cual es ampliamente usado en la industria automovilística y de auto partes. Tomando como base la geometría de este manipulador, se establece un total de 6 grados de libertad con una distribución geométrica mostrada en la figura 13.



Figura 13. Configuración geométrica del robot ABB IRB 6620



b) Dimensiones reales del manipulador

De acuerdo con la información registrada de la arquitectura del robot industrial ABB modelo IRB 6620, esta arquitectura es la más adecuada para la construcción del manipulador didáctico de cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad de la Maestría en Sistemas Automáticos de Producción por su ya probada versatilidad e implementación en los diferentes sectores de la industria en el ámbito mundial y regional. El objetivo de la construcción del manipulador es facilitar la realización estudios cinemáticos, dinámicos y de estrategias de control como se mencionó en el capítulo 1, sección 1.2, al tener una estructura de control abierta a diferencia de los manipuladores existentes en las instalaciones de la universidad. El manipulador seleccionado debe ser construido en una escala adecuada para que pueda ser construido en las instalaciones de la universidad y será diseñado para fines educativos por lo que su capacidad de carga estará limitada por este aspecto.

# 3.2 SELECCIÓN DE LA CARGA ÚTIL DE TRABAJO DEL MANIPULADOR

Para establecer la escala dimensional a utilizar en la construcción del manipulador, es necesario determinar la configuración en la que se genera el mayor consumo de potencia para una carga útil de trabajo determinada, la cual influye directamente en la longitud de los elementos del manipulador serial.

Para determinar la carga útil de trabajo, es necesario establecer una metodología sencilla que permita establecer criterios de clasificación en función de la capacidad de carga.

Como punto de partida se analiza las dimensiones del manipulador didáctico Scorbot-ER-Vplus de 5 grados de libertad existente en el laboratorio de Sistemas Dinámicos de la Universidad Tecnológica de Pereira el cual tiene una capacidad de carga de 1 kg incluyendo el actuador final. Las dimensiones y morfología se pueden apreciar en la tabla 4 y en la figura 14.

Parámetro	Dimensión (mm)
D1	350
D2	15
D3	220
D4	220
D5	145

Tabla 4. Dimensiones geométricas para el manipulador didáctico Scorbot-ER-Vplus de 5 grados de libertad Figura 14. Configuración geométrica del robot Scorbot-ER-Vplus de 5 grados de libertad



El manipulador didáctico de 6 grados de libertad que se desea construir comparte la misma finalidad del robot Scorbot-ER-Vplus de 5 grados de libertad, por tanto, se tomará como punto de referencia una carga útil de trabajo de 1 kg. La clasificación realizada por el doctor Groover (Groover, 1989) cataloga a los manipuladores de esta capacidad de carga útil en robots de pequeña capacidad, ver tabla 5.

Tabla 5. Clasificación de los robots según su capacidad de carga

Capacidad de los robots seriales	Capacidad en kg
Gran capacidad	50 – 100
Capacidad mediana	5 – 10
Pequeña capacidad	0,1- 1

## 3.3 PAR MOTOR REQUERIDO POR EL MANIPULADOR

Para determinar el par motor máximo del manipulador es necesario considerar la configuración más crítica, la cual queda establecida cuando el manipulador adquiere la posición mostrada en la figura 15.

El mayor requerimiento de par se presenta cuando los elementos de longitudes  $d_3$ ,  $d_5$  y  $d_6$  se encuentran alineados en posición horizontal. En esta configuración se puede observar que la articulación de la base y el hombro del manipulador situados en el eje 1 y 2 respectivamente, están sometidas a la misma demanda de par. La ecuación 1 permite determinar la magnitud del momento torsor máximo alrededor de cada uno de los ejes, los cuales se identificarán con  $\tau_b$  para la articulación de la base y  $\tau_h$  para la articulación del hombro, ver figura 16.



Figura 15. Configuración geométrica con mayor demanda de par

Figura 16. Sistema equivalente para la configuración geométrica



En la ecuación 1,  $\tau$  representa el par al cual están sometidos las articulaciones de los ejes 1 y 2;  $G_1$ ,  $G_2$  y  $G_3$  son los pesos ubicados en los centros de masa de cada uno de los segmentos del brazo y antebrazo; F es la fuerza generada por la carga útil de trabajo más la masa del actuador ubicado en el eje 4, y  $d_3$ ,  $d_5$ ,  $d_6$ , son las longitudes respectivas de cada segmento del manipulador.

De esta ecuación se puede apreciar que a mayor longitud de los elementos  $d_3$ ,  $d_5$  y  $d_6$ , mayor será la demanda de potencia en la articulación de los ejes 1 y 2; este efecto se hace extensivo a las demás articulaciones del manipulador.

# 3.4 CONFIGURACIONES DIMENSIONALES POSIBLES DE LOS ELEMENTOS DEL MANIPULADOR

En cuanto al tamaño del manipulador se busca respetar la morfología del robot serial ABB serie IRB 6620, pero utilizando un factor de escala adecuado que permita su construcción en las instalaciones de los laboratorios de la facultad de Ingeniería
Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira. Adicionalmente existen limitaciones en cuanto a los actuadores disponibles en el mercado nacional que permitan el movimiento del manipulador y que se ajusten al presupuesto establecido para este proyecto. El factor de escala seleccionado permitirá establecer los requerimientos de potencia demandada por los actuadores del manipulador al efectuarse las pruebas de carga una vez se hayan definido sus características dimensiónales.

Se relacionan ahora diferentes factores de escala ver tabla 6, para el robot ABB serie IRB 6620 tomando la estructura geométrica de la figura 13.a. Los valores obtenidos permiten observar las siguientes características: el factor de escala 1:3 proporciona el mayor espacio de trabajo, facilita el proceso de construcción pero requiere actuadores que demandan un mayor consumo de potencia y que desbordan el presupuesto para la construcción del manipulador didáctico; la escala 1:4 permite obtener un balance entre espacio de trabajo, facilidad del proceso de construcción y potencia demandada por los actuadores; la escala 1:5 limita demasiado el espacio de trabajo, dificulta el proceso de construcción pero es el que menos potencia requiere en los actuadores.

	Escala				
Dimensión en	1:1	1:3	1:4	1:5	
mm					
<b>d</b> <sub>1</sub>	320	106,7	80	64	
<i>d</i> <sub>2</sub>	680	226,7	170	136	
<b>d</b> <sub>3</sub>	975	325,0	243,75	195	
d <sub>4</sub>	200	66,7	50	40	
<i>d</i> <sub>5</sub>	887	295,7	221,75	177,4	
$d_6$	200	66,7	50	40	

Tabla 6. Dimensiones geométricas para el manipulador didáctico de cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad

Para establecer la escala a utilizar se toma el concepto de la matriz de decisión mencionada en (Shigley, 1993) ver tabla 7, como mecanismo para establecer un análisis comparativo entre diferentes alternativas dimensionales del manipulador didáctico. Cada alternativa de diseño dimensional se descompone en categorías como: costo, facilidad de uso, eficiencia, confiabilidad y otras que se juzguen adecuadas para el diseño. A cada categoría se le otorga un porcentaje que busca medir la importancia relativa que tiene en cada diseño. Posteriormente se establece un puntaje para cada categoría dentro del mismo diseño, este puntaje se multiplica por el factor de ponderación correspondiente a cada categoría y los productos de las categorías se suman para obtener una puntuación total para los diferentes diseños.

Cada una de las diferentes opciones de escala que se desea evaluar para la construcción del manipulador didáctico se presentan en la tabla 7. A cada factor de escala le corresponden 3 categorías, según las cuales se ha de juzgar cada factor de escala; la categoría 1 estima el costo vs la potencia de los actuadores del manipulador, siendo esta categoría las más relevante debido a las limitaciones presupuestales; la categoría 2 evalúa el espacio de trabajo del manipulador dado que este parámetro es comúnmente usado en la clasificación y selección de los manipuladores; la categoría 3 estima la complejidad del proceso de construcción puesto que el manipulador se construirá en las instalaciones de la Universidad Tecnológica de Pereira. Para calificar cada una de las categorías se utilizará una escala de 1 a 10 que jerarquiza cada escala en función de la categoría que se esté evaluando, siendo 1 la calificación más baja y 10 la más alta. Cada calificación se multiplica por el factor de ponderación porcentual de la categoría correspondiente y el puntaje obtenido se anota debajo de cada calificación en el mismo recuadro. Posteriormente en la columna "Rango" se suman horizontalmente todos los puntajes obtenidos y se obtiene una puntuación total que indica cual es la escala más pertinente para el diseño del manipulador didáctico.

Los parámetros evaluados y su factor de importancia en el desarrollo del proyecto son:

- Categoría 1: Relación costo-potencia de los actuadores del manipulador (40%)
- **Categoría 2:** Espacio de trabajo del manipulador (30%)
- Categoría 3: Facilidad del proceso de fabricación en las instalaciones de la U.T.P (30%)
- En la matriz de decisión se puede apreciar que la escala 1:4 es la que obtuvo el mayor puntaje (7,1 puntos). Es importante resaltar que al utilizar el factor de escala 1:4 el dimensionamiento geométrico del manipulador exhibe relaciones dimensionales de valores muy cercanos a las presentadas en la tabla 4 para la configuración geométrica del robot Scorbot-ER-Vplus de 5 grados que se utiliza actualmente para fines didácticos.

Factor de	Categoría 1	Categoría 2	Categoría 3	Rango
importancia Porcentual (%)	0,4	0,3	0,3	1.0
Escala 1:3	4 <u>1.6</u>	8 <u>2,4</u>	9 <u>2.7</u>	6,7
Escala 1:4	8 3,2	6 1,8	7 2,1	7,1
Escala 1:5	10 <u>4</u>	2 <u>0,6</u>	3 <u>0,9</u>	5,5

Tabla 7. Matriz de decisión para la escala del manipulador didáctico

#### 3.5 DISEÑO PRELIMINAR PARA LA SELECCIÓN DE LOS ACTUADORES

Una vez escogido el factor de escala dimensional para el manipulador didáctico de cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad tipo 6620, es necesario seleccionar los actuadores de las articulaciones, pues es un factor determinante en el proceso de construcción y ejecución presupuestal. Para abordar este proceso es necesario determinar el par motor máximo en los actuadores del manipulador. Una primera fase del prototipo que permite abordar la solución de este problema se presenta en la figura 17, este primer prototipo comparte una geometría similar a la del manipulador serial IRB 6620 con una escala de 1:4.

Figura 17. Prototipo preliminar del manipulador serial IRB 6620 escala 1:4



Soporte de los actuadores del hombro.
 Base soporte del brazo 3. Actuadores del hombro.
 Brazo del manipulador.
 Actuador del codo.
 Antebrazo del manipulador.
 Tapas de plástico.

En varios proyectos de automatización realizados por el grupo de investigación en Procesos de Manufactura y Diseño de Máquinas pertenecientes a la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira, se están utilizando actuadores rotacionales de la marca Dynamixel, por ser uno de los actuadores de más fácil consecución en el mercado nacional y que gozan de amplia difusión en el ámbito mundial por su uso en robótica educativa. Estos servomotores permiten la modificación de algunos parámetros de control, así como la lectura de algunas de las variables importantes en cada uno de los procesos de automatización y control. Tomando como referencia las características físicas de peso, tamaño, par motor disponible, corriente y voltaje de alimentación, se puede preseleccionar un tamaño de actuador que cumpla con los requerimientos de las articulaciones más críticas y obtener así una carga de trabajo para el cálculo del par.

Retomando las consideraciones enunciadas en el numeral 3.3 y las masas de los elementos obtenidas del prototipo mostrado en la figura 17 construido en el software Inventor, se obtienen los datos consignados en la tabla 8.

Prototipo construido en Aluminio y Plástico						
Elementos	Nombre del elemento	Masa (kg)	Número de elementos	Masa total (kg)		
1	Soporte actuadores hombro	0,019	1,0	0,019		
2	Base soporte del brazo	0,044	2,0	0,088		
3	Actuador hombro	0,156	2,0	0,312		
4	Brazo	0,17	1,0	0,17		
5	Actuador codo	0,156	1,0	0,156		
6	Antebrazo	0,132	1,0	0,132		
7	Tapas plástico	0,063	4,0	0,252		

Tabla 8. Parámetros físicos obtenidos del prototipo a escala 1:4

Se procede a calcular el par requerido para cada una de las articulaciones en la posición más crítica cuando el brazo se encuentra totalmente extendido (figura 18). Atendiendo a esta consideración se hace uso de la ecuación 1 con las dimensiones y parámetros mostradas en la tabla 8.

Figura 18. Prototipo del manipulador serial 6620 escala 1:4 en la posición más crítica



En la tabla 9 las constantes  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$ ,  $d_5$ ,  $d_6$  son las longitudes de los segmentos del manipulador;  $G_1$  es la masa del brazo,  $G_2$  es la masa del actuador de la articulación del codo,  $G_3$  es la masa del antebrazo y *F* es la carga útil de trabajo de 1 kg más la masa del actuador de la muñeca de 0,156 kg.

Tabla 9. Valores físicos para determinar el par requerido en la articulación del hombro para el manipulador de 6 grados de libertad

Parámetros físicos							
Constantes $\begin{array}{c cccc} d_3 & d_5 & d_6 & G_1 & G_2 & G_3 \\ (cm) & (cm) & (cm) & (kg) & (kg) & (kg) \end{array} F($						F(kg)	
Valores físicos	24,375	22,175	5	0,17	0,156	0,132	1,156

Retomando la ecuación 1 y sustituyendo los parámetros de la tabla 9 se obtiene el par motor de la base y el hombro respectivamente:

$$\tau_{h,b} = \frac{d_3}{2} \cdot G_1 + d_3 \cdot G_2 + \left(d_3 + \frac{d_5}{2}\right) \cdot G_3 + \left(d_3 + d_5 + d_6\right) \cdot F$$
 Ecuación 2  
$$\tau_{h,b} = \frac{24,375 \text{ cm}}{2} \cdot 0,17 \text{ kg} + 24,375 \text{ cm} \cdot 0,156 \text{ kg} + \left(24,375 \text{ cm} + \frac{22,175 \text{ cm}}{2}\right) \cdot 0,132 \text{ kg} + (24,375 \text{ cm} + 22,175 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) \cdot 1,156 \text{ kg}$$

 $\tau_h = 70,15 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ 

 $\tau_b = 70,15 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ 

Adaptando la expresión mostrada en la ecuación 1, para cada una de las articulaciones del manipulador, se obtiene una estimación del par estático requerido para cada articulación; el par motor en cada articulación se presenta en la tabla 10.

