Natuurkunde. — J. G. SCHOLTE: *Over het verband tussen zeegolven en microseismen.* I. (Aangeboden door Prof. J. D. VAN DER WAALS Jr.)

(Aangeboden in de zitting van 27 November 1943.)

1. *Inleiding.*

Een seismograaf registreert dagelijks vele kleine bodembewegingen, die een amplitude van enige mikrons hebben, z.g. microseismen. Sommige dezer trillingen zijn gemakkelijk (1) te verklaren uit omstandigheden van plaatselijke aard, zoals regenval, wegverkeer, vorst e.d., en zijn verder onbelangrijk. Er komen echter ook veelvuldig kleine bodembewegingen voor die niet door locale oorzaken ontstaan, daar zij door ver van elkaar liggende stations geregistreerd worden. Deze microseismen zijn hierdoor te onderkennen van de vorige, dat zij, in tegenstelling met de locale microseismen, uit regelmatig op elkaar volgende trillingsgroepen bestaan en een periode bezitten tussen 4 en 10 sekonde. Gelijktijdig door verschillende observatoria waargenomen microseismen van deze soort vertonen allen hetzelfde regelmatige beeld, maar zijn overigens geheel incoherent, zodat het onmogelijk is om een bepaalde haard van beperkte afmetingen als oorzaak voor deze verschijnselen aan te wijzen. Men heeft daarom, geleid door de overeenkomst tussen de periode van deze trillingen en die der golven van de zee, algemeen aangenomen dat de oceaangolven op de een of andere manier deze bewegingen van de aarde veroorzaken, al is dan de wijze waarop dit ontstaan geschiedt niet duidelijk. Juist betreffende het eigenlijke proces der generatie van de microseismen heerst reeds vanaf het ogenblik, waarop dit verschijnsel algemeen bekend was, ongeveer 20 jaar geleden, een verschil van mening in de kringen der seismologen. De ene groep huldigt de opvatting, oorspronkelijk door WIECHERT uitgesproken, en tegenwoordig door GUTENBERG (2) als voornaamste aanhanger verdedigd, dat de zeegolven hun trillingen aan de kust mededelen, terwijl de andere groep van mening is, dat de watergolven midden op zee de bodem aan 't trillen brengen. Deze tweede theorie schijnt, voorzover mij bekend, het eerst door ALGUÉ (3) opgesteld te zijn en wordt door talrijke seismologen, zoals GHERZI, BANERJI en LEE, als de juiste beschouwd.

Nu moge het waar zijn, dat sommige der microseismen door de branding veroorzaakt worden, het lijdt anderzijds geen twijfel, dat vele microseismen waargenomen zijn, terwijl er een storm op volle zee woedde, maar de zee aan de kust kalm was. Het statistisch materiaal, verzameld en bewerkt o.a. door GHERZI (1), VISSER (4), BANERJI (5) en LEE (6), bewijst dit verschijnsel afdoende en het constateren van deze soort microseismen wordt dan ook regelmatig gebruikt bij het opstellen van het weerbericht en vooral door de stormwaarschuwingsdiensten (5).

Men zou dan ook reeds lang het feit aanvaard hebben, dat de oceaangolven midden op zee de bodem aan 't trillen brengen, ware 't niet, dat dit feit volkomen in tegenspraak is met de uitkomsten van de hydrodynamica. Deze leert, dat de amplitude der zeegolven exponentieel afneemt met de diepte, zodat bij enigermate diepe zee, bijv. 2 km diep, er geen sprake van kan zijn, dat de trillingen van het water de bodem zodanig zouden beroeren, dat dit op honderden, zelfs duizenden km afstand waargenomen zou kunnen worden.

Een poging van BANERJI (5) om de hydrodynamische berekeningen in overeenstemming met de door hem voorgestane theorie te brengen, werd verijdeld door de critiek van GUTENBERG, die een cardinale fout in BANERJI's interpretatie aanwees, zodat deze poging die theorie meer kwaad dan goed deed. Nadien heeft de Japanse school onder leiding van SEZAWA (8) de kwestie theoretisch onderzocht en bevonden dat een energieoverdracht van de watergolven aan de zeebodem alleen bij ondiepe zee mogelijk was, waarmede aan de brandingstheorie van WIECHERT een mathematische basis was verschaft en de andere theorie veroordeeld werd.

Intussen blijft het statistisch vastgestelde feit, dat een storm op zee microseismen verwekt, onverklaard; het is de bedoeling van dit arikel een mogelijkheid aan te wijzen om de uitkomsten der hydrodynamica zoodanig uit te breiden, dat zij in overeenstemming worden gebracht met het waarnemingsmateriaal van GHERZI e.a.

2. *Theoretische beschouwingen.*

Men behandelt in de hydrodynamica twee soorten van golven, die zich in water kunnen voortplanten, namelijk de oppervlakte- of gravitatiegolven en de ruimte- of compressiegolven. De verschillen in eigenschappen tussen de twee soorten brengen verschillende voortplantingssnelheid en dus verschillende golflengte mee. Bij een bepaalde periode bijv. bestaan gravitatiegolven van 60 meter; zij ondervinden nagenoeg geen invloed van de samendrukbaarheid van het water. Bij diezelfde periode hebben de compressiegolven een golflengte van $\pm$ 6000 m. Hun voortplanting ondervindt nagenoeg geen invloed van de gravitatie. Terecht behandelt men daarom de korte (gravitatie)golven en de lange (compressie)golven geheel apart, hetgeen echter het nadeel met zich meebrengt, dat men de samenhang tussen beide niet bemerkt.

Het zal duidelijk zijn, dat bij een of andere verstoring van het evenwicht van de zeespiegel in het algemeen beide golfsoorten opgewekt worden, waarbij de amplitude der verschillende golven een functie zal zijn van de golflengte, welke functie weer grotendeels bepaald zal worden door de aard der verstoring. De berekeningen betreffende de uitwerking van dergelijke verstoringen, zoals bijv. door CAUCHY en POISSON uitgevoerd werden, beperkten zich echter tot de korte, dus gravitatie, golven; vermoedelijk hebben de eveneens optredende lange (compressie)golven dermate geringe amplituden, dat de uitkomsten door deze beperking slechts een geringe onnauwkeurigheid vertonen, *tenminste voorzover het de amplituden der golven aan de oppervlakte betreft.* Op enigszins grote diepten is deze verwaarlozing allerminst geoorloofd; de amplituden der gravitatiegolven nemen immers, zoals boven vermeld, met de diepte zodanig af, dat zij op de bodem uiterst gering zijn geworden, terwijl de compressiegolven praktisch onafhankelijk zijn van de diepte (men denke bijv. aan het gebruik van deze golven bij echo-peilingen). Voor deze golven is een dergelijke zee niet diep, zodat, hoewel zij aan de oppervlakte van de oceaan ten opzichte van de gravitatiegolven weinig te betekenen hebben, op de bodem van de zee juist de compressiegolven van belang zijn.

