Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
2016

SÓNIA MARIA DA SILVA RIBEIRO ROCHA

MOBILIZAÇÃO DAS CAPACIDADES TRANSVERSAIS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Universidade de Aveiro Departamento de Educação e Psicologia
2016

SÓNIA MARIA DA SILVA RIBEIRO ROCHA

MOBILIZAÇÃO DAS CAPACIDADES TRANSVERSAIS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO E COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Relatório de Estágio apresentado à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, realizada sob a orientação científica da Doutora Isabel Alexandra Vieira Brás, Professora Auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho a todos os que acreditaram em mim.

Vocês sabem quem são.

O júri

Presidente

Prof. Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira

professora auxiliar do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro

Prof. Doutora Maria Teresa Pimentel Cardoso

professora do quadro do Agrupamento de Escolas de Santa Maria Maior

Prof. Doutora Isabel Alexandra Vieira Brás

Professora auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Agradecimentos

À minha orientadora, Prof. Doutora Isabel Brás pela disponibilidade sempre demonstrada.

À Professora Maria João Naia, orientadora da minha prática pedagógica, por todos os ensinamentos, pelos seus ótimos conselhos, pela sua honestidade, preocupação e disponibilidade.

Agradeço ainda à minha colega Mafalda Costa, que me acompanhou nas alegrias e preocupações ao longo de toda esta etapa, mas principalmente no estágio, e que tão amavelmente assumiu o papel de "amiga crítica", fundamental para a finalização deste trabalho.

Agradeço igualmente à minha amiga Eloisa Macedo, que apesar de tanto trabalho sempre me apoiou ao longo deste ano em tudo o que eu precisava, e que igualmente assumiu o papel de "amiga crítica".

Ao meu marido por me ter acompanhado ao longo de todos estes anos.

À minha família que sempre acreditou em mim.

Aos meus amigos pelo apoio, carinho e compreensão.

Palavras-chave Resolução de Problemas, Capacidades Transversais, Comunicação Matemática, Raciocínio Matemático.

Resumo

Este estudo tem como principal finalidade analisar a mobilização de capacidades de Comunicação Matemática e de Raciocínio Matemático através da Resolução de Problemas. O estudo insere-se num paradigma construtivista-interpretativo, com método qualitativo e segue uma estratégia de estudo de caso exploratório. Para a realização deste trabalho foram selecionados sete alunos provenientes de duas turmas do 8º ano de escolaridade, onde se desenrolou a componente de estágio pedagógico no âmbito das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionado I e II.

Os dados foram recolhidos com base em duas técnicas: a recolha documental e a inquirição. Os documentos recolhidos foram as produções escritas dos alunos aquando da resolução de uma bateria de tarefas. Essa bateria de tarefas foi desenvolvida recolhendo e/ou adaptando problemas existentes em bases/textos de referência. Quanto à inquirição, realizaram-se entrevistas que pretendiam, em primeiro lugar, esclarecer dúvidas emergentes da análise das produções escritas supramencionadas, assim como recolher a perceção dos alunos quanto à resolução de problemas como ambiente favorável à mobilização das Capacidades Transversais já referidas.

Os resultados obtidos indiciam que a Resolução de Problemas permite a mobilização frequente de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático, embora certas capacidades de raciocínio analisadas sejam mobilizadas com menor frequência do que outras. Nomeadamente, nos dados recolhidos a evidência da mobilização das capacidades de formular e testar conjeturas, assim como de argumentação, é muito diminuta.

Keywords Problem Solving, Transversal Skills, Mathematical Communication, Mathematical Reasoning.

Abstract

The main purpose of this study is to analyze the mobilization of Mathematical Communication skills and Mathematical Reasoning skills through Problem Solving processes. A qualitative research is used, grounded in a constructivist-interpretative paradigm, following an exploratory case study strategy. To complete it, seven students were selected, from two 8th grade classes, which were involved in the teaching practice component within the courses of Supervised Teaching Practice I and II.

The data was collected based on two techniques: the collection of documents and interviews. The collected documents were the written productions that the students made by solving some proposed tasks. These tasks were developed from reference databases/texts by picking and/or adapting existing problems. Regarding the inquiry, interviews were held with the intention to, first, clarify doubts emerging from the analysis of the aforementioned written productions, as well as to collect the perception of students as problem solving as a favorable environment for the mobilization of the in question Transversal Skills above mentioned.

The results indicate that Problem Solving allows a frequent mobilization of Mathematical Reasoning and Mathematical Communication skills, although certain reasoning abilities analyzed are mobilized less often than others. In particular, evidences of mobilization of capabilities such as to formulate and test conjectures, as well as arguing, are seldom present on the collected data.

Mots-clés Résolution de Problèmes, Capacités Transversales, Comunication Mathématique, Raisonnement Mathématique.

Résumé

Le but principal de cette étude est d'analyser la mobilization des capacitées de Raisonnement Mathématique et de Communication Mathématiques, via Résolution de Problèmes. L'étude sincère dans un paradigme constructiviste-interprétatif avec une méthode qualitative et suit une stratégie d'étude de cas exploratoire. Pour ce travail, sept élèves ont été sélectionnés, de deux classes où ont eu lieu la componée pratique d'enseignement pour les disciplines de Pratique d'Enseignement Supervisée I et II.

Les données ont été recueillies aillant pour base deux techniques: l'analyse de documents et la réalisation d'entretiens. Les documents recueillis sont les productions des élèves qui adviennent de la résolution de certaines tâches qui leurs ont été proposé. Ces tâches ont été développé partant de la cueuille et/ou adaptation de problèmes provenants de bases de données/textes de référence. Comme inquisition, des entretiens ont été réalizé avec l'objectif de, en premier lieu, clarifier les doutes issus de l'analyse des productions écrites ci-dessus décrites, ainsi que recueillir la perception des étudiants sur le fait de l'environnement de la Résolution de Problèmes être ou non favorable à la mobilisation des Compétences Transversales mentionnées.

Les résultats indiquent que la Résolution de Problèmes permet une mobilisation fréquente de compétences de Raisonnement Mathématiques et de Communication Mathématiques, si bien que certaines capacités de raisonnement analysées soit mobilisées moins souvent que d'autres, en particulier, tenant pour base les données recueillies, l'existence de preuves de la mobilisation des capacités de formuler et tester des conjectures, ainsi que d'argumentation, est très faible.

Índice Geral

Índice de figuras

Índice de quadros

Índice de tabelas

Índice de gráficos

Lista de Siglas

ABRP – Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas;

AM – Argumentação Matemática;

APM – Associação de Professores de Matemática;

CEB – Ciclo do Ensino Básico;

CM – Comunicação Matemática;

CP – Cursos Profissionais;

CT – Capacidades Transversais;

DGIDC – Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular;

EB – Ensino Básico;

EPE – Ensino Pré-escolar;

EFA – Educação e Formação para Adultos;

ES – Ensino Secundário;

GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional;

IAVE - Instituto de Avaliação Educativa;

ME – Ministério da Educação;

NCTM – *National Council of Teachers of Mathematics*;

OCDE – Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Económico;

PIEF – Projeto Integrado de Educação e Formação;

PISA – *Programme for International Students Assessment*;

RIIPPCECGME-UA – Regulamento Interno de Iniciação à Prática Profissional dos Ciclos de Estudos Conducentes ao Grau de Mestre em Ensino da Universidade de Aveiro;

RM – Raciocínio Matemático;

RP – Resolução de Problemas;

TIMSS – *Trends in International Mathematics and Science Study*.

INTRODUÇÃO

No âmbito do 2º ano do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, foi pedida a elaboração de um Relatório de Estágio ue se configurasse "como um projeto individual de pesquisa-intervenção devidamente fundamentado" (RIIPPCECGME-UA[1], s.d.). Para tal, numa primeira fase, foi observado o contexto da prática e os seus intervenientes, de seguida foram levantadas algumas questões de investigação relacionadas com a mobilização de algumas capacidades transversais (por alunos do 8º ano de escolaridade). Em consonância, foi elaborado e implementado um estudo empírico, procurando dar-lhe também algum enquadramento teórico. O presente relatório reflete todo esse processo que aqui se acabou de descrever muito sumariamente.

1- Problemática de Investigação e Pertinência do Estudo

A conceção de que Matemática é importante somente para quem pretende prosseguir estudos para o ensino superior e formar-se nesta área, ou áreas similares, está enraizada na mente dos alunos. Pires (2001, p. 6) refere que "[a] escola, numa sociedade cada vez mais matematizada e tecnológica, tem de ter um papel importante na formação dos alunos como cidadãos críticos, activos e esclarecidos de forma a proporcionar oportunidades de conhecimento e de intervenção nessa mesma sociedade". Ponte et al (2007), reforçam esta ideia indicando que

> mais do que nunca, é exigido que a escola proporcione uma formação sólida a Matemática e a todos os alunos. Uma formação que os leve a entender e utilizar a Matemática, quer no decorrer do seu percurso escolar e a essa e a outras disciplinas, quer mesmo na vida profissional, vida pessoal e social. E essa formação deve fomentar tanto uma visão adequada da Matemática (nas suas múltiplas atividades e utilizações) como a valorização da sua contribuição para o desenvolvimento científico e tecnológico, que reconheça

[1] Regulamento Interno de Iniciação à Prática Profissional dos Ciclos de Estudos Conducentes ao Grau de Mestre em Ensino da Universidade de Aveiro.

a importância do seu papel na cultura e sociedade e, por fim, uma formação que fomente uma atitude positiva perante a disciplina e segurança nas suas capacidades para atuar com a Matemática.

É fulcral proporcionar todas as condições para que os alunos possam desenvolver, não só o seu conhecimento relativo aos conteúdos específicos propostos pelos programas curriculares da Matemática escolar, mas também ferramentas (tais como determinadas capacidades, atitudes e valores) que

> [permitam] que o aluno aprenda a formular ideias, a investigar e explorar situações ou conjecturas e a resolver problemas adquirindo um conhecimento de factos, rotinas, procedimentos e de hábitos de pensamento, ao mesmo tempo que ganha espírito crítico e desenvolve mecanismos de controlo (Pires, 2001, p. 6).

Esta mesma ideia está presente no Artigo 7º i) da Lei de Bases do Sistema Educativo Português (1986, p. 3070), apontando ser necessário "proporcionar [aos alunos] a aquisição de atitudes autónomas, visando a formação de cidadãos responsáveis e democraticamente intervenientes na vida comunitária". Por outras palavras, pretende-se que os alunos desenvolvam e adquiram um certo grau de literacia científica que os torne cidadãos informados, ativos e capazes de contribuir na busca de soluções para os problemas com que se depara o mundo em que vivem. O desenvolvimento desse tipo de competências requer que os alunos sejam, desde cedo, envolvidos na sua própria aprendizagem e se sintam motivados para aprender. Além disso, o NCTM (2008, p. 21) refere que

> as exigências para os locais de trabalho e para a participação cívica no mundo contemporâneo incluem a flexibilidade de raciocínio sobre informação quantitativa e a sua utilização. A compreensão de conceitos constitui uma importante componente do conhecimento necessária para lidarmos com novos problemas e situações.

Para que os alunos possam cumprir essas exigências,

> [...] é recomendada uma ênfase na realização, pelos alunos, de actividades matemáticas significativas, como a resolução de problemas e a aplicação da Matemática a situações a vida real. Considera-se que as situações de aprendizagem devem ser diversificadas e incluir momentos de discussão,

> tanto entre o professor e os alunos (em trabalho colectivo) como dos alunos entre si (em trabalho aos pares e em pequenos grupos). (APM, 1998, p. 32)

Neste enquadramento, uma abordagem ao ensino e à aprendizagem da Matemática "pressupõe um investimento em práticas que proporcionem experiências ricas e desafiantes promotoras de capacidades cognitivas de ordem superior como sejam a resolução e formulação de problemas, o raciocínio e a comunicação." (Vale, 2012, p. 182). Mais, Melo (2012), indica ser fundamental que na disciplina de Matemática os alunos assumam "um papel mais ativo na construção do seu próprio conhecimento, harmonizando os objetivos do domínio cognitivo, social e humano, e estabelecendo relações com a realidade envolvente". Deste modo, considera-se que o investimento em práticas que se centrem em processos de resolução de problemas por parte dos alunos é, possivelmente, uma das formas mais eficaz de se ajudar os alunos a atingirem os objetivos anteriormente mencionados. Aliás Ponte (2005, p. 3) reforça esta ideia, evocando Pólya, referindo que

> o professor deve propor problemas aos seus alunos para que estes se possam sentir desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta. [...] Estas ideias influenciam de forma marcante os currículos actuais, de tal modo que hoje em dia a resolução de problemas em Matemática constitui um traço fundamental das orientações curriculares de todos os níveis de ensino, do 1º ciclo do ensino básico ao ensino superior.

De acordo com Pólya (1957), um problema proposto ao estudante pode ser modesto, mas se desafiar a sua curiosidade e mobilizar a sua criatividade, e se ele conseguir resolver o que lhe foi proposto através dos seus próprios meios, conseguirá, ultrapassando as dificuldades e obstáculos inerentes ao processo de resolução de problemas, apreciar o triunfo da sua descoberta. Para além disso, estas experiências, em idades suscetíveis, podem criar um gosto pelo trabalho mental e deixar marcas nas mentes e caráter para vida inteira. Outra ideia importante de Pólya é que se os professores de Matemática preencherem o tempo que têm disponível numa aula com processos rotineiros, os alunos acabarão por perder o interesse, adormecendo o seu desenvolvimento intelectual. No entanto, se os professores desafiarem os seus alunos com problemas proporcionais ao seu nível de conhecimento e os acompanharem na resolução com questões estimulantes, fornecendo-lhes meios para pensarem de forma independente, poderão fomentar o interesse na Matemática. Reforçando e completando estas ideias, Smith et al (2009) defendem que uma forma de melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos deverá passar por focar o processo de ensino e de aprendizagem em torno de tarefas matematicamente desafiantes, que enfatizam o pensamento flexível, o raciocínio e a resolução de problemas. Por outro lado, sobressai a importância de os alunos construírem não só conhecimentos relativos aos diversos conteúdos matemáticos, mas também competências que lhes serão úteis no seu quotidiano extraescolar, participando ativamente nas atividades que lhes são propostas, e que essas atividades fomentem esse desenvolvimento, pois "os homens agem em função dos problemas que se lhes colocam e com os quais se devem enfrentar pelo simples facto de existirem" (Meyer, 1982, p. 129). Este autor conclui ainda que "neste sentido, a linguagem é resolução de problemas" (p. 129), identificando a importância do processo de comunicação para este fim muito específico.

Nessa linha de pensamento, o antigo Programa Curricular do Ensino Básico enfatizava o desenvolvimento nos alunos de capacidades transversais (que no novo programa estão descritas na secção denominada "Objetivos"), tais como a Comunicação Matemática (CM) e o Raciocínio Matemático (RM), referenciando este desenvolvimento como uma das finalidades do ensino da Matemática, fazendo também parte dos objetivos gerais de ciclo. Estas capacidades são denominadas transversais uma vez que estão presentes no ensino de todo e de qualquer tópico programático descrito nos Programas Curriculares, não se tratando de as querer ver como complementares aos conhecimentos, mas sim como integrantes dos mesmos (Rodrigues, 2009). Esta posição dos Programas Curriculares é partilhada por inúmeros autores (Smith et al, 2009; Assumpção e Oliveira, 2011; Boavida e Menezes, 2012; Mota, 2014; entre outros). Em particular, segundo o NCTM (2000) devem ser fornecidos aos alunos momentos em que possam partilhar e clarificar as suas ideias, desenvolver argumentos convincentes, desenvolver uma linguagem para exprimir ideias (matemáticas ou não) e aprender a partir de outras perspetivas. Nestas recomendações, está visível a importância do desenvolvimento nos alunos das capacidades de CM e de RM.

Dado que o atual Programa de Matemática (Bivar, Grosso, Oliveira, e Timóteo, 2013, p.28) indica, na secção das Metodologias, que

> tendo em consideração […] as circunstâncias de ensino (de modo muito particular, as características das turmas e dos alunos), as escolas e os

> professores devem decidir quais as metodologias e os recursos mais adequados para auxiliar os seus alunos a alcançar os desempenhos definidos nas Metas Curriculares

parece continuar a ser pertinente o estudo da mobilização destas Capacidades Transversais nos processos de Resolução de Problemas matemáticos. Ademais, na revisão literária efetuada, a Resolução de Problemas aparece frequentemente como promotora das capacidades referidas.

2- Objetivos e Questão de Investigação

Neste trabalho averigua-se se os alunos mobilizam as capacidades transversais Comunicação Matemática (CM) e Raciocínio Matemático (RM) durante o processo de resolução de problemas na disciplina de Matemática (no Ensino Básico). Concretamente, vamos focar a nossa atenção em alunos do 8º ano e pretendemos responder à seguinte questão:

> A resolução de problemas é favorável à mobilização das capacidades transversais CM e RM por alunos do 8° ano?

Os objetivos do presente trabalho são:

a. Analisar se as capacidades transversais CM e RM explicitadas nos programas curriculares são mobilizadas pelos alunos nos processos de resolução de problemas;
b. Analisar a opinião dos alunos relativamente à mobilização das capacidades transversais referidas em tarefas de natureza diferentes.

3- Estrutura do Relatório

O trabalho está organizado em seis capítulos, precedidos de uma introdução onde é abordado o enquadramento do estudo, referindo o problema em análise, bem como a sua pertinência, e são apresentadas a questão e os objetivos de investigação.

Os primeiros dois capítulos são destinados à fundamentação teórica (enquadramento teórico do estudo), apoiada pela revisão da literatura sobre a respetiva temática.

No primeiro capítulo classificam-se os problemas como um tipo de tarefa matemática com certos atributos, analisa-se a importância da sua seleção para a atividade matemática dos alunos e o seu papel no processo de aprendizagem dos alunos. Por fim, sumariamente, são elencadas e dissecadas as suas características específicas.

No segundo capítulo é justificada a importância do desenvolvimento das duas capacidades transversais CM e RM nos alunos da sociedade atual, sendo as mesmas analisadas quanto às suas características individuais.

O capítulo três é destinado à caracterização do contexto onde a Prática de Ensino Supervisionada se desenrolou ao longo do ano letivo 2015/2016, nomeadamente do contexto ambiental (que se traduz no espaço físico, isto é, o estabelecimento escolar e o agrupamento no qual este se insere) e do contexto humano (isto é, dos grupos de alunos participantes com os quais a estagiária, também ela participante direta, contactou – as turmas).

No quarto capítulo apresenta-se a metodologia usada, justifica-se a sua escolha, a seleção dos "casos", as técnicas e instrumentos de recolha de informação (análise documental e inquirição), bem como se efetua uma descrição detalhada do estudo.

O quinto capítulo representa a parte empírica do estudo, procedendo-se ao tratamento e à apresentação dos dados recolhidos aquando da implementação do estudo descrito no capítulo quatro, assim como as principais conclusões inerentes do estudo desenvolvido.

O último capítulo apresenta a segunda componente fundamental deste relatório de estágio, e toma a forma de uma reflexão, na qual são enumeradas as principais limitações e obstáculos encontrados ao longo da elaboração deste trabalho (nomeadamente na implementação do estudo) e propostos alguns tópicos para futuras investigações.

O relatório de estágio termina com a enumeração da Bibliografia e a apresentação dos vários elementos utilizados na execução do estudo (bateria de tarefas implementadas, produções escritas dos alunos selecionados, pedido de áudio-gravação das entrevistas, guião das entrevistas e transcrições das mesmas) em anexos.

1- RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

"A resolução de problemas, pela diversidade de atividades de ensino que proporciona, pela troca de experiências que facilita, pela representação de ideias que concretiza, pelos conceitos e noções que permite construir é uma atividade indispensável no processo de aprendizagem dos alunos."