Ejes	Par
	(kg⋅cm)
1 (Base)	70,15
2 (Hombro)	70,15
3 (Codo)	32,88
4 (Muñeca)	5,78
5	32,88
6	5,78

Tabla 10. Par estático requerido por cada una de las articulaciones

Otro factor importante a tener en cuenta es el par dinámico debido a la velocidad de rotación estimada de cada uno de los segmentos del robot.

Para estimar el par dinámico es necesario conocer el momento de inercia y la aceleración angular del elemento a estudiar. Para conocer estos parámetros se realiza una prueba que busca determinar la máxima aceleración que alcanzan los eslabones al ser accionados por los actuadores. Para obtener estas mediciones se construye un prototipo a escala de la longitud del antebrazo el cual se motoriza con un actuador Dynamixel Mx 106 T; para el análisis se utiliza una carga de trabajo de 1,26 kg que simula la carga útil y el peso del actuador en el extremo del antebrazo. La longitud del antebrazo es de 271 mm medidos desde la articulación de rotación hasta el centro de la carga útil, lo cual arrojó como resultado una aceleración angular de 15 rad/s<sup>2</sup>. El esquema del montaje a escala se puede apreciar en la figura 19.



Figura 19. Prueba para la determinación de la aceleración angular

La estimación de la aceleración se realizó tomando un valor angular de 45 grados y midiendo el par máximo que el actuador necesitaba para realizar el desplazamiento angular. El actuador retorna los valores máximos de par motor alcanzados a través de la comunicación serial. Una vez conocido el momento de inercia y el par máximo alcanzado se determina la aceleración angular para las condiciones de carga establecidas en el prototipo.

Posteriormente se usó el software Autodesk Inventor para calcular los momentos de inercia de la articulación del hombro y codo, situados en el eje 2 y 3 respectivamente para las posiciones más críticas. Estas se corresponden cuando el antebrazo y brazo se encuentra en su posición extendida (figura 18), por ser las articulaciones más solicitadas en este tipo de carga dinámica. Los momentos de inercia obtenidos con respecto a los ejes mostrados en las figuras 20. a y 20. b se muestran en las tablas 11 y 12.

Figura 20. Sistema de ejes tomado para el cálculo de las inercias en el manipulador





a) Ejes principales para la articulación del codo

b) Ejes principales para la articulación del hombro

Tabla 11. Momento de inercia y par motor de la articulación del codo para una aceleración de 15 rad/s2

	I <sub>xx</sub>	I <sub>yy</sub>	l <sub>zz</sub>
kg•m²	$3,3367 \times 10^{-4}$	135,169× 10 <sup>-3</sup>	135, 12× 10 <sup>-3</sup>
$T = I \cdot \alpha$	$5 \times 10^{-3}$	2,027	2,027
$T(ka_cm)$	$51.02 \times 10^{-2}$	20.669	20,660
/(kg·ciii)	$51,02\times 10$	20,000	20,000

Tabla 12. Inercias y momentos torsores de la articulación del hombro para una aceleración de 15 rad/s2

	I <sub>xx</sub>	I <sub>yy</sub>	l <sub>zz</sub>
kg∙m²	$38,82 \times 10^{-4}$	460,516× 10 <sup>-3</sup>	457,59× 10 <sup>-3</sup>
<i>Τ=I·α</i> [N·m]	58,23	6,908	6,864
<i>T</i> (kg⋅cm)	593,583×10 <sup>-3</sup>	70,415	69,969

Con los pares más críticos obtenidos se procede a seleccionar el actuador de cada articulación de la lista de actuadores suministrada por el fabricante, ver tabla 13.

Los actuadores que cumplen con los requerimientos mínimos del diseño son seleccionados acordes con los valores presentados en la tabla 13 y su cantidad se presentan en la tabla 14.

Tabla 13. Referencias de los actuadores suministrados por la compañía Robotis y par torsor entregado por cada uno de ellos

Actuadores Dynamixel				
Actuador Par (kg·cm)				
AX-12	15,3			
AX-18	18,4			
RX-24F	26,5			
MX-28T	31,6			
MX-64T	74,5			
MX-106T	102,0			

Fuente: Robotis support [en línea].

http://support.robotis.com/en/product/dynamixel/> [citado en 13 de abril de 2014].

<

Ejes	Referencia	Cantidad
1 (Base)	MX-64T	2
2 (Hombro)	MX-106T	2
3 (Codo)	MX-106T	2
4 (Muñeca)	MX-64T	1
5	MX-64T	1
6	MX-28T	1

Tabla 14. Actuadores seleccionados para el manipulador

# **CAPÍTULO 4**

## DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DEL MANIPULADOR DE 6 GRADOS DE LIBERTAD

## 4.1 DIMENSIONES BÁSICAS DEL MANIPULADOR

Para la construcción del manipulador didáctico con una cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad, se busca conservar la morfología del robot serial ABB serie IRB 6620 con una escala adecuada, como se mencionó anteriormente en el capítulo 3. La estructura base del manipulador fue construida en perfilería de acero A-36 tipo L de dimensiones 1x1x1/8 de pulg por ser esta perfilería una de las más comerciales y la que mejor se acomoda al diseño, uniendo sus diferentes partes mediante el proceso de soldadura. Esta estructura fue diseñada para soportar el peso del manipulador, así como las condiciones dinámicas propias de su operación. Los elementos que forman los diferentes segmentos del manipulador tales como antebrazo y brazo, se construyeron con aluminio 6061 y acero 1020. Se utilizó la propia estructura de los actuadores como parte de la estructura principal del manipulador buscando disminuir la inercia y lograr así una mayor sencillez constructiva. Los actuadores usados en el diseño se presentan en la tabla 15.

Ejes	Referencia	Cantidad
1 (Base)	MX-64T	1
2 (Hombro)	MX-106T	2
3 (Codo)	MX-106T	2
4 (Muñeca)	MX-64T	1
5	MX-64T	1
6	MX-28T	1

Tabla 15. Actuadores usados en el diseño del manipulador de 6 gdl

La escala seleccionada para su construcción es de 1/4 de la escala real del manipulador IRB 6620 realizando algunas modificaciones dimensionales para simplificar el proceso de construcción. Las dimensiones se muestran en la tabla 16.

	Escala
Dimensión	1:4
en mm	
<i>d</i> <sub>1</sub>	40
d <sub>2</sub>	170
<i>d</i> <sub>3</sub>	243,75
d4	50
d5	221,75
$d_6$	50

Tabla 16. Escala para la construcción del manipulador de 6 gdl

Las magnitudes relacionadas en la tabla 16, hacen referencia a las dimensiones geométricas mostradas en la figura 21. Teniendo en cuenta estas dimensiones se diseña un manipulador didáctico con una cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad como se aprecia en las figuras 21 y 22.

Figura 21. Parámetros físicos del manipulador abierto de 6 gdl



### 4.2 VERIFICACIÓN DE LAS DEFORMACIONES PARA EL MANIPULADOR PROPUESTO

Para realizar la verificación de las deformaciones del manipulador se hace uso del software Inventor analizando al manipulador en una de las configuraciones más

críticas. En el análisis se considera una carga de trabajo de 50N en el elemento terminal del manipulador la cual es 4 veces superior a la carga de trabajo. Las deformaciones obtenidas se presentan en la figura 22.



Figura 22. Deformaciones del manipulador de 6 gdl

Para confrontar estos valores de deformación con los de un manipulador conocido que tenga el mismo campo de aplicación, se realiza una simulación para determinar las deformaciones en un manipulador serial tipo SCORBOT ER-plus perteneciente a la Universidad Tecnológica de Pereira. Para la simulación se ubica la carga de trabajo de 50 N, a una distancia similar a la utilizada con el manipulador de 6 gdl, los valores de deformación obtenidos se aprecian en la figura 23.

Figura 23. Deformación del SCORBOT ER-plus con carga de trabajo



Como se puede apreciar en los resultados mostrados en las figuras 22 y 23, las deformaciones del manipulador de 6 gdl, son consistentes con las obtenidas en el manipulador SCORBOT ER-plus bajo condiciones similares de análisis.

# 4.3 DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL MANIPULADOR DE 6 GRADOS DE LIBERTAD

En la figura 24 se presenta una descripción detallada del manipulador serial de 6 gdl.

Figura 24. Descripción detallada del manipulador de 6 grados de libertad didáctico



 Actuador 1 gdl (MX64T). 2 Eje para el 1 gdl. 3 Base soporte del manipulador. 4 Actuador Izquierdo 2 gdl (MX106T). 5 Actuador derecho 2 gdl (MX106T). 6 Estructura base para el manipulador. 7 Actuador Izquierdo 3 gdl (MX106T).
 8 Actuador derecho 3 gdl (MX106T). 9 Actuador 4 gdl (MX64T). 10 Antebrazo del manipulador. 11 Actuador 5 gdl (MX64T). 12 Actuador 6 gdl (AX28). 13 Acople para el griper.

Para describir cada uno de los grados de libertad del manipulador didáctico con una cadena cinemática abierta de 6 grados de libertad es necesario tomar como referencia el sistema cartesiano mostrado en cada una de las articulaciones del manipulador. Para el análisis, los sistemas coordenados se tomaron en la posición canónica mostrada en la figura 24 empleando únicamente la traslación de los ejes

a cada articulación del manipulador. El primer grado de libertad está compuesto por un servomotor MX64T el cual se encarga de la rotación alrededor del eje Z con un rango máximo de rotación de 320º. El segundo y tercer grado de libertad se encargan de girar el manipulador alrededor del eje Y en el rango de -90 a 90 º para lo cual se emplea dos actuadores MX106T en el segundo grado de libertad y dos actuadores MX106T en el tercer grado de libertad; estos cuentan con el mismo rango de movimiento que los actuadores del segundo grado de libertad. El cuarto grado de libertad se encarga de la rotación del antebrazo alrededor del eje X entre los rangos de 180 y -180 º y está motorizado por un actuador MX64T. El quinto grado de libertad gira la muñeca del manipulador en el eje Y entre los ángulos de 90 y -90 ° actuado por un servomotor MX64T. Por último, el sexto grado de libertad se encarga de posicionar el gripper efectuando una rotación de 0 a 320 º en el eje X motorizado por un actuador MX28T. El manipulador didáctico real se muestra en la figura 25, adicionalmente se dotó de un sistema de ajuste mecánico que permite el desplazamiento del actuador en el eje X cambiando el centro de masas del antebrazo a voluntad (figura 26), lo cual proporciona una herramienta pedagógica para el estudio dinámico del manipulador.

Figura 25. Manipulador de 6 grados de libertad didáctico



Figura 26. Sistema para el desplazamiento del cuarto gdl



# CAPÍTULO 5

# ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL MANIPULADOR

# 5.1 ANÁLISIS CINEMÁTICO

Para realizar el análisis cinemático del manipulador se utiliza una metodología donde se define un sistema de coordenadas denominado base (Craig, 2006), junto con otros sistemas de coordenadas locales situados en cada uno de los eslabones móviles del manipulador. La unión de estos sistemas genera un marco de referencia con respecto al cual se realizarán las mediciones físicas que determinan la posición del elemento terminal del manipulador, encargado de realizar la tarea para la cual fue diseñado.

El problema cinemático se divide a su vez en el análisis cinemático directo e inverso. A continuación, se presentan las condiciones de análisis para la solución de estos sistemas.

# 5.2 CINEMÁTICA DIRECTA DEL MANIPULADOR DIDÁCTICO DE 6GDL

Para dar cumplimento a este objetivo existen diferentes metodologías propuestas en la literatura de robótica para el análisis de la cinemática directa e inversa. La metodología propuesta por Denavit y Hartenberg (Cortés, 2011), es la más referenciada en la literatura, y ha sido en una multiplicidad de manipuladores usados en el sector industrial y educativo. Esta metodología consta de rotaciones y traslaciones sucesivas usando algebra matricial, haciendo uso de las matrices de trasformación homogénea, dentro de la cual se define una secuencia especifica de rotaciones y traslaciones siendo la más común las transformaciones alrededor de los ejes Z y X las cuales simplifican el número de elementos de las matrices obtenidas en los cálculos (Craig, 2006). Para encontrar las coordenadas espaciales X, Y, Z del elemento terminal respecto a las coordenadas base establecidas como sistema de referencia global, es necesario asignar los sistemas de coordenadas o en cada uno de los elementos de unión de los eslabones móviles del manipulador, siguiendo una serie de pasos los cuales cumplen con los criterios establecidos por Denavit y Hartenberg (Tsai, 1999). En el desarrollo de la cinemática del manipulador didáctico de 6gdl, se hará uso de la convención de Denavit y Hartenberg estándar (Fu, Gonzales, & LEE, 1988) (Craig, 2006) para la asignación de los sistemas coordenados de los elementos móviles del manipulador usando la metodología propuesta por (Tsai, 1999).

Este método sistemático utiliza un conjunto mínimo de parámetros para describir la posición y orientación entre dos sistemas de referencia, la metodología establece 4 parámetros para describir la posición espacial de los eslabones de un robot (Fu, Gonzales, & LEE, 1988), dos de ellos describen la longitud y giro del eslabón y los otros dos describen el desplazamiento y ángulo de la articulación del eslabón respectivamente. Los parámetros son:  $a_i$  el cual describe la distancia entre dos ejes  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$ , el parámetro  $d_i$  describe la distancia entre dos ejes  $X_{i-1}$  y  $X_i$ ;  $\alpha_i$  es el ángulo existente entre los ejes  $Z_{i-1}$  y  $Z_i$  del sistema de referencia anterior y posterior que usualmente recibe el nombre de ángulo de torsión del eslabón, por último, el ángulo  $\theta_i$  es el ángulo existente entre los ejes  $X_{i-1}$  y  $X_i$  que para el caso de juntas rotacionales, es el ángulo respecto al cual se realizarán las tareas de control por el actuador rotacional. En la figura 27 se muestra la relación entre los sistemas de coordenadas dos eslabones adyacentes usando a la metodología de Denavit y Hartenberg estándar, la cual es la metodología utilizada en el presente trabajo.