Bijgevolg moeten de microseismen, die midden op zee ontstaan, door deze compressiegolven worden opgewekt, zodat een rechtstreeks oorzakelijk verband tussen de gravitatiegolven, welke we aan de oppervlakte der zee waarnemen en de elastische bewegingen van de oceaanbodem niet bestaat. Wel is er een indirecte samenhang, namelijk via de compressiegolven; want enerzijds bestaat er tussen deze en de gravitatiegolven een verband, daar beide door de kracht van de wind op de oceaan uitgeoefend ontstaan, terwijl anderzijds de sterkte der microseismen bepaald wordt door de intensiteit der compressiegolven.

We kunnen deze theorie ook als volgt formuleren: het effect van de wind op de oceaan nemen we gedeeltelijk rechtstreeks waar aan de oppervlakte door de gravitatiegolven, gedeeltelijk indirect door middel van de seismograaf, welke de zeebodemtrillingen weergeeft, die opgewekt zijn door de compressiegolven. Zo moet men dus de sterkte van de wind op volle zee even goed kunnen vaststellen uit een seismogram op grote afstand geregistreerd als uit de hoogte der zeegolven.

Een geheel bevredigende oplossing van het probleem is eerst dan verkregen, wanneer het zojuist vermelde verband door een formule weergegeven wordt. Nu is het tot nu toe niet mogelijk gebleken een algehele verklaring te geven voor de hoge zeegolven, die bij een storm voorkomen, en om dezelfde reden is het evenmin mogelijk het ontstaan der compressiegolven tijdens een storm na te gaan. De moeilijkheid is hoofdzakelijk gelegen in de omstandigheid, dat het onbekend is, hoe de terugwerking van de golven op de wind is.

We zullen ons in dit artikel beperken tot het afleiden der vergelijking waaraan de gravitatie en de compressiegolven onderworpen zijn, wanneer er geen druk op de oceaan wordt uitgeoefend, en in een volgend artikel het effect van een normale druk berekenen. Dit laatste is dus een uitbreiding van Par. 242—243: „Surface disturbance of a stream" van LAMB's Hydrodynamics. De verhouding tussen de amplitudines der door een normale druk opgewekte gravitatie- en compressiegolven levert een aanwijzing op voor het onbekende verband tussen beide golfsoorten in het werkelijk voorkomende geval.

3. *Vrije trillingen.*

In het volgende onderstellen we steeds dat

1. de diepte van de oceaan constant is en de oppervlakte onbegrensd;
2. het effect van de viscositeit verwaarloosd kan worden;
3. de stof, waaruit de suboceanische laag samengesteld is, volkomen elastisch is.

De oorsprong van het coördinatensysteem leggen we, evenals de x en y as, in de bodem van de oceaan; de positieve z as is naar beneden gericht, zodat de vergelijking van de zeespiegel in de rusttoestand $z = -d$ is.

De bewegingsvergelijking voor de oceaan is, als we zowel de compressibiliteit als de gravitatie in rekening brengen, in eerste benadering volgens SEZAWA (8):

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{r}}{\partial t^2} = c^2 \nabla \operatorname{div} \mathfrak{r} + g \nabla w,$$

waarin $\mathfrak{r}$ = de snelheid van het water (met de componenten u, v en w in de x, y en z richting) en c = de geluidssnelheid in water. Gelijk onmiddellijk te zien is, voldoet een rotatievrije beweging, zodat we voor een beweging, die onafhankelijk van y is

$$u = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad \text{en} \quad w = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

kunnen stellen. Bij substitutie blijkt dat

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t} = c^2 \nabla^2 \varphi + g \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Hieraan voldoet de functie

$$\varphi = e^{i(\omega t - \xi x - \beta z)} \quad \text{wanneer} \quad \omega^2 = c^2 (\beta^2 + \xi^2) + i \beta g,$$

dus

$$\beta = -i \frac{g}{2 c^2} \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} + \xi^2 - \frac{g^2}{4 c^4}},$$

dus is

$$\varphi = e^{i(\omega t - \xi x) - \frac{g}{2c^2} z} . (A e^{-i\zeta z} + B e^{+i\zeta z}), \quad \text{met} \quad \zeta = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \xi^2 - \frac{g^2}{4 c^4}}.$$

Vervolgens is dan

$$u = i \xi e^{i(\omega t - \xi x) - \frac{g}{2c^2} z} . (A e^{-i\zeta z} + B e^{+i\zeta z}).$$

$$w = e^{i(\omega t - \xi x) - \frac{g}{2c^2} z} . \left\{ \left(i\zeta + \frac{g}{2 c^2} \right) A e^{-i\zeta z} + \left(-i\zeta + \frac{g}{2 c^2} \right) B e^{+i\zeta z} \right\}$$

en de druk

$$p = \varrho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g \varrho_0 (z + d)$$

met ϱ_0 = de dichtheid van het water.

De in de zeebodem mogelijke bewegingen moeten voldoen aan de volgende in de elasticiteitsleer gebruikelijke vergelijking voor de verplaatsing $\mathfrak{r}$:

$$\varrho \frac{d^2 \mathfrak{r}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla \operatorname{div} \mathfrak{r} + \mu \nabla^2 \mathfrak{r},$$

waarin $\mathfrak{r}$ = de verplaatsing, λ en μ = de coëfficienten van LAMÉ en ϱ = de dichtheid.

Daar hier wel rotatie mogelijk is, onderstellen we, dat de horizontale en vertikale verplaatsingscomponenten U en W bepaald worden door

$$U = \frac{\partial \varphi'}{\partial x} - \frac{\partial \psi'}{\partial z} \quad \text{en} \quad W = \frac{\partial \varphi'}{\partial z} + \frac{\partial \psi'}{\partial x};$$

dan moet

$$\varrho \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \varphi' \quad \text{en} \quad \varrho \frac{\partial^2 \psi'}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \psi'.$$

Dus is

$$\varphi' = \frac{C}{i\omega} \cdot e^{i(\omega t - \xi x - pz)}, \quad \text{met } p^2 = \frac{\omega^2}{V^2} - \xi^2$$

en V = de snelheid der longitudinale golven en

$$\psi' = \frac{D}{i\omega} \cdot e^{i(\omega t - \xi x - qz)}, \quad \text{met } q^2 = \frac{\omega^2}{\mathfrak{V}^2} - \xi^2$$

en $\mathfrak{V}$ = de *snelheid der transversale* golven in een onbegrensd lichaam, dat dezelfde samenstelling heeft, als de sub-oceanische laag.