Jesus (2002, p. 16)

Neste capítulo propõe-se classificar e distinguir os diversos tipos de tarefas matemáticas existentes, bem como analisar a importância da sua seleção para a atividade matemática dos alunos, com o intuito de aprofundar os conhecimentos relativos ao trabalho que se pode desenvolver com os alunos (em particular em contexto de sala de aula). Aprofunda-se aspetos relacionados com um tipo de tarefa que se identificou, através de uma revisão bibliográfica, como potencial promotora do desenvolvimento de capacidades transversais nos resolvedores: os Problemas. Começa-se por analisar o papel da resolução de problemas no processo de aprendizagem dos alunos e faz-se referência à utilização desta estratégia nos dias que decorrem, destacando as suas principais vantagens. Relativamente às características dos problemas, indicam-se as dificuldades subjacentes à distinção dos diversos tipos de tarefas, realçando características comuns a "bons problemas", e as interações (entre alunos e docentes) que este tipo específico de tarefa proporciona. Termina-se salientando a importância da implementação deste tipo de tarefas para a atividade matemática dos alunos e o desenvolvimento de algumas das suas capacidades, atitudes e valores.

1.1- Tipos de Tarefas

"É formulando tarefas adequadas que o professor pode suscitar a actividade do aluno."

Ponte (2005, p. 1-2)

Uma tarefa é a realização de uma atividade que pode surgir por iniciativa do professor, do aluno, ou como resultado da negociação entre ambos. Existem diversos tipos de tarefas que podem ser desenvolvidas durante as aulas de Matemática. Segundo Ponte (2005), podemos distinguir as tarefas com base em duas dimensões fundamentais:

1) o *grau de desafio* matemático (reduzido ou elevado) que resulta da perceção da dificuldade da questão colocada ao aluno;

2) o *grau de estruturação* (fechado ou aberto) que se relaciona com a explicitação daquilo que é fornecido aos alunos relativamente ao que é pedido.

Uma tarefa fechada é aquela onde é explícito o que é dado e o que é pedido, ao passo que uma tarefa aberta tem um certo grau de indeterminação no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas.

As tarefas podem ser divididas em várias categorias como exercícios, problemas, tarefas de exploração e de investigação, sendo que as suas características variam entre as duas dimensões anteriormente descritas. A figura que se segue ilustra a separação destas tarefas tendo em conta as suas propriedades e as duas dimensões enunciadas anteriormente.

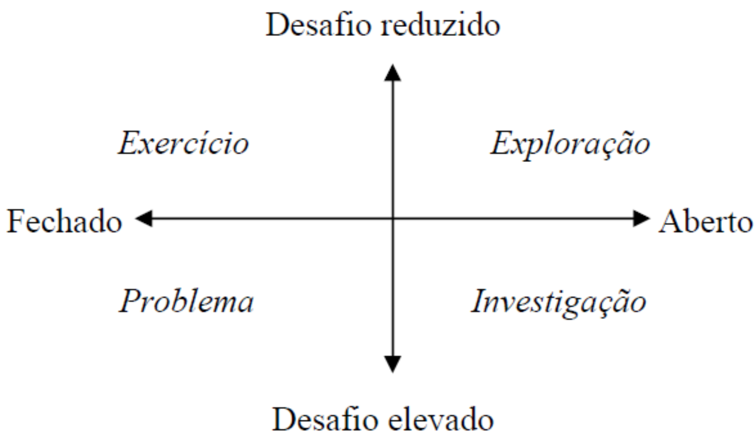


Figura 1- Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e abertura (Ponte, 2005, p. 8).

Para além das duas dimensões fundamentais, importa também considerar a duração das tarefas propostas, pois a realização de uma tarefa matemática pode requerer poucos minutos ou demorar dias, semanas ou até meses. Podemos assim classificar uma tarefa como curta ou longa.

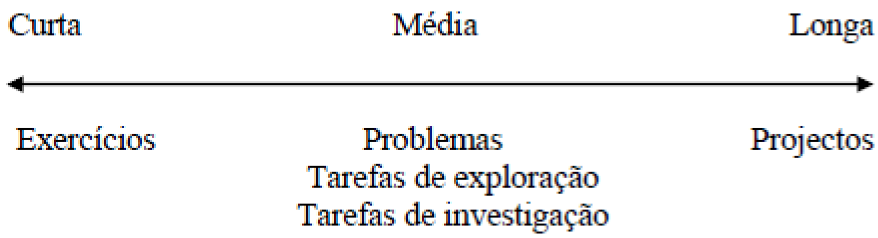


Figura 2- Classificação de diversos tipos de tarefas, quanto à duração (Ponte, 2005, p. 10)

Ponte (2005, p. 9) indica que:

> as tarefas de longa duração podem ser mais ricas, permitindo aprendizagens profundas e interessantes, mas comportam um elevado risco dos alunos se dispersarem pelo caminho, entrarem num impasse altamente frustrante, perderem tempo com coisas irrelevantes ou mesmo de abandonarem totalmente a tarefa.

1.2- A Importância da Escolha do Tipo de Tarefa para o Processo de Ensino da Matemática

As tarefas propostas pelo professor ao aluno são cruciais no processo de desenvolvimento do ensino-aprendizagem da Matemática. Segundo Gimeno (1998, p. 40):

> [as] tarefas têm um papel importante na regulação da actividade desenvolvida. Isto acontece porque as tarefas possuem uma ordem interna, existindo em cada tipo de tarefa um padrão próprio, que se traduz num plano mais ou menos preciso, ou seja, um esquema de actuação prática, que desencadeará uma actividade nos alunos.

Por sua vez, o NCTM (2000, p. 20) refere que

> aprender Matemática *sem* compreender tem sido comum na aprendizagem da matemática escolar [...] e tem sido o assunto de muitas discussões e pesquisas pela psicologia e educação ao longo dos [últimos] anos. [...] Aprender matemática [...] requer compreensão e aptidão para aplicar procedimentos, conceitos e processos.

Assim, a seleção das tarefas e da metodologia para a sua realização determinam os ambientes de aprendizagem e influenciam tanto a forma como os alunos se posicionam quanto à sua aprendizagem como também a confiança com que aprenderão novos conceitos no futuro. Por exemplo, alunos que memorizam procedimentos sem os entenderem não ficam seguros relativamente a quando e como usar o que aprenderam. Este tipo de aprendizagem pode ser considerado frágil (Bransford, Brown e Cocking, 1999, citados em NCTM, 2000), mas por outro lado, “aprender compreendendo [...] torna a aprendizagem subsequente mais fácil. A Matemática faz mais sentido e é mais fácil de recordar e de aplicar quando os alunos conectam o novo conhecimento ao conhecimento já existente de forma significativa” (Schonfeld, 1988, citado em NCTM, 2000, p. 394).

O antigo Programa de Matemática do Ensino Básico apresentava diversas orientações metodológicas, destacando a necessidade de diversificar as tarefas propostas e de dar uma atenção particular (entre outros aspetos):

- às tarefas que assumam um carácter desafiante;
- à contextualização das situações em que são apresentadas;
- à importância das representações e conexões matemáticas e áreas “extra matemáticas”;
- ao valor formativo do trabalho de grupo e dos momentos de discussão coletiva no contexto da sala de aula;
- à necessidade de valorizar o papel da Matemática na sociedade atual.

(Ponte et. al., 2007)

Aquando da seleção das tarefas, é importante ter em conta que cada tipo de tarefa permite atingir objetivos curriculares específicos, que podem ser descritas tendo em conta o referencial representado na Figura 1, p. 14:

- tarefas mais fechadas (exercícios, problemas) - permitem desenvolver o raciocínio matemático, uma vez que estão baseadas numa relação rigorosa entre os dados e os resultados;
- tarefas de natureza mais acessível (explorações, exercícios) - possibilitam o desenvolvimento da autoconfiança dos alunos, uma vez que o número de alunos que as consegue realizar corretamente é maior;
- tarefas com maior desafio (investigações, problemas) - essenciais para que os alunos tenham contacto com a forma como se desenvolve a matemática dos matemáticos ao nível profissional;
- tarefas de estrutura mais aberta (investigações, explorações) - permitem que os alunos desenvolvam a sua autonomia e a capacidade de lidar com situações complexas, entre outras capacidades. (Ponte, 2005)

Existem diferentes opiniões relativamente ao tipo de tarefa que deve ser privilegiado durante o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática escolar e, até agora, não existe consenso quanto a este assunto. De facto, são muitas as variáveis a ter em conta, desde o contexto em que as aulas se desenrolam, até à heterogeneidade das turmas com que nos deparamos. Assim, parece pouco provável que se consiga uma receita ótima para a prática dos alunos nesta disciplina. No entanto, a análise das diversas opiniões permite-nos adquirir um vasto leque de metodologias para possibilitar uma adaptação eficaz aos contextos enfrentados e a otimização das práticas para as aprendizagens pretendidas.

De acordo com o NCTM (1994), as tarefas que deveriam ser as privilegiadas para um eficiente processo de ensino e de aprendizagem na disciplina de Matemática são as detentoras das seguintes características:

1. apelam à inteligência dos alunos;
2. desenvolvem a compreensão e aptidão matemática;
3. estimulam os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas;
4. apelam à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático;
5. promovem a comunicação sobre Matemática;
6. mostram a Matemática como uma atividade humana permanente;
7. têm em atenção diferentes experiências e predisposições dos alunos;
8. promovem o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer Matemática.

Por sua vez, Porfírio e Oliveira (1999, p.116) salientam que:

> [uma] das características da abordagem investigativa, [é] a possibilidade de se seguirem caminhos divergentes, [o que] pode levar o professor a seguir pistas que entretanto surgiram e que poderão conduzir à exploração de aspectos que anteriormente não tinha previsto. Numa situação deste tipo, o professor enfrenta o dilema de proporcionar ou não a oportunidade de explorar as várias ideias que foram surgindo. As limitações de tempo e a extensão dos conteúdos curriculares, poderão influenciar uma decisão que entra em contradição com o significado de investigar. De facto, a exploração de uma tarefa, prevista inicialmente para durar uma ou duas aulas, poderá

> prolongar-se por bastante mais tempo de forma a seguir as várias pistas que foram surgindo. Caberá ao professor decidir sobre a opção que, perante cada situação concreta, considera mais adequada.

Por outro lado, Ponte (2009, p. 101) refere que "em vez de se proporem exercícios para os alunos praticarem processos já conhecidos, propõem-se tarefas em que eles têm que fazer um esforço de interpretação, formular estratégias, apresentar e argumentar soluções."

Para o NCTM (2000), propor aos alunos situações mais abertas poderá permitir o desenvolvimento da criatividade e dar azo a que o aluno apresente as suas próprias ideias matemáticas e conjeturas, desenvolver o raciocínio e aprender a avaliar o seu próprio pensamento. Este processo levará o aluno a uma maior compreensão das situações e ao reconhecimento das conexões entre as suas ideias e a reorganização do seu conhecimento. Pires (2001) acredita que, se durante o processo educativo os alunos estiverem envolvidos na atividade de construir, explorar e resolver problemas diversificados, a Matemática escolar poderá desenvolver muito mais a atividade pessoal. Por sua vez, Ponte (2006a) refere que o tipo de tarefas a propor aos alunos é muito importante para a construção da sua aprendizagem. Além disso, este autor indica que a APM reforça a importância da natureza das tarefas a propor aos discentes, aludindo, em particular, a resolução de problemas, os projetos, e as atividades de exploração e descoberta.

Ponte, Nunes e Quaresma (2008) afirmam que o processo de aprendizagem pode ser promovido através de trabalho de exploração e de investigação. Este tipo de abordagem visa a construção dinâmica de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulem a sua curiosidade, envolvendo-o com o "fazer matemática", no sentido de lhe ser permitida a criação de hipóteses e conjeturas e de lhe ser dada a oportunidade de as investigar a partir da situação proposta. No entanto, numa fase posterior, os alunos devem resolver exercícios e problemas tendo em vista a consolidação tanto dos seus conhecimentos (Ponte, Nunes e Quaresma, 2008), assim como de capacidades transversais que desta atividade advém, tais como CM e RM (Bivar, Grosso, Oliveira e Timóteo, 2013).

É importante salientar que este tipo de ensino não tem sido fácil de implementar em contexto escolar, embora lhe seja reconhecido valor. Embora o programa da disciplina de Matemática promova o ensino através da resolução de problemas e de atividades de investigação relacionadas com o quotidiano do aluno, muitos docentes continuam a basear a sua prática na atribuição de exercícios rotineiros. Esta conceção tradicional do papel do professor e do aluno poderá dever-se ao facto de existirem constrangimentos a nível do tempo que se tem de dedicar a este tipo de metodologia, que terá de ser retirado a outras atividades consideradas prioritárias, como por exemplo, o cumprimento dos planos curriculares.

Com base no que acabamos de expor, pode afirmar-se que os problemas e as tarefas de investigação e de exploração são os tipos de tarefas mais vantajosas para o desenvolvimento de capacidades matemáticas que podem ser utilizadas nas mais diversas situações e áreas curriculares.

Para um eficiente processo de ensino e de aprendizagem na disciplina de Matemática considera-se ser de privilegiar tarefas detentoras de duas características específicas, nomeadamente, que apelem à formulação e resolução de problemas e ao Raciocínio Matemático, bem como promovam a Comunicação sobre Matemática. Estas características remetem para algumas das capacidades transversais que são consideradas importantes de serem desenvolvidas nos alunos, em particular, pelos Programas Curriculares atualmente em vigor no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, sendo elas a CM e o RM, e sobre as quais nos debruçaremos no Capítulo 2.

Dada a importância reconhecida à resolução de problemas neste contexto, na próxima secção analisam-se aspetos relacionados com a utilização de problemas no processo de aprendizagem dos alunos.

1.3- A Resolução de Problemas e a Aprendizagem dos Alunos

O ensino em Portugal, assim como em muitos outros países, é predominantemente do tipo “expositivo”, ou seja, o professor inicia a aula explicando os conceitos novos e os procedimentos usuais de resolução dos problemas que lhes estão associados (Ponte, 2009). Frequentemente, o docente coloca questões aos alunos e exemplifica um ou dois casos, dando-lhes depois diversas tarefas (predominantemente exercícios e problemas) para que possam aplicar os conceitos previamente transmitidos. Neste caso, a “resolução de problemas” reduz-se a um conjunto de procedimentos determinados pelo professor.

Ponte (2006a, p. 1) afirma que “[...] os principais problemas do currículo actual [referindo-se ao antigo programa] português prendem-se [...] com a visão redutora que prevalece quanto à atividade de aprendizagem dos alunos, demasiado centrada no exercício e pouco atenta às possibilidades dos problemas e das explorações e investigações”. Portanto, a colocação de uma maior ênfase na resolução de problemas no currículo de Matemática tem sido amplamente discutida nas últimas décadas pela comunidade de Educação em Matemática, tanto a nível nacional como internacional. Vários investigadores defendem ser necessário colocar os alunos em situações onde tenham de lidar com atividades que se foquem no conhecimento de conteúdos específicos, da lógica e de estratégias também específicas das situações apresentadas. Para além disso, o ritmo acelerado próprio do progresso científico e tecnológico leva à rápida desatualização dos conhecimentos. Torna-se assim o desenvolvimento da autonomia dos alunos facilitando a sua futura adaptação às constantes mudanças.

Segundo a APM (1998, p. 46),

> [o] elemento central da renovação do ensino da Matemática deve ser a alteração da natureza das tarefas dominantes na sala de aula, na respectiva valorização das actividades de resolução de problemas e de situações que envolvam os alunos em processos de pensamento matemático e comunicação.

No teste PISA, são avaliadas competências fundamentais para a vida adulta, permitindo conhecer o quão efetivamente as escolas preparam os alunos para a vida depois de concluída a sua educação formal (OCDE, 1999, referenciado por Serrão, 2013), nos domínios de literacia de leitura, de literacia matemática e de literacia científica. Para tal, são apresentadas aos alunos tarefas onde é enfatizada “a aplicação dos conhecimentos em situações quotidianas, pedindo aos alunos para realizar tarefas que envolvem interpretação de materiais do mundo real tanto quanto possível” (Serrão, 2013, p. 6), para os alunos remeterem para a sua capacidade de aplicarem, não só os seus conhecimentos, como também as suas capacidades de análise, raciocínio e comunicação numa variedade de situações concretas (GAVE, 2001).

Segundo Serrão (2013, p. 12), a OCDE considera que

> a literacia matemática consiste na capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo real, de tomar

decisões bem fundamentadas e de usar e se envolver na resolução matemática de problemas da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo.

A escala construída para a avaliação do desempenho dos alunos no teste PISA mede a capacidade de reconhecer e interpretar problemas matemáticos encontrados no mundo em que vivem, de traduzirem esses problemas para um contexto matemático, de usar o conhecimento e os procedimentos matemáticos na resolução de problemas, de interpretar os resultados em termos do problema original, de refletir sobre os métodos aplicados, e de formular e comunicar os resultados obtidos nestes processos (OCDE, 2001, citado em GAVE, 2001). No entanto, tal como no domínio da literacia de leitura e da literacia científica, os resultados obtidos pelos alunos portugueses em Matemática são claramente inferiores aos obtidos, em média, no espaço da OCDE: no ano 2000, a classificação média no teste PISA foi de 454/1000 para os alunos portugueses e de aproximadamente 500/1000 para os restantes países da OCDE; já no ano de 2012, embora a média dos alunos portugueses continue inferior à do espaço OCDE, foi notória a evolução, totalizando, nesse ano, 486/1000, comparado com o resultado do espaço OCDE, de 494/1000 (MEC, 2013).

Segundo o NCTM (2008, p. 58), "a resolução de problemas implica o envolvimento numa tarefa, cujo método de resolução não é conhecido antecipadamente. Para encontrar a solução, os alunos deverão explorar os seus conhecimentos e através deste processo desenvolvem, com frequência, novos conhecimentos matemáticos". Por conseguinte, para além da resolução de problemas constituir um dos objetivos da aprendizagem matemática, é também um importante meio pelo qual os alunos aprendem matemática. Gandra (2001), citado por Vieira (2007, p. 25), reforça que os problemas servem para conduzir os alunos a, "por si próprios, [identificarem e procurarem] o conhecimento que necessitam para os resolver", colocando-os em situações de protagonismo na atividade matemática, uma vez que, ao aprenderem a aprender desenvolvem diversas competências relevantes para o cidadão comum.

Devidamente implementado, o processo de resolução de problemas, em sala de aula, poderá ser um tipo de atividade em que o aluno conseguirá externalizar o processo construtivo da sua aprendizagem, isto é, converter em ações os conceitos, proposições e exemplos que vai adquirindo e que foram construídos através da interação com professores, colegas e materiais didáticos. Neste sentido, resolver um problema pode ser encarado como um meio para promover uma aprendizagem significativa.

Uma aprendizagem baseada na Resolução de Problemas apresenta diversas vantagens. No que se segue, destacamos algumas dessas vantagens, também mencionadas em Leite e Esteves (2005). A procura de soluções razoáveis permite aos alunos ter sucesso em caminhos que não lhes estariam disponíveis no ensino dito "tradicional", dado que, o seu envolvimento na resolução dos problemas propostos leva-os a concentrarem-se em diferentes soluções e não apenas na resposta correta. Este tipo de aprendizagem não trata apenas de ensinar a resolver problemas, mas também a refletir e a agir perante situações problemáticas, aplicando conhecimentos (concetuais, procedimentais e atitudinais) que vão sendo desenvolvidos e fortalecidos durante o processo de resolução. As capacidades adquiridas com estas práticas e com o exercício contínuo do pensamento permitem desenvolver competências de resolução de problemas e de tomada de decisão, que auxiliarão os alunos em qualquer situação problemática (seja ela pessoal, familiar, social ou profissional e não apenas em atividades académicas), permitindo o seu desenvolvimento a todos os níveis e preparando-os, em particular, para enfrentar de forma ativa e esclarecida, a sociedade atual.

Por sua vez, Vieira (2007) considera que os problemas podem servir para aprofundar as aprendizagens dos alunos e avaliar as suas aprendizagens, e ser utilizadas tanto como ponto de partida, como no final do processo de ensino-aprendizagem. Refere ainda que

> [as] habilidades adquiridas com estas práticas e com o exercício contínuo da capacidade de pensar permitem desenvolver competências de resolução de problemas e de tomada de decisão no aluno, que o auxiliam em qualquer situação problemática pessoal, familiar, social ou profissional, e não só em actividades escolares, permitindo, assim, o desenvolvimento do aluno a todos os níveis, preparando-o para enfrentar, de forma activa e esclarecida, a sociedade actual (Vieira, 2007, p. 28)

Podemos então afirmar que a resolução de problemas tem um papel decisivo para atingir finalidades importantes definidas no ensino da Matemática escolar, e que, tal como Pires (2001) aponta, permite desenvolver as capacidades de:

- usar a Matemática como instrumento de interpretação e aplicação em situações reais;
- formular e resolver problemas;
- comunicar;
- desenvolver a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade.