Figura 27. Sistemas de coordenadas Denavit y Hartenberg estándar

Atendiendo a esta metodología, se muestra en la figura 28 la asignación de los sistemas de coordenadas, denominados tramas, en cada articulación del manipulador, para el cálculo de la cinemática directa del manipulador de 6 gdl.

Los subíndices utilizados identifican el sistema de coordenadas asociado al grado de libertad correspondiente y a la posición espacial del manipulador, iniciando con "0" el cual se refiere al sistema de coordenadas base y aumentará su orden numérico hasta 6 en función de la cantidad de sistemas coordenados definidos para obtener la posición espacial del elemento final del manipulador.

Figura 28. Asignación de los ejes de coordenadas del robot de 6 grados de libertad didáctico



Para obtener las matrices de transformación homogénea, se representan los valores numéricos en la tabla 17, en la cual se muestran los parámetros de Denavit y Hartenberg para el manipulador didáctico de 6 gdl.

Tabla 17. Parámetros de Denavit y Hartenberg para el manipulador didáctico de 6 gdl

Eslabón	θ <sub>i</sub> (⁰)	$a_i(mm)$	$d_i(mm)$	α <sub>i</sub> (⁰)
1	$ heta_1$	40	0	90
2	$\theta_2$	243,5	0	0
3	$\theta_3$	50	0	90
4	$ heta_4$	0	221,75	- 90
5	$\theta_5$	0	0	90
6	$ heta_6$	0	50	0

Con estos parámetros, se procede a construir la matriz de trasformación homogénea en la cual se abrevian las funciones seno y coseno con las letras s y *c* para obtener una notación más compacta. Esta matriz relaciona el sistema de referencia *i* asociado a cada eslabón con el sistema de referencia *i* – 1 representadas en la notación de la matriz de transformación homogénea como  $H_{i-1}^i$ . La matriz de transformación homogénea se obtiene al realizar una traslación del sistema de referencia  $o_{i-1}$  una distancia  $d_i$  a lo largo del eje  $z_{i-1}$ , seguido de una rotación alrededor de este mismo eje un ángulo  $\theta_i$ , lo cual alinea el eje  $x_{i-1}$  con el eje el eje  $x_i$  del sistema de referencia  $o_i$  (ver figura 27). El sistema de referencia  $o_{i-1}$  desplazado se traslada a lo largo del eje  $x_i$  una distancia  $a_i$ , lo cual hace coincidir el origen del sistema  $o_{i-1}$  con el sistema  $o_i$ . Por último, el sistema  $o_{i-1}$  es rotado alrededor del eje  $x_i$  un ángulo  $\alpha_i$  haciendo coincidir los ejes  $z_{i-1}$  del sistema  $o_{i-1}$  con el eje  $z_i$  del sistema de referencia  $o_i$ . La matriz de transformación homogénea tiene la forma mostrada en la ecuación 3.

	$H_{i-1}^i$	$= T_{z,d_i} * R_j$	$_{z,\theta_i} * T_{x,a_i} *$	$R_{x,\alpha_i}$
	$c\theta_i$	$-c\alpha_i s\theta_i$	$s\alpha_i s\theta_i$	$a_i c \theta_i$
_	sθ <sub>i</sub>	$c\alpha_i c\theta_i$	$-s\alpha_i c\theta_i$	$a_i s \theta_i$
_	0	sα <sub>i</sub>	$c\alpha_i$	$d_i$
	Lo	0	0	1

Ecuación 3

Sustituyendo los parámetros de cada eslabón presentados en la tabla 17, iniciando por el eslabón i = 1 hasta i = 6, y reemplazando en la ecuación 3, se obtienen las matrices de transformación homogénea mostradas a continuación:

Ecuación 4	$H_0^1 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & s\theta_1 & a_1c\theta_1 \\ s\theta_1 & 0 & -c\theta_1 & a_1s\theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Ecuación 5	$H_1^2 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_2c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & a_2s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Ecuación 6	$H_2^3 = \begin{bmatrix} c\theta_3 & 0 & s\theta_3 & a_3c\theta_3 \\ s\theta_3 & 0 & -c\theta_3 & a_3c\theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Ecuación 7	$H_3^4 = \begin{bmatrix} c\theta_4 & 0 & -s\theta_4 & 0 \\ s\theta_4 & 0 & c\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$H_{4}^{5} = \begin{bmatrix} c\theta_{5} & 0 & s\theta_{5} & 0 \\ s\theta_{5} & 0 & -c\theta_{5} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
Ecuación 8  
$$H_{5}^{6} = \begin{bmatrix} c\theta_{6} & -s\theta_{6} & 0 & 0 \\ s\theta_{6} & c\theta_{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_{6} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
Ecuación 9

Dada la complejidad de las ecuaciones obtenidas para el cálculo de la cinemática inversa respecto a la cinemática directa, la cual aumenta en función al número de grados de libertad de un manipulador, se plantea descomponer el problema cinemático inverso en dos etapas, las cuales se denominan posición y orientación. Esta metodología fue propuesta por Pieper (Pieper, 1968) y se utiliza en el análisis de manipuladores en los cuales sus tres últimos ejes coinciden en un punto, y será la metodología que se emplea en este documento ya que cumple con las condiciones específicas mencionadas en el capítulo 2. Para el caso del manipulador didáctico de 6 gdl, dicho punto se encuentra ubicado en la muñeca (punto m) en la cual se intersectan tres ejes de rotación consecutivos, los cuales son los ejes z4, z5 y z<sub>6</sub>, como se puede observar en la figura 28. Por esta razón se presenta, en primera instancia, el cálculo de las matrices de transformación homogénea de los 3 primeros sistemas de referencia como punto base para el cálculo posterior de la cinemática inversa. Posteriormente se calcula las matrices de trasformación homogénea partiendo de la muñeca representada por el punto m al punto central Q del elemento terminal.

Posmultiplicando estas matrices se establece la relación del sistema de referencia del elemento terminal (sistema de referencia 6) con sistema de coordenadas de la base del manipulador (sistema de referencia 0), esta tarea se efectúa en dos pasos, primero se multiplica las ecuaciones 4, 5 y 6 para obtener una expresión que permita conocer la posición de la muñeca:

$$H_0^3 = H_0^1 H_1^2 H_2^3$$

$$= \begin{bmatrix} c\theta_1 c\theta_{23} & s\theta_1 & c\theta_1 s\theta_{23} & c\theta_1 (a_1 + a_2 c\theta_2 + a_3 c\theta_{23}) \\ s\theta_1 c\theta_{23} & -c\theta_1 & s\theta_1 s\theta_{23} & s\theta_1 (a_1 + a_2 c\theta_2 + a_3 c\theta_{23}) \\ s\theta_{23} & 0 & -c\theta_{23} & a_2 s\theta_2 + a_3 s\theta_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
Ecuación 10

Donde la expresión  $\theta_{23}$  representa la suma de los ángulos  $\theta_2 + \theta_3$ .

Multiplicandos las ecuaciones 7, 8 y 9 para obtener la posición del elemento terminal respecto a la muñeca, se obtiene:

11

Por último, se multiplica las ecuaciones 10 y 11 para obtener la localización del elemento terminal respecto de la base:

$$H_0^6 = H_0^3 H_3^6 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & q_x \\ n_y & s_y & a_y & q_y \\ n_z & s_z & a_z & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 Ecuación 12

La matriz de transformación homogénea  $H_0^6$  se compone de cuatro columnas, donde las primeras tres columnas representan la orientación del elemento terminal respecto de la base y la cuarta columna su ubicación en el espacio. Las ecuaciones de la 13 a 24 muestran cada una de las componentes de la matriz de la ecuación 12:

$$n_x = c\theta_1[c\theta_{23}(c\theta_4c\theta_5c\theta_6 - s\theta_4s\theta_6) - s\theta_{23}s\theta_5c\theta_6] + s\theta_1(S\theta_4c\theta_5c\theta_6)$$
 Ecuación 13  
+  $c\theta_4s\theta_6$ )

$$n_y = s\theta_1[c\theta_{23}(c\theta_4c\theta_5c\theta_6 - s\theta_4s\theta_6) - s\theta_{23}s\theta_5c\theta_6] - c\theta_1(S\theta_4c\theta_5c\theta_6)$$
 Ecuación 14  
+  $c\theta_4s\theta_6$ )

$$n_z = c\theta_{23} \left( c\theta_4 c\theta_5 c\theta_6 - s\theta_4 s\theta_6 \right) + c\theta_{23} S\theta_5 c\theta_6$$
 Ecuación 15

$$s_{x} = c\theta_{1}[-c\theta_{23}(c\theta_{4}c\theta_{5}s\theta_{6} + s\theta_{4}c\theta_{6}) + s\theta_{23}s\theta_{5}c\theta_{6}]$$
 Ecuación 16  
+  $s\theta_{1}(-S\theta_{4}c\theta_{5}s\theta_{6} + c\theta_{4}s\theta_{6})$ 

$$s_{y} = s\theta_{1}[-c\theta_{23}(c\theta_{4}c\theta_{5}s\theta_{6} + s\theta_{4}c\theta_{6}) + s\theta_{23}s\theta_{5}c\theta_{6}]$$
 Ecuación 17  
$$-c\theta_{1}(-S\theta_{4}c\theta_{5}c\theta_{6} + c\theta_{4}c\theta_{6})$$

$$s_z = -s\theta_{23}(c\theta_4 c\theta_5 s\theta_6 + s\theta_4 c\theta_6) - c\theta_{23} s\theta_5 s\theta_6$$
 Ecuación 18

$$a_x = c\theta_1(c\theta_{23}c\theta_4s\theta_5 + s\theta_{23}c\theta_5) + s\theta_1s\theta_4s\theta_5$$
 Ecuación 19

$$a_y = s\theta_1(c\theta_{23}c\theta_4s\theta_5 + s\theta_{23}c\theta_5) - c\theta_1 s\theta_4s\theta_5$$
 Ecuación 20

$$a_z = s\theta_{23}c\theta_4 s\theta_5 - c\theta_{23}c\theta_5 \qquad \qquad \text{Ecuación 21}$$

$$q_x = c\theta_1[a_1 + a_2c\theta_2 + a_3c\theta_{23} + d_6(c\theta_{23}c\theta_4s\theta_5 + s\theta_{23}c\theta_5)] + d_6s\theta_1s\theta_4s\theta_5$$
  
Ecuación 22

$$q_y = s\theta_1[a_1 + a_2 + c\theta_2 + a_3c\theta_{23} + d_4s\theta_{23}$$
 Ecuación 23  
+  $d_6(c\theta_{23}c\theta_4s\theta_5 + s\theta_{23}c\theta_5)] - d_6c\theta_1s\theta_4s\theta_5$ 

$$q_z = a_2 s\theta_2 + a_3 s\theta_{23} - d_4 c\theta_{23} + d_6 (s\theta_{23} c\theta_4 s\theta_5 - c\theta_{23} c\theta_5)$$
 Ecuación 24

Usando las ecuaciones 13 a 24 para valores conocidos de los ángulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ,  $\theta_4$ ,  $\theta_5 y \theta_6$  se puede obtener la orientación y posición del elemento terminal.

### **5.3 CINEMÀTICA INVERSA**

Para el cálculo de la cinemática inversa es necesario conocer la posición y orientación del elemento terminal del manipulador (figura 29) respecto al sistema de referencia ubicado en la base del manipulador. Una vez se tiene la posición y orientación, la tarea consiste en hallar los valores angulares para cada una de las articulaciones del manipulador robótico, representadas por la variable  $\theta_i$  en la tabla 17, donde se especificaron los parámetros de Denavit y Hartenberg para el manipulador didáctico de 6 gdl.

En la literatura existen diferentes alternativas para encontrar la cinemática inversa de un manipulador como la propuesta por (S. Yahya H. A., 2008) la cual emplea graficas geométricas y métodos computacionales para su solución. Otros autores como (E. Sariyildiz and H. Temeltas, 2009) hacen uso de representaciones

espaciales de la posición y orientación de un punto en el espacio con la metodología de cuaterniones y coordenadas Plücker para la solución del problema cinemático inverso.

Como se mencionó en la sección anterior se utilizará la metodología propuesta por Pieper (Pieper, 1968), para el análisis del problema cinemático inverso del robot didáctico de 6 grados de libertad. Para la aplicación de esta metodología se debe partir del punto donde se intersectan tres ejes consecutivos. Para el caso del manipulador didáctico 6 gdl, este punto se encuentra ubicado en la muñeca (punto M), el cual tiene una representación expresada por la matriz de transformación homogénea  $H_0^3$  (ecuación 10).

Figura 29. Sistema coordenado de la mano y la muñeca



A partir de este punto se realiza el análisis cinemático para el cálculo de la cinemática inversa, descomponiendo su análisis en el cálculo de la posición y la orientación, ya que los tres primeros grados de libertad se encargan de posicionar el elemento terminal y los tres grados restantes se encargan de proporcionar la orientación.

Para hallar el punto de la muñeca *M*, es necesario encontrar el vector  $P_{MO}$  que relaciona la posición de la muñeca respecto al punto *Q* en el cual se encuentra situado el sistema de referencia  $X_6$ ,  $Y_6$  y  $Z_6$ . Los ejes en el punto *Q* son llamados en inglés n "normal", s "Slide" y a "approach", respectivamente (Craig, 2006). El vector  $P_{MQ}$  se describe mediante la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{M}\boldsymbol{Q}} = \overline{\boldsymbol{Q}\boldsymbol{M}} = [0,0,-d_6,1]^T$$
 Ecuación

25

La posición del punto Q respecto al sistema de coordenadas de la base se puede escribir como:

$$\boldsymbol{P_{M0}} = \begin{bmatrix} p_{mx0} \\ p_{my0} \\ p_{mz0} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_x - d_6 a_x \\ q_x - d_6 a_y \\ q_z - d_6 a_z \\ 1 \end{bmatrix}$$
Ecuación 26

Una vez obtenida la posición de la muñeca es posible calcular las expresiones que permitan relacionar las variables articulares con el punto de la muñeca el cual es conocido, ver ecuación 26. Para encontrar las variables articulares  $\theta_i$ , en función de la posición y orientación, se puede emplear un método analítico que utiliza las matrices de transformación homogénea; este método será llamado en el presente trabajo método algebraico.