Hieruit volgt voor de snelheidscomponenten

$$u = \frac{\partial U}{\partial t} \quad \text{en} \quad w = \frac{\partial W}{\partial t}:$$

$$u = (i\xi C e^{-ipz} + iq D e^{-iqz}) \cdot e^{i(\omega t - \xi x)}$$

$$w = (ip C e^{-ipz} - i\xi D e^{-iqz}) \cdot e^{i(\omega t - \xi x)}.$$

Verder is de tangentiele spanning =

$$\mu \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) = - i \varrho \omega \left\{ \frac{2\xi p}{k^2} C e^{-ipz} + \left(\frac{q^2}{k^2} - \frac{\xi^2}{k^2} \right) D e^{-iqz} \right\} e^{i(\omega t - \xi x)}$$

en de normale spanning =

$$\lambda \operatorname{div} \mathfrak{r} + 2\mu \frac{\partial W}{\partial z} = - i \varrho \omega \left\{ \left(1 - 2\frac{\xi^2}{k^2} \right) C e^{-ipz} - \frac{2\xi q}{k^2} D e^{-iqz} \right\} e^{i(\omega t - \xi x)}$$

met

$$k = \frac{\omega}{\mathfrak{V}}.$$

Op de bodem van de zee moeten de normale componenten van de spanning en de snelheid continu zijn; de invloed van de gravitatie in aanmerking nemend wordt de eerste dezer voorwaarden:

$$-\varrho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} - g \varrho_0 \times \text{ de bodemelevatie}$$

$$= \lambda \operatorname{div} \mathfrak{r} + 2\mu \frac{\partial W}{\partial z} - g \varrho \times \text{ de bodemelevatie.}$$

of:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\varrho_0}{\varrho} A\left(1-i\frac{g\zeta}{\omega^2}-\frac{g^2}{2\,\omega^2 c^2}\right)+\frac{\varrho_0}{\varrho} B\left(1+i\frac{g\zeta}{\omega^2}-\frac{g^2}{2\,\omega^2 c^2}\right)= \\ = C\left(1-z\frac{\xi^2}{k^2}-i\frac{gp}{\omega^2}\right)-D\left(\frac{2\xi q}{k^2}-i\frac{g\xi}{\omega^2}\right)\end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad \text{(I)}$$

En de 2e voorwaarde is:

$$\left(i\zeta+\frac{g}{2c^2}\right)A+\left(-i\zeta+\frac{g}{2c^2}\right)B=ipC-i\xi D. \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)}$$

Daar we ondersteld hebben dat de viscositeit te verwaarlozen is, wordt de horizontale bodembeweging niet door het water beïnvloed, zodat er geen tangentiele spanning in het vlak $z=0$ kan bestaan; dus is

$$\frac{2\xi p}{k^2}C+(1-2\,\xi^2/k^2)\,D=0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III)}$$

De vierde en laatste randconditie hangt samen met de toestand aan de oppervlakte van de zee; van de verschillende onderstellingen, die over deze toestand gemaakt kunnen worden beginnen we met de gemakkelijkste, namelijk dat er geen kracht op de zeespiegel wordt uitgeoefend. De trillingen, die dan mogelijk zijn, noemen we „vrije trillingen".

Dan is dus

$$\varrho_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}+g\,\varrho_0\times \text{ de oppervlakte elevatie} = 0,$$

of

$$A\left(1-i\frac{g\zeta}{\omega^2}-\frac{g^2}{2\,\omega^2 c^2}\right)e^{i\zeta d}+B\left(1+i\frac{g\zeta}{\omega^2}-\frac{g^2}{2\,\omega^2 c^2}\right)e^{-i\zeta d}=0. \quad \text{(IV)}$$

Vergelijkingen I tot en met IV hebben alleen dan een oplossing, als de coëfficienten-determinant nul is.

Deze vergelijking kan herleid worden tot:

$$\left.\begin{aligned}\left\{(1-2\,\xi^2/k^2)^2+\frac{4\xi^2 pq}{k^4}-i\frac{gp}{\omega^2}\right\}\left(1+\frac{g}{2c^2}\cdot\frac{1-2\,\dfrac{\xi^2 c^2}{\omega^2}}{\zeta}\right)\operatorname{tg}\zeta d+ \\ +i\frac{\varrho_0}{\varrho}\left\{1-\left(\frac{g\xi}{\omega^2}\right)^2\right\}\frac{p}{\zeta}\operatorname{tg}\zeta d=0.\end{aligned}\right\} \quad \text{(1)}$$

Het is duidelijk, dat bij een gegeven waarde van ω deze vergelijking slechts dan een reële wortel ξ kan hebben wanneer p en q imaginair zijn; we stellen dus

$$p=-i\sqrt{\xi^2-\frac{\omega^2}{V^2}}=-ikm \text{ met } m=\sqrt{\frac{\xi^2}{k^2}-\frac{\mathfrak{B}^2}{V^2}}$$

en

$$q=-i\sqrt{\xi^2-k^2}=-ikn \text{ met } n=\sqrt{\xi^2/k^2-1}$$

(p en q moeten negatief imag. zijn, daar de golven in de bodem exponentieel moeten afnemen met toenemende waarde van z). Met $\eta = \xi/k$ gaat (1) over in:

$$\left.\begin{aligned} &\left\{(2\eta^2-1)^2-4mn\eta^2-\frac{g\xi}{\omega^2}\cdot\frac{m}{\eta}\right\}\left\{1-\frac{g\xi}{\omega^2}\cdot\frac{\xi\,\mathrm{tg}\,\zeta d}{\zeta}+\frac{g\,\mathrm{tg}\,\zeta d}{2c^2\zeta}\right\}+ \\ &\qquad +\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\cdot km\cdot\left\{1-\left(\frac{g\xi}{\omega^2}\right)^2\right\}\cdot\frac{\mathrm{tg}\,\zeta d}{\zeta}=0. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

De grootheid

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\xi^2-\frac{g^2}{4c^4}}$$

is bij benadering gelijk aan

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\xi^2} \quad \text{wanneer} \quad \frac{g}{c^2\xi} \ll 1, \ \text{of} \ \xi^{-1} \ll 10^7 \ \text{c.m.}$$

Daar $\frac{2\pi}{\xi}$ de lengte van deze golven in vlakken $z =$ constant voorstelt, wordt aan deze ongelijkheid natuurlijk steeds voldaan en gaat (2) over in:

$$\begin{aligned} &\left\{(2\eta^2-1)^2-4mn\eta^2-\frac{g\xi}{\omega^2}\cdot\frac{m}{\eta}\right\}\left\{1-\frac{g\xi}{\omega^2}\cdot\frac{\xi\,\mathrm{tg}\,\zeta d}{\zeta}\right\}+ \\ &\qquad +\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\sqrt{\frac{\eta^2-\mathfrak{V}^2/V^2}{\mathfrak{V}^2/c^2-\eta^2}}\,\mathrm{tg}\,\zeta d=0, \ \text{met} \ \zeta=\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\xi^2}. \end{aligned}$$