Segundo Nunes (2010), este tipo de ensino desenvolve nos estudantes a crença de que eles são capazes de fazer matemática e de que ela faz sentido, proporciona uma avaliação contínua de dados que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os estudantes a terem sucessos na aprendizagem e dar informação aos pais, podendo também ser considerado é prazeroso. Os professores que experimentam adotar esta estratégia nunca voltam ao modo do ensinar por exposição.

A atividade de resolução de problemas privilegia igualmente a interação entre alunos, e entre professor-aluno, pois o confronto de ideias diferentes enriquece os resolvedores de tal forma que, em oportunidades posteriores, serão capazes ultrapassar mais facilmente obstáculos por estarem cientes da existência de caminhos alternativos. Em particular, as interações entre os alunos, são apontadas por Martinho e Ponte (2005) como promotoras de discussões que estimulam novas descobertas, permitindo a construção de um conhecimento mais sólido, considerando as partilhas individuais dos alunos como convergentes para a construção do conhecimento coletivo, pois “quando os alunos falam e ouvem os colegas, clarificam os significados das palavras, os seus pensamentos e as suas ideias” (Lopes, 2014, p. 15). Por fim, a interação entre alunos e professor, reforça a motivação e promove aprendizagens cooperativas, uma vez que o aluno não se limita a ser um espetador passivo (Estanqueiro, 2010).

1.4- Características dos Problemas e o seu Processo de Resolução

Na secção 1.1 viu-se que um problema é uma tarefa fechada da qual se conhece a solução, ou pelo menos o tipo de solução esperada, com grau de desafio elevado, uma vez que se desconhece o caminho a tomar desde os dados até à solução, cabendo aos resolvedores retirar a informação necessária do enunciado e mobilizar os conhecimentos, capacidades e procedimentos adequados para alcançar o objetivo.

Pires (2001) salienta que o processo de resolução de um problema envolve a descoberta natural de dificuldades, tendo o aluno, para o efeito, de mobilizar conhecimento relevante, factual e procedimental que lhe permita ultrapassar os obstáculos emergentes, e não apenas conhecimentos operatórios. Para Pólya (1977), só se aprende a resolver problemas resolvendo problemas, tendo o aluno de aprender a encontrar os seus próprios caminhos, no caso de o aluno ser predominantemente conduzido pelo professor na procura das soluções, seguindo as suas orientações, num processo de descoberta guiada, não desenvolve grandemente a sua autonomia, nem aumenta o seu campo de processos e estratégias de resolução.

A procura de equilíbrio entre as aprendizagens visadas para os alunos e o processo de ensino que tem de ser conduzido pelo docente não é um processo fácil e a consolidação desta capacidade pressupõe uma evolução do aluno e desenvolve-se ao longo da escolaridade, não sendo um processo linear, uma vez que os processos são difíceis de consolidar e exigem trabalho regular (Pires, 2001, p. 142). Assim, este processo é moroso, e

> [muitas] vezes [...] não se dá tempo e espaço para [essa consolidação] acontecer. Ou porque se resumem as tarefas e se diminui o seu grau de dificuldade ou porque se encaminham demasiado os alunos, limitando-se estes a seguir passo a passo, adulterando-se o carácter problemático [das tarefas propostas] (Pólya, 1977, p. 141-142).

Reconhecer uma tarefa como sendo um problema pode não ser fácil, pois a perceção, principalmente, do grau de dificuldade, difere de aluno para aluno, de docente para docente e, muitas vezes, de tarefa para tarefa (relativamente ao contexto onde será proposto). O que é considerado um problema para um aluno pode ser considerado como um exercício para outro (e a mesma coisa acontece para os docentes que os propõem), e a análise dessas variáveis tem de ser constante por parte do docente para garantir que atende a todas as necessidades dos seus discentes, maximizando as suas hipóteses de aprendizagem.

Existem certas características presentes nas tarefas para "garantir" que se está a propor um "bom problema". Para Serrazina (n.d.), essas características são:

- ser matematicamente desafiante e interessante;

- ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;
- ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.

Uma vez reconhecidas as características comuns a "bons problemas" e tendo em conta que o processo de desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas requer dedicação e tempo por parte dos participantes nesta atividade, embora nunca exista apenas uma possibilidade de resolução ou um único caminho que leve os alunos até à solução esperada, Pólya (1957) definiu quatro etapas no processo de resolução de problemas e que descrevemos de seguida.

1. Compreensão do problema - procura-se compreender o problema até encontrar com precisão a incógnita;
   Nesta etapa devem identificar-se:
   - os dados;
   - o objetivo a atingir.

2. Elaboração de um plano – apresentar uma noção geral de quais os cálculos e estratégias a utilizar para alcançar o objetivo anteriormente identificado;

3. Execução do plano concebido – Se se chegar a um impasse, volta-se à fase de planificação.

4. Verificação dos resultados - revisão crítica do trabalho realizado, ou seja, verificação do resultado em função da situação inicial e do raciocínio.

Para além destas etapas, existem várias estratégias que podem ser aplicadas para resolver problemas. No Programa Curricular de Matemática do Ensino Básico de 2007 podemos encontrar as seguintes estratégias:

1. utilizar um esquema/ diagrama/ tabela/ gráfico;
2. trabalhar do fim para o princípio;
3. simular/ Simplificar o problema;
4. descobrir uma regularidade/ regra;

5. organizar uma sequência de passos;
6. tentativa e erro;
7. procurar um problema análogo, mas mais simples;
8. desdobrar um problema complexo em questões mais simples;
9. criar um problema equivalente;
10. explorar casos particulares.

É importante que os alunos sejam introduzidos às etapas e às diversas estratégias de resolução de problemas, reforçando a ideia que "não existe uma única estratégia, ideal e infalível" (Dante, 1991, citado por Sousa, 1998, p. 6), mas também que sejam encorajados a explorá-las independentemente (idem), para que se possam sentir à vontade nesta atividade e "assumirem a responsabilidade por justificar os seus raciocínios de maneira lógica, [tornando] o aluno [numa] autoridade na sala de aula" (Ponte, 2009, p. 105).

Relembro que o programa de Matemática do Ensino Básico atualmente em vigor fornece liberdade aos docentes e às instituições de ensino para implementarem, consoante as características das turmas e dos alunos, as metodologias mais adequadas para a obtenção dos objetivos definidos pelas Metas Curriculares, e que o desenvolvimento de CM e de RM, assim como a Resolução de Problemas, constam nesses objetivos. Assim sendo, as ideias focadas do programa anterior continuam válidas e pertinentes.

2- COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO MATEMÁTICO.

> *"[Não] é possível os alunos aprenderem Matemática com compreensão sem se apropriarem de um conjunto de tópicos matemáticos e, simultaneamente, desenvolverem capacidades que lhes permitam compreender e mobilizar os conhecimentos sobre esses tópicos em contextos diversificados."*
>
> Boavida & Menezes (2012, p. 1)

Na sociedade atual, é indispensável a formação de indivíduos capazes de comunicar de forma clara, que desenvolvam raciocínios lógicos e que estejam aptos a defender as suas posições, argumentando de modo coerente. Também é considerado fundamental o desenvolvimento da astúcia necessária à deteção de raciocínios e/ou informações falsos. Este conjunto de habilidades é considerado pelo Ministério da Educação e descrito nos Programas Curriculares que orientam a atividade da matemática escolar (Bivar, Grosso, Oliveira, Timóteo, e Loura, 2013).

O referido Programa menciona diversas capacidades a serem desenvolvidas nos alunos e que estas têm por objetivo "dar destaque a processos matemáticos fundamentais" (Ponte, 2009, p. 99), entendendo com isto que a aprendizagem e a compreensão da Matemática são realizadas quando os alunos se apropriam, não só de um conjunto de tópicos matemáticos, como também quando desenvolvem capacidades que os auxiliam a compreender e mobilizar conhecimentos, e que com essas capacidades

> [deve procurar-se] que os alunos compreendam os objectivos e as condições de um problema, formulem estratégias para a sua resolução e desenvolvam a sua capacidade reflexiva crítica em relação aos resultados obtidos. Pretende-se, igualmente, que os alunos desenvolvam a sua capacidade de raciocínio, estabelecendo relações entre objectos matemáticos, justificando as suas respostas e construindo a pouco e pouco cadeias argumentativas. Finalmente, procura-se que os alunos desenvolvam a sua capacidade de comunicação oral e escrita, sendo capazes não só de produzir informação mas também de ouvir e interpretar a informação que lhes é apresentada e participar de forma crítica e construtiva numa discussão (Ponte, 2009, p. 99 - 100).

Tal como o nome o indica, as capacidades transversais são aptidões que os alunos podem adquirir, desenvolver e utilizar transversalmente, não só ao nível das diversas disciplinas curriculares (que no caso particular da disciplina de Matemática podem ser encontradas e treinadas ao longo de todos os tópicos programáticos – como já tinha sido referido), mas também nas mais diversas situações ao longo da sua vida extraescolar.

O Programa atual Curricular do Ensino Básico considera estas capacidades como sendo o Conhecimento de factos e de procedimentos, o Raciocínio Matemático, a Comunicação Matemática, a capacidade de Resolução de Problemas e a Matemática como um todo coerente. Por sua vez, para o Ensino Secundário são consideradas as seguintes: o Raciocínio Matemático, a capacidade de Resolução de Problemas, a Comunicação Matemática e a História da Matemática.

Já foi referido que as capacidades transversais que potencialmente poderão ser desenvolvidas através do processo de resolução de problemas são a Comunicação Matemática, o Raciocínio matemático, e a própria capacidade de Resolução de Problemas. Por esse motivo, e para evitar que haja algum tipo de confusão relativa à resolução de problemas como processo e como capacidade, serão descritas nas secções subsequentes as capacidades transversais que serão analisadas no estudo empírico associado a este trabalho, nomeadamente, a Comunicação Matemática (CM) e o Raciocínio Matemático (RM). Nas seguintes secções, partindo da revisão de literatura sobre a CM e o RM, pretende-se sintetizar perspetivas de diversos autores sobre CM e RM e construir um referencial teórico, do qual emergem capacidades básicas ligadas à CM e ao RM, que serão mais adiante analisadas nas produções dos alunos aquando da implementação das tarefas.

2.1- Comunicação Matemática

A Comunicação (Matemática) é, possivelmente, a mais transversal de todas as Capacidades Transversais. Primeiramente desenvolvida no ambiente social, fundamental na disciplina de Português, é importante e necessária em todas as disciplinas. O desenvolvimento desta competência geral desempenha um papel importante no entendimento, pelo aluno, do seu papel enquanto ouvinte, interlocutor e locutor em qualquer situação de comunicação, ajudando-o a exprimir-se tanto ao nível oral como escrito, de forma autónoma e confiante (Lopes, 2014).

Para Carita e Fernandes (2012), a comunicação em sala de aula é definida como uma prática educativa que visa facilitar a aprendizagem através da linguagem, desenvolvendo, assim, a capacidade para analisar, raciocinar e inferir sobre o que é ensinado, possibilitando a apropriação do saber.

Com a Comunicação Matemática, o Programa do Ensino Básico pretende que,

> oralmente, [se trabalhe] com os alunos a capacidade de compreender os enunciados dos problemas matemáticos, identificando as questões que levantam, explicando-as de modo claro, conciso e coerente, discutindo, do mesmo modo, estratégias que conduzam à sua resolução. Os alunos devem ser incentivados a expor as suas ideias, a comentar as afirmações dos seus colegas e do professor e a colocar as suas dúvidas. Sendo igualmente a redação escrita parte integrante da atividade matemática, os alunos devem também ser incentivados a redigir convenientemente as suas respostas, explicando adequadamente o seu raciocínio e apresentando as suas conclusões de forma clara, escrevendo em português correto e evitando a utilização de símbolos matemáticos como abreviaturas estenográficas (Bivar, Grosso, Oliveira, Timóteo e Loura, 2013, p. 5).

Como forma de ativação e incentivo à comunicação discente, os professores deveriam:

- encorajar os alunos a comunicarem oralmente uns com os outros sobre o trabalho que desenvolvem;
- encorajar os alunos a escreverem matematicamente, por forma ao que escrevem fazer sentido quando lido em voz alta;
- fornecer oportunidades para os alunos falarem sobre o que aprenderam, principalmente em trabalhos de investigação;
- ajudar os alunos a terem consciência das convenções utilizadas na comunicação matemática. (Backhouse, 1992)

e essa comunicação de ser promovida de modo a que os alunos:

(i) organizem e consolidem o seu pensamento matemático para comunicar com os outros;

(ii) expressem as suas ideias matemáticas de modo coerente e claro para os colegas, professores e outras pessoas;

(iii) alarguem o seu conhecimento matemático, considerando o pensamento e as estratégias dos outros;

(iv) usem a linguagem matemática como um meio de expressão matemática precisa. (NCTM, 2008)

Por último, o NCTM (2008, p. 67) realça ainda a importância atribuída aos registos escritos dos alunos, "como forma de ajudar os alunos a consolidar o seu pensamento, uma vez que os obriga a reflectir sobre o seu trabalho e a clarificar as suas ideias acerca das noções desenvolvidas na aula". Esta importância é igualmente frisada por Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel (2008), indicando estes autores que embora o processo de comunicação oral não seja fácil (como referimos acima), o de comunicação escrita é ainda mais exigente, pois "os registos escritos acrescentam uma maior profundidade à reflexão" (idem, p. 68) e "o acto de escrever obriga a reflectir sobre o próprio trabalho e a clarificar pensamentos sobre as ideias desenvolvidas" (ibidem).

De facto, sem pretender retirar a importância do desenvolvimento no aluno da capacidade de Comunicação Matemática oral, este estudo centra-se na Comunicação Matemática escrita. Tendo em conta esta particularidade, identificaram-se, de acordo com a revisão bibliográfica feita, diversas Capacidades Transversais de CM que têm *a priori* potencial mobilização nos processos de Resolução de Problemas:

Quadro 1 – Capacidades de CM (adaptado de Nogueira, Tenreiro-Vieira & Cabrita, 2010, p. 390-391)

Comunicação Matemática	
CM 1	**Interpretar** informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos.
CM 2	**Representar** informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas.
CM 3	**Traduzir relações** de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa.
CM 4	**Exprimir** resultados, processos e ideias matemáticos (por escrito) utilizando notação, simbologia e vocabulário adequados.
CM 5	**Apresentar** (por escrito) o pensamento matemático

2.2- Raciocínio Matemático

O Raciocínio Matemático, para o Programa Curricular do Ensino Básico (Bivar, Grosso, Oliveira & Timóteo, 2013, p. 4), é tido como sendo

> o raciocínio hipotético-dedutivo, embora o raciocínio indutivo desempenhe também um papel fundamental, uma vez que preside, em Matemática, à formulação de conjeturas. Os alunos devem ser capazes de estabelecer conjeturas, em alguns casos, após a análise de um conjunto de situações particulares. Deverão saber, no entanto, que o raciocínio indutivo não é apropriado para justificar propriedades, e, contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras, razão pela qual as conjeturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado, devendo os alunos ser alertados para este facto e incentivados a justificá-las *a posteriori*. Os desempenhos requeridos para o cumprimento dos descritores nos vários ciclos apontam para uma progressiva proficiência na utilização do raciocínio hipotético-dedutivo e da argumentação matemática. Espera-se pois que no 3.º ciclo, os alunos sejam capazes de elaborar, com algum rigor, pequenas demonstrações.

No entanto, e apesar deste conceito ser referido pela grande maioria da comunidade (quer escolar quer não), é difícil encontrar uma definição concreta para esta capacidade. Canavarro e Pinto (2012) corroboram este facto indicando que este é um conceito que habitualmente é utilizado com um significado implícito e aceite por todos, e estas autoras ainda citam Yackel e Hanna (2003) que referem que o termo é utilizado por muitos matemáticos sem, no entanto, ser clarificado.

Apesar deste constrangimento, recolheram-se diversas características do RM numa tentativa de esclarecer este conceito. Kilpatrick e Swafford (2004, p. 14) referem que "o raciocínio é a cola que mantém a Matemática junta", e Mota (2014, p. 15) explica esta afirmação declarando que "é o que permite estabelecer, de forma lógica, a ligação entre as premissas ou ideias prévias e as conclusões". Para Russel (1999, p. 1), o RM é "[utilizado] para pensar sobre as propriedades dos objetos matemáticos e desenvolver generalizações que se apliquem a toda a classe de objetos", criando-se assim "uma teia interligada de conhecimentos matemáticos dentro de um domínio matemático". Janela

(2012) indica que esta capacidade permite a construção dos significados das ideias matemáticas dos alunos. Assim sendo, os alunos aprendem quando integram novos conhecimentos no conjunto dos que já possui. Por sua vez, Boavida (2008, p. 1) considera que "raciocinar remete para calcular, mas também para usar a razão para julgar, compreender, examinar, avaliar, justificar e concluir". Face ao mencionado, "depreende-se que se raciocina não só quando se realiza procedimentos de cálculo, mas, também e sobretudo, quando se analisa e argumenta sobre a coerência das opções que foram concretizadas" (Mota, 2014, p. 15). Para terminar, o NCTM (2008, p. 61) destaca que o RM é parte integrante desta disciplina, sendo ela uma área em que os alunos "raciocinam e pensam analiticamente", detetando padrões e regularidades, formulando e validando as suas próprias conjeturas, construindo e avaliando os seus argumentos e, por fim, explicando e justificando os resultados por eles obtidos. Considera-se importante referir que esta capacidade é igualmente desenvolvida no processo de argumentação, pois é aí que são avaliadas e testadas diferentes facetas do pensamento. Ao argumentar, procuram-se respostas que, para além de serem verdadeiras, validem nossa forma de pensar (Assumpção, 2011, p. 6).

Dada esta revisão bibliográfica, e comparando estas informações com os objetivos específicos para o 3º ciclo definidos para o tópico "Raciocínio Matemático" pelo programa curricular do Ensino Básico (referido em Projeto Desafios, 2011, p. 69), parece relevante esclarecer que, neste trabalho, se assume o Raciocínio Matemático como uma operação cognitiva que envolve a mobilização de diversas capacidades (mais básicas). No contexto deste trabalho, consideramos as seguintes capacidades:

Quadro 2 – Capacidades de RM (adaptado de Mota, 2014, p. 29)

Raciocínio Matemático	
RM 1	**Formular conjeturas** – Pensar em afirmações plausíveis para responder a determinadas questões cuja veracidades ainda tem de ser provada.
RM 2	**Testar conjeturas** – Testar todos os casos possíveis de uma conjetura, com o intuito de mostrar a sua veracidade.
RM 3	**Explicar procedimentos** – Construir um discurso que permita que terceiros entendam o procedimento matemático adotado.
RM 4	**Justificar** – Explicitar as causas, com base em evidências, que suportam determinada atuação.
RM 5	**Argumentar** – Tentar convencer outro indivíduo relativamente a determinado ponto de vista, apresentando a(s) tese(s) que defende e as razões que a sustentam.

Frisou-se, neste capítulo, a importância da escolha dos diversos tipos de tarefas matemáticas a serem propostas aos alunos para a sua aprendizagem da Matemática. Explicitaram-se as razões pelas quais os problemas possam ser considerados tarefas propícias à mobilização, não só de conhecimentos específicos relativos a conteúdos curriculares como também de outras Capacidades Transversais (em particular CM e RM). Terminou-se aprofundando os conceitos de CM e de RM, definindo quais as capacidades (mais básicas) de comunicação e raciocínio que foram consideradas no estudo levado a cabo.

3- CARACTERIZAÇÃO SUMÁRIA DO CONTEXTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADO

Uma vez que este trabalho está ligado à Prática de Ensino Supervisionada, neste capítulo procede-se à descrição do contexto da prática, incluindo informações sobre a escola (e o agrupamento de escolas onde esta se encontra inserida), assim como das turmas envolvidas.