Otra posibilidad para realizar el análisis, es utilizar un método geométrico basado en la morfología del manipulador (figura 29 y 30). En este método se describe la relación de las variables articulares con la forma geométrica del manipulador, iniciando desde el origen hasta llegar al punto de la muñeca. Para este trabajo se empleó el método geométrico debido a que utiliza una menor cantidad de variables y cálculos simples haciendo que computacionalmente sea más eficiente que el método algebraico (Craig, 2006).

Para obtener la expresión para la variable articular  $\theta_1$  se emplea la geometría mostrada en la figura 29 a, de la cual se obtiene la ecuación 27:

$$\theta_1 = \operatorname{atan}\left(\frac{P_{my0}}{P_{mx0}}\right)$$
Ecuación 27

En la ecuación 27, se puede observar que el ángulo no existe para múltiplos de  $\frac{\pi}{2} + K\pi$ . En las expresiones matemáticas en las cuales se obtienen valores numéricos indeterminados para ciertas condiciones particulares, se debe realizar un análisis de las causas, las cuales pueden tener origen en la geometría misma del manipulador o en las expresiones algebraicas obtenidas. Los valores indeterminados obtenidos por la geometría propia del manipulador para algunos puntos en el espacio, se debe a que dichos valores no pueden ser alcanzadas por ninguna configuración de sus vínculos. Las restricciones causadas por la geometría particular del manipulador reciben el nombre de singularidades y pueden ser eliminadas al seleccionar un rango apropiado de operación para cada articulación y

delimitar el espacio de trabajo alcanzable por el manipulador. Los valores numéricos indeterminados generados por la naturaleza misma de las funciones matemáticas y que no están relacionadas con ninguna singularidad del manipulador, pueden ser solucionadas empleando un algoritmo computacional que tenga en cuenta dichas consideraciones numéricas.



Figura 30. Representación esquemática del manipulador para el análisis geométrico

Para obtener las expresiones matemáticas para las articulaciones  $\theta_2$  y  $\theta_3$  se hace uso de la construcción geométrica mostrada en la figura 30.b, observando que existen diferentes configuraciones para el codo C del manipulador, donde las líneas continuas representan la configuración de codo arriba y las líneas punteadas representan la configuración codo abajo. Teniendo en cuenta estas configuraciones se puede obtener las expresiones para las articulaciones  $\theta_2$  y  $\theta_3$ :

$R = \sqrt{(P_{mxo})^2 + (P_{myo})^2}$	Ecuación 28
$k_2 = \sqrt{d_4^2 + a_3^2}$	Ecuación 29
$k_1 = R - a$	Ecuación 30
$s = \sqrt{k_1^2 + p_{mz0}^2}$	Ecuación 31

$\beta = \operatorname{atan}\left(\frac{P_{mz0}}{k_1}\right)$	Ecuación 32
$\alpha = \arccos\left[\frac{a_2^2 + s^2 - k_2^2}{2a_2s}\right]$	Ecuación 33
$\theta_2 = \beta \pm \alpha$	Ecuación 34

 $\gamma = \operatorname{acos}\left(\frac{a_2^2 + k_3^2 - s^2}{2a_2k_2}\right)$  Ecuación 35

$$\omega = 180 - \gamma$$
 Ecuación 36

$$\tan(\theta_3 \pm \omega) = \frac{d_4}{a_3}$$
Ecuación 37  
$$\theta_3 = \tan\left(\frac{d_4}{a_3}\right) \pm \omega$$
Ecuación 38

La ecuación 34 tendrá el signo más cuando la configuración es codo arriba y un signo menos para la configuración codo abajo. El ángulo  $\omega$  en la ecuación 38, se restará al primer término cuando la configuración sea de codo arriba y se sumará cuando la configuración sea codo abajo.

Para resolver las articulaciones restantes se utiliza el método algebraico, haciendo uso de la matriz de transformación homogénea  $H_3^6$ , la cual representa la posición del elemento terminal del manipulador respecto a la muñeca. Esta matriz representa las últimas articulaciones encargadas de la orientación del elemento terminal, para lo cual se pre multiplica la ecuación 12 por la matriz inversa de la ecuación 10 mediante las siguientes transformaciones:

$$H_3^6 = (H_0^3)^{-1} H_0^6$$
 Ecuación 39

Para los últimos tres grados de libertad solo es necesario la orientación; por lo que se tomarán los elementos de la matriz responsables de la orientación definidos por la submatriz  $H_{3_{3\times3}}^6$  que los contiene.

Los términos de la matriz  $H_0^6$  son conocidos para una orientación dada, los elementos de esta  $H_{3_{3\times3}}^6$  son:

$$H_{3_{3\times3}}^{6} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$
 Ecuación 40

Donde:

$$r_{11} = n_x s \theta_{23} + n_x c \theta_{23} + n_y c \theta_{23}$$
Ecuación 41  

$$r_{12} = s_z s \theta_{23} + s_x c \theta_{23} c \theta_1 + s_y c \theta_{23} s \theta_1$$
Ecuación 42  

$$r_{13} = a_x s \theta_{23} + a_x c \theta_{23} c \theta_1 + a_y c \theta_{23} s \theta_1$$
Ecuación 43  

$$r_{21} = n_x s \theta_1 - n_y c \theta_1$$
Ecuación 44  

$$r_{22} = s_x s \theta_1 - s_y c \theta_1$$
Ecuación 45  

$$r_{23} = a_x s \theta_1 - a_y c \theta_1$$
Ecuación 46  

$$r_{31} = n_x s \theta_{23} c \theta_1 - n_z c \theta_{23} + n_y s \theta_{23} s \theta_1$$
Ecuación 47  

$$r_{32} = s_x s \theta_{23} c \theta_1 - s_z c \theta_{23} + s_y s \theta_{23} s \theta_1$$
Ecuación 48

$$r_{33} = a_x s \theta_{23} c \theta_1 - a_z c \theta_{23} + a_y s \theta_{23} s \theta_1$$
 Ecuación 49

Igualando los elementos  $r_{33}$  de las matrices de orientación de la ecuación 40 y 11 se obtiene:

$$\theta_{5} = a\cos\left(a_{x}s\theta_{23}c\theta_{1} - a_{z}c\theta_{23} + a_{y}s\theta_{23}s\theta_{1}\right)$$
 Ecuación 50

Para hallar los ángulos  $\theta_4$  y  $\theta_6$  se igualan los elementos r<sub>13</sub> y r<sub>23</sub> de las matrices de orientación de la ecuación 40 y 11, con lo que se obtiene:

$$c\theta_4 = \frac{a_z s\theta_{23} + a_x c\theta_{23} c\theta_1 + a_y c\theta_{23} s\theta_1}{s\theta_5}$$
 Ecuación 51  
$$s\theta_4 = \frac{a_x s\theta_1 - a_y c\theta_1}{s\theta_5}$$
 Ecuación 52

En la ecuación 50 y 51 existe una indeterminación para valores angulares de  $\theta_5 = 0$  y  $\theta_5 = \pi$  ya que para este valor angular los ejes Z<sub>5</sub>, Z<sub>4</sub> y Z<sub>3</sub> se alinean configurando así una condición singular. Esta situación puede ser corregida teniendo en cuenta esta condición al momento de implementar el esquema de control.

Asumiendo que  $s\theta_5 \neq 0$ :

 $\theta_6 = \operatorname{atan2}(s\theta_6, c\theta_6)$ 

$$\theta_4 = \operatorname{atan2}(s\theta_4, c\theta_4)$$
 Ecuación 53

Finalmente, para obtener el valor angular  $\theta_6$  se igualan los elementos r<sub>31</sub> y r<sub>32</sub> de las matrices de orientación de la ecuación 40 y 11, con lo que se tiene:

$$c\theta_{6} = -\frac{n_{x}s\theta_{23}c\theta_{1} - n_{z}c\theta_{23} + n_{y}s\theta_{23}s\theta_{1}}{s\theta_{5}}$$
Ecuación 54  
$$s\theta_{6} = \frac{s_{x}sq_{23}c\theta_{1} - s_{z}c\theta_{23} + s_{y}s\theta_{23}s\theta_{1}}{s\theta_{5}}$$
Ecuación 55

Una vez obtenidas todas las ecuaciones que relacionan las variables articulares con la posición en el espacio alcanzable por el manipulador, es posible establecer un control basado en la posición y orientación del elemento terminal para alcanzar un punto en el volumen de trabajo del manipulador.

Ecuación 56

# CAPÍTULO 6

# CONTROL DE POSICIÓN Y PRUEBAS DE OPERACIÓN DEL MANIPULADOR

# 6.1 ESTRATEGIA DE CONTROL

Para lograr alcanzar un punto en el espacio de trabajo alcanzable por el manipulador, se plantea el desarrollo de un control basado en la posición y orientación del elemento final del manipulador sin tener en cuenta las características dinámicas del manipulador. La instrumentación necesaria para llevar a cabo un control dinámico requiere de sensores que permitan la medición de los diferentes valores de aceleración de los centros de gravedad de los eslabones, así como un sistema de cómputo especializado para el manipulador que optimice los tiempos de cálculo para la implementación del control en tiempo real y disminuya los tiempos de comunicación con los actuadores del manipulador. Involucrar la dinámica de manipulador requiere de mayor nivel de instrumentación e inversión económica la cual excede los alcances propuestos en el presente trabajo. El presupuesto inicial estimado para el proyecto fue de 8 635 000 pesos, el cual fue excedió ampliamente hasta alcanzar un estimado de 17 230 000 pesos debido a los sobrecostos generados por el aumento del dólar en el momento de realizar la adquisición de los actuadores, lo cual impidió la adquisición de otros elementos.

# 6.2 ACTUADORES USADOS EN EL MANIPULADOR

Para el accionamiento del manipulador se utilizaron los actuadores Dynamixel debido a que estos pueden ser programados por el usuario y cuentan con retroalimentación. Dentro de sus características más importantes esta su protocolo de comunicación digital del tipo serie por paquetes de datos, que funciona hasta 1 Gbits/s; donde cada paquete posee una serie de parámetros los cuales permiten enviar información como par motor, velocidad, posición, entre otras. Otra de sus virtudes principales se debe a la posibilidad de cambiar las variables del controlador PID para uno o varios actuadores. Esto se logra enviando cadenas completas de datos seriales donde cada paquete posee un identificador. Esta característica conlleva a que solo se necesite un cable de datos y dos de alimentación conectados en la topología de tipo bus, iniciando por el primer servo hasta llegar al último, siendo este el que generalmente lleva la alimentación. La metodología de conexión se presenta en la figura 31.

#### Figura 31. Motores Dynamixel conectados en serie



Ilustración tomada de wiki.airisep.fr

Los actuadores Dynamixel cuentan con una tabla de registros en los que se almacenan los datos que se leen del motor y donde se puede escribir para modificar sus valores. Cada vez que se desee modificar o leer, una posición, o cualquiera de las posibles opciones del motor, se deberá acceder directamente a la tabla de registros. Como se mencionó anteriormente, estos servos se pueden conectar formando una red de motores, por lo que cada motor tendrá asociado un identificador, y cada vez que se requiera realizar una consulta a cualquiera de los actuadores, se debe incluir el identificador del motor al que va dirigida la consulta o instrucción. Una ventaja de poder conectar los motores en red es que será posible conectar hasta 255 motores en la red, todos conectados a un único puerto del ordenador con un sólo cable de datos.

La metodología para realizar la comunicación de lectura y escritura con los actuadores consiste en el uso de librerías ya suministradas por el fabricante o la creación de las mismas por parte del usuario. Esta característica flexibiliza el uso de diferentes entornos de programación donde el usuario usará la que mejor se adapte a sus necesidades.

### 6.2.1 Estructura de la comunicación con los actuadores

Los actuadores Dynamixel se comunican mediante una tabla de registros contenida en su memoria EPROM la cual contienen la información básica para la manipulación de los diversos parámetros de control. Los parámetros que el usuario puede afectar momentáneamente se almacenan en la memoria RAM. Los datos que serán enviados al actuador mediante un hardware de comunicación el cual emplea comunicación serial asíncrona de 8 bits, 1 bit de parada y sin paridad, deben ser escritos de acuerdo con la estructura mostrada en la tabla 18.

OFF	OFF	ID	Longitud del	Instrucción	Instrucción 2	Parámetro	Check sum
			paquete	1			
Inicio paquete datos	del de	Identificador del servomotor (0 a 255)	Longitud de la cadena N+2(Numero de parámetros que le preceden.)	Parámetro asignado para lectura (2) o escritura (3)	Corresponde al parámetro que se vaya a manipular como posición, velocidad etc.	Valor el cual el usuario desea que se modifique el parámetro seleccionado anteriormente.	Parámetro que indica el número de datos que se enviaron en la trama. Sirve como comprobación

Tabla 18. Estructura de comunicación empleada por los actuadores

Cabe destacar, que, si un paquete lleva el identificador 254, la instrucción será enviada a todos los motores y todos ellos la ejecutarán.

# 6.2.2 Rango de movimientos de los actuadores

Estos actuadores en función de su referencia, tienen diferentes rangos de movimientos, que generalmente oscila entre valores de 0 a 300º para las series AX y RX con una resolución de 0,29 º, y 360º en las series MX, con resoluciones de 0,088º. Las características adicionales de los servos se presentan el anexo 1.

# 6.2.3 Dispositivo de comunicación USB2Dynamixel

Este dispositivo es el encargado de convertir las señales del protocolo de comunicación binario enviado desde el puerto USB del computador, usando el sofware Matlab, hacia los actuadores en el formato de comunicación TTL. En la figura 32 se presenta el esquema de conexión el cual se identifica con el conector de 3 pines observado en el dispositivo. Este dispositivo también permite trabajar con protocolos de comunicación RS485 y RS232; para esto selecciona un pequeño interruptor en la parte lateral del dispositivo como se muestra en la figura 33.

Figura 32. Conexión del dispositivo USB2Dynamixel con los actuadores



Figura 33. Interruptor para seleccionar el tipo de comunicación



La comunicación se maneja usando paquetes de datos de instrucción y paquetes de estado. Los paquetes de instrucción son todos aquellos comandos enviados desde el CPU para el control del actuador. Los paquetes de estado son los enviados por el actuador al CPU para indicar el estado de algunos parámetros preconfigurados en el actuador, y los parámetros que el usuario desee conocer y que hayan sido solicitados en el paquete de instrucción. El retorno de estos paquetes se da en un tiempo de 2 µs posteriores a la recepción del paquete de instrucción.