Wanneer $\xi \gg \omega/\eta$, dus de golflengte klein is ten opzichte van die der transversale golven in de onderlaag, dan is $\eta \ll 1$ en daardoor de eerste factor tussen accolades ook groot. Dan gaat dus de vergelijking bij benadering over in

$$1-\frac{g\xi}{\omega^2}\,\mathrm{tgh}\,\xi d=0,$$

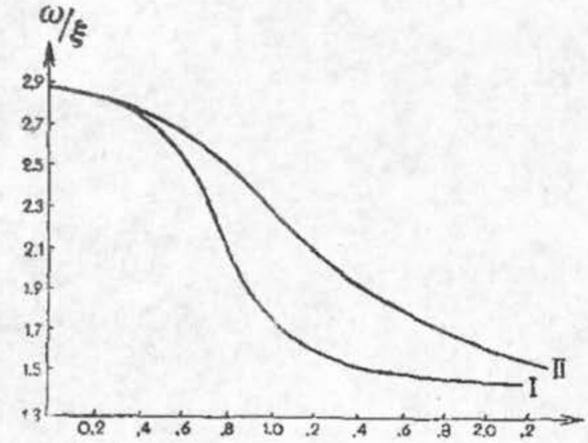
dus in de vergelijking der gravitatiegolven.

Is $\xi < \omega/c$, dus zijn de golven langer dan de geluidsgolven van dezelfde frequentie, dan is $g\xi \ll 1$ en krijgen we de vergelijking:

$$(2\eta^2-1)^2-4mn\eta^2+\frac{\varrho_0}{\varrho_1}\cdot\sqrt{\frac{\eta^2-\mathfrak{V}^2/V^2}{\mathfrak{V}^2/c^2-\eta^2}}\cdot\mathrm{tg}\left(d\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\xi^2}\right)=0$$

welke als $\varrho_0 = 0$ overgaat in de vergelijking der Rayleigh golven welke zich langs de bodem voortplanten wanneer deze geheel vrij is. Beide vergelijkingen zijn voor iedere waarde van ω oplosbaar, zodat we dus bij één waarde van ω twee golfsystemen vinden, namelijk de lange golven, die nauw samenhangen met elastische oppervlaktegolven van de bodem en die practisch onafhankelijk zijn van de zwaartekracht, en de korte golven die vrijwel geen invloed ondervinden van de compressibiliteit en die, naarmate ze korter zijn, meer en meer overgaan in de bekende gravitatiegolven.

Daar deze uitkomsten voldoende zijn voor het in dit artikel gestelde doel, laten we een verdere discussie van vergelijking (2) hier achterwege. We hebben hieronder de resultaten van een numerieke berekening betreffende vergelijking (3) vermeld, waarbij we aangenomen hebben, dat de geluidssnelheid in water $c = 1400$ m/sek., de snelheid der transversale golven in de onderlaag = 3100 m/sek., en dat de constante van POISSON en de dichtheid van de materie, waaruit deze laag bestaat, respectievelijk ¼ en 2,5 zijn.



Kromme I: de snelheid $\frac{\omega}{\xi}$ als functie van $\omega . \frac{d}{\mathfrak{B}}$

Kromme II: de snelheid $\frac{\omega}{\xi}$ als functie van $\xi d = \frac{2\pi d}{\text{golflengte}}$

$\omega . d/\mathfrak{B}$	ξd	Snelheid	$\omega . d/\mathfrak{B}$	ξd	Snelheid	$\omega . d/\mathfrak{B}$	ξd	Snelheid	$\omega . d/\mathfrak{B}$	ξd	Snelheid
0	0	2.878	0.430	0.489	2.756	0.779	1.102	2.214	1.289	2.524	1.600
0.102	0.112	2.858	0.450	0.513	2.746	0.813	1.196	2.127	1.385	2.766	1.565
0.156	0.172	2.846	0.467	0.536	2.735	0.845	1.291	2.049	1.505	3.071	1.534
0.205	0.227	2.834	0.484	0.557	2.725	0.914	1.492	1.917	1.662	3.440	1.504
0.250	0.277	2.823	0.504	0.582	2.711	0.951	1.601	1.860	1.883	3.995	1.476
0.286	0.322	2.810	0.581	0.688	2.645	0.991	1.717	1.807	2.248	4.856	1.449
0.324	0.363	2.800	0.610	0.735	2.600	1.036	1.844	1.759	2.502	5.453	1.436
0.356	0.399	2.789	0.638	0.781	2.556	1.087	1.984	1.715	2.939	6.461	1.424
0.383	0.432	2.778	0.700	0 904	2.425	1.144	2.140	1.673	3.679	8.158	1.412
0.408	0.462	2.767	0.743	1.007	2.312	1.210	2.318	1.635	6.261	14.00	1.400

De snelheid van 2,878 km/sec. is die der Rayleigh-golven langs de bodem, wanneer er geen zee was, en de snelheid van 1,400 km/sec. is die der Stoneley-golven, welke optreden, wanneer beide media oneindig dik zijn.

Van de amplituden der vrije golven is alleen de verhouding te bepalen; kiezen we de grootte zodanig dat de amplituden $\overline{w}_{-d}$ der vertikale beweging van de zeespiegel = 1 dan zijn de andere amplitudines:

$$\left.\begin{array}{l} \overline{u}_{-d} = + i \dfrac{g\xi}{\omega^2}, \quad \overline{u}_{-0} = - i \dfrac{\xi}{\zeta} \left(\sin \zeta d - \dfrac{g\zeta}{\omega^2} \cos \zeta d \right), \\ \qquad \text{waarbij } \overline{u}_{-0} \text{ de horizontale beweging van de zee is in } z = 0 \\ \overline{w}_{-d} = 1; \quad \overline{u}_{+0} = \left(\cos \zeta d + \dfrac{g\zeta}{\omega^2} \sin \zeta d \right), \\ \text{waarbij } \overline{u}_{+0} \text{ de horizontale beweging van de bodem is in } z = 0 \\ \overline{w}_0 = - i \dfrac{\eta}{m} (2\eta^2 - 1 - 2mn) \left(\cos \zeta d + \dfrac{g\zeta}{\omega^2} \sin \zeta d \right). \end{array} \right\} \quad . \quad . \quad (4)$$

Deze formules gaan voor de compressiegolven bij benadering over in

$$\left.\begin{aligned}\bar{u}_{-d}=0,\ \bar{u}_{-0}=-i\frac{\xi}{\zeta}\sin\zeta d,\ \ \bar{u}_{+0}=\cos\zeta d,\\ \bar{w}_{-d}=1,\ \bar{w}_0=-i\frac{\eta}{m}(2\eta^2-1-2mn)\cos\zeta d\end{aligned}\right\}\quad .\ .\ (5)$$

en voor de gravitatiegolven:

$$\bar{u}_{-d}=i\,\mathrm{ctgh}\,\xi d,\ \ \bar{w}_{-d}=1,\ \ \bar{u}_{-0}=i\,\mathrm{sh}^{-1}\xi d,\ \ \bar{u}_{+0}=0,\bar{w}_0=0.\,.\quad (6)$$

waarbij voor beide golven de amplitude van w_{-d} willekeurig te kiezen is, en hier gemakshalve $=1$ is gesteld.