3.1- A Escola

A Escola em questão encontra-se situada no centro urbano de uma cidade da região Centro. O seu espaço envolvente é constituído por uma área residencial com comércio e outros serviços, tendo na proximidade duas escolas secundárias com as quais articula a prestação do serviço educativo. É de realçar o facto de atualmente esta ser a Escola de referência para os Alunos do Ensino articulado com um Conservatório de Música desta mesma região. Este estabelecimento possui ainda bons acessos relativamente às áreas urbana e não urbana. Esta Escola beneficiou de obras de remodelação integradas no projeto de remodelação das escolas secundárias da "Parque Escolar, EPE", que se concluíram durante o segundo período deste ano letivo.

Este estabelecimento de ensino, sendo a sede do agrupamento de escolas em que se insere, localiza-se numa zona privilegiada, ao mesmo tempo urbana e rural, permitindo-lhe usufruir de uma diversidade de recursos, de entre os quais se encontram a proximidade de uma Universidade, de um Hospital, de um Centro de Saúde, de um Museu, de um Centro Cultural e de Congressos, de um Instituto de Emprego e Formação Profissional, dos serviços técnicos da Câmara Municipal da cidade em questão e ainda do Arquivo Distrital. O Agrupamento mantém protocolos com algumas destas instituições, e estabelece igualmente relações de cooperação com o tecido empresarial do concelho, no que diz respeito a estágios integradores, donativos, mecenato, formação do pessoal docente e discente, e com os meios de comunicação social regionais e nacionais.

Relativamente à população escolar do agrupamento no qual o estabelecimento em causa se insere, era constituída, no ano letivo anterior (2014/2015) por 184 docentes, 13 assistentes técnicos, 39 assistentes operacionais e 1831 discentes, cuja distribuição pelos diversos níveis de ensino se encontra ilustrada no seguinte gráfico:

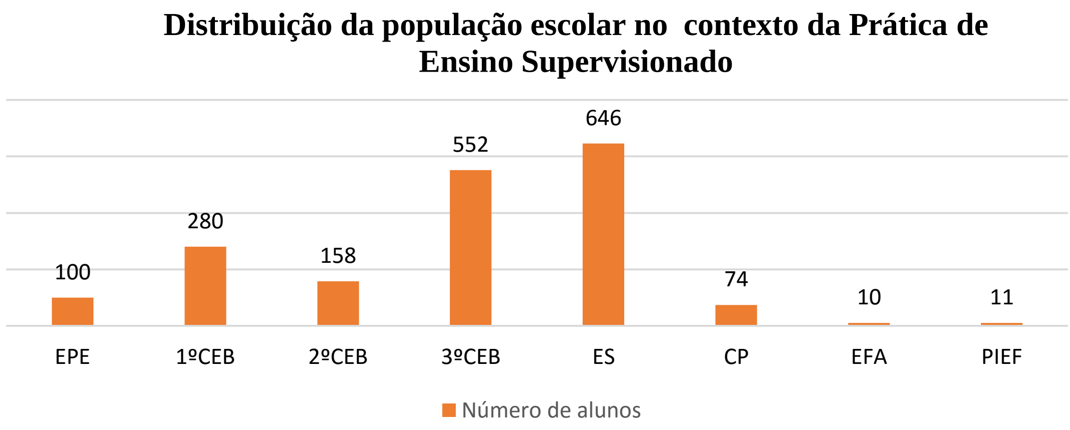


Gráfico 1 – Distribuição da população escolar

3.2- Breve Descrição das Atividades Desenvolvidas no Contexto da Prática de Ensino Supervisionada

Ao longo do ano letivo 2015/2016, a autora do presente trabalho encontrou-se a colaborar no estabelecimento de ensino acima descrito, tendo colaborado com uma docente (orientadora cooperante) e duas colegas de estágio, contando igualmente com a orientação de uma docente da Universidade de Aveiro (orientadora). De acordo com o quadro organizacional da componente de formação de Prática de Ensino Supervisionado, no âmbito do mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário da Universidade de Aveiro, a primeira fase da intervenção na escola correspondeu a um período de observação e de intervenções pontuais. Após esse curto período de adaptação, a participação nas atividades da escola tornou-se bastante envolvente. De entre as várias oportunidades de trabalho facultadas, ressaltam-se as seguintes:

- observar aulas lecionadas quer pela docente titular das turmas nas quais se encontrava inserida, como também pelas suas colegas, permitindo excelentes oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento pessoal e profissional;

- planificar múltiplas aulas (com o auxílio de ambas as orientadoras) e lecioná-las em todas as turmas a cargo da orientadora cooperante, tendo-se sempre procurado em variar o tipo de conteúdos a serem abordados, de modo a lhe ser facultada uma experiência tão completa quanto possível;
- desenvolver, organizar e participar com os alunos em diversas atividades, tais como atividades na Universidade de Aveiro, Projeto "História com Matemáticos", Olimpíadas Portuguesas da Matemática, Canguru Matemático sem Fronteiras;
- desenvolver tarefas com fins avaliativos, tais como minifichas e provas de avaliação.

Estas atividades constituíram uma parte muito importante da sua formação, na medida em que lhe permitiu ficar a conhecer as características da realidade pedagógica na qual se iria intervir, ou seja, permitiu conhecer as características dos alunos e dos contextos, bem como as rotinas e as estratégias pedagógico-didáticas e de gestão de sala de aula utilizadas pela orientadora cooperante, assim como implementar estratégias didáticas pessoais e verificar a sua adequação.

Em paralelo e integradas neste contexto foram levadas a cabo, na escola, todas as atividades relacionadas com a recolha de dados relativos ao estudo que se apresenta neste relatório.

3.3- As Turmas

As atividades de Prática de Ensino Supervisionada envolveram quatro turmas, duas do 10º ano e duas do 8º ano de escolaridade. O estudo foi implementado nas duas turmas do 8º ano. Por isso, optou-se por apresentar aqui apenas uma descrição (breve) dessas turmas e do ambiente em que as aulas eram lecionadas.

A turma 1 era constituída por 19 alunos, 7 do sexo masculino e 12 do sexo feminino, todos com 13 anos de idade. Importa aqui referir que esta turma pertence ao programa de Ensino Articulado, tendo estas aulas, não só no estabelecimento de ensino principal, como também no Conservatório de Música desta cidade. A relação entre os alunos pareceu ser harmoniosa, mas competitiva, sendo que estes já se conheciam desde o ano letivo anterior.

Em sala de aula, o clima existente era, geralmente, participativo, sendo que a turma era muito motivada para o trabalho. Os alunos eram curiosos, cumpridores, e respeitadores, tanto em relação à docente, como em relação aos seus colegas. Esta primeira impressão da turma durante o período de observação foi confirmada aquando das diversas intervenções.

A turma 2 era constituída por 28 alunos, 12 do sexo masculino e 16 do sexo feminino, todos com 13 anos de idade. Os alunos mantinham um bom relacionamento interpessoal, emanando simpatia quer uns com os outros quer com os docentes, e todos eles faziam parte da mesma turma no ano letivo anterior.

Em sala de aula, o clima existente era, geralmente, participativo, mas, comparativamente com a turma 1, era frequente existirem perturbações devido a ingerências inoportunas de alguns elementos. O facto de ser uma turma de grande dimensão e de os seus elementos serem jovens representou uma dificuldade acrescida para o desempenho das docentes aquando das nossas intervenções.

Prossegue-se, no capítulo seguinte, à explicitação do método a que se recorreu para desenvolver a parte empírica deste estudo, começando por argumentar as opções metodológicas tomadas, continuando por descrever as técnicas e instrumentos de recolha de dados nele utilizados.

4- MÉTODO

Relembra-se agora a questão de investigação que dirigiu o foco desta investigação "A resolução de problemas é favorável à mobilização das capacidades transversais CM e RM por alunos do 8° ano?", assim como os dois objetivos que visam auxiliar a procura da resposta "a) analisar se as capacidades transversais CM e RM explicitadas nos programas curriculares são mobilizadas pelos alunos nos processos de resolução de problemas" e "b) analisar a opinião dos alunos relativamente à mobilização das capacidades transversais referidas em tarefas de natureza diferentes".

Tendo em conta estes objetivos, o tipo de dados a serem recolhidos e o tempo disponível para a execução do estudo, optou-se pela realização de um estudo de natureza qualitativa, assente num paradigma construtivista interpretativo, recorrendo à estratégia de um estudo de caso exploratório. Na primeira secção deste capítulo, procede-se à justificação da escolha efetuada referente à natureza, ao paradigma e à estratégia acima referidos, indicando, de seguida, quais os participantes e explicitando o processo de seleção. Finalmente, procede-se à descrição do estudo e das técnicas utilizadas (para a recolha dos dados e seleção das tarefas e análise da sua resolução).

4.1- Opções Metodológicas

Este estudo tem como principal finalidade averiguar se a resolução de problemas proporciona um ambiente favorável à mobilização das capacidades transversais Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático, em alunos do 8º ano de escolaridade. Para atingir esta finalidade, definiram-se três questões de investigação, já identificadas. Para responder a estas questões, optou-se por um estudo inserido na investigação qualitativa, de acordo com a caracterização feita por Bogdan e Biklen (1994). Estes autores (1994) indicam cinco características de investigações qualitativas sendo a primeira o facto de "a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal" (idem, p. 47) no processo de recolha de informação; "a investigação qualitativa é descritiva" (idem, p. 48); "os investigadores qualitativos [se interessarem mais] pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (idem, p. 49); e por fim "o significado é de importância vital na abordagem qualitativa" (idem, p. 50). Maxwell (1996) por sua vez corrobora que a força dos estudos de natureza qualitativa centra-se no facto de a sua abordagem ser primeiramente indutiva, focando-se em situações ou participantes específicos, e mantendo a sua ênfase em palavras e não em números. Este autor indica ainda que os objetivos deste tipo de abordagem são, principalmente, o entendimento de determinados valores, próprios a cada participante (incluindo a cognição, a afetividade, as intenções, entre outros), o entendimento dos contextos nos quais os participantes interagem e a influência que esse contexto tem nas suas ações, a identificação não antecipada de fenómenos e influências e a criação de novas teorias, o entendimento do processo pelo qual determinado evento e ação ocorreu e, por último, o desenvolvimento de explicações causais. Regressando a Bogdan e Biklen (1994), estes referem que o registo normalmente adotado é o escrito, o que leva ao facto de os dados recolhidos serem apresentados de uma forma descritiva e afirmam que os referidos dados tenderão a ser analisados de forma indutiva (como acima referido), ou seja,

> o processo de análise dos dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo. [Então] o investigador qualitativo planeia utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes [no decorrer da investigação]. Não presume que sabe o suficiente para reconhecer as questões importantes antes de efectuar a investigação (Bogdan e Biklen, 1994, p.50).

Maxwell (1996) continua indicando que os objetivos de estudos desta natureza (acima enumerados), assim como uma estratégia do tipo aberta e indutiva que é requerida, conferem a estudos qualitativos três principais vantagens práticas, sendo elas a produção de resultados e teorias facilmente entendíveis e experimentalmente credíveis, quer pelos participantes quer por outros leitores; a implementação de avaliações formais com o intuito de ajudar a melhorar práticas existentes, em vez de apenas determinar o valor do que é avaliado e, por fim, a oportunidade de o investigador participar em colaborações investigativas.

Deste modo, este enquadramento metodológico adequa-se a este estudo, uma vez que:

1. os dados recolhidos são relativos a duas turmas do 8º ano, baseados nas produções escritas dos alunos e nas transcrições das entrevistas realizadas a alguns dos envolvidos;
2. a investigadora é o principal instrumento de recolha de dados, uma vez que as evidências das capacidades anteriormente referidas foram recolhidas e analisadas com base na sua perceção (embora enquadradas na teoria descrita nos primeiros capítulos);
3. como referido no primeiro ponto, os dados recolhidos são as produções escritas dos alunos e o registo áudio das entrevistas realizadas. Deste modo, a forma de apresentação dos dados é descritiva, enunciando o que foi advindo quer dos diferentes momentos da investigação, quer dos diferentes momentos em que se realizou a recolha de dados.
4. neste estudo, pretende-se compreender se a resolução de problemas é favorável à mobilização de capacidades de Raciocínio Matemático e de Comunicação Matemática. Para atender a este objetivo interessa-nos, essencialmente, todo o processo de raciocínio e de comunicação que utilizam para transmitir o seu pensamento e não tanto se os alunos conseguem resolver corretamente as tarefas propostas (ou seja, o produto das suas produções escritas).
5. neste estudo, não se pretende confirmar ou rejeitar qualquer hipótese previamente estabelecida, mas sim analisar, através da investigação realizada, a mobilização de capacidades de RM e CM durante a resolução de problemas por parte dos alunos.

Para além disso, Ponte (2006b, p. 2) defende que

> um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse

modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse.

Por sua vez, Merriam (1988), citado por Bogdan e Biklen (1994, p. 89) refere o estudo de caso como tendo por base a "observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico". Bell (1997, p. 22) concorda com este último autor, revelando que a estratégia "de estudo de caso particular é especialmente [indicada] para investigadores isolados, dado que proporciona uma oportunidade para estudar, de uma forma mais ou menos aprofundada, um determinado aspecto de um problema em pouco tempo". Por sua vez Guba e Lincoln (1994) consideram que com esta estratégia o investigador pode:

i) relatar ou registar os factos tal como sucederam;
ii) descrever situações ou factos;
iii) proporcionar conhecimento acerca do fenómeno estudado;
iv) comprovar ou contrastar efeitos e relações presentes no caso.

Já Yin (2004, p. 32) define este tipo de estudos como sendo "uma investigação empírica que

- investiga um fenómeno contemporâneo dentro do seu contexto da vida real, especialmente quando
- os limites entre o fenómeno e o contexto não estão claramente definidos."

Este autor prossegue indicando que

> a investigação de estudo de caso
> - enfrenta uma situação tecnicamente única em que haverá muito mais variáveis de interesse do que pontos de dados e, como resultado,
> - baseia-se em várias fontes de evidências, com os dados precisando convergir em um formato de triângulo, e, como outro resultado,
> - beneficia-se do desenvolvimento prévio de proposições teóricas para conduzir a coleta e a análise de dados. (idem, p. 32 - 33)

Voltando a Ponte (2006b, p. 7), esta modalidade de investigação apresenta "um forte cunho descritivo", o que entra em consonância com o anteriormente descrito. No entanto, ele é da opinião que um estudo de caso não deva ser apenas descritivo tem, mas que se deve tentar confrontar essa descrição com os resultados obtidos em estudos e através de teorias existentes, podendo assim gerar-se "novas teorias e novas questões para futura investigação" (idem, p. 8). O mesmo autor expõe ainda que "este tipo de investigação não é experimental" (idem, p. 8), isto é, que o investigador se limita a descrever e a tentar compreender a situação, sem lhe provocar quaisquer alterações. Mais ainda, este autor refere que

> um estudo de caso pode seguir uma de duas perspectivas essenciais: (a) uma perspectiva interpretativa, que procura compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes e (b) uma perspectiva pragmática, cuja intenção fundamental é proporcionar uma perspectiva global do objecto de estudo, do ponto de vista do investigador, tanto quanto possível completa e coerente. (idem, p. 12)

Posto isto, este estudo enquadra-se bem na modalidade de estudo de caso, uma vez que:

1. os dados foram recolhidos e analisados com base em estudos já existentes, consistindo na análise das evidências da mobilização de capacidades de CM e RM na resolução de problemas por alunos do 8º ano de escolaridade;
2. pretendeu-se estudar tão profundamente quanto possível um aspeto específico num curto espaço de tempo;
3. analisa a mobilização das capacidades acima referidas nas produções escritas dos alunos, baseando-se nas evidências dessa mobilização à luz da interpretação da investigadora.

4.2 – Participantes

De entre os alunos das duas turmas do 8º ano de escolaridade nas quais se realizou a prática de ensino supervisionado, foram selecionados sete casos. Para tal, foram analisadas superficialmente todas as produções escritas recolhidas. Desta análise, identificou-se que os processos de resolução podiam ser divididos em sete grupos. De cada grupo foi escolhido um caso. Como critérios de seleção do aluno em cada grupo, teve-se em conta o nível do aluno no final do 2º período à disciplina de Matemática e a noção das suas dificuldades à mesma disciplina.

Dois dos alunos selecionados tinham 13 anos de idade (à data da realização do estudo) e os restantes cinco alunos tinham 14 anos. Estes alunos estão distribuídos da seguinte forma quanto ao seu nível na disciplina de Matemática:

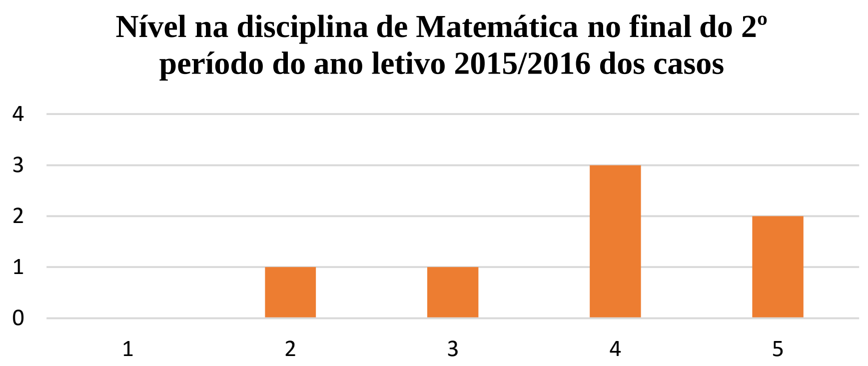


Gráfico 2 – Distribuição dos níveis à disciplina de Matemática dos casos escolhidos

Todos os alunos afirmam o seu gosto pela disciplina. Destaca-se, pelo facto de ter sido o único que admitiu ter dificuldades em Matemática, o seguinte excerto da entrevista efetuada ao aluno 4:

> Aluno 4 [00:00:48]: Uh, eu a Matemática costumo ter 3, e… tenho de dizer a minha idade? (a entrevistadora anui)…Eu tenho 13 anos… e **apesar de ter dificuldades a Matemática eu gosto muito de Matemática**.

Os dados apresentados nesta subsecção foram coligidos a partir das entrevistas realizadas (ver Anexo 3 – Transcrições).

Para além dos alunos selecionados, a professora estagiária que interveio nos momentos de seleção, adaptação e implementação das tarefas, assim como realizou a observação dos alunos no seu contexto educativo, realizou as entrevistas e assume o papel de investigadora, é uma participante direta neste estudo.

4.3- Descrição do Estudo e Técnicas Utilizadas

Após se ter definido o enquadramento teórico, definida a questão de investigação e os objetivos de investigação, bom como traçadas as linhas metodológicas, tendo por base a revisão de literatura, este estudo processou-se, sumariamente, em três fases de execução nucleares:

- escolha e adequação de tarefas de natureza problemática a propor aos alunos, assim como a seleção dos tópicos/ ocasião em que iriam ser implementadas;
- aplicação das tarefas aos alunos, recolha das resoluções relativas às três tarefas propostas e realização das entrevistas,
- análise das produções escritas, cruzadas com os dados provenientes das entrevistas, tendo em conta as diversas categorias de análise para cada uma das capacidades transversais em causa;

Posteriormente, formalizam-se, enunciam-se e apresentam-se conclusões com o intuito de responder à questão de investigação inicialmente levantada.

4.3.1- Técnicas e Instrumentos de Recolha de Dados

i) <u>Recolha Documental</u>

Tendo em conta a finalidade definida para esta investigação, que se traduz na análise do contributo da resolução de problemas na mobilização de capacidades de RM e de CM de alunos do 8º ano, decidiu-se proceder à técnica de recolha documental, sob a forma de recolha de produções individuais escritas dos participantes diretos em três tarefas, relativas a conteúdos programáticos, que foram selecionadas e adaptadas tendo em consideração os seguintes critérios de seleção:

- adequadas ao 8º ano de escolaridade, atendendo ao definido no Programa de Matemática (Bivar, Grosso, Oliveira, e Timóteo, 2013);
- apropriadas às características dos alunos das turmas envolvidas no estudo;
- que tivessem caráter problemático.