En el mercado existen otros dispositivos de comunicación, como los controladores de la serie CMXX el cual tiene un ambiente de programación propio de Bioloid llamado Robo plus Manager, el cual tiene la opción de programación en C++. También es posible controlar estos actuadores con controladores de plataforma abierta de la serie OpenCMxx, el cual utiliza un ambiente de programación basado en el lenguaje del sistema abierto ARDUINO; este último es accesible a una gran gama de usuarios.

# 6.3 SOFTWARE DE CONTROL

Dentro de los objetivos principales propuestos en el diseño del manipulador, se plantea la necesidad de construir una plataforma para el estudio de manipuladores de cadena cinemática abierta. Se pretende que con esta plataforma se facilite el proceso de enseñanza y aprendizaje de manera didáctica empleando un lenguaje de programación asequible y que permita probar diferentes estrategias de control.

Para lograr este propósito se plantea la integración de las diferentes técnicas de diseño mecánico y eléctrico atendiendo a la recomendación de autores como (Velarde-Sanchez, Garcia-Valdovinos, & Pedraza-Ortega, 2010). Se utilizarán herramientas computacionales para la generación de prototipos virtuales que brindan la posibilidad de probar las diferentes opciones de diseño. Esto con el fin de prever problemas potenciales del producto final hasta lograr satisfacer a cabalidad las condiciones de diseño.

En la Universidad Tecnológica de Pereira se cuenta con el software Matlab, el cual reúne las características descritas anteriormente ya que cuenta con diferentes toolbox para el estudio de manipuladores robóticos y sistemas dinámicos. Este toolbox también se puede emplear junto a otras herramientas computacionales de diseño CAD, permitiendo incorporar los modelos tridimensionales diseñados con estas herramientas los cuales contienen todas sus características físicas como tamaño peso, inercias y demás elementos empleados en el diseño. Adicionalmente el software Matlab cuenta con el editor gráfico Simulink el cual permite modelar y simular prototipos dinámicos virtuales usando la librería Simmechanics de una manera amena y asequible al usuario.

# 6.4 PROGRAMACIÓN DE LAS TRAYECTORIAS

Para la programación de los servomotores encargados de mover las articulaciones del manipulador robótico de 6 gdl, se utiliza el software MATLAB y las librerías creadas para el control de los actuadores Dynamixel que permiten la comunicación con lo servomotores.

La cinemática inversa del manipulador robot de 6 gdl, determina la posición angular de los seis actuadores para alcanzar un punto P de coordenadas Px, Py, y Pz que pertenezca al espacio de trabajo. A partir de esta condición se diseñan varios programas que permiten probar algunas características del manipulador como son: la posición angular y el consumo de par de los actuadores para mover la carga de trabajo.

Los programas permiten ingresar las coordenadas Px, Py y Pz de un punto en particular junto con la orientación del elemento terminal. Posteriormente se calculan los valores angulares que deben tomar los actuadores del manipulador para alcanzar dicho punto, y se envía esta información a cada uno de los servomotores por comunicación serial. Cuando los actuadores finalizan el movimiento, el servomotor retorna los valores relacionados con la posición angular real obtenida y el par motor consumido por cada uno de ellos para alcanzar el punto establecido. Con esta información es posible realizar una comprobación básica de la precisión que se puede alcanzar con el manipulador robótico. El tipo de control empleado para realizar los movimientos del manipulador es un control de lazo abierto respecto a la posición final del elemento terminal del manipulador, pero de lazo cerrado respecto a los actuadores (figura 34).

#### Figura 34. Esquema de control para el robot manipulador



Otro de los programas utilizados, permite introducir una trayectoria con una cantidad de puntos especiados por el usuario, donde para cada uno de estos puntos se calcula la respectiva posición angular, la cual es ejecutada consecutivamente por los servomotores. Adicionalmente este programa simula de manera virtual la posición alcanzada por el manipulador y retorna en forma matricial y de manera gráfica elementos como: trayectoria realizada, par requerido en los servomotores y una comparación servomotor a servomotor del ángulo solicitado y el ángulo real alcanzado.

Las trayectorias probadas en el manipulador mostradas en la figura 35 y 36 fueron escogidas debido a que tienen un amplio rango de movimiento y permiten comparar el desempeño del manipulador con diferentes orientaciones del elemento terminal. Estas trayectorias fueron probadas llevando el manipulador punto a punto hasta cumplir con la totalidad de la misma manteniendo el efector final a cero grados con respecto a la horizontal. Los puntos que componen estas trayectorias se presentan en la tabla 19.

Figura 35. Trayectoria cuadrada realizada por el manipulador didáctico de 6 gdl





Figura 36. Trayectoria realizada por el manipulador didáctico de 6 g

Tabla 19. Trayectorias de prueba para el manipulador didáctico de 6 gdl

TR	AYECTOR	IA CIRCUI	TRAYECTORIA CUADRADA			
PUNTO	<i>Px</i> (mm)	Py (mm)	Pz (mm)	<i>Px</i> (mm)	Py (mm)	Pz (mm)
1	0,00	200,00	250,00	-100	250	200
2	20,79	200,00	247,81	-100	250	190
3	40,67	200,00	241,35	-100	250	180
4	58,78	200,00	230,90	-100	250	170
5	74,31	200,00	216,91	-100	250	160
6	86,60	200,00	200,00	-100	250	150
7	95,11	200,00	180,90	-80	250	150
8	99,45	200,00	160,45	-60	250	150
9	99,45	200,00	139,55	-40	250	150
10	95,11	200,00	119,10	-20	250	150
11	86,60	200,00	100,00	0	250	150
12	74,31	200,00	83,09	20	250	150
13	58,78	200,00	69,10	40	250	150
14	40,67	200,00	58,65	60	250	150
15	20,79	200,00	52,19	80	250	150
16	0,00	200,00	50,00	100	250	150
17	-20,79	200,00	52,19	100	250	160
18	-40,67	200,00	58,65	100	250	170

TRAYECTORIA CIRCULAR				TRAYECTORIA CUADRADA		
PUNTO	<i>Px</i> (mm)	Py (mm)	Pz (mm)	<i>Px</i> (mm)	Py (mm)	Pz (mm)
19	-58,78	200,00	69,10	100	250	180
20	-74,31	200,00	83,09	100	250	190
21	-86,60	200,00	100,00	100	250	200
22	-95,11	200,00	119,10	80	250	200
23	-99,45	200,00	139,55	60	250	200
24	-99,45	200,00	160,45	40	250	200
25	-95,11	200,00	180,90	20	250	200
26	-86,60	200,00	200,00	0	250	200
27	-74,31	200,00	216,91	-20	250	200
28	-58,78	200,00	230,90	-40	250	200
29	-40,67	200,00	241,35	-60	250	200
30	-20,79	200,00	247,81	-80	250	200
31	0,00	200,00	250,00	-100	250	200

Tabla 20 (Continuación). Trayectorias de prueba para el manipulador didáctico de 6 gdl

## 6.4.1 Análisis de las trayectorias ejecutadas por el manipulador

Con los puntos mostrados en la tabla 19, se construyeron las gráficas de las posiciones articulares para cada una de las trayectorias propuestas con una carga de trabajo de 40 g, debido a que en el momento de realizar las pruebas el manipulador no cuenta con el diseño de un gripper que le permita manejar cargas de trabajo superiores. Para estimar el par motor requerido en cada servomotor se realiza una comparación entre la simulación dinámica en el software Simulink de MathWorks y el valor de par motor real obtenido de los servomotores.

En las gráficas 37 a 56 y los anexos 2 a 9 se muestra las posiciones articulares para la trayectoria cuadrada y circular, así como el par motor consumido.



Figura 37. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del primer gdl

Figura 38. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del segundo gdl



Figura 39. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del tercer gdl



Figura 40. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del cuarto gdl





Figura 41. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del quinto gdl

Figura 42. Trayectoria cuadrada para la posición articular del actuador del sexto gdl



Figura 43. Par consumido por los actuadores del primero y segundo gdl para la trayectoria cuadrada


Figura 44. Par consumido por los actuadores del tercero y cuarto gdl para la trayectoria cuadrada



Figura 45. Par consumido por los actuadores del quinto y sexto gdl para la trayectoria cuadrada



Figura 46. Trayectoria circular para la posición articular del primer gdl





Figura 47. Trayectoria circular para la posición articular del segundo gdl

Figura 48. Trayectoria circular para la posición articular del tercero gdl



Figura 49. Trayectoria circular para la posición articular del cuarto gdl





Figura 50. Trayectoria circular para la posición articular del quinto gdl

Figura 51. Trayectoria circular para la posición articular del sexto gdl



Figura 52. Par consumido por el actuador del primer gdl para la trayectoria circular



Figura 53. Par consumido por el actuador del segundo gdl para la trayectoria circular



Figura 54. Par consumido por el actuador del tercer gdl para la trayectoria circular



Figura 55. Par consumido por el actuador del cuarto gdl para la trayectoria circular





Figura 56. Par consumido por el actuador del quinto gdl para la trayectoria circular

Figura 57. Par consumido por el actuador del sexto gdl para la trayectoria circular



Las figuras 37 a 42 muestran las posiciones articulares reales e ideales del manipulador para una trayectoria cuadrada y las figuras 46 a 51 relacionan la posición angular ideal y real de los servomotores para una trayectoria circular. Estas trayectorias fueron elaboradas para una única carga de trabajo de 40 g, que corresponde a un elemento situado en el último grado de libertad que simula un gripper. Con esto se establece la necesidad de diseñar otros tipos de elementos terminales que admitan la sujeción de cargas externas para probar el robot con diferentes cargas de trabajo situadas en la posición indicada. Estas figuras muestran la validez del modelo matemático de la cinemática inversa empleada para el control de posición del manipulador didáctico de 6 gdl. Al analizar las trayectorias observadas en las figuras 37 a 42 se puede resaltar lo siguiente:

• Existe una diferencia mínima en la posición angular entre las trayectorias real e ideal, cuando el manipulador recorre trayectorias que se encuentren en su

espacio de trabajo y cuando no existe cambios bruscos de dirección en la trayectoria articular.

 Cuando se presentan cambios bruscos en la dirección o se está cerca de los límites del espacio de trabajo, se observan las mayores diferencias angulares en las trayectorias.

Una de las estrategias para disminuir las desviaciones entre las trayectorias, consiste en incluir un control dinámico que permita tener en cuenta las diferentes aceleraciones que deben adoptar cada una de las articulaciones para una carga de trabajo específica. El modelo de la cinemática inversa no tiene en cuenta los efectos dinámicos de las cargas de trabajo, lo que hace que el sistema de control sea insensible a cambios de dirección y a los cambios en la aceleración.

Adicionalmente, es necesario establecer los límites reales del espacio de trabajo, con el fin de planear trayectorias que alejen al manipulador de posiciones que generen imprecisión en el movimiento del elemento terminal.

Las figuras 43 a 45 y 52 a 57 realizan la comparación de los pares ideales y reales para la trayectoria cuadrada y circular con la misma carga de trabajo. En estas figuras se aprecia que el par motor real es de mayor magnitud que el ideal y presenta cambios bruscos en su magnitud. Esto se debe a que el sistema de control articular debe incluir el modelo dinámico del manipulador teniendo en cuenta los efectos de fricción y las aceleraciones de los centros de masa de los eslabones. Para incluir estos efectos es necesario emplear sensores que permitan detectar los cambios de aceleración, con el objeto de tener en cuenta los efectos dinámicos de las masas de los diferentes elementos que hacen parte del manipulador y que se ven reflejados en las irregularidades en las cargas torsionales de los actuadores.

Otro factor que influye sobre los datos obtenidos del par motor de los actuadores, se manifiesta en el momento de la toma de datos. El manipulador cuenta con 8 actuadores los cuales retornan los valores a intervalos promedio de tiempo de 0,4 s por actuador, empleando un total de 3,2 s por punto para el total de los actuadores. Este tiempo de retraso entre cada punto de la trayectoria, influye en que el manipulador no se mueva de manera continúa mostrando los picos de carga observados en las gráficas. Es de notar que este tiempo depende de las características del hardware y software empleado para realizar las tareas de control y no de los actuadores. Este inconveniente también con las alteraciones en las cargas torsionales. Este inconveniente también imposibilita la aplicación de un método para la planificación de trayectorias con el hardware y software actual.

### 6.5 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL MANIPULADOR

Para la representación gráfica y dinámica del manipulador, se hace uso de la herramienta para simulación Simulink de Matlab junto con el toolbox Sinmechanics. Este toolbox permite incorporar los diseños de elementos mecánicos elaborados en un software de diseño como Autodesk Inventor y Solid Works. Una vez diseñado el modelo mecánico del manipulador, el cual incluye características como las distribuciones de masa de los elementos, inercias, marcos de referencia y las restricciones mecánicas entre elementos. Este modelo es exportado a Simulink y en el toolbox Sinmmechanics se crea un modelo dinámico de bloques (figura 58); este modelo representa la interacción entre los elementos mecánicos del manipulador.



Figura 58. Modelo dinámico del manipulador didáctico de 6 gdl

Este diagrama de bloques admite la incorporación de elementos tales como actuadores y sensores para la ejecución y seguimiento de trayectorias. Las trayectorias dependen de los parámetros definidos por el usuario y se pueden visualizar en un modelo virtual del manipulador. El modelo virtual simula el comportamiento dinámico del robot con los parámetros especificados por el usuario (figura 59).

Figura 59. Simulación virtual del manipulador didáctico de 6 gdl



A este modelo se le incorporó una interfaz de usuario (figura 60) la cual permite modificar los diferentes parámetros del manipulador para que de esta forma se facilite el estudio de este tipo de plataformas robóticas. De esta forma, se tiene la flexibilidad de probar diferentes trayectorias, características dinámicas y estrategias de control que ofrecerán al diseñador una idea del comportamiento del manipulador antes de probar estas estrategias en el manipulador real.



Figura 60. Interfaz gráfica del manipulador didáctico de 6 gdl

Otra característica importante de la implementación del software Matlab para el análisis dinámico del manipulador, radica en la posibilidad de exteriorizar las señales de control, integrando el modelo virtual y real para complementar el proceso de estudio de esta plataforma robótica, tal como se puede apreciar en la figura 61.