Natuurkunde. — J. G. SCHOLTE: *Over het verband tussen zeegolven en microseismen.* II. (Aangeboden door Prof. J. D. VAN DER WAALS Jr.)

(Aangeboden in de zitting van 18 December 1943.)

4. *Gedwongen trillingen.*

Ten einde de golfstelsels te berekenen, die door een of andere normale kracht worden opgewekt, beginnen we met als uitwendige kracht een eenvoudige drukverdeling te kiezen, namelijk $P\,e^{i(\omega t-\xi x)}$. Van de in de vorige par. gebruikte randcondities verandert alleen de 4e, welke overgaat in:

$$i\varrho_0\omega\,.\,A\,e^{i\zeta d}\left(1-i\frac{g\zeta}{\omega^2}-\frac{g^2}{2\omega^2c^2}\right)+i\varrho_0\omega B\,e^{-i\zeta d}\left(1-i\frac{g\zeta}{\omega^2}-\frac{g^2}{2\omega^2c^2}\right)=P \qquad \text{(V)}$$

Uit de vergelijkingen I, II, III en V zijn de amplituden A tot en met D te berekenen en daaruit de verplaatsingscomponenten van de oppervlakte en van de bodem van de zee. Men vindt, onder verwaarlozing van $\frac{g^2}{\omega^2c^2}$:

$$\left.\begin{aligned}
&U_{-d}=-i\frac{\xi P}{\varrho_0\omega^2N}\,.\,e^{i(\omega t-\xi x)}\\
&\left\{(2\eta^2-1)^2-4mn\eta^2-\frac{g\xi}{\omega^2}\frac{m}{\eta}+\frac{\varrho_0}{\varrho}m\left(\frac{gk}{\omega^2}+\frac{\operatorname{tg}kd\sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{c^2}-\eta^2}}{\sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{c^2}-\eta^2}}\right)\right\}\\
&W_{-d}=+\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\xi^2}\,.\,P}{\varrho_0\omega^2N}\,.\,e^{i(\omega t-\xi x)}\\
&\left\{\left[(2\eta^2-1)^2-4mn\eta^2-\frac{g\xi}{\omega^2}\frac{m}{\eta}\right].\operatorname{tg}kd\sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{c^2}-\eta^2}+\frac{\varrho_0}{\varrho}\frac{m}{\sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{c^2}-\eta^2}}\right\}\\
&U_{-0}=-i\frac{\xi P}{\varrho_0\omega^2N}\,.\,e^{i(\omega t-\xi x)}\\
&\qquad\left\{(2\eta^2-1)^2-4mn\eta^2-\frac{g\xi}{\omega^2}\frac{m}{\eta^2}\left(1-\frac{\varrho_0}{\varrho}\right)\right\}\frac{1}{\cos kd\sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{c^2}-\eta^2}}\\
&U_{+0}=+i\frac{\xi P}{\varrho_0\omega^2N}e^{i(\omega t-\xi x)}\{2\eta^2-1-2mn\}\frac{1}{\cos kd\sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{c^2}-\eta^2}}\\
&W_0=-\frac{\xi P}{\varrho_0\omega^2N}\cdot\frac{m}{\eta}\,.\,e^{i(\omega t-\xi x)}\frac{1}{\cos kd\sqrt{\frac{\mathfrak{B}^2}{c^2}-\eta^2}}.
\end{aligned}\right| \quad . \quad (7)$$

Hierin is N het linkerlid van (2).

Met behulp van deze uitdrukkingen is het mogelijk om de beweging te berekenen, die veroorzaakt wordt door een kracht, welke door een algemene functie voorgesteld wordt. We kiezen nu als nieuwe krachtfunctie $P e^{i\omega t - r/a}$, waarin $r =$ de afstand tot het punt $(0, 0, -d)$ en $a =$ de afstand waarop de kracht $e \times$ kleiner is dan in het punt $r = 0$. De kracht is dus maximaal in het punt recht boven de oorsprong van het coördinatenstelsel en neemt radiaalsymmetrisch af, zodat we hier met een beperkt gebied te maken hebben waar de golven gegenereerd worden.

Om nu van de uitkomsten (7) behorende bij de krachtfunctie $P e^{i\omega t - i\xi x}$ te komen tot die, welke samenhangen met de nieuwe drukverdeling, veranderen we de krachtfunctie eerst in een, analytisch eenvoudiger, radiaalsymmetrische vorm. Dit geschiedt op de volgende manier:
stellen we de gevonden uitwijkingen U en W afgekort voor door $F e^{-i\xi x}$ en $G e^{-i\xi x}$, dan zal, als we $P e^{i(\omega t - \xi x)}$ veranderen in

$$P e^{i(\omega t - \xi x \cos\gamma - \xi y \sin\gamma)},$$

de uitwijking gegeven worden door de functies

$$U = F \cos\gamma\, e^{-i\xi x \cos\gamma - i\xi y \sin\gamma},\quad V = F \sin\gamma\, e^{-i\xi x \cos\gamma - i\xi y \sin\gamma},$$
$$W = G e^{-i\xi x \cos\gamma - i\xi y \sin\gamma}$$

(V is de component in de y richting). Wanneer we nu γ alle waarden van 0 tot 2π laten doorlopen en het gemiddelde bepalen van de bij die verschillende waarden van γ behorende functies, dan zal het resultaat onafhankelijk van het azimuth γ dus radiaalsymmetrisch zijn en tevens een oplossing der bewegingsvergelijking, daar deze liniair is. Zo wordt dan de krachtfunctie

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} P e^{i(\omega t - \xi x \cos\gamma - \xi y \sin\gamma)}\, d\gamma = P e^{i\omega t} I_0 (\xi \sqrt{x^2 + y^2}) = P e^{i\omega t} I_0 (\xi r)$$

terwijl

$$U = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F \cos\gamma\, e^{-i(\xi x \cos\gamma + \xi y \sin\gamma)}\, d\gamma = F \frac{i}{\xi}\frac{\partial}{\partial x} I_0 (\xi r)$$

$$V = F \frac{i}{\xi}\frac{\partial}{\partial y} I_0 (\xi r) \quad \text{en} \quad W = G\, I_0 (\xi r).$$