Escolheram-se cinco problemas, dividindo-os em três tarefas. A escolha dos problemas foi realizada pelo processo anteriormente descrito, sempre tendo em conta os conteúdos que estavam a ser abordados pelos alunos durante as aulas, para facilitar a sua implementação devido a limitações ao nível do tempo disponível.

Com o objetivo de minimizar a subjetividade da escolha das tarefas e dada a pouca experiência da investigadora, as tarefas utilizadas foram recolhidas em bases/textos de referência, fazendo algumas adaptações. A primeira tarefa, constituída por dois problemas, (Anexo 1 – Tarefa 1) foi recolhida nos materiais disponibilizados pelo

Instituto de Avaliação Educativa (IAVE), de entre as tarefas do 3º ciclo (7º, 8º e 9º ano) que constam do Banco de Itens. Os problemas foram selecionados satisfazendo os seguintes requisitos:

- Estarem simultaneamente inseridas (pelo IAVE) nas categorias relativas às capacidades de Resolução de problemas, de CM e de RM;
- Abordarem os conteúdos que estavam a ser lecionados nas aulas em que foram aplicados.

A segunda tarefa proposta (Anexo 1 – Tarefa 2) consiste na adaptação de uma tarefa (item nº M032424) proposta no TIMSS em 2011. A adaptação foi considerada necessária uma vez que era originalmente de escolha múltipla o que diminuía o seu grau de dificuldade. Assim e dado o quadro teórico levantado no Capítulo 1, considera-se que a adaptação levou a tarefa a poder ser classificada como um problema, já que o seu grau de desafio é elevado (tendo em consideração as características dos alunos alvo) e que o seu grau de estruturação é fechado. A tarefa original foi considerada pelos autores como ser própria para trabalhar o RM, e consideramos que, tendo sido retiradas as opções, trabalha, na sua nova versão, igualmente a CM. Esta tarefa é constituída por uma única questão, tomada como de natureza problemática.

Por fim, a terceira tarefa (Anexo 1 – Tarefa 3), dada a dificuldade de adaptação das tarefas disponíveis no "Banco de itens" do site do IAVE para a adequação da tarefa relativamente ao conteúdo que estava a ser abordado, uma vez que essa adaptação poderia eliminar (ou atenuar) a componente problemática das tarefas a serem propostas, e dada a inexistência de tarefas relativas ao tópico escolhido (Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas) no itens libertos pelo TIMSS 2011, as tarefas foram escolhidas com recurso ao manual escolar de Faria, Almeida e Antão (2014), que categoriza as tarefas como problemas, tendo-se concordado com essa classificação com base no referencial considerado na página 14.

Quanto à sua implementação, as três tarefas foram propostas em sala de aula em momentos temporais diferentes, no final da lecionação do conteúdo nelas abordado, para serem resolvidas individualmente.

ii) <u>Inquirição</u>

Outra técnica de recolha de dados utilizada foi a inquirição sob a forma de entrevista. Este instrumento revelou-se necessário uma vez que a análise das produções escritas dos alunos, para além de serem uma mera representação escrita dos seus processos de RM e CM, estava sujeita à interpretação da investigadora.

Para Morgan (1988), citado por Bogdan e Biklen (1994, p. 134), "[uma] entrevista consiste numa conversa intencional, geralmente entre duas [ou mais] pessoas […], dirigida por uma das pessoas, com o objetivo de obter informações sobre a outra". Bogdan e Biklen (p. 134) continuam indicando que "a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo" (neste caso, determinados aspetos das suas próprias representações escritas e opiniões sobre o envolvimento de certas capacidades transversais nos processos de resolução de problemas).

Estes instrumentos de recolha de dados podem ser distinguidos pelo seu grau de estruturação: estruturado, semiestruturado e não estruturado (idem, p. 134). Esta característica varia consoante a "liberdade de expressão" que concedida ao sujeito entrevistado, isto é, em entrevistas relativamente abertas, o entrevistador "controla o conteúdo de uma forma demasiado rígida, quando o sujeito não consegue contar a sua história em termos pessoais, pelas suas próprias palavras" (idem, p. 135), enquanto que em entrevistas muito abertas

> o entrevistador encoraja o sujeito a falar sobre uma área de interesse [e] em seguida, explora-a mais aprofundadamente, retomando os tópicos e os temas que respondente iniciou. Neste tipo de entrevista, o sujeito desempenha um papel crucial na definição do conteúdo da entrevista e na condução do estudo (idem, p. 135).

O estudo aqui desenvolvido contou com a utilização de entrevistas semiestruturadas, orientadas por um guião (Anexo 3). Este guião é composto por três blocos principais, constituídos por perguntas que permitem:

- a caracterização dos entrevistados (bloco C);
- o esclarecimento de dúvidas levantadas aquando da análise das produções escritas recolhidas (bloco D) – este bloco tem caráter aberto e facultativo,

permitindo ao entrevistador optar pela colocação de questões mais pertinentes e adequadas ao perfil do entrevistado e ao aspeto que se pretende esclarecer (se existir) após a análise das suas produções escritas;

- a recolha da perceção de diferenças entre as tarefas propostas pela investigadora e as usualmente propostas em contexto de sala de aula (bloco E);
- a recolha da perceção dos alunos relativamente à mobilização de capacidades de CM e de RM nas três tarefas propostas (bloco F).

Mais ainda, as entrevistas "[podem] constituir a estratégia dominante para a recolha de dados ou podem ser utilizadas em conjunto com a observação participante, análise de documentos e outras técnicas" (idem, p. 134). Neste caso, as entrevistas servem para completar informações recolhidas por análise documental (tal como descrito anteriormente).

Bogdan e Biklen (1994, p. 172) sugerem que "[quando] um estudo envolve entrevistas extensas [… se] use um gravador", e designam as entrevistas dactilografadas por "transcrições", indicando que "As transcrições são os principais "dados" de muitos estudos de entrevista" (idem). Estas transcrições encontram-se na íntegra em anexo (Anexo 3 – Transcrições das Entrevistas). Como se tinha a noção que as entrevistas seriam relativamente longas, foram áudio-gravadas. Mas para se proceder à áudio-gravação, uma vez que os entrevistados são menores de idade, elaborou-se um pedido de autorização de participação nesta fase do estudo e da sua áudio-gravação aos respetivos encarregados de educação (Anexo 2). Todos os encarregados de educação dos alunos entrevistados consentiram com os termos colocados, entregando a autorização assinada antes da realização das entrevistas.

4.3.2- Tarefas e Análise da sua Resolução

Detalha-se, de seguida, o processo de análise das questões propostas, indicando quais são as capacidades de CM e de RM (ver quadro 1 e 2, páginas 31 e 33, respetivamente) que se considera poderem ser, potencialmente, nelas mobilizadas.

i) <u>Tarefa 1</u>

O problema A (Anexo 1 – Tarefa 1) é apresentado sob a forma de texto (longo) no qual eram disponibilizadas informações para a sua resolução.

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

Aquando da seleção deste problema, considerou-se que nenhuma das questões seria propícia à mobilização das capacidades relativas à formulação e teste de conjeturas. Na verdade, a situação problema exposta tem um grau de dificuldade elevado e a quantidade de informação fornecida é abundante e por isso estes fatores parecem-nos minimizadores de potencial mobilização das capacidades em causa.

As restantes capacidades (interpretar e representar ideias e conceitos de diversas formas, traduzir relações de linguagem matemática para linguagem natural, exprimir resultados adequadamente e apresentar o pensamento matemático – para a Comunicação Matemática – explicar, justificar, e argumentar – para o raciocínio matemático) foram consideradas mobilizáveis em todas as questões, exceto na questão que se segue:

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

Nesta questão, julgou-se improvável a mobilização das capacidades de representar ideias e conceitos de diversas formas (CM2) e exprimir resultados adequadamente (CM4), uma vez que esta questão de baseia essencialmente na interpretação do enunciado fornecido.

Quanto ao problema B, os dados do problema foram igualmente apresentados sob a forma de texto, mas desta vez mais curto e na própria questão:

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.

Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

Neste problema (Anexo 1 – Tarefa 1), todas as capacidades de CM e de RM foram consideradas mobilizáveis, incluindo as relativas à formulação e teste de conjeturas, descartadas no problema A.

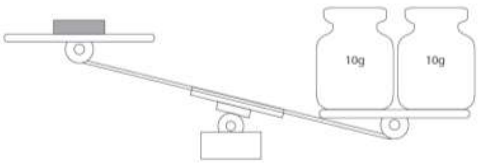
ii) <u>Tarefa 2</u>

Esta tarefa era constituída por um único problema (Anexo 1 – Tarefa 2), adaptado de uma tarefa do TIMSS 2011, e os dados foram apresentados aos alunos sob a forma de um pequeno texto e figuras.

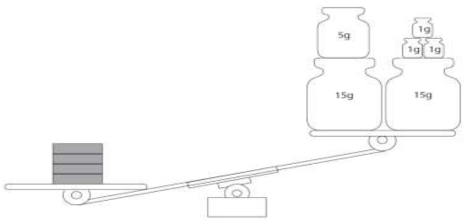
Lê com atenção todas as questões.
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.

A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

Neste problema, todas as capacidades de CM e de RM foram consideradas mobilizáveis, sem exceção.

iii) <u>Tarefa 3</u>

Esta tarefa era constituída por dois problemas (Anexo 1 – Tarefa 3), sendo a informação apresentada sob a forma de pequenos textos.

> ***Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.***
>
> **A)** O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:
>
> *Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.*
>
> Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

Mais uma vez considerou-se que os problemas constituintes desta tarefa eram favoráveis à mobilização de todas as capacidades de CM e RM consideradas neste trabalho.

Nesta perspetiva, sumaria-se a análise efetuada das tarefas, relativamente à potencial mobilização de capacidades de CM e de RM, no seguinte quadro:

Quadro 3- Capacidades de CM e RM focadas em cada questão nas diversas tarefas aplicadas.

Tarefa	Questão	CM1	CM2	CM3	CM4	CM5	RM1	RM2	RM3	RM4	RM5
1.A	**1.a**	×	×	×	×	×			×	×	×
	1.b	×	×	×	×	×			×	×	×
	2	×		×		×			×	×	×
	3	×	×	×	×	×			×	×	×
1.B	**1**	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
	2	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
2		×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
3	**A**	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
	B	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×

Este quadro auxiliou a análise dos dados recolhidos tornando possível a comparação entre o número de vezes que se considerou ser possível a mobilização de determinada capacidade e o número de vezes que a mobilização dessa mesma capacidade foi reconhecida nas produções escritas dos alunos. Ressalva-se que em cada questão se considera apenas a possibilidade ou impossibilidade de mobilização, e não a quantidade de vezes que um aluno poderá mobilizar a capacidade em jogo. Por exemplo, de entre as nove questões recolhidas, a capacidade RM2 foi considerada passível de ser mobilizada cinco vezes, enquanto que a capacidade CM3 nove vezes.

Uma análise superficial das produções dos alunos permitiu verificar que estes não reproduziam por completo o seu processo de resolução por escrito e que, deste modo, poderia existir algum nível de subjetividade associado à análise da investigadora. Assim, por forma a se poder aceder de forma mais completa ao processo de raciocínio e de comunicação dos alunos, optou-se pela realização de entrevistas, nas quais foi pedido a alguns alunos que se exprimissem relativamente às suas resoluções, podendo assim, com mais fidedignidade, analisar a mobilização de CM e o RM.

4.4 – Tratamento dos Dados e Análise dos Resultados

Os dados recolhidos sob a forma de resolução das três tarefas anteriormente apresentadas foram submetidos a um processo de análise de conteúdo. Esse processo de análise foi orientado por categorias de análise, baseadas nas capacidades de CM e de RM consideradas nesta investigação, assim como a possibilidade de mobilização de cada capacidade, sintetizada no Quadro 3 da página 50.

Quanto à apresentação dos resultados, será efetuada, no capítulo seguinte, de forma descritiva, recorrendo-se a digitalizações de partes das resoluções dos alunos selecionados e a partes de transcrições das entrevistas realizadas. Por forma a auxiliar a visualização desses resultados, recorre-se a tabelas, gráficos e quadros.

5- APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS.

Neste capítulo serão apresentados os principais dados obtidos neste estudo, assim como discutidos e analisados os resultados emergentes. Essa análise foi efetuada com base nas capacidades básicas relativas ao RM e à CM, descritas nos quadros 1 e 2 (páginas 29 e 31, respetivamente) e segundo a perceção da investigadora quanto às evidências da mobilização de cada uma dessas capacidades nas produções escritas recolhidas, tal como será descrito de seguida. Relembrando que já anteriormente foi referido, a sua recolha foi efetuada através das produções escritas dos alunos participantes, complementadas pelas transcrições das entrevistas realizadas a esses mesmo alunos. Doravante, a menos que localmente seja explicitado outro sentido, o termo "alunos" diz respeito aos sete casos escolhidos para o estudo.

5.1- Mobilização das Capacidades Transversais

Nesta secção, focar-se-á a análise dos dados que permitem atingir os seguintes objetivos de investigação:

1. Analisar se as capacidades transversais CM e RM explicitadas nos programas curriculares são mobilizadas pelos alunos nos processos de resolução de problemas;

Esta análise irá centrar-se no cruzamento dos dados obtidos pelas produções escritas dos alunos em todas as tarefas propostas e das transcrições das entrevistas posteriormente efetuadas. Para o efeito, considera-se pertinente relembrar as capacidades de Comunicação e Raciocínio Matemático examinadas neste estudo:

Quadro 4 – Capacidades de CM e de RM tidas em conta na análise das produções escritas dos alunos aquando da resolução dos problemas propostos.

Comunicação Matemática		Raciocínio Matemático	
CM1	**Interpretar** informação, ideias e conceitos	**RM1**	Formular conjeturas
CM2	**Representar** informação, ideias e conceitos	**RM2**	Testar conjeturas
CM3	**Traduzir relações** de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa.	**RM3**	Explicar procedimentos
CM4	**Exprimir** resultados, processos e ideias matemáticos adequadamente	**RM4**	Justificar
CM5	**Apresentar** (por escrito) o pensamento matemático	**RM5**	Argumentar

O gráfico seguinte apresenta os resultados globais relativos à mobilização das capacidades consideradas nas três tarefas.

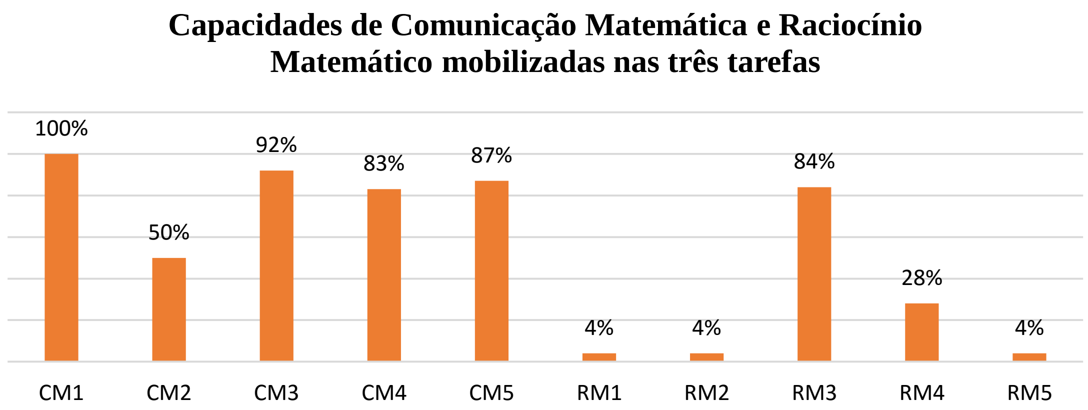


Gráfico 3– Capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas.

Como se pode observar pela tabela e gráfico anteriores, todas as capacidades de CM e RM considerados neste trabalho foram manifestadas na bateria de tarefas elaborada. No entanto, a discrepância na mobilização é notória, sendo as capacidades relativas à formulação e teste de conjeturas (RM1 e RM2), assim como as relativas à capacidade de argumentação (RM5) as que menos se manifestaram pelos alunos selecionados.

Passa-se, agora, à descrição detalhada da análise dos resultados obtidos.

5.1.1- Análise Qualitativa das Produções Escritas

Reforçando o que já anteriormente se referiu, frisamos que as produções recolhidas são uma representação dos processos de resolução dos alunos, querendo com isto dizer que essas produções podem não representar totalmente, ou até fidedignamente, os processos de CM e de RM dos alunos selecionados. Mais ainda, a análise dessas produções foi baseada na interpretação que a investigadora efetuou dessas representações. Por forma a clarificar o processo de análise da investigadora, apresentam-se fragmentos de produções escritas em que se considerou haver evidência da mobilização da capacidade em causa. Reconhece-se, ainda, existir uma maior abundância de evidência relativas às tarefas 1 e 2. A escassez de evidências provenientes das resoluções da tarefa 3 deve-se à grande dificuldade manifestada pelos alunos na interpretação dos problemas que compunham esta tarefa, o que os levou a não terem tempo para aprimorarem as suas produções.

i) <u>Interpretação de Informações e Conceitos Representados de Diversas Formas</u> (CM1)

Como evidências da mobilização desta capacidade, procurou-se nas produções dos alunos sinais da interpretação dos dados fornecidos pelo enunciado, sob a forma de representações esquemáticas, textos (com o uso de linguagem corrente) ou pela utilização das fórmulas matemáticas fornecidas.

Independentemente da correção da interpretação, todos os alunos parecem ter mobilizado esta capacidade. Na verdade, detetaram-se numerosas evidências da mobilização desta capacidade. Como exemplos ilustrativos escolheram-se os quatro seguintes:

- Na resposta do aluno 1 à questão 1a) da tarefa 1A, podemos verificar a existência de um esquema no qual está representada parte da informação retirada do texto matemático que compunha o enunciado fornecido (ver Figura 3).

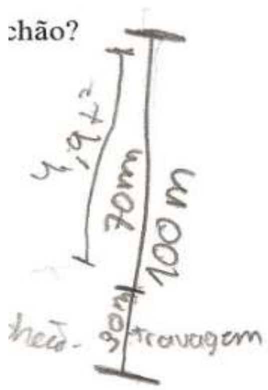


Figura 3- Parte da resposta do aluno 1 à questão 1a) da Tarefa 1A relativa à capacidade CM1

- Noutro caso, verifica-se que o aluno utilizou apontamentos no próprio enunciado para o apoiar no processo de interpretação do enunciado (ver Figura 4).

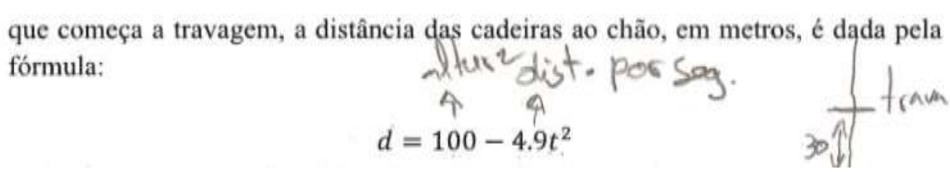


Figura 4- Parte da resposta do aluno 3 à questão 1a) da Tarefa 1A relativa à capacidade CM1

- Na Tarefa 2, a informação estava disponibilizada sob a forma de pequenos textos, apoiados por figuras. A resposta do aluno 6 evidencia que o aluno interpretou a informação fornecida matematicamente (ver Figura 5).

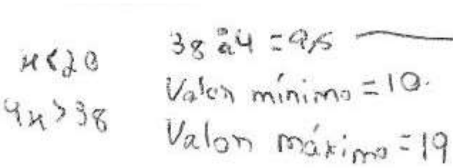


Figura 5- Parte da resposta do aluno 6 à Tarefa 2 relativa à capacidade CM1

- Na resposta do aluno 5 à Tarefa 3A, é também visível a utilização de esquemas para apoio à interpretação do enunciado (ver Figura 6).