Figura 61. Integración del modelo virtual y real del manipulador didáctico de 6 gdl



# CAPÍTULO 7

#### CONCLUSIONES, APORTES Y RECOMENDACIONES

### 7.1 CONCLUSIONES

- Durante la etapa de construcción de los diferentes elementos que componen el manipulador didáctico de 6 gdl, se construyeron empleando procesos de construcción convencionales. Se plantea entonces la necesidad de utilizar procesos de manufactura con máquinas tipo CNC, que permitan garantizar aspectos como: paralelismo, perpendicularidad y acabado superficial, bajos niveles de tolerancia, para mejorar la precisión constructiva del manipulador robótico.
- Las pruebas realizadas al manipulador didáctico de 6 gdl, muestran la versatilidad de este tipo de arquitecturas, ya que permiten acceder a un punto en el espacio de trabajo con diferentes configuraciones de sus articulaciones.
- El sistema de control implementado para el manipulador didáctico de 6 gdl, con base en la cinemática inversa, el cual opera directamente sobre los actuadores con la ayuda del software MATLAB y la comunicación serial, muestra la validez del análisis geométrico realizado en este trabajo para el desarrollo de diferentes tipos de trayectorias. Este comportamiento se puede observar en las gráficas obtenidas de la posición angular.
- La implementación de la interfaz gráfica, permite al estudiante el análisis del comportamiento cinemático y dinámico de este tipo de manipuladores. Esto hace que la experiencia de estudio sea mucho más amena y enriquecedora, ya que permite modificar dentro de valores preestablecidos las características cinemáticas y dinámicas del manipulador. Esto conduce a crear y probar trayectorias y estrategias de control para mejorar el desempeño del manipulador en tareas específicas.

## 7.2 APORTES

- Se construye para la facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Tecnológica de Pereira un banco de pruebas de un manipulador serial de 6 gdl con una estructura de control que permite la modificación de parámetros cinemáticos de fácil acceso al usuario. Esto facilitará a los estudiantes de pregrado y de las maestrías asociadas a la facultad comprender las estructuras cinemáticas y dinámicas que se utilizan para el control de este tipo de plataformas robóticas.
- Se desarrolló una metodología de diseño y simulación la cual emplea herramientas de diseño mecánico, y simulación virtual las cuales facilitan el estudio y análisis de diferentes tipos de manipuladores robóticos en un entorno virtual, sin la necesidad de tener un manipulador físico para realizar estos estudios, agilizando el procedimiento de validación al conseguir comparar los resultados teóricos y los obtenidos con el proceso de simulación. Esta metodología se documentó en el artículo titulado "Técnica para la aplicación del modelado, simulación y comprobación de parámetros cinemáticos en un manipulador antropomórfico de tres GDL".
- Se desarrollaron una serie de librerías en el software Matlab para implementar un protocolo de comunicación serial entre el modelo virtual y el modelo físico, las cuales proporcionan al usuario herramientas para la implementación de señales de control con el fin de enviarlas al modelo real, y de esta forma corroborar los estudios realizados en el entorno de simulación virtual.
- En la actualidad en la Universidad Tecnológica de Pereira se realizan estudios en diferentes arquitecturas robóticas de cinemática abierta, pero no se cuenta con un manipulador que permita probar diferentes parámetros cinemáticos y dinámicos. Por otra parte, el manipulador didáctico de 6 gdl tiene una estructura de control abierta, lo cual proporciona una herramienta para la realización de estudios sobre las plataformas robóticas de cinemática abierta en campos como: instrumentación y control, control visual, control dinámico, teleoperación, consumos energéticos y computacionales en este tipo de arquitecturas robóticas.

### 7.3 RECOMENDACIONES

- Realizar la caracterización dinámica del manipulador didáctico de 6 gdl, con el fin de implementar diferentes estrategias de control dinámico que se ajusten a las condiciones particulares de trabajo de estas plataformas de trabajo.
- Instrumentar el manipulador con sensores en cada uno de sus segmentos y articulaciones que le permitan contrastar los parámetros de posición, velocidad, y aceleración de los centros de masa y demás componentes, para incluir estas variables en un esquema de control más robusto para estimar y mejorar características como precisión y repetibilidad especialmente cuando este tipo de manipuladores pierde precisión debido al número de ciclos de trabajo.
- Dotar al manipulador de un equipo computacional con dedicación exclusiva a las tareas de control que le permita responder de manera más eficiente frente a los procesos de control y a las condiciones de operación del manipulador empleando un lenguaje de programación de bajo nivel.
- Diseñar diferentes tipos de elementos terminales o gripper para que el manipulador pueda cumplir con diferentes operaciones tales como pintura, soldadura y manipulación de objetos, permitiéndole a los estudiantes observar las diferentes características cinemáticas y dinámicas en función del tipo de tarea realizada.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. ABB. Especificacion del producto. <u>En</u>: Robot articulado IRB 6620 [en linea].< https://library.e.abb.com/public/38b3ddd07ff0409ca30040d9d491b2cc/3HAC1 4568-1\_rev6\_es\_library.pdf> [citado en 4 mayo de 2005]
- [2]. ABB. Panopto CourseCast 6620. [en linea] <http://lecture.sccsc.edu/amt/AMT%20206%20Electricity%20and%20Automa tion/ABB%20IRB%20140%20Robot/files/3HAC025861-005\_revH\_es.pdf.> [citado en 08 de enero de 2014]
- [3]. AFI, Z. y ROMDHADE, L. (2006). Computer Aided Design for Dynamic Modeling and Control of Closed Loop Mechanisms. <u>En</u>: ARAS 06 International Conference, 2006. Sharm El Sheikh, Egipto.
- [4]. ALMONACID, M, et al. Motion planning of a climbing parallel robot. <u>En</u>: IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2001. vol 19, Issue 3, p. 485-489.
- [5]. ALLAN, J. F.; LAVOIE, S. y REIHER, S., L., G. Kinematic and dynamic analysis of a novel 6-DOF serial manipulator for underground distribution power lines. <u>En</u>: 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2011. San Francisco, CA. p. 1849-1856.
- [6]. ANGULO, J. M.; ROMERO, S.Y. y ANGULO, I. Introducción a la robótica: Principios teóricos, construcción y programación de un robot educativo. Madrid, España: S.A. Ediciones Paraninfo, 2005. 448 p.
- [7]. ASOCIACIÓN ESPAÑOLA DE ROBÓTICA Y AUTOMATIZACIÓN TECNOLOGÍAS DE LA PRODUCCIÓN. <u>En</u>: Libro de estadisiticas 2008 [en linea]. <a href="http://www.aeratp.com/documentos/Libroestadisticas2008.pdf">http://www.aeratp.com/documentos/Libroestadisticas2008.pdf</a> [citado en 23 de Junio de 2015]
- [8]. BONEV, Llian. Delta Parallel Robot, The Story of Success [en linea]. Disponible en: <a href="http://www.dimec.unige.it/PMAR/">http://www.dimec.unige.it/PMAR/</a>> [citado en 19 de Mayo de 2013]
- [9]. BUENO, A. Control y robótica [en linea]. Disponible en: <http://www.portaleso.com/usuarios/Toni/web\_robot\_3/robot\_indice.html> [citado en 20 de Febrero de 2014]
- [10]. CEA. <u>En</u>: Asociación Española de Robotica y Automatización Tecnologías de la Producción [en linea]: <http://www.ceautomatica.es/sites/default/files/upload/10/files/LIBRO%20BLA NCO%20DE%20LA%20ROBOTICA%202\_v1.pdf > [citado en 22 de junio de 2014]

- [11]. COMITÉ ESPAÑOL DE AUTOMÁTICA, C. E. El libro blanco de la robótica en España 1 ed. España: Investigación, tecnologías y formación, 2011.
- [12]. COMITÉ ESPAÑOL DE AUTOMÁTICA. [en linea]: <www.ceautomatica.es/sites/default/files/upload/10/files/LIBRO%20BLANCO %20DE%20LA%20ROBOTICA%202\_v1.pdf> [citado en 22 de junio de 2014]
- [13]. CORTÉS, F. Robòtica Control de Robots Manipuladores .1 ed. Mèxico: Marcombo, 2011. 312 p.
- [14]. CORTÉS, F. Matlab Aplicado a Robòtica y Mecàtronica.1 ed. Mèxico: Alfaomega, 2012. 458 p.
- [15]. CRAIG, Jhon J. Robòtica. 3 ed. Mèxico: Pearson Educatiòn, 2006. 310 p.
- [16]. DE LOS ROBOTS [en linea]. <a href="http://www.letraherido.com/19040302robots.htm">http://www.letraherido.com/19040302robots.htm</a>> [citado en 20 febrero de 2014]
- [17]. DIXON, W. O.; WALKER, I. y DAWSON, D. A. Simulink-based robotic toolkit for simulation and control of the PUMA 560 robot manipulator. <u>En</u>: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2001. vol. 4, p. 2202 - 2207. Maui, Hawai.
- [18]. FU, K. S.; GONZÁLEZ, Rafael C. y LEE, C.S.G. Fundamentos de Robótica. Mèxico: McGraw-Hill,1988. 591 p.
- [19]. GAUTIER, M. y BRIOT, M. G. Dynamic parameter identification of a 6 DOF industrial robot using power model. <u>En</u>: IEEE International, Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2013. Karlsruhe. p. 2914-2920.
- [20]. GOLDMAN, R. Design of an interative Manipulator Programming Environment. Disertación doctoral. USA: Universidad de Stanford, 1985.
- [21]. GROOVER, M. P. Robótica industrial tecnología, programación y aplicaciones. Mexico: McGraw-Hill, 1990. 600 p.
- [22]. HERMES, E. [en linea]. <a href="http://feria-cienciaselvis.blogspot.com.co/2013/01/el-brazo-hidraulico.html">http://feria-cienciaselvis.blogspot.com.co/2013/01/el-brazo-hidraulico.html</a> [citado en 21 de febrero de 2014]
- [23]. HISTORIA Y EVOLUCIÓN DE LA ROBOTICA [en linea]. <www.tareanet.edu.co/index.php?option=com\_myblog&show=historia-y evolucion-de-la-robotica.html&Itemid=90> [citado en 21 de febrero de 2014]
- [24]. INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGÍAS EDUCATIVAS Y DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO [en linea].

<a href="http://platea.pntic.mec.es/vgonzale/cyr\_0708/archivos/\_15/Tema\_5.4.htm">http://platea.pntic.mec.es/vgonzale/cyr\_0708/archivos/\_15/Tema\_5.4.htm</a> [citado en 4 de enero de 2014]

- [25]. INTEREMPRESAS.NET [en linea]. <http://www.interempresas.net/Robotica/Articulos/1450-Buen-ano-para-laventa-de-robots-industriales.html> [citado en 15 de Junio de 2014]
- [26]. INTERNATIONAL FEDERATION OF ROBOTICS STATISTICAL DEPARTMENT [en linea]. <a href="http://www.ifr.org/industrial-robots/statistics/">http://www.ifr.org/industrial-robots/statistics/</a>>. [citado en 4 de enero de 2014]
- [27]. LI, Q. Application of the Design For Control Approach for the Integrated Design and Control of Parallel Robots. <u>En</u>: Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2014. vol 136, Issue no. 4, p. 0445011 - 0445013.
- [28]. LI., B., HUANG, L. Kinematics simulation of the anthropomorphic manipulator based on Pro/E and ADAMS. <u>En</u>: International Conference on Measurement, Information and Control (ICMIC), 2013. Harbin, vol. 2,p. 1086 - 1089.
- [29]. LOW, K.-H. Industrial Robotics, Programing Simulation and Applications. Croatia: pIV pro literatur Verlag Robert Mayer-Scholz, 2007. 677 p.
- [30]. MARSHALL, D. y BRREDIN C. Historia de un éxito: una mirada retrospectiva a la aportación de ABB a la robótica industrial. <u>En</u>: ABB Review, 2008. vol. 2, no. 2, p. 56-62.
- [31]. MAXI, A. Y., et al. Developing Controller Performance Using Model-Based Design and Rapid Controller Prototyping Techniques. <u>En</u>: 13\_International Congress on Aerospace Sciences & Aviation Technology, ASAT- 13, 2009. Cairo, Egypt.
- [32]. OSITA, D. I y NMOKAH YILDIRIM, Hurmuzlu. The Mechanical systems design handbook modeling. USA, Dallas, Texas: CRC Press, 2002. 839 p.
- [33]. PALOMINO, C. y SANTOS, Juan de los. Brazo robotizado. Trabajo de grado para obtar al título deTecnólogo Mecánico. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingeniería Mecánica. Escuela de Tecnología Mecánica, 2001.
- [34]. PÉREZ, M. A.; CUEVAS, E. V. y NAVARRO, D. Fundamentos de robòtica y mecatrònica con Matlab y Simulink. Mèxico: Alfaomega, 2015. 674 p.
- [35]. PIEPER, D. L. The Kinematics of Manipulators under Computer Control. <u>En</u>: Artificial Intelligence Project Memo No 72. Financiado por Advanced Research Project Agency, 1968. Universidad de Stanford, USA.