Stellen we U en V samen, dan blijkt direct, dat zij een beweging in radiale richting opleveren, voorgesteld door $R = i F I_1(\xi r)$. De bewegingscomponenten behorende bij de drukverdeling $P e^{i\omega t} I_0(\xi r)$ zijn dus

$$\left.\begin{aligned}
R_{-d} &= -\frac{\xi P}{\varrho_0 \omega^2 N} e^{i\omega t} I_1 (\xi r)\, T_1 & R_{-0} &= -\frac{\xi P}{\varrho_0 \omega^2 N} e^{i\omega t} I_1 (\xi r) \frac{T_3}{\cos\zeta d} \\
& & R_{+0} &= \frac{\xi P}{\varrho_0 \omega^2 N} e^{i\omega t} I_1 (\xi r) \frac{2\eta^2 - 1 - mn}{\cos\xi d} \\
W_{-d} &= \frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \xi^2}\, P}{\varrho_0 \omega^2 N} e^{i\omega t} I_0 (\xi r)\, T_2 & W_0 &= -\frac{\xi P}{\varrho_0 \omega^2 N} e^{i\omega t} I_0 (\xi r) \frac{m/\eta}{\cos\zeta d}
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

waarbij de afkortingen wel zonder meer duidelijk zullen zijn. Vervolgens veranderen we de functie $P e^{i\omega t} I_0(\xi r)$ in $P e^{i\omega t - r/a}$; volgens FOURIER is

$$e^{-r/a} = \int_0^\infty I_0 (\xi r)\, \xi\, d\xi \int_0^\infty e^{-s/a} I_0 (s\xi)\, \xi\, d\xi$$

en daar volgens een formule van L. GEGENBAUER (10)

$$\int_0^\infty e^{-s/a} \cdot I_\mu(s\,\xi)\, s^{\mu+1}\, ds = \frac{\Gamma(2\mu+1)}{2^\mu\,\Gamma(\mu)} \cdot \frac{1/a\;\xi^\mu}{(\xi^2+1/a^2)^{\mu+3/2}}$$

krijgen we:

$$e^{-r/a} = \int_0^\infty I_0(\xi r)\,\frac{1/a}{(\xi^2+1/a^2)^{3/2}} \cdot \xi\, d\xi .$$

De totale kracht uitgeoefend op het vlak $r = -d$ is

$$P e^{i\omega t} \int_0^\infty e^{-r/a} \cdot 2\pi r\, dr = 2\pi P a^2 e^{i\omega t}.$$

Laten we nu a tot 0 naderen doch zo, dat $2\pi P a^2$ constant de waarde K behoudt, dan wordt de kracht

$$P e^{i\omega t - r/a} = P e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{I_0(\xi r)\,\xi\, a^2}{(\xi^2 a^2+1)^{3/2}}\, d\xi = \frac{K}{2\pi} e^{i\omega t} \int_0^\infty I_0(\xi r)\,\xi\, d\xi,$$

hetgeen dus de uitdrukking voor een in een punt geconcentreerde kracht is.

Door toepassing van de operator

$$\int_0^\infty \frac{a^2\,\xi\, d\xi}{(\xi^2 a^2+1)^{3/2}}$$

op de functie $P e^{i\omega t} I_0(\xi r)$ ontstaat de functie $P e^{i\omega t - r/a}$ derhalve moeten we deze operator ook op de zojuist verkregen uitdrukkingen (8) toepassen.

Zo verkrijgen we voor de door de kracht $P e^{i\omega t - r/a}$ veroorzaakte bewegingen de volgende uitdrukkingen:
aan de oppervlakte van de zee is

$$R_{-d} = -\frac{K}{2\pi \varrho_0 \omega^2} e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{T_1}{N} \frac{\xi^2}{(\xi^2 a^2+1)^{3/2}} I_1(\xi r)\, d\xi,$$

$$W_{-d} = \frac{K}{2\pi \varrho_0 \omega^2} e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{T_2}{N} \frac{\xi \sqrt{\dfrac{\omega^2}{c^2}-\xi^2}}{(\xi^2 a^2+1)^{3/2}} I_0(\xi r)\, d\xi$$

en op de bodem is de beweging van de onderlaag

$$R_0 = \frac{K}{2\pi \varrho\, \omega^2} e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{2\eta^2-1-2mn}{\cos\zeta d \cdot N} \cdot \frac{\xi^2}{(\xi^2 a^2+1)^{3/2}} I_1(\xi r)\, d\xi,$$

$$W_0 = \frac{-K}{2\pi \varrho\, \omega^2} e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{K m}{\cos\zeta d \cdot N} \cdot \frac{\xi}{(\xi^2 a^2+1)^{3/2}} I_0(\xi r)\, dr. \qquad (9)$$

Wanneer we hierin $a = 0$ stellen, krijgen we de beweging veroorzaakt door een puntkracht van de sterkte K.

De berekening van de integralen, welke gelijken op de door LAMB in „On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid" (Phil. trans. Roy. Soc. London A. 203, 1904) beschouwde integralen, geschiedt op de wijze, welke LAMB toepaste, namelijk door middel van contour integralen. De belangrijkste delen van de uitkomst zijn die, welke door de polen worden bijgedragen, we hebben hier natuurlijk 2 polen (behalve bij R_{-d}), één bij kleine waarden van ξ welke de compressiegolven oplevert en een bij grotere waarden, die de gravitatiegolven oplevert. We vermelden hier de uitkomsten der berekeningen, welke geen andere moeilijkheden bieden dan die welke LAMB bespreekt: de formules

$$\left.\begin{aligned} R_0^g &= \frac{K}{2\varrho_0\omega^2}\left(a^2+\frac{1}{\xi^2}\right)^{-1/2}.\, e^{i\omega t}\,\Omega_1(\xi r) \\ W_{-d}^g &= \frac{K}{2\varrho_0\omega^2}\,.\left(a^2+\frac{1}{\xi^2}\right)^{-1/2}\operatorname{tgh}\xi d\,.\,e^{i\omega t}\,.\,\Omega_0(\xi r) \end{aligned}\right\}\;.\;.\quad (10a)$$

waarbij ξ voldoet aan $\omega^2 = g\xi \operatorname{tgh} \xi d$

stellen de gravitatiegolven aan de oppervlakte voor.

De uitdrukkingen

$$\left.\begin{aligned} R_0^c &= \frac{K}{2\varrho\omega^2}\left(a^2-\frac{1}{\xi^2}\right)^{-1/2}.\,\frac{1/\eta\,(2\eta^2-1-2mn)}{\cos\zeta d\,.\,\partial N/\partial\eta}\,.\,e^{i\omega t}\,\Omega_1(\xi r) \\ W_0^c &= -\frac{K}{2\varrho\omega^2}\left(a^2-\frac{1}{\xi^2}\right)^{-1/2}.\,\frac{m/\eta^2}{\cos\zeta d\,.\,\partial N/\partial\eta}\,.\,e^{i\omega t}\,\Omega_0(\xi r) \end{aligned}\right\}\quad (10b)$$

waarin

$$N \equiv (2\eta^2-1)^2 - 4mn\eta^2 + \frac{\varrho_0}{\varrho}\sqrt{\frac{\eta^2-\dfrac{\mathfrak{V}^2}{V^2}}{\dfrac{\mathfrak{V}^2}{c^2}-\eta^2}}\operatorname{tg}\zeta d$$

en waarbij ξ voldoet aan $N = 0$, geven de seismische trillingen van de bodem weer.