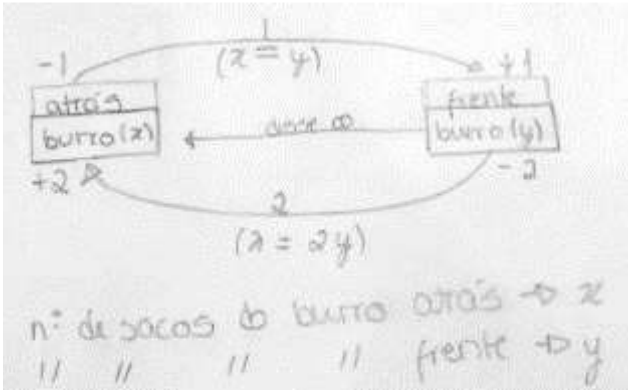


Figura 6- Parte da resposta do aluno 5 à Tarefa 3A relativa à capacidade CM1

ii) **<u>Representar Informação, Ideias e Conceitos Matemáticos de Diversas Formas</u> (CM2)**

Quanto à mobilização desta capacidade, escrutinou-se as produções dos alunos relativamente a diversas representações da informação fornecida, sendo ela sob a forma de esquemas, textos ou representações em simbologia matemática.

Em relação a esta capacidade, apesar de haver ainda bastantes evidências da sua mobilização, não nos parece ter havido sempre essa mobilização quando seria expectável. Apresentamos de seguida dois casos em que se considerou haver evidência da sua mobilização, recorrendo a representações diferentes, e um terceiro caso onde a mobilização não foi considerada.

- O aluno 5 utilizou, na Tarefa 3A, esquemas e simbologia matemática para a representação da informação fornecida no enunciado (ver Figura 7).

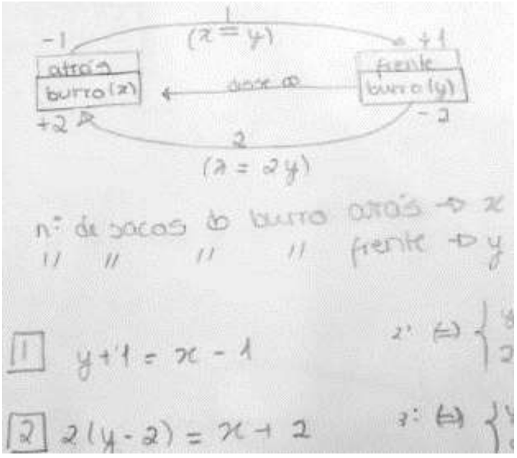


Figura 7- Parte da resposta do aluno 5 à Tarefa 3A relativa à capacidade CM2

- No segundo caso referido, o aluno 4, aquando da resolução da Tarefa 2 recorre tanto a simbologia matemática como também a linguagem corrente (ver Figura 8).

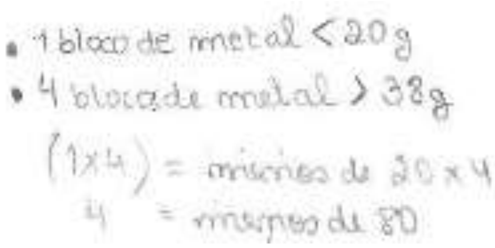


Figura 8- Parte da resposta do aluno 4 à Tarefa 2 relativa à capacidade CM2

- Por outro lado, considerou-se que no caso do aluno 6 não tenha sido mobilizada a capacidade em questão, pela sua produção na questão 1a) da Tarefa 1A evidenciar apenas simbologia matemática (ver Figura 9). Para além da evidência aqui apresentada, este aluno não recorreu a outro tipo de representações ao longo de toda a Tarefa 1.

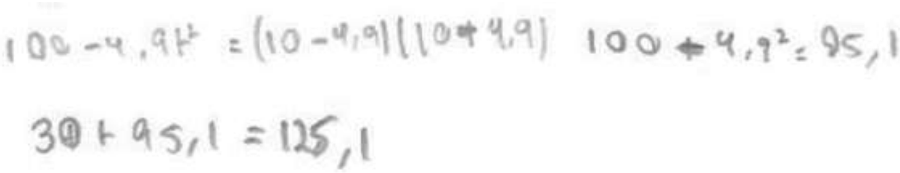


Figura 9- Resposta do aluno 6 à questão 1a) da Tarefa 1A onde não se verifica a mobilização da capacidade CM2

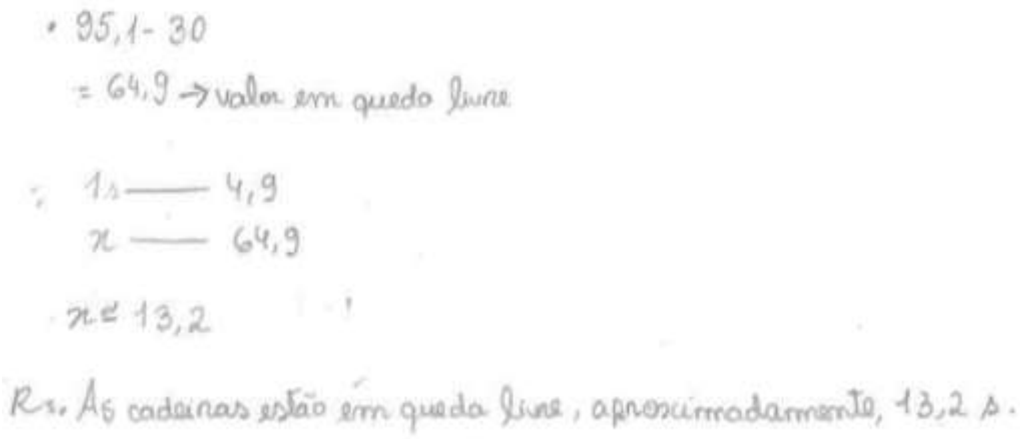
Apesar de o aluno 6 efetuar a interpretação de linguagem natural para simbologia matemática, não se considerou que recorresse a diversos tipos de representações. É interessante referir que este aluno, nas respostas aos problemas propostos na Tarefa 1, utiliza exclusivamente linguagem matemática.

iii) <u>Traduzir Relações de Linguagem Natural para Linguagem Matemática, e Vice-Versa</u> (CM3)

As figuras anteriores (numeradas de 1 a 9) evidenciam indícios da mobilização da capacidade CM3. Tal como se referiu no Capítulo 2, estas capacidades encontram-se intimamente relacionadas, sendo natural que a mobilização de uma fomente a mobilização de outra. Neste caso, a interpretação dos enunciados (que nas tarefas propostas apresentavam a informação sob a forma de textos matemáticos e de figuras esquemáticas) leva os alunos a traduzir informação apresentada de formas distintas para representações que lhes sejam mais familiares, sejam elas a linguagem natural, esquemas ou símbolos matemáticos.

No entanto, parece pouco sensato considerar que alunos que recorram a processos de resolução que não traduzam a situação descrita possam ter mobilizado a capacidade CM3. Apresenta-se agora um exemplo em que não foi contabilizada nenhuma evidência desta capacidade.

- O aluno 4, na questão 3) da Tarefa 1A, recorreu a proporções para responder a um problema em que era necessário mobilizar conhecimentos relativos a equações (incompletas) do 2º grau (ver Figura 10).


• 95,1 - 30
= 64,9 → valor em queda livre

1s —— 4,9
x —— 64,9

x ≅ 13,2

R: As cadeiras estão em queda livre, aproximadamente, 13,2 s.

Figura 10- Resposta do aluno 4 à questão 3) da Tarefa 1A

iv) <u>Exprimir Resultados, Processos e Ideias Matemáticos (por escrito) Utilizando Notação, Simbologia e Vocabulários Próprios</u> (CM4)

Não se considera que esta capacidade, tal como a anterior, possa desprezar a adequação dos procedimentos de resolução utilizados, isto é, apenas se considerarão casos de ocorrência de mobilização desta capacidade aqueles que recorram a notação, simbologia e vocabulário matemático de forma correta (para o contexto apresentado).

Abaixo se apresentam dois exemplos: o primeiro onde a mobilização de CM4 não foi considerada, e outro onde o foi.

- Na questão 1b) da Tarefa 1A, o aluno 1 recorreu a processos matemáticos para a determinação da solução da questão dada. No entanto, o processo, as ideias matemáticas, a simbologia não se adequa à situação explicitada, pois o aluno mobilizou conhecimentos relativos a situações de proporcionalidade direta quando a situação descrita requeria que se recorresse a equações (incompletas) do 2º grau (ver Figura 11).

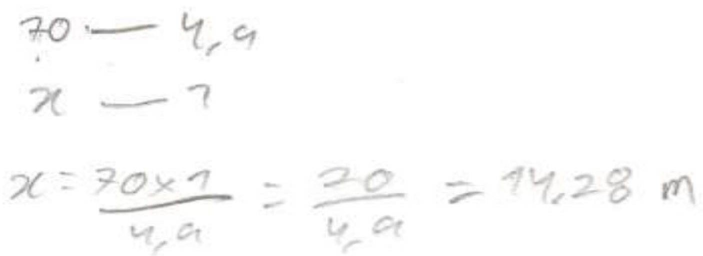
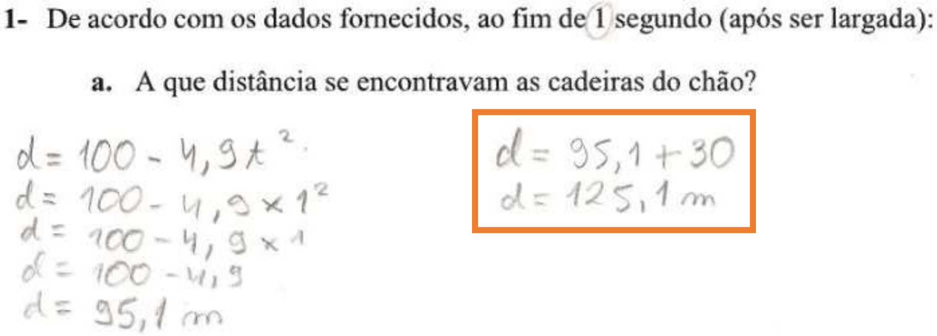


Figura 11- Resposta do aluno 1 à questão 1b) da Tarefa 1A

- Por outro lado, considerou-se que o aluno 7, na questão 1a) da Tarefa 1A, tenha representado corretamente as ideias, os conceitos e os símbolos matemáticos, e, apesar de existir um erro de interpretação dos dados fornecidos (destacado com um caixilho), considera-se que existe aqui mobilização da referida capacidade (ver Figura 12).


1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

$d = 100 - 4{,}9t^2$
$d = 100 - 4{,}9 \times 1^2$
$d = 100 - 4{,}9 \times 1$
$d = 100 - 4{,}9$
$d = 95{,}1\ m$

$\boxed{d = 95{,}1 + 30 \quad d = 125{,}1\ m}$

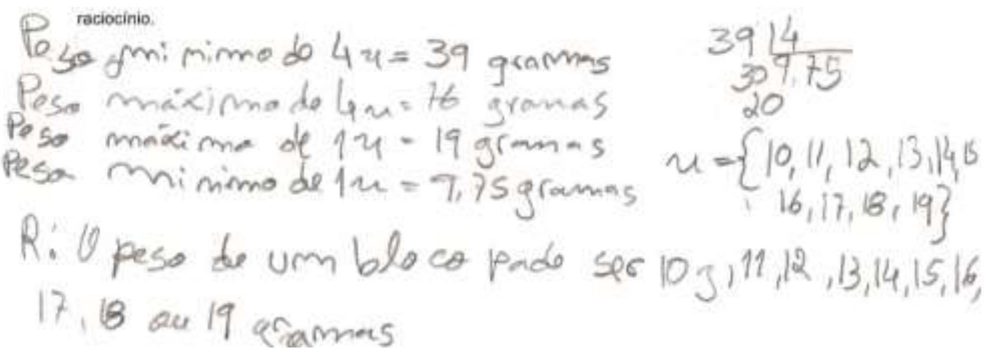
Figura 12- Resposta do aluno 7 à questão 1a) da Tarefa 1A

v) <u>Apresentar (por escrito) o Pensamento Matemático</u> (CM5)

Relativamente à mobilização desta capacidade, procurou-se nas produções dos alunos representações que nos fornecessem informação relativamente ao processo de pensamento do aluno, e não apenas a resposta à questão colocada, sem qualquer tipo de explicação.

Encontraram-se muitas evidências de mobilização desta capacidade, mas não nos parece ter existido essa mobilização de forma consistente, apesar de ser expectável. Os casos que em seguida destacamos representam um caso em que se considerou haver evidência da sua mobilização, e outro onde não se verificou essa mobilização.

- Na sua resposta à questão da Tarefa 2, o aluno 3 representa detalhadamente todo o seu processo de pensamento, não deixando margem de dúvida relativamente ao mesmo (ver Figura 13).


raciocínio.

Peso mínimo do 4u = 39 gramas
Peso máximo do 4u = 76 gramas
Peso máximo de 1u = 19 gramas
Peso mínimo de 1u = 9,75 gramas

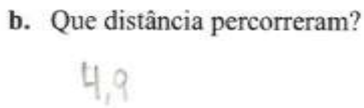
39 | 4
30 9,75
20

u = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

R: O peso de um bloco pode ser 10g, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ou 19 gramas

Figura 13- Resposta do aluno 3 à Tarefa 2

- Já o aluno 6, na questão 1b) da Tarefa 1A, apresentando apenas a resposta esperada, não forneceu qualquer indicação relativamente ao processo que o levou ao resultado (ver Figura 14).


b. Que distância percorreram?

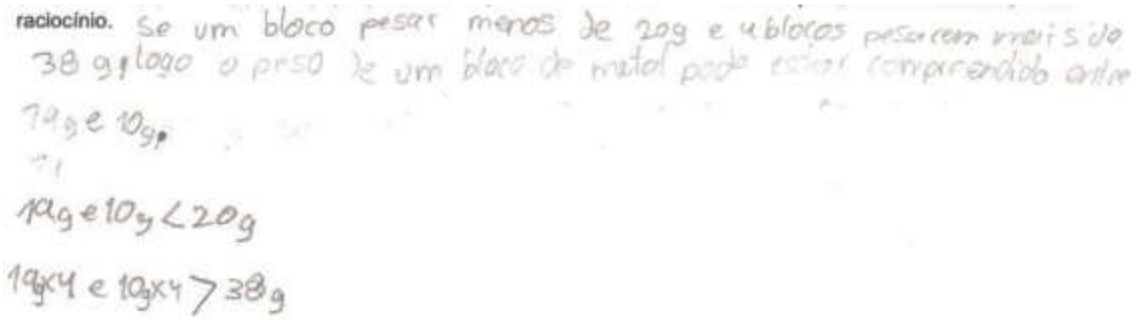
4,9

Figura 14- Resposta do aluno 6 à questão 1b) da Tarefa 1A

vi) <u>Formular e Testar Conjeturas</u> (RM1 e RM2)

Por interpretação dos programas, considera-se que os alunos deste nível de escolaridade deverão ser capazes de formular conjeturas e testá-las. Neste contexto, estas duas capacidades encontram-se intimamente relacionadas, sendo que a segunda não poderia ser mobilizada sem a primeira o ter sido, e vice-vera. Com a formulação de conjeturas, procuramos nas produções dos alunos representações que indiciassem que o aluno tenha proposto uma possível solução para a situação exposta, e que, seguidamente, tenha procedido à verificação da adequação/ veracidade da sua proposta.

- Uma análise inicial da produção do aluno 1 à questão da Tarefa 2 evidenciou que o aluno conjetura que os números compreendidos entre 10 e 19 serão solução do problema proposto, e de seguida testa essa conjetura (ver Figura 15).

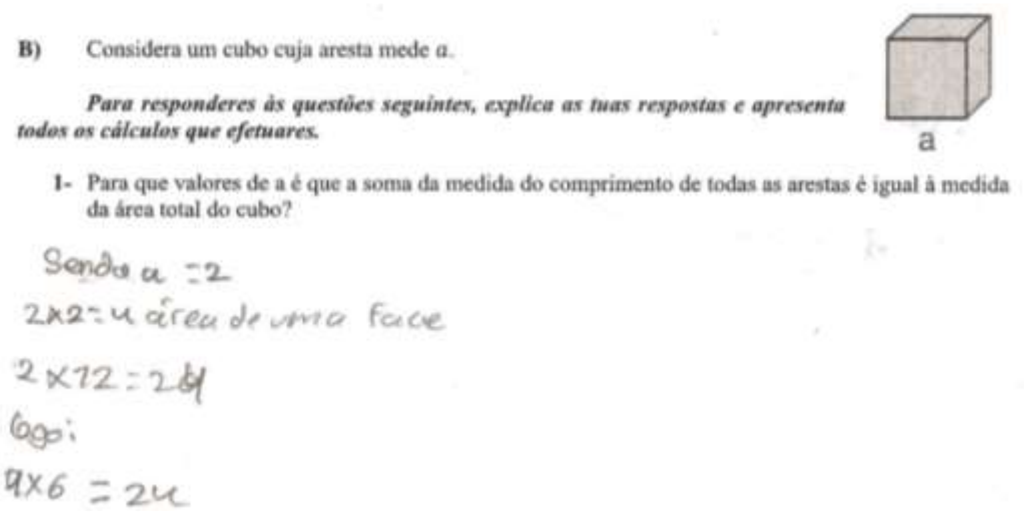

raciocínio. Se um bloco pesar menos de 20g e 4 blocos pesarem mais de 38 g, logo o peso de um bloco de metal pode estar compreendido entre 19g e 10g.

19g e 10g < 20g

19gx4 e 10gx4 > 38g

Figura 15- Resposta do aluno 1 à Tarefa 2

A análise destas capacidades revelou-se difícil uma vez que os alunos não especificam que estão a estabelecer uma conjetura, como se pode ver no seguinte exemplo:



B) Considera um cubo cuja aresta mede a.

Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

a

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

Sendo a = 2
2x2=4 área de uma face
2x12=24
logo:
4x6 = 24

Figura 16 - Resposta do aluno 1 à questão 1) da Tarefa 1B

Como se pode aqui observar, o aluno particulariza à partida o valor de a e, de seguida, procede à verificação da adequação desse valor. Mas essa particularização poderá dever-se a diversas ocorrências:

a. Foram efetuados cálculos auxiliares, não sendo estes apresentados, que levaram à determinação deste valor específico;
b. Este valor resultou de um processo de tentativa e erro;
c. Trata-se efetivamente de uma conjetura e do seu teste.

Para ultrapassar este obstáculo, procedeu-se a entrevistas (cujo guião se encontra em anexo), nas quais se efetuou perguntas aos alunos que permitissem esclarecer este tipo de situações. Abaixo se apresenta o excerto da entrevista realizada que permitiu esclarecer as dúvidas relativamente ao exemplo explicitado na Figura 16:

Entrevistadora [00:02:24]: Ok. A seguir temos esta que aqui está [Tarefa 1B.1]. Esta também, uh, foi interessante porque tu escreveste logo que o a era igual a dois, e depois fizeste um tipo de verificação, não é? Como é que tu descobriste este valor, este $a = 2$?
Aluno 1 [00:02:43]: Então, aqui… está (lê o enunciado) “considera que a aresta mede a”, então eu sei que o a é a aresta, pronto, e aqui, deve estar para aqui… (volta a ler o enunciado em silêncio). Uh… essa aí já não me recordo bem, mas…
Entrevistadora [00:03:17]: Não te lembras mesmo, não sabes se fizeste cálculos auxiliares que não apareceram aqui, ou se…
Aluno 1 [00:03:23]: **Eu fiz cálculos auxiliares**…
Entrevistadora [00:03:24]: Mas fizeste numa folha à parte, então, e eles não…
Aluno 1 [00:03:27]: **Fiz aqui mas apaguei**.
Entrevistadora [00:03:28]: Ah fizeste aí e apagaste, dá para ver aqui qualquer coisita, mas não dá para ver bem. Então foi mesmo isso, fizeste cálculos auxiliares, e depois disseste que o a era aquele valor depois de fazeres os cálculos.
Aluno 1 [00:03:40]: Sim.

Daqui parece transparecer que o aluno não procedeu à formulação de conjeturas nem ao seu teste. Em vez disso, a sua resposta resultou de um processo usual de resolução numérica que não se encontra presente na sua resolução (pelo aluno ter considerado desnecessário apresentar e removeu da sua produção).

vii) <u>Explicar Procedimentos</u> (RM3)

À semelhança da capacidade CM4, é difícil separar a correção dos processos conducentes à resposta obtida pelos alunos da mobilização desta capacidade. Assim, nesta fase procuraram-se evidências nas produções dos alunos que refletissem de modo completo e correto, os procedimentos escolhidos para a realização da tarefa proposta. Existe, no entanto, um caso onde o procedimento não é o correto, mas julgou-se que esta mobilização tenha sido efetuada, pois o aluno em questão detalhou os seus procedimentos na totalidade.