- [36]. PIERROT, F.; FOURNIER, F. y DAUCHEX, A. F. Towards a fully-parallel 6 d.o.f. robot for high speed applications. <u>En</u>: Robotics and Automation, Proceedings, 1991. Sacramento, CA., vol 2, p. 1288-1293.
- [37]. PRADA, V.; NINO, P. A. y AVILES O. F. Control Híbrido Fuerza-Posición para un manipulador de 2 GDL. España: Editorial académica española, 2012. 148 p.
- [38]. PRINCIPALES PROYECTOS DE ABB EN COLOMBIA [en linea]. <a href="http://www.abb.com.co/cawp/coabb051/3649eadd8d057c66c12570ba0045a">http://www.abb.com.co/cawp/coabb051/3649eadd8d057c66c12570ba0045a</a> 5aa.aspx> [citado en 21 de febrero de 2014]
- [39]. REAL ACADÉMIA ESPAÑOLA [en linea]. <http://buscon.rae.es/drae/?type=3&val=5&val\_aux=&origen=REDRAE> [citado en 12 de febrero de 2014]
- [40]. SARIYILDIZ E. y TEMELTAS H. Solution of inverse kinematic problem for serial robot using dual quaterninons and plücker coordinates. <u>En</u>: EEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2009. Singapore. p. 338-343.
- [41]. SARIYILDIS, E. y TEMELTAS, H. Solution of inverse kinematic problem for serial robot using quaterninons. <u>En</u>: International Conference on Mechatronics and Automation, 2009. Singapore, p. 26-31.
- [42]. SHIGLEY, J. Teoría de Máquinas y Mecanismos. Madrid, España: McGraw-Hill, 1995. 613 p.
- [43]. SPONG, M.; HUTCHINSON, S. y VIDYASAGAR, M. Robot Modeling and Control. Jhon Wiley & Sons, 2005. 496 p.
- [44]. STAMPER, R. T.; TSAI, L-W. y WALSH, G. C. Optimization of a Three Dof Translational Platform for Well-Conditioned Workspace. <u>En</u>: Proceedings, IEEE International Conference, 1997. Albuquerque USA, vol 4, p. 3250-3254.
- [45]. STRAMIGLIOLI, S. y BRUYNINCKX, S. S. Geometry of dynamic and higherorder kinematic screws. <u>En</u>: IEEE International, Conference on Robotics and Automation, 2001. Shangai. vol. 4, p. 3344-3349.
- [46]. SWEVERS, J.; VERDONCK, W. y De SHUTTER, J. Dynamic Model Identification for Industrial Robots. <u>En</u>: IEEE Control Systems, 2007. vol. 27, no. 5, p. 58-71.
- [47]. THOMAS, M. y DESAR T. Dynamic Modeling of Serial Manipulator Arms. <u>En</u>: ASME Journal of Dynamic Systemm, Measurement and Control, 1982. vol. 104, no. 3, p. 218-228.

- [48]. TSAI, L. Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. Canada: Wiley, 1999. 620 p.
- [49]. VANEGAS, D. A. Construcción de un prototipo de cinco grados de libertad y su respectivo efector final. Trabajo de grado para obtar al título de Ingeniero electricista. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de Ingeniería Eléctrica, 2001.
- [50]. VELARDE SANCHEZ, J. R. G.; GARCIA VALDOVINOS, L. y PEDRAZA ORTEGA, J. 5-DOF manipulator simulation based on MATLAB-Simulink methodology. <u>En</u>: IEEE, 2010 20th International Conference on Electronics, Communications and Computer (CONIELECOMP), 2010. Cholula, Mexico, p. 295-300.
- [51]. WEB DE AYUDA DE SOLIDWORKS [en linea]. <http://help.solidworks.com/2011/spanish/SolidWorks/motionstudies/LegacyH elp/motion\_studies/COSMOSMotion/Degrees\_of\_Freedom.htm?format=P> [citado en 4 de enero de 2014]
- [52]. YAHYA S., et al. A geometrical inverse kinematics method for hyper-redundant manipulators. <u>En</u>: Control, Automation, Robotics and Vision, 2008. Conference on ICARCV 2008 10th International, 2008. Hanoi, p. 1954-1958.
- [53]. YAHYA, S., et al. A new geometrical inverse kinematics method for planar hyper redundant manipulators. <u>En</u>: Innovative Technologies in Intelligent Systems and Industrial Applications, CITISIA 2009, 2009. Monash, p. 20-22.
- [54]. ZHANG H. y R. P. Paul. A parallel inverse kinematics solution for robot manipulators based on multiprocessing and linear extrapolation. Robotics and Automation, Proceedings. <u>En</u>: IEEE International Conference, 1990, vol. 1, p. 468-474. Cincinnati, OH.
- [55]. ŽLAJPAH, L. Simulation in robotics. <u>En</u> : Elsevier Mathematics and Computers in Simulation, 2008. vol. 79, Issue 4, p. 879-897.

## ANEXOS

## Anexo 1. Tabla de parámetros de control actuadores Dynamixel serie RX y MX

Area	Address (Hexadecimal)	Name	Description	Access	Initial Value (Hexadecimal)
	0 (0X00)	Model Number(L)	Lowest byte of model number		64 (0X40)
	1 (0X01)	Model Number(H)	Highest byte of model number	R	1 (0X01)
	2 (0X02)	Version of Firmware	Information on the version of firmware	R	-
	3 (0X03)	ID	ID of Dynamixel	RW	1 (0X01)
	4 (0X04)	Baud Rate	Baud Rate of Dynamixel	RW	34 (0X22)
	5 (0X05)	Return Delay Time	Return Delay Time	RW	250 (0XFA)
	6 (0X06)	CW Angle Limit(L)	Lowest byte of clockwise Angle Limit	RW	0 (0X00)
	7 (0X07)	CW Angle Limit(H)	Highest byte of clockwise Angle Limit	RW	0 (0X00)
Е	8 (0X08)	CCW Angle Limit(L)	Lowest byte of counterclockwise Angle Limit	RW	255 (0XFF)
E P	9 (0X09)	CCW Angle Limit(H)	Highest byte of counterclockwise Angle Limit	RW	15 (0X0F)
R	10 (0X0A)	Drive Mode	Dual Mode Setting	RW	0(0X00)
0	11 (0X0B)	the Highest Limit Temperature	Internal Limit Temperature	RW	80 (0X50)
М	12 (0X0C)	the Lowest Limit Voltage	Lowest Limit Voltage	RW	60 (0X3C)
	13 (0X0D)	the Highest Limit Voltage	Highest Limit Voltage	RW	160 (0XA0)
	14 (0X0E)	Max Torque(L)	Lowest byte of Max. Torque	RW	255 (0XFF)
	15 (0X0F)	Max Torque(H)	Highest byte of Max. Torque	RW	3 (0X03)
	16 (0X10)	Status Return Level	Status Return Level	RW	2 (0X02)
	17 (0X11)	Alarm LED	LED for Alarm	RW	36 (0X24)
	18 (0X12)	Alarm Shutdown	Shutdown for Alarm	RW	36 (0X24)
	20 (0X14)	Multi Turn Offset(L)	multi-turn offset least significant byte (LSB)	RW	0 (0X00)
	21 (0X15)	Multi Turn Offset(H)	multi-turn offset most significant byte (MSB)	RW	0 (0X00)
	22 (0X16)	Resolution Divider	Resolution divider	RW	1 (0X01)

Area	Address (Hexadecimal)	Name	Description	Access	Initial Value (Hexadecimal)
	24 (0X18)	Torque Enable	Torque On/Off	RW	0 (0X00)
	25 (0X19)	LED	LED On/Off	RW	0 (0X00)
	26 (0X1A)	D Gain	Derivative Gain	RW	0 (0X00)
	27 (0X1B)	I Gain	Integral Gain	RW	0 (0X00)
R	28 (0X1C)	P Gain	Proportional Gain	RW	32 (0X20)
Α	30 (0X1E)	Goal Position(L)	Lowest byte of Goal Position	RW	-
М	31 (0X1F)	Goal Position(H)	Highest byte of Goal Position	RW	-
	32 (0X20)	Moving Speed(L)	Lowest byte of Moving Speed (Moving Velocity)	RW	-
	33 (0X21)	Moving Speed(H)	Highest byte of Moving Speed (Moving Velocity)	RW	-
	34 (0X22)	Torque Limit(L)	Lowest byte of Torque Limit (Goal Torque)	RW	ADD14
	35 (0X23)	Torque Limit(H)	Highest byte of Torque Limit (Goal Torque)	RW	ADD15
	36 (0X24)	Present Position(L)	Lowest byte of Current Position (Present Velocity)	R	-
	37 (0X25)	Present Position(H)	Highest byte of Current Position (Present Velocity)	R	-
	38 (0X26)	38 (0X26) Present Speed(L) Lowest byte of Curre		R	-
R	39 (0X27)	Present Speed(H)	Highest byte of Current Speed	R	-
M	40 (0X28)	Present Load(L)	Lowest byte of Current Load	R	-
	41 (0X29)	Present Load(H)	Highest byte of Current Load	R	-
	42 (0X2A)	Present Voltage	Current Voltage	R	-
	43 (0X2B)	Present Temperature	Current Temperature	R	-
	44 (0X2C)	Registered	Means if Instruction is registered	R	0 (0X00)
	46 (0X2E)	Moving	Means if there is any movement	R	0 (0X00)
	47 (0X2F)	Lock	Locking EEPROM	RW	0 (0X00)
	48 (0X30)	Punch(L)	Lowest byte of Punch	RW	0 (0X00)
	49 (0X31)	Punch(H)	Highest byte of Punch	RW	0 (0X00)
	68 (0X44)	Current(L)	Lowest byte of Consuming Current	RW	0 (0X00)
	69 (0X45)	Current(H)	Highest byte of Consuming Current	RW	0 (0X00)
	70 (0X46)	Torque Control Mode Enable	Torque control mode on/off	RW	0 (0X00)
	71 (0X47)	Goal Torque(L)	Lowest byte of goal torque value	RW	0 (0X00)
	72 (0X48)	Goal Torque(H)	Highest byte of goal torque value	RW	0 (0X00)
	73 (0X49)	Goal Acceleration	Goal Acceleration	RW	0 (0X00)

Anexo 1 (continuación). Tabla de parámetros de control actuadores Dynamixel serie RX y MX

Datos	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_{6}$
1	131,01	111,68	-32,86	77,43	42,24	-73,24
2	131,01	111,83	-36,02	74,25	42,98	-68,92
3	131,01	111,82	-39,08	71,16	43,90	-64,66
4	131,01	111,64	-42,04	68,15	44,99	-60,44
5	131,01	111,27	-44,91	65,24	46,27	-56,29
6	131,01	110,70	-47,68	62,45	47,74	-52,20
7	124,82	114,85	-50,08	58,51	42,04	-50,48
8	117,55	118,46	-51,93	52,64	35,59	-46,81
9	109,18	121,29	-53,24	42,94	28,83	-39,19
10	99,87	123,12	-54,02	25,99	23,02	-24,16
11	90,00	123,75	-54,28	0,00	20,53	0,00
12	80,13	123,12	-54,02	-25,99	23,02	24,16
13	70,82	121,29	-53,24	-42,94	28,83	39,19
14	62,45	118,46	-51,93	-52,64	35,59	46,81
15	55,18	114,85	-50,08	-58,51	42,04	50,48
16	48,99	110,70	-47,68	-62,45	47,74	52,20
17	48,99	111,27	-44,91	-65,24	46,27	56,29
18	48,99	111,64	-42,04	-68,15	44,99	60,44
19	48,99	111,82	-39,08	-71,16	43,90	64,66
20	48,99	111,83	-36,02	-74,25	42,98	68,92
21	48,99	111,68	-32,86	-77,43	42,24	73,24
22	55,18	115,38	-34,97	-76,53	35,96	73,51
23	62,45	118,53	-36,58	-74,97	28,62	72,99
24	70,82	120,95	-37,71	-71,32	20,29	70,18
25	80,13	122,50	-38,37	-59,52	11,47	59,01
26	90,00	123,02	-38,59	0,00	5,56	0,00
27	99,87	122,50	-38,37	59,52	11,47	-59,01
28	109,18	120,95	-37,71	71,32	20,29	-70,18
29	117,55	118,53	-36,58	74,97	28,62	-72,99
30	124,82	115,38	-34,97	76,53	35,96	-73,51
31	131,01	111,68	-32,86	77,43	42,24	-73,24

Anexo 2. Posiciones ideales en grados de las articulaciones del manipulador para la trayectoria cuadrada

Datos	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_{5}$	$\theta_{6}$
1	131,01	111,71	-32,96	77,70	42,10	-73,39
2	130,74	111,80	-36,12	74,62	42,28	-68,99
3	130,74	111,80	-39,11	71,46	43,28	-64,78
4	130,83	111,62	-42,19	68,15	44,18	-60,64
5	130,83	111,27	-45,09	65,48	46,27	-56,43
6	130,83	112,24	-47,72	62,75	46,91	-52,38
7	125,06	115,84	-50,27	58,71	42,46	-50,63
8	117,87	119,53	-52,12	52,91	35,93	-47,11
9	109,62	122,34	-53,44	43,15	29,03	-39,29
10	100,83	124,28	-54,23	26,10	23,02	-24,35
11	91,69	124,80	-54,49	0,00	21,05	-0,09
12	80,36	124,72	-54,49	-25,84	22,14	24,08
13	71,17	122,87	-53,88	-42,80	28,22	39,02
14	62,86	119,88	-52,47	-52,47	35,11	46,58
15	55,43	116,28	-50,71	-58,36	41,55	50,19
16	49,33	112,15	-48,25	-62,40	47,09	51,94
17	49,33	112,24	-45,62	-65,21	46,91	55,99
18	49,33	112,41	-42,71	-68,03	44,99	60,29
19	49,33	111,82	-39,73	-71,19	44,73	64,51
20	49,33	111,83	-36,56	-74,27	44,00	68,92
21	49,33	111,68	-33,49	-77,43	43,28	72,95
22	55,26	116,37	-34,98	-76,90	36,20	73,21
23	62,06	119,62	-36,56	-75,32	28,85	73,13
24	70,37	122,08	-37,71	-71,54	20,69	70,22
25	78,33	123,66	-38,50	-59,68	11,89	59,15
26	87,70	124,10	-38,58	-0,18	5,99	0,00
27	99,14	124,10	-38,67	59,33	10,80	-58,97
28	107,84	122,52	-38,23	71,02	19,87	-70,05
29	117,43	119,97	-37,09	74,88	28,13	-72,86
30	124,79	116,72	-35,51	76,46	35,66	-73,48
31	130,83	111,68	-33,49	77,43	41,92	-73,39

Anexo 3. Posiciones reales en grados de las articulaciones del manipulador para la trayectoria cuadrada