De functies

$$\Omega_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\left(\dfrac{x}{2}\right)^{2n-1}}{\Gamma^2(n+{}^3/_2)},\quad \Omega_1 = -\frac{d\Omega_0(x)}{dx}$$

vormen een deel van de belangrijke functies $D_\nu = \Omega_\nu - iI_\nu$, welke, gelijk RAYLEIGH (11) heeft aangetoond, de uitdrukkingen zijn voor de divergerende golfstelsels. Daar we ook hier divergerende golven moeten krijgen, voegen we aan de uitkomsten (10) een vrij golfstelsel met zodanige amplituden toe, dat de gewenste stelsels ontstaan. Dit is mogelijk daar, blijkens formules (5) en (6), de amplituden der gevonden golfsystemen (10) evenredig zijn met die der vrije trillingen.

De golven veroorzaakt door de normale kracht $P e^{i\omega t - r/a}$ worden in eerste benadering voorgesteld door

$$\left\{\begin{aligned} R_{-d}^g &= D_1(\xi r) \\ W_{-d}^g &= \operatorname{tgh}\xi d\,.\,D_0(\xi r), \end{aligned}\right.\quad \left\{\begin{aligned} R_0^c &= \frac{\varrho_0}{\varrho}\,.\,\frac{1/\eta\,(2\eta^2-1-2mn)}{\cos\zeta d\,.\,\partial N/\partial\eta}\,.\,D_1(\xi r) \\ W_0^c &= -\frac{\varrho_0}{\varrho}\,.\,\frac{m/\eta^2}{\cos\zeta d\,.\,\partial N/\partial\eta}\,.\,D_0(\xi r) \end{aligned}\right\}\quad (11)$$

welke uitkomsten nog vermenigvuldigd moeten worden met

$$\frac{K}{\varrho_0\omega^2}\left(a^2+\frac{1}{\xi^2}\right)^{-1/2} e^{i\omega t}.$$

Wanneer we de amplituden der golven aan de oppervlakte der zee vergelijken willen met die der seismische bodemtrillingen, dan moeten we drie factoren beschouwen, welke van de golflengte afhangen. Op de eerste plaats de factoren $D_\nu(\xi r)$; deze factoren kunnen we buiten beschouwing laten, wanneer we de amplituden-verhouding tussen de golven op twee verschillende punten berekenen, die zo gelegen zijn, dat hun afstanden tot het punt $r = 0$ evenredig zijn met de golflengten. Daar de compressiegolven ongeveer 100 maal langer zijn dan de gravitatiegolven, betekent dit, dat we de amplitude der seismische trillingen op bijv. 1000 km afstand van het centrum van het drukgebied vergelijken met de amplitude der zeegolven op 10 km afstand van het centrum. De functies $D_\nu(\xi r)$ zijn dan voor de 2 golven even groot.

Vervolgens worden de functies $D_\nu(\xi r)$ in de uitdrukkingen voor R_0^c en W_0^c met een van η, dus ξ, afhankelijke coëfficiënt vermenigvuldigd en komt bij W_{-d}^c nog de factor tgh ξd voor.

Voor enigszins diepe zeeën is tgh $\xi d \approx 1$, terwijl de coëfficiënt van $D_0(\xi r)$ bij W_0^c volgens numerieke berekeningen van de orde 10^{-1} is; de coëfficiënt van $D_1(\xi r)$ bij R_0^c is ongeveer de helft van deze.

Wat de derde factor, namelijk $\left(a^2 + \frac{1}{\xi^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$ betreft:

is a klein ten opzichte van de golflengte $\frac{2\pi}{\xi_g}$ der gravitatiegolven, dan is

$$\left(a^2 + \frac{1}{\xi^2}\right)^{-3/2} \approx \xi^3,$$

zodat de amplituden omgekeerd evenredig zijn met de derde machten der golflengten en dus de amplitude der compressiegolven tengevolge van deze factor ongeveer $10^6 \times$ kleiner is dan die der gravitatiegolven. In het tegenovergestelde geval, als a groot is ten opzichte van de golflengte $\frac{2\pi}{\xi_c}$ der compressiegolven, is

$$\left(\xi^2 + \frac{1}{a^2}\right)^{-3/2} \approx a^3\Big)$$

en heeft dus deze factor geen invloed op de amplitudenverhouding.

Bij een kracht, die geconcentreerd is op een klein gebied, van enige honderden m² oppervlakte bijv., is de amplitude der compressiegolven $10^7 \times$ kleiner dan die der gravitatiegolven; een uitkomst die te verwachten was: bij een puntkracht zullen hoofdzakelijk gravitatiegolven opgewekt worden. Is de kracht over een groot gebied, met een radius van vele km, practisch constant dan zijn de condities voor 't optreden van compressiegolven veel gunstiger en is hun amplitude slechts $10 \times$ kleiner dan die der zeegolven. (Hierbij is steeds gedacht aan seismische trillingen op $100 \times$ grotere afstand van het centrum dan de zeegolven).

Bij de waargenomen microseismen is de frequentie ω ongeveer 1 en de amplitude enige mikrons, terwijl de amplitude der zeegolven bij een gematigde windsterkte (sterkte 6 volgens de BEAUFORT-schaal) ongeveer 1½ meter is; de amplitude der seismische trillingen, waargenomen op grote afstand van het stormgebied, is dus $10^5 \times$ kleiner dan die der zeegolven, en zal dus ter plaatse van het stormgebied ongeveer $10^4 \times$ kleiner zijn. Nu is als $\omega = 1$ en de diepte van de zee 3 km bedraagt

$$\xi_c \approx 6 \,.\, 10^{-6}\ \mathrm{cm}^{-1} \text{ en } \xi_g \approx 10^{-3}\ \mathrm{cm}^{-1};$$

onderstellen we $a = 100$ meter, dan vinden we volgens formule (11) eveneens een amplitudenverhouding van 10^4. Bij grotere waarden van a neemt deze verhouding ten gunste van de seismische trillingen toe, zodat de uit de waarneming af te leiden verhouding $(\approx 10^4)$ steeds met de theorie in overeenstemming te brengen is.

Met deze berekening willen we geenszins aantonen dat de microseismen door een dergelijke drukverdeling ontstaan; om namelijk zeegolven van een meter amplitude te krijgen zou de druk P ongeveer 1 kg moeten zijn! We wilden slechts laten zien dat, gelijk we in Par. 2 mededeelden, de hydrodynamische beschouwingen zodanig uitgebreid kunnen worden, dat ook bodemtrillingen door een kracht, die op de oppervlakte van de zee werkt, opgewekt worden, ook bij een diepe zee. Berekeningen gelijk die van deze Par. kunnen ook uitgevoerd worden bij andere initiaalcondities, welke zo gekozen dienen te worden, dat op de eerste plaats de orde van grootte der amplituden van de zeegolven uitkomt.