Apresenta-se, então, dois casos em que se considerou a mobilização desta capacidade, recorrendo a tipos de representações distintas, e o caso em que se considerou a mobilização apesar de a escolha de procedimentos não estar correta.

- O aluno 3 procedeu à explicação do seu procedimento para a obtenção da resposta à questão 1a) da Tarefa 1A recorrendo apenas a simbologia matemática (ver Figura 17).

$$d = 100 - 4{,}9\,t^2$$
$$d = 100 - 4{,}9 \times 1^2$$
$$d = 100 - 4{,}9$$
$$d = 95{,}1\ m$$

Figura 17- Resposta do aluno 3 à questão 1a) Tarefa 1A

- Já o aluno 2 preferiu recorrer a linguagem corrente para explicar o seu procedimento na resolução da questão da Tarefa 2 (ver Figura 18).

Se $4x > 38$
então x tem de ser um valor
a partir de 10, pois referimo-nos
a números inteiros e $9 \times 4 = 36$ que
é menor que 38

Figura 18- Parte da resposta do aluno 2 à Tarefa 2, relativamente à capacidade RM3

- Quanto ao caso onde se considerou a mobilização da referida capacidade apesar da não correção dos procedimentos utilizados, o aluno 4 recorreu a simbologia matemática, apoiada por linguagem corrente (ver Figura 19).

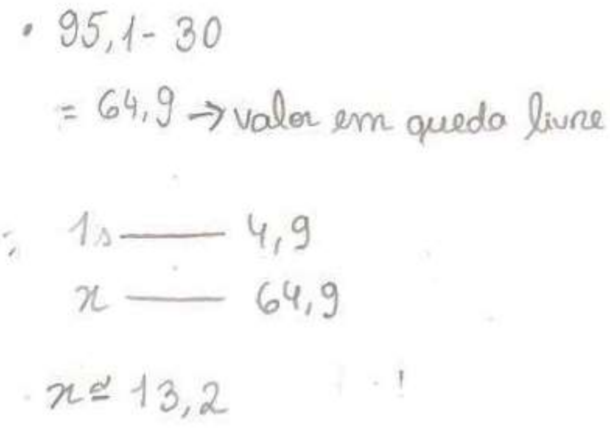


Figura 19- Parte da resposta do aluno 4 à questão 3) Tarefa 1A, relativo à capacidade RM3

viii) <u>Justificar</u> (RM4)

A mobilização desta capacidade requer que os alunos fundamentem os processos que escolheram tomar à luz da informação que lhes foi fornecida e/ou dos conhecimentos que detêm. Para tal, procuraram-se evidências desta mobilização sob a forma de linguagem corrente ou simbólica cuja utilização se considerou ter esse intuito. De todas as representações obtidas, apenas uma suscitou dúvidas relativamente à mobilização desta capacidade. Abaixo se destaca a resolução em questão, assim como partes de duas produções: uma na qual a mobilização não foi considerada existir, e outra em que, pelo contrário, se julga ter existido.

- Apesar de utilizar linguagem corrente na sua produção relativa à resposta fornecida à questão 2 da Tarefa 1A, o aluno 6 dá a resposta ao problema sem explicitar o que o levou a fornecê-la. Assim sendo, são se considera que tenha mobilizado esta capacidade (ver Figura 20).

Figura 20- Resposta do aluno 6 à questão 2) da Tarefa 1A

- Já o aluno 7, na mesma questão anteriormente referida, indicia essa mobilização, pois para além de fornecer a resposta à questão colocada, exprime os motivos que o levaram a considera-la (ver Figura 21).

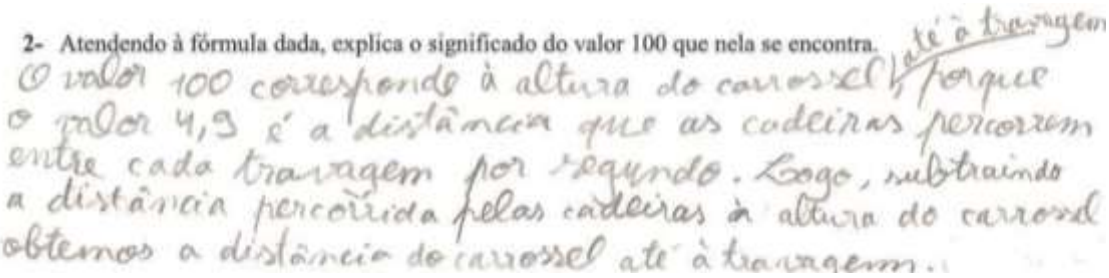

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.
O valor 100 corresponde à altura do carrossel até à travagem porque o valor 4,9 é a distância que as cadeiras percorrem entre cada travagem por segundo. Logo, subtraindo a distância percorrida pelas cadeiras à altura do carrossel obtemos a distância do carrossel até à travagem.

Figura 21- Resposta do aluno 7 à questão 2) da Tarefa 1A

- Quanto à produção que levantou dúvidas relativamente à mobilização de RM4, essa dúvida foi levantada pelo facto de o texto apresentado não efetuar esclarecimentos relativamente ao processo de pensamento do aluno e, apesar de ser evidente que a resposta dada está errada, a mobilização da capacidade de justificação não se prende à correção da resolução.

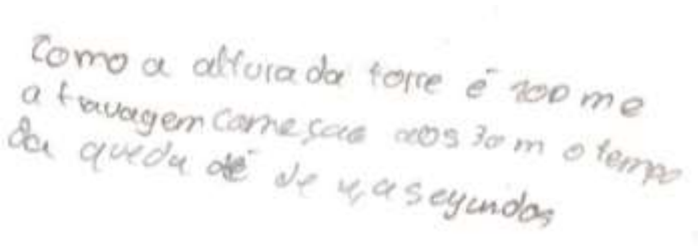

Como a altura da torre é 100 m e a travagem começa aos 30 m o tempo da queda de 4,9 segundos

Figura 22- Parte da resposta do aluno 1 à questão 3) da Tarefa 1A

Assim sendo, inquiriu-se o Aluno 1 relativamente a esta representação e obteve-se a seguinte resposta através da entrevista:

<u>Entrevistadora</u> [00:01:12]: Agora… O nosso foco na implementação das tarefas que te demos, as três tarefas que te demos durante o ano, a serem realizadas individualmente era de fornecer um ambiente onde os alunos pudessem mobilizar certas capacidades comuns às diversas disciplinas e situações do dia-a-dia. Essas capacidades são o Raciocínio matemático (RM) e a Comunicação Matemática (CM), ok?
Agora, em relação a tua primeira tarefa, tu lembras-te desta? Ainda ontem me falaste dela. Eu tenho aqui duas situaçõezinhas que é… nesta que aqui está [Tarefa 1A.3], nesta pergunta que aqui está…, tu escreveste a tua resposta, correto?, e depois escreveste este pequeno texto que aqui está. Qual foi o teu objetivo ao, ao escrever este texto? Será que te recordas?
<u>Aluno 1</u> [00:02:02]: Uh… eu **acho que foi por justificar**, uh…a pergunta (dá a entender que tem dúvida no que está a referir)
<u>Entrevistadora</u> [00:02:10]: justificar a tua resposta, não é?
<u>Aluno 1</u> [00:02:12]: Sim.

Parece transparecer que apesar de não se considerar que a mobilização desta capacidade ter sido bem conseguida (por falha na correção do processo), existiu de facto, a intenção de mobilizar essa capacidade.

ix) <u>Argumentar</u> (RM5)

Por fim, para esta capacidade procuraram-se indícios que nos levassem a considerar que o aluno nos estava quase que a tentar convencer que a sua resposta estava correta. Mais ainda, a forma como as ideias são usualmente encadeadas numa argumentação é muito específica, entrelaçando-se com as justificações e apresentação dos resultados. Entende-se, então, que a mobilização desta capacidade se manifestaria sob a forma de texto em linguagem corrente.

Destacam-se dois casos: o primeiro em que se considerou ser notória a mobilização de RM5 e um segundo que levantou incertezas.

- Considerou-se que o discurso utilizado pelo aluno 2 à questão da Tarefa 2 não se resumia à expressão de uma explicação e justificação do seu raciocínio, mas também se julgou existir a insinuação de que o aluno estava a tentar convencer os possíveis leitores de que o seu processo de pensamento está correto, pela utilização de certas palavras tais como o "pois" e pela própria estrutura da resposta fornecida (ver Figura 23).

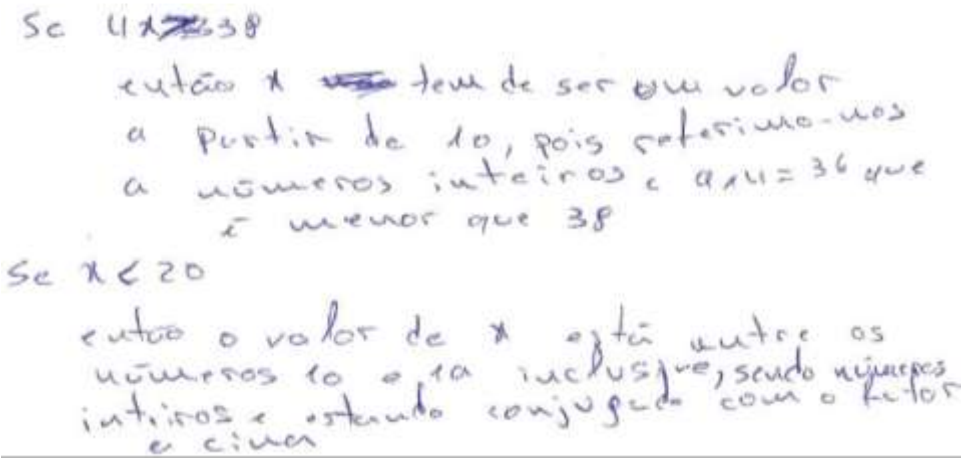

Se 4x≥38
então x tem de ser um valor
a partir de 10, pois referimo-nos
a números inteiros e 9×4 = 36 que
é menor que 38
Se x < 20
então o valor de x está entre os
números 10 e 19 inclusive, sendo números
inteiros e estando conjugado com o fator
e cima

Figura 23- Resposta do aluno 2 à Tarefa 2

- Quanto ao aluno 7, a sua produção relativa à mesma questão suscitou dúvidas devido ao tipo de discurso utilizado. O emprego de palavras como, "ou seja" e "porque" levaram a investigadora a considerar que talvez este texto tratasse apenas a justificação do processo, e não a capacidade RM5 (ver Figura 24).

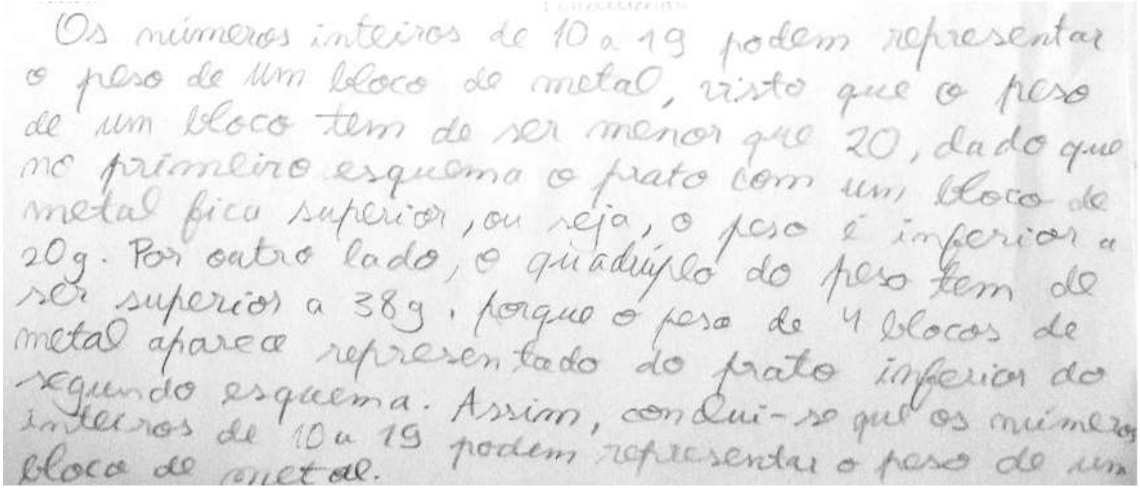

Os números inteiros de 10 a 19 podem representar
o peso de um bloco de metal, visto que o peso
de um bloco tem de ser menor que 20, dado que
no primeiro esquema o prato com um bloco de
metal fica superior, ou seja, o peso é inferior a
20g. Por outro lado, o quádruplo do peso tem de
ser superior a 38g, porque o peso de 4 blocos de
metal aparece representado do prato inferior do
segundo esquema. Assim, conclui-se que os números
inteiros de 10 a 19 podem representar o peso de um
bloco de metal.

Figura 24- Resposta do aluno 7 à Tarefa 2

Mais uma vez se recorreu à entrevista para o esclarecimento desta hesitação, podendo-se verificar o seu esclarecimento no seguinte excerto.

Entrevistadora [00:03:41]: Ok. Uhm… e depois este textinho todo que tu fizeste aqui… uhm… o… qual é… qual é que seria o, o teu objetivo com este texto? O que é que tu achas que tu querias fazer ao escrever este texto?
Aluno 7 [00:03:58]: Acho que era **explicar o procedimento**… que me levou a chegar à resposta do problema.
Entrevistadora [00:04:04]: Ok. É mesmo explicar, não é? [o aluno anuiu]. **Muito bem. Ora vamos continuar.**

No entanto, apesar de o aluno indicar na sua entrevista que recorreu ao texto elaborado com o objetivo de explicar o seu procedimento, não pudemos deixar de reparar que a falta de experiência da entrevistadora talvez tenha condicionado esta resposta. Após revisão mais detalhada da gravação, considera-se que a resposta do aluno se possa ter simplesmente dado devido ao facto de “explicar” ser o termo que lhe era mais familiar, e não ser de facto o processo a que este se quisesse referir, e a entrevistadora, na altura adequada, não procedeu ao esclarecimento da utilização dessa terminologia. Parece-nos, assim, insensato descartar a mobilização da capacidade RM5 na produção relativa à figura anterior. Assim, procedeu-se novamente à análise da produção escrita, e acabou por se considerar que, de facto, a referida capacidade foi mobilizada.

5.1.2- Tratamento dos Dados por Tarefa

Seguindo as linhas da análise apresentadas na subsecção anterior, procedeu-se à análise da globalidade das produções escritas, no sentido de contabilizar o número de ocorrências da evidência da mobilização de determinada capacidade por tarefa, de acordo com o Quadro 3, p. 50. Considerou ainda, por tarefa e por capacidade, o número de ocorrência expectável, de acordo com o quadro 3 e com as questões de facto respondidas pelos alunos. Para clarificar o procedimento exemplifico:

Na questão 3B, relativamente à capacidade CM2, seriam expectáveis seis mobilizações porque um aluno não respondeu a esta questão, e foram contabilizadas quatro evidências de mobilização.

Com essa contabilização, construiu-se a seguinte tabela de frequências relativas de mobilização das capacidades de CM e RM, por tarefa.

Tarefa	Questão	CM1	CM2	CM3	CM4	CM5	RM1	RM2	RM3	RM4	RM5
1.A	**1.a**	100%	71%	86%	86%	100%			100%	0%	0%
	1.b	100%	43%	86%	57%	86%			86%	0%	0%
	2	100%		86%		25%			14%	14%	0%
	3	100%	25%	50%	75%	75%			100%	25%	0%
1.B	**1**	100%	0%	100%	100%	100%	0%	0%	100%	80%	0%
	2	100%	0%	100%	100%	100%	0%	0%	100%	100%	0%
Global da tarefa 1		100%	35%	88%	81%	79%	0%	0%	96%	27%	0%
Global da tarefa 2		100%	100%	100%	86%	100%	14%	14%	86%	86%	29%
3.A	**1**	100%	43%	100%	86%	100%	0%	0%	100%	0%	0%
3.B	**1**	100%	67%	100%	83%	100%	0%	0%	100%	0%	0%
Global da tarefa 3		100%	54%	100%	85%	100%	0%	0%	100%	0%	0%

Tabela 1- Frequências relativas referentes às capacidades de CM e RM mobilizadas em cada tarefa proposta, baseado nas produções escritas e nas entrevistas.

5.1.3- Tratamento dos Dados por Aluno

Pensou-se ser igualmente pertinente a análise da mobilização das capacidades já enunciadas relativas a cada um dos alunos escolhidos. As frequências relativas (em percentagem) referentes à mobilização das capacidades de CM e de RM dos sete casos escolhidos de entre os participantes nas três tarefas propostas podem ser a seguir observados:

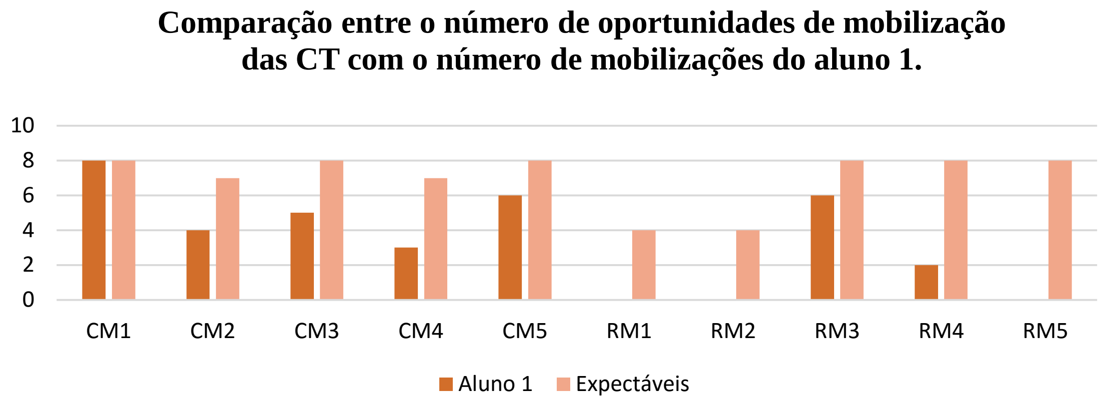


Gráfico 4 – Número de ocorrências de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas do aluno 1.

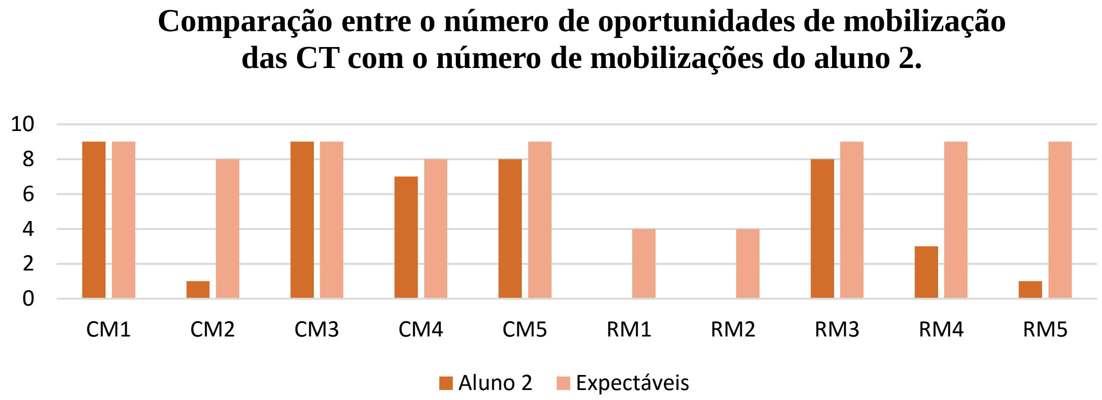


Gráfico 5 – Número de ocorrências de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas do aluno 2.