Datos	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$ heta_4$	$\theta_5$	$\theta_{6}$
1	90,00	111,44	0,58	-180,00	22,02	180,00
2	79,75	111,39	-0,24	-153,39	23,41	155,31
3	70,52	111,27	-2,60	-132,14	26,72	135,37
4	62,93	111,13	-6,32	-116,57	30,59	120,15
5	57,13	111,03	-11,12	-104,92	34,17	107,85
6	53,02	111,04	-16,74	-95,67	37,20	97,11
7	50,41	111,17	-22,95	-87,86	39,62	87,22
8	49,15	111,46	-29,51	-80,81	41,50	77,81
9	49,15	111,94	-36,23	-74,07	42,86	68,73
10	50,41	112,62	-42,91	-67,25	43,71	59,89
11	53,02	113,53	-49,34	-59,96	44,02	51,20
12	57,13	114,66	-55,29	-51,75	43,72	42,51
13	62,93	115,95	-60,45	-42,06	42,79	33,52
14	70,52	117,24	-64,50	-30,30	41,37	23,67
15	79,75	118,25	-67,11	-16,08	39,98	12,45
16	90,00	118,64	-68,01	0,00	39,37	0,00
17	100,25	118,25	-67,11	16,08	39,98	-12,45
18	109,48	117,24	-64,50	30,30	41,37	-23,67
19	117,07	115,95	-60,45	42,06	42,79	-33,52
20	122,87	114,66	-55,29	51,75	43,72	-42,51
21	126,98	113,53	-49,34	59,96	44,02	-51,20
22	129,59	112,62	-42,91	67,25	43,71	-59,89
23	130,85	111,94	-36,23	74,07	42,86	-68,73
24	130,85	111,46	-29,51	80,81	41,50	-77,81
25	129,59	111,17	-22,95	87,86	39,62	-87,22
26	126,98	111,04	-16,74	95,67	37,20	-97,11
27	122,87	111,03	-11,12	104,92	34,17	-107,85
28	117,07	111,13	-6,32	116,57	30,59	-120,15
29	109,48	111,27	-2,60	132,14	26,72	-135,37
30	100,25	111,39	-0,24	153,39	23,41	-155,31
31	90,00	111,44	0,58	160,00	22,02	-160,00

Anexo 4. Posiciones ideales en grados de las articulaciones del manipulador para la trayectoria circular

Datos	$\boldsymbol{\theta_1}$	$\theta_2$	$\theta_3$	$oldsymbol{ heta}_4$	$\boldsymbol{\theta}_{5}$	$\boldsymbol{\theta}_{6}$
1	91,95	111,44	0,57	-179,82	22,02	180,00
2	90,18	111,39	-0,18	-153,37	23,41	155,13
3	81,60	111,27	-2,64	-132,28	26,40	135,87
4	71,43	111,13	-6,42	-116,72	30,21	120,32
5	63,12	111,03	-11,25	-105,21	33,84	108,02
6	57,38	111,04	-16,88	-95,98	36,83	97,29
7	53,22	111,17	-22,94	-88,15	39,19	87,36
8	50,48	111,46	-29,62	-81,04	40,92	77,96
9	49,60	111,94	-36,21	-74,36	42,19	68,21
10	49,60	112,62	-42,98	-62,97	43,00	60,03
11	50,04	114,43	-49,39	-60,21	43,19	51,33
12	52,69	115,49	-55,46	-52,12	43,19	42,63
13	56,67	116,81	-60,64	-42,45	43,09	33,49
14	62,42	118,13	-64,60	-30,76	42,01	23,67
15	70,11	119,09	-67,11	-16,35	40,55	12,48
16	78,68	119,44	-68,20	-0,18	40,01	0,00
17	87,88	119,44	-67,94	15,82	40,01	-12,48
18	98,17	118,74	-65,13	30,06	40,55	-23,64
19	109,17	117,42	-61,17	41,84	42,10	-33,49
20	116,80	116,10	-55,90	51,59	43,00	-42,45
21	122,49	114,96	-49,92	59,77	43,19	-51,24
22	126,92	113,99	-43,59	67,06	43,28	-59,85
23	129,59	111,94	-36,74	74,00	43,09	-68,64
24	130,47	111,46	-30,15	80,68	42,28	-77,78
25	130,47	111,17	-23,38	87,71	40,37	-87,10
26	129,85	111,04	-17,23	95,63	38,01	-97,03
27	127,37	111,03	-11,51	104,94	34,93	-107,75
28	123,11	111,13	-6,68	116,46	31,39	-120,15
29	117,43	111,27	-2,81	131,92	27,67	-135,26
30	108,62	111,39	-0,44	153,19	24,41	-155,13
31	92,65	111,44	0,57	160,00	22,67	-160,00

Anexo 5. Posiciones reales en grados de las articulaciones del manipulador para la trayectoria circular

Dato	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$ heta_4$	$\boldsymbol{\theta}_{5}$	$\theta_6$
1	-0,0031	0,1354	1,8469	-0,1450	0,0789	0,0066
2	-0,0030	0,1487	1,8715	-0,1435	0,0962	0,0066
3	-0,0028	0,1699	1,8917	-0,1415	0,1127	0,0066
4	-0,0025	0,1995	1,9074	-0,1390	0,1285	0,0066
5	-0,0022	0,2381	1,9180	-0,1360	0,1435	0,0066
6	-0,0018	0,2866	1,9232	-0,1324	0,1575	0,0066
7	-0,0004	-0,0119	1,9380	-0,1163	0,1631	0,0066
8	0,0012	-0,2626	1,9513	-0,0946	0,1747	0,0066
9	0,0030	-0,4529	1,9621	-0,0665	0,1965	0,0066
10	0,0054	-0,5719	1,9692	-0,0323	0,2296	0,0066
11	0,0074	-0,6132	1,9706	0,0072	0,2506	0,0066
12	0,0068	-0,5740	1,9666	0,0485	0,2292	0,0066
13	0,0052	-0,4549	1,9592	0,0852	0,1961	0,0066
14	0,0039	-0,2637	1,9489	0,1149	0,1745	0,0066
15	0,0026	-0,0122	1,9360	0,1374	0,1632	0,0066
16	0,0014	0,2870	1,9215	0,1539	0,1579	0,0066
17	0,0012	0,2391	1,9167	0,1581	0,1437	0,0065
18	0,0009	0,2011	1,9066	0,1616	0,1285	0,0065
19	0,0007	0,1722	1,8914	0,1646	0,1125	0,0065
20	0,0004	0,1517	1,8717	0,1669	0,0957	0,0065
21	0,0002	0,1391	1,8477	0,1688	0,0783	0,0065
22	0,0013	-0,1373	1,8494	0,1493	0,0767	0,0065
23	0,0022	-0,3665	1,8503	0,1239	0,0783	0,0065
24	0,0030	-0,5389	1,8507	0,0920	0,0891	0,0065
25	0,0041	-0,6462	1,8508	0,0538	0,1314	0,0065
26	0,0066	-0,6793	1,8539	0,0069	0,2502	0,0066
27	0,0016	-0,6457	1,8523	-0,0324	0,1333	0,0066
28	0,0004	-0,5407	1,8505	-0,0688	0,0909	0,0066
29	-0,0006	-0,3693	1,8496	-0,1003	0,0798	0,0066
30	-0,0018	-0,1406	1,8486	-0,1256	0,0777	0,0066
31	-0,0031	0,1354	1,8469	-0,1450	0,0789	0,0066

Anexo 6. Par ideal consumido por los actuadores en N•m para la trayectoria cuadrada

Dato	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$\theta_4$	$\theta_5$	$\theta_6$
1	0,017	1,622	1,718	-0,164	0,234	0,006
2	0,012	1,784	1,562	-0,218	0,703	0,006
3	0,012	1,784	1,562	-0,218	0,703	0,006
4	0,012	1,460	1,874	-0,218	0,703	0,006
5	0,012	0,811	1,499	-0,218	0,703	0,006
6	0,012	0,649	1,655	-0,218	0,781	0,006
7	0,012	1,460	1,332	-0,164	0,322	0,006
8	0,017	1,460	1,332	-0,164	0,244	0,006
9	0,017	1,298	1,332	-0,164	0,166	0,006
10	0,012	1,298	1,031	-0,109	0,166	0,006
11	0,017	1,460	1,332	-0,109	0,556	0,006
12	0,012	0,487	1,801	-0,109	0,703	0,006
13	0,017	0,649	1,113	0,109	0,547	0,005
14	0,012	0,973	1,957	0,109	0,469	0,005
15	0,012	0,649	1,113	0,109	0,469	0,005
16	0,017	0,811	1,269	0,109	0,625	0,005
17	0,023	1,784	1,113	0,156	0,478	0,005
18	0,023	2,109	1,113	0,109	0,635	0,005
19	0,023	1,946	1,957	0,156	0,713	0,008
20	0,023	1,946	1,957	0,166	0,791	0,005
21	0,023	1,784	1,957	0,155	0,869	0,008
22	0,023	1,298	1,874	0,225	0,166	0,005
23	0,000	1,298	1,874	0,170	0,244	0,005
24	0,024	1,135	1,831	0,170	0,322	0,005
25	0,024	1,298	1,831	0,116	0,322	0,005
26	0,012	1,460	1,874	-0,049	0,478	0,002
27	0,000	0,487	1,874	-0,049	0,625	0,002
28	0,000	0,487	1,874	-0,049	0,391	0,002
29	0,012	0,811	1,831	-0,116	0,391	0,002
30	0,052	0,973	1,874	-0,049	0,312	0,002
31	0,052	0,811	1,874	-0,049	0,391	0,022

Anexo 7. Par real consumido por los actuadores en N•m para la trayectoria cuadrada

Datos	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$ heta_4$	$\theta_{5}$	$\theta_{6}$
1	0,0053	-0,2184	1,3013	0,0062	-0,0531	0,0065
2	0,0029	-0,1953	1,3196	0,0416	-0,0339	0,0065
3	0,0012	-0,1386	1,3656	0,0755	0,0087	0,0065
4	0,0003	-0,0584	1,4340	0,1043	0,0543	0,0065
5	-0,0001	0,0321	1,5165	0,1263	0,0971	0,0065
6	-0,0003	0,1195	1,6033	0,1414	0,1371	0,0065
7	-0,0002	0,1918	1,6852	0,1501	0,1749	0,0065
8	0,0000	0,2401	1,7555	0,1527	0,2104	0,0065
9	0,0005	0,2583	1,8098	0,1497	0,2436	0,0065
10	0,0013	0,2437	1,8467	0,1417	0,2739	0,0065
11	0,0022	0,1966	1,8678	0,1292	0,3011	0,0066
12	0,0033	0,1217	1,8771	0,1125	0,3250	0,0066
13	0,0045	0,0290	1,8799	0,0919	0,3459	0,0066
14	0,0059	-0,0645	1,8812	0,0671	0,3636	0,0066
15	0,0070	-0,1355	1,8832	0,0383	0,3766	0,0066
16	0,0075	-0,1618	1,8850	0,0070	0,3815	0,0066
17	0,0069	-0,1338	1,8852	-0,0237	0,3764	0,0066
18	0,0053	-0,0619	1,8843	-0,0510	0,3633	0,0066
19	0,0033	0,0314	1,8833	-0,0740	0,3456	0,0066
20	0,0013	0,1233	1,8800	-0,0930	0,3248	0,0066
21	-0,0005	0,1971	1,8700	-0,1081	0,3009	0,0066
22	-0,0018	0,2429	1,8479	-0,1193	0,2740	0,0066
23	-0,0026	0,2560	1,8099	-0,1264	0,2440	0,0066
24	-0,0027	0,2362	1,7544	-0,1287	0,2112	0,0066
25	-0,0022	0,1863	1,6828	-0,1259	0,1761	0,0066
26	-0,0011	0,1124	1,5994	-0,1176	0,1388	0,0066
27	0,0005	0,0235	1,5111	-0,1035	0,0992	0,0066
28	0,0026	-0,0682	1,4271	-0,0834	0,0566	0,0066
29	0,0047	-0,1485	1,3581	-0,0576	0,0109	0,0065
30	0,0060	-0,2023	1,3140	-0,0273	-0,0325	0,0065
31	0,0053	-0,2184	1,3013	0,0062	-0,0531	0,0065

Anexo 8. Par ideal consumido por los actuadores en N•m para la trayectoria circular

Datos	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	$ heta_4$	$\theta_{5}$	$\theta_{6}$
1	0,0095	1,2976	0,3319	0,0545	0,6346	0,0024
2	0,0117	1,1354	2,3430	0,0000	0,3905	0,0052
3	0,0233	0,8110	2,4992	0,1159	0,2343	0,0049
4	0,0204	0,6488	2,8116	0,1159	0,2343	0,0049
5	0,0175	0,6488	2,8116	0,1159	0,3124	0,0049
6	0,0175	0,6488	2,8116	0,1704	0,3124	0,0073
7	0,0117	0,9732	2,4992	0,1704	0,4686	0,0049
8	0,0117	1,2976	2,0306	0,1704	0,5467	0,0049
9	0,0291	1,7842	1,5620	0,1704	0,6248	0,0049
10	0,0291	1,7842	1,5620	0,1704	0,7029	0,0049
11	0,0182	1,6220	1,7182	0,1704	0,7810	0,0049
12	0,0240	1,6220	0,3319	0,2249	0,5467	0,0024
13	0,0240	1,6220	1,8744	0,2249	0,1660	0,0024
14	0,0240	1,6220	1,7182	0,2249	0,4784	0,0024
15	0,0219	1,6220	1,7182	0,1704	0,3222	0,0024
16	0,0240	1,7842	1,5620	0,1159	0,4784	0,0024
17	0,0277	0,9732	1,2691	-0,4907	0,0781	0,0024
18	0,0357	0,4866	1,1129	-0,1159	0,7810	0,0024
19	0,0299	0,6488	1,2691	-0,1159	0,7810	0,0024
20	0,0007	0,6488	1,1129	-0,1159	0,7810	0,0024
21	0,0182	0,8110	1,1129	-0,4907	0,7810	0,0024
22	0,0525	0,6488	0,9567	-0,4907	0,5467	0,0024
23	0,0058	0,6488	0,8005	-0,4907	0,2441	0,0024
24	0,0240	0,6488	0,8005	0,0000	0,6346	0,0024
25	0,0240	0,4866	0,8005	-0,4907	0,5565	0,0024
26	0,0117	0,4866	0,6443	0,0000	0,6346	0,0024
27	0,0233	0,6488	0,4881	0,0000	0,5565	0,0049
28	0,0233	0,8110	0,4881	0,0000	0,6346	0,0024
29	0,0233	0,9732	0,3319	-0,1159	0,7127	0,0024
30	0,0175	1,1354	0,3319	-0,1159	0,7908	0,0049
31	0,0328	1,2976	0,3319	-0,0545	0,6346	0,0024

Anexo 9. Par real consumido por los actuadores en N•m para la trayectoria circular