Gaarne betuig ik mijn dank aan Prof. VAN DER WAALS voor zijn opbouwende critiek betreffende dit artikel.

Zusammenfassung.

Das in der Hydrodynamik übliche Verfahren, die Expansions (Kompressions)-Wellen und die Gravitations (Oberfläche)-Wellen, die sich in Wasser fortpflanzen können, gesondert zu behandeln, hat den Nachteil, dass man den Zusammenhang zwischen diesen Wellentypen unzureichend einsieht. Beide Wellen leisten aber derselben Bewegungsgleichung Genüge, in welche sowohl die Termen, welche mit der Elastizität des Wassers zusammenhängen als die Gravitationstermen aufgenommen sind (§ 3). Im allgemeinen werden denn auch bei jeder Störung des Gleichgewichts des Meeresspiegels beide Wellentypen entstehen, was in § 3 für den Fall eines normalen Druckes nachgewiesen ist. Auch bei den durch Wind verursachten *Meereswellen entstehen ausser Gravitationswellen auch* Kompressionswellen, deren Amplitüde viele Male kleiner sein wird als diejenige der Oberflächewellen; nach der Berechnung von § 3 wird diese Amplitüde vermutlich ungefähr 10^4 mal kleiner sein, sodass man die elastischen Wellen an der Oberfläche nicht wahrnehmen wird.

Mit zunehmender Tiefe nimmt die Amplitüde der Gravitationswellen exponential ab, während sich diejenige der Kompressionswellen fast nicht verringert, sodass auf dem Meeresboden diese letzteren Wellen die bedeutsamsten sein werden. Bei einer mässigen Windstärke ist die Amplitüde der Meereswellen ungefähr 1 m, also diejenige der Kompressionswellen $= 100\,\mu$. Die in dem Boden durch diese Wellen erzeugten Raleighwellen haben denn auch eine Amplitüde von etwa $100\,\mu$; diese Amplitüde nimmt bei zunehmender Entfernung nach der Quadratwurzel der Entfernung, gemessen in Wellenlängen, ab. Da die Wellenlänge bei der auf See vorkommenden Schwingungszeit von 6 Sek. von der Gröszenordnung von *10 km ist*, wird die Amplitüde *auf 1000 km* Entfernung vom Sturmzentrum von der Gröszenordnung $10\,\mu$ sein, im Einklange mit der wahrgenommenen Amplitüde der Mikroseismen.

Summary.

In the theory of hydrodynamics it is usual to discuss in separate chapters the two types of waves, which may be propagated in a liquid, namely the gravitational- (or surface-) waves and the compressional waves (or waves of expansion). In this way the fact is ignored that these waves are limiting cases of the same kind of wave, as both gravitational and compressional waves have to satisfy the same equation, which will be obtained by taking gravity as well as compressibility into account (Par. 3). For most values of the frequency two values of wavelength can be found, satisfying this equation; the large wavelength is but little affected by gravity while the influence of compressibility on the other wave is very small. Therefore it is obvious a) that the conclusions obtained in the current theory of hydrodynamics are approximately valid, and b) that at every possible disturbance of the sea level both types of waves will occur.

With increasing depth the amplitude of the gravitational waves decreases exponentially and is therefore at the bottom of the ocean very small in comparison with the amplitude of the compressional waves. Hence the microseismic disturbance of the bottom will be generated by the waves of compression.

In the II part (§ 4) the influence of a periodic force on the surface of the sea has been discussed. As an instance the function $p = P\, e^{i\omega t} - \frac{r}{a}$ has been chosen. With the aid of a Fourier analysis the vibrations of the seabottom have been computed. In the case of very small values of the constant *a* only very small vibrations result, but with larger values of *a* the vibrations are of the ordre of magnitude of the observed microseisms.

Résumé.

La méthode appliquée dans l'hydrodynamique de traiter séparément les ondes d'expansion (de compression) et les ondes de gravitation (superficielles) pouvant se propager dans l'eau est désavantageuse en ce qui concerne l'évidence du rapport entre les deux types d'ondes. Cependant les deux ondes satisfont à la même équation du mouvement dans laquelle les termes correspondant à l'élasticité de l'eau comme ceux de la gravitation ont été portés. En général les deux types d'ondes se produiront lors de chaque perturbation de l'équilibre de la surface de la mer, ce qui a été demontré dans § 3 pour le cas d'une *pression normale. Les ondes de la mer causées par le vent présentent* aussi des ondes de compression comme des ondes de gravitation, dont l'amplitude sera beaucoup de fois plus petite que celle des ondes superficielles, d'après la calculation de § 3 cette amplitude sera probablement de 10^4 fois plus petite de sorte qu'on n'observera pas les ondes élastiques à la surface.

Selon la profondeur l'amplitude des ondes de gravitation diminue exponentiellement, tandis que celle des ondes de compression reste à peu près la même de sorte que celles-ci seront les plus importantes sur le fond de la mer. La force *du vent n'étant pas trop* grande, l'amplitude des ondes de mer est environ d'un mètre, donc celle des ondes de *compression* de $\approx 100\,\mu$. Aussi les ondes de Rayleigh suscitées dans le fond de la mer par ces ondes ont une amplitude d'environ $100\,\mu$; cette amplitude diminue si la distance afgrandit selon la racine carrée de cette distance, mesurée en longueurs d'onde.

LITERATUUR.

1. E. GHERZI, „Etudes sur les microseismes". Note de Sism. Obs. de Wei-ka-wei. 1921.
2. B. GUTENBERG, „Die seismische Bodenunruhe". Gerl. Beitr. z. Geoph. 11. 1912.
3. J. ALGUÉ, „The cyclones of the Far East". Manila 1904.
4. S. VISSER, „On the relation between microseisms and depressions". Proc. Roy. Soc. 37. 1934.
5. S. BANERJI, „On the microseisms associated with disturbed weather". Phil. Trans. Roy. Soc. London. 229. 1930.
6. A. LEE, „A world-wide survey of microseismic disturbances, recorded during January, 1930". Meteor. Off., Geoph. Mem. VII. 1934.
7. B. GUTENBERG, „Microseisms in North America". Bull. Seism. Soc. Am. 21, 1931. Zie ook: E. BAXTER & J. ARCHER, „Note on the generation of forced oscillations on the sea-bed". M.N.R.A.S. Geoph. Suppl. III. 1936.
8. K. SEZAWA, „On the seismic waves on the bottom surface of the ocean", Bull. Earthq. Res. Inst. 9. 1931, blz. 115.
9. K. SEZAWA & G. NISHIMURA, „On the movement of the ground due to atmospheric disturbance", *ibid.* blz. 291.
10. L. GEGENBAUER, „Ueber einige bestimmte Integrale", Sitz. Ber. Wiener Ac. 70, II. 1874.
11. RAYLEIGH, „Theory of sound", II. 1896.