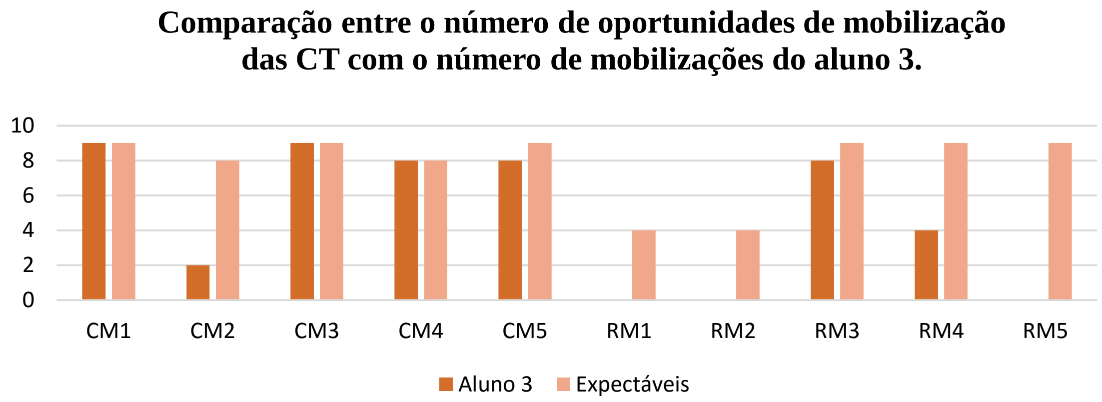


Gráfico 6 – Número de ocorrências de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas do aluno 3.

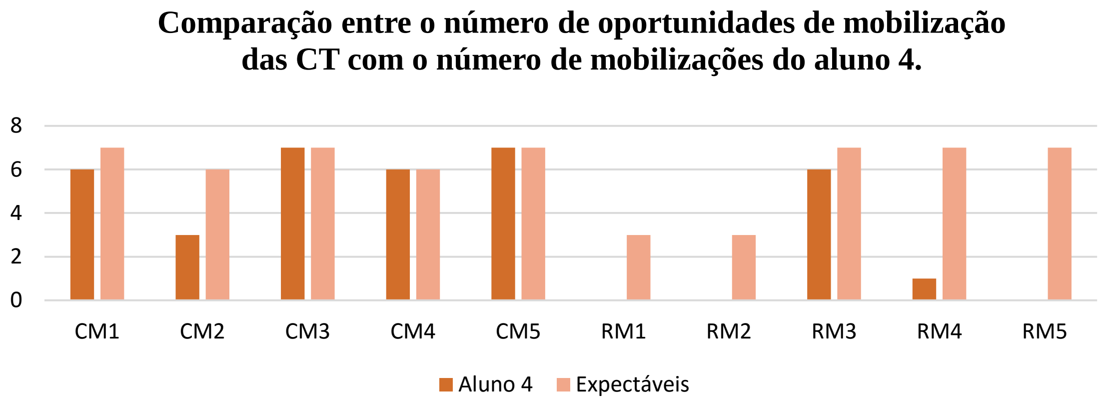


Gráfico 7 – Número de ocorrências de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas do aluno 4.

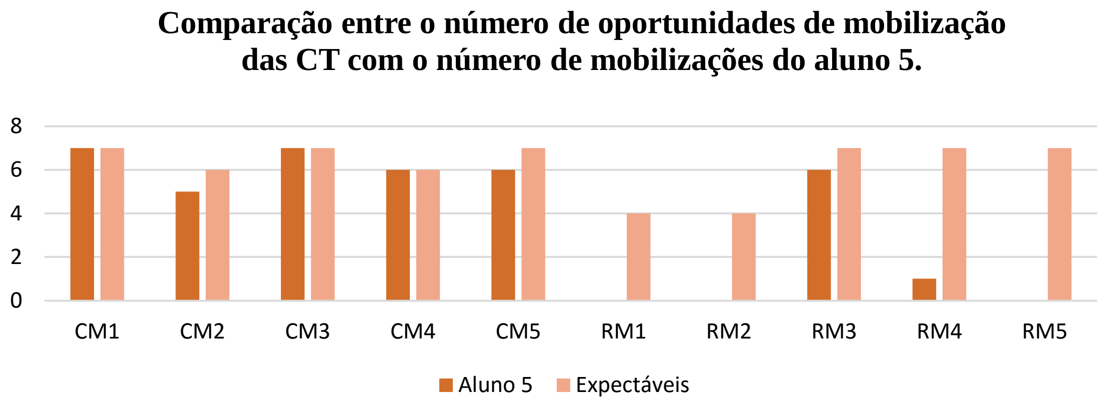


Gráfico 8 – Número de ocorrências de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas do aluno 5.

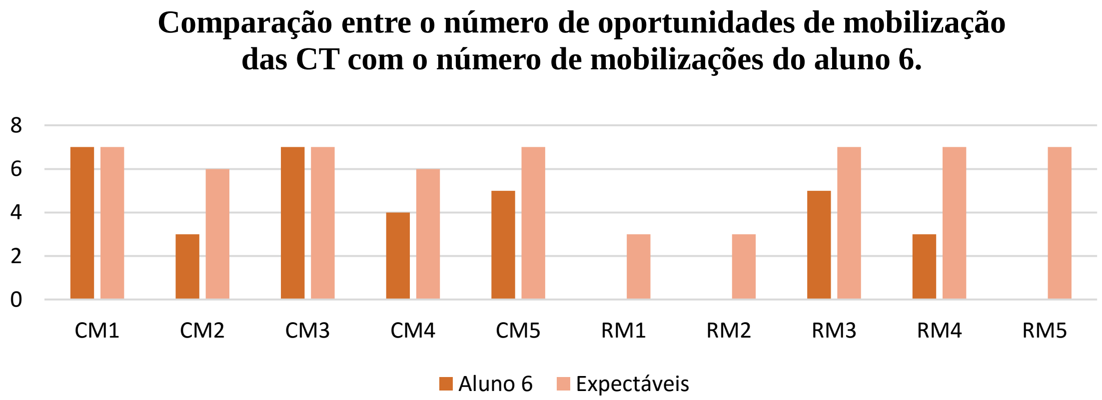


Gráfico 9 – Número de ocorrências de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas do aluno 6.

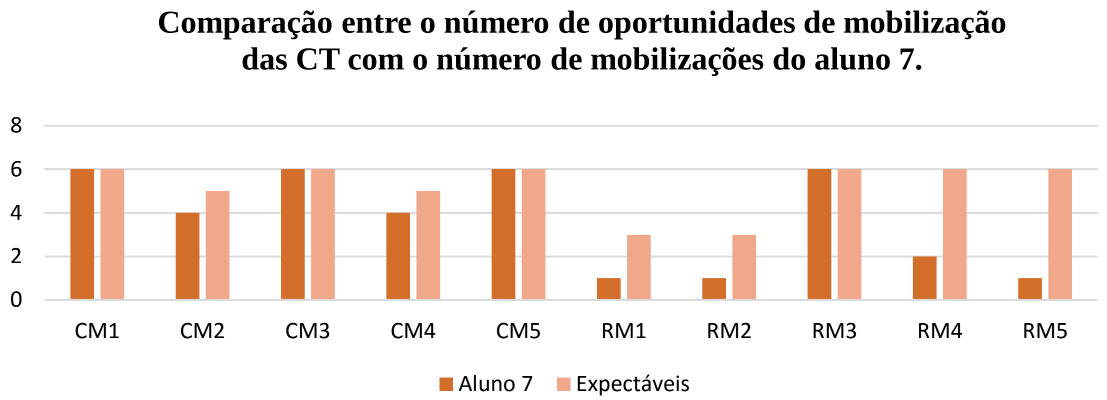


Gráfico 12 – Número de ocorrências de capacidades de Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático mobilizadas nas três tarefas do aluno 7.

Aluno nº	CM1	CM2	CM3	CM4	CM5	RM1	RM2	RM3	RM4	RM5
1	100%	57%	63%	43%	75%	0%	0%	75%	25%	0%
2	100%	13%	100%	88%	89%	0%	0%	89%	33%	11%
3	100%	25%	100%	100%	89%	0%	0%	89%	44%	0%
4	86%	50%	100%	100%	100%	0%	0%	86%	14%	0%
5	100%	83%	100%	100%	86%	0%	0%	86%	14%	0%
6	100%	50%	100%	67%	71%	0%	0%	71%	43%	0%
7	100%	80%	100%	80%	100%	33%	33%	100%	33%	17%

Tabela 2- Frequências relativas referentes às capacidades de CM e RM mobilizadas nas três tarefas propostas pelos alunos escolhidos.

Os resultados apresentados na Tabela 4 foram obtidos de forma semelhante à anteriormente expressa:

$$\frac{n^{\underline{o}}\ de\ ocorrências\ evidenciadas}{n^{\underline{o}}\ de\ ocorrências\ esperadas} \times 100$$

sendo que o "$n^{\underline{o}}\ de\ ocorrências\ evidenciadas$" refere-se ao número de vezes que determinada capacidade foi mobilizada na totalidade das questões (das três tarefas em conjunto) por cada aluno (desde que tenha respondido à questão) e o "$n^{\underline{o}}\ de\ ocorrências\ esperadas$" refere-se ao número de questões em que a investigadora considerou possível a mobilização da capacidade analisada (se o aluno tiver respondido a essa questão).

Daqui se pode concluir que todos os alunos apresentam indícios de mobilização de capacidades de Raciocínio e de Comunicação Matemática. No entanto, nem todos os alunos parecem ter mobilizam todas as capacidades de CM e RM consideradas. É notório que para as capacidades RM1, RM2 e RM5 não existem evidências de mobilização na maioria dos alunos.

5.1.4- Análise Sumariada

Com base nos dados anteriormente apresentados, podemos afirmar que, na interpretação que a investigadora efetuou das representações escritas dos processos de CM e RM dos alunos selecionados, assim como das entrevistas efetuadas aos mesmos casos, emerge que as capacidades relativas à formulação e teste de conjeturas, assim como as de argumentação serão pouco mobilizadas. Contrariamente, as restantes capacidades, no contexto já explicitado, parecem ser mais frequentemente mobilizadas, destacando-se a capacidade de "traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa" (CM3), que a investigadora considerou estar presente em todos os elementos analisados, assim como as capacidades de "Explicar procedimentos" (RM3) e "Interpretar informação e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos" (CM1), cuja ocorrência foi verificada com elevada frequência. Pensa-se ser relevante destacar igualmente que, apesar de os enunciados das tarefas apresentarem claramente que se pretende que os alunos justifiquem todos os procedimentos, a capacidade RM4 ("Justificar"), foi apenas considerada mobilizada em 28% das questões analisadas.

5.2- Relação entre a Resolução de Problemas e a Mobilização de CM e RM

Nesta secção pretende-se analisar os dados que remetam para o segundo objetivo de investigação, sendo ele:

2. Analisar a opinião dos alunos relativamente à mobilização das capacidades transversais referidas em tarefas de natureza diferentes.

Esta análise irá basear-se nas entrevistas efetuadas aos alunos, na análise feita das produções escritas e na participação da investigadora no processo.

Na entrevista efetuada aos alunos, para além de se tentar esclarecer possíveis dúvidas relativas à mobilização de determinadas capacidades transversais (como foi visto na secção anterior), procedeu-se ao levantamento das opiniões dos alunos relativamente à relação entre o processo de resolução de problemas e a mobilização de CM e RM. Para tal, inquiriu-se os alunos sobre a diferença entre os problemas que compunham a bateria de tarefas proposta relativamente às tarefas "usuais", ou seja, as tarefas que normalmente lhes são propostas em contexto de sala de aula, obtendo-se que seis alunos consideram existir algum tipo de diferença notória, e apenas um considera que não. No seguinte quadro recolheu-se as principais diferenças identificadas pelos alunos que responderam afirmativamente à questão anterior:

Quadro 5 – Diferenças identificadas pelos alunos selecionados, durante a entrevista, entre as três tarefas propostas e as tarefas "usuais".

Aluno	Diferenças identificadas entre as três tarefas e as tarefas "usuais"
1	"[as tarefas "usuais"] leva[m]-me para a parte mais matemática, assim mais para a matéria, e estas aqui, uh levam… mais para pensar, mais… tipo um quebra-cabeças…"
2	"as perguntas vão um pouco mais… longe do que as do manual (impercetível)… as do manual [são] mais objetivas"
3	"Nós aplicamos… o que aprendemos nas aulas mas de forma um pouco mais complexa… os enunciados são… um pouco mais… difíceis de interpretar…"
4	"Se calhar o nível, num tarefa destas é assim, um bocadinho mais exigente"
5	"tenho de escrever mais e… para encontrar o resultado tenho de fazer mais coisas…"
6	"esta aqui é para escrever muito, fazer muitas contas"
7	"as tarefas deste género são mais… acho que têm mais a ver com pensamento"

Com a última questão pretendeu-se averiguar se os alunos consideravam que a bateria de tarefas proposta os incitou a mobilizar mais as suas capacidades de CM e de RM do que as tarefas com as quais já estão mais familiarizados. Unanimemente responderam que sim. Abaixo apresentam-se os principais motivos que os levam a posicionar-se desta forma:

Quadro 6 – Motivos que levam os alunos selecionados a considerar que as três tarefas propostas os levam a querer mobilizar mais as capacidades de CM e RM do que as tarefas "usuais".

Aluno	Motivos pelos quais as três tarefas são favoráveis à mobilização das CT
1	"é mais interessante ter uma… uma história por trás dos problemas"
2	"faz-nos puxar pela cabeça, relacionar as coisas umas com as outras, também sabendo a matéria, mas um pouco mais além"
4	"levamos um pouco mais a sério […] o facto de às vezes também a professora dizer para nós "escrevam tudo aquilo que pensam" ajuda também depois noutras situações também a pensar assim"
6	"tive de explicar muito mais, tive de fazer mais contas"
7	"embora mobilize os outros conhecimentos que estamos a abordar na matéria, penso que também… nos permite… pensar mais e… refletir mais sobre o problema e ver como é que chegamos às respostas… e procurar uma resolução…"

No entanto, devemos admitir que, após reflexão e análise das entrevistas recolhidas, existe a possibilidade de a forma como a questão foi colocada ter condicionado as respostas obtidas, uma vez que afirmando que a investigação desenvolvida neste âmbito reconhece que o tipo de tarefas proposto propicia a mobilização, e até o desenvolvimento, de capacidade de CM e RM, os alunos poderão ter inibido a sua opinião por poder ser contrária à anteriormente afirmada.

Ainda assim, dado o contacto direto da investigadora com os alunos, não só durante a realização da bateria de tarefas propostas, como também em ambiente letivo ao longo deste ano, e da análise das próprias produções das tarefas, considera-se que, de facto, as capacidades de CM e RM analisadas neste trabalho foram mobilizadas com maior frequência nas tarefas com cariz problemático, relativamente à panóplia de tarefas "usualmente" proposta.

De seguida, os alunos foram questionados quanto às principais dificuldades que sentiram na resolução da bateria de tarefas propostas. Todos os alunos identificaram que a principal fonte de dificuldade residiu na interpretação dos enunciados.

Quanto ao tipo de tarefa que preferiam resolver, sendo as tarefas identificadas como "tarefas usuais" e "tarefas propostas", todos os inquiridos à exceção de um indicaram que preferiam as "tarefas propostas", apresentando as seguintes justificações:

Quadro 7 – Motivos que levam os alunos selecionados a preferir o tipo de tarefas propostas ao tipo de tarefas "usuais".

Aluno	Motivos de preferência das três tarefas propostas em relação ás tarefas "usuais"
2	"Puxam mais por mim"
3	"porque desenvolviam mais… o raciocínio."
4	[Não respondeu]
5	"[considero] mais interessante, porque gosto de ler os enunciados e construir o seu próprio processo de resolução"
6	"acho que são mais divertidas, porque… eu também gosto de pensar e de calcular…"
7	"estas tarefas são… mais… formativas e penso que são… ajudam mais talvez a perceber a matéria a mobilizar"

O aluno que indicou preferir as tarefas usuais justificou a sua preferência reside no facto de essas tarefas "[serem] um bocado mais objetivas […] e não [ser preciso] estar a pensar qual é o método… que [se deve] usar".

5.3- Principais Resultados e Conclusões

Neste Capítulo, até ao momento, apresentou-se a análise dos dados recolhidos através dos documentos que consistiam nas produções escritas dos alunos selecionados para o estudo. Identificaram-se determinadas partes das produções como representações da mobilização, ou não mobilização, das diversas capacidades de CM e RM consideradas, com o intuito de esclarecer quanto ao processo de análise baseado na interpretação da investigadora das representações escritas dos processos de resolução dos alunos. Procedeu-se igualmente à "correção" dessa análise com recurso às respostas obtidas através das entrevistas, e terminou-se por apresentar os dados recolhidos por inquirição.

Nesta secção, tendo por base os dados e as análises apresentados na secção anterior, apresentam-se as conclusões essenciais inerentes ao estudo no sentido de responder à questão de investigação inicialmente levantada, e aos objetivos de investigação enumerados. Começa-se por apresentar uma breve síntese do estudo, expondo de seguida a resposta encontrada para referida questão.

Este estudo teve como principal finalidade analisar se os processos de resolução de problemas são favoráveis à mobilização das capacidades transversais Comunicação Matemática e Raciocínio Matemático por parte de alunos do 8º ano de escolaridade. Para isso, procedeu-se à elaboração e implementação de tarefas com caráter problemático, relativas a diversos conteúdos programáticos e aplicados no final da sua lecionação. A natureza empírica deste estudo e o seu caráter descritivo e interpretativo advêm do facto de se pretender descrever e interpretar a mobilização de capacidades de CM e RM nas produções escritas recolhidas de sete alunos de entre os 47 que constituem as duas turmas onde elas foram implementadas. Para além desta fonte de dados, foram realizadas entrevistas que permitiram esclarecer dúvidas emergentes na análise das resoluções das tarefas, bem como recolher a opinião dos entrevistados relativamente à possível relação existente entre a mobilização das capacidades já referidas e o tipo de tarefa que lhes foi proposto.

Quanto ao primeiro objetivo de investigação traçado ("Analisar se as capacidades transversais CM e RM explicitadas nos programas curriculares são mobilizadas pelos alunos nos processos de resolução de problemas"), os resultados obtidos permitem afirmar que, nos processos de resolução de problemas dos alunos constavam evidências de mobilização de ambas as capacidades transversais consideradas, existindo uma forte dominância da mobilização de CM, comparado com a mobilização de RM. Isto pode ser explicado pelo facto de a capacidade de comunicação ser, tal como já referido, a mais transversal de todas pelo facto de ser mobilizada em todas as disciplinas curriculares e situações diárias. Por outro lado, a maior prevalência observada na mobilização de capacidades de CM sobre as de RM pode dever-se a que "comunicar uma ideia ou um raciocínio, de forma clara, [exige] organização e clarificação do nosso pensamento." (Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel, 2008, p. 62) e que "se comunicar oralmente o nosso pensamento a terceiros exige um esforço de organização de ideias, passa-lo ao formato escrito é ainda mais exigente" (idem, p. 68). Deste modo, a menor evidência da mobilização das capacidades de RM observada não significa que os alunos mobilizem menos as capacidades de RM do que as de CM, poderá apenas revelar que a presença dessas capacidades foi menos identificada nas resoluções das tarefas. Considera-se, ainda, ter encontrado evidências da mobilização de capacidades de CM e de RM por todos os alunos, em todas as tarefas propostas. De igual modo se julga que a maioria dos alunos não terá mobilizado as capacidades de raciocínio relativas à formulação e teste de conjeturas (RM1 e RM2), nem a capacidade de argumentação (RM5).

Quanto às conjeturas, o NCTM (2008, p. 62) define-as como uma "suposição informada" que precisa de ser verificada. Assim sendo, uma conjetura tem caráter temporário podendo, após a verificação das hipóteses, ser falsa e, deste modo, deve ser modificada ou abandonada (Mason, Burton e Stacey, 2010). A importância desta capacidade de RM é reconhecida pelo NCTM (2008, p. 62), já que indicam que "constitui uma importante via para a descoberta", "pois o raciocínio que se utiliza é, essencialmente, indutivo, tendo por base a observação de dados, manipulação dos mesmos" (Mota, 2014, p. 19). Brocardo (2001, p. 113) refere que "[as] dificuldades em perceber e usar um processo que permite formular e refinar conjecturas não se prendem apenas com a sua complexidade. Estão também relacionadas com a visão que cada um tem da Matemática e da sua aprendizagem", e que "ao nível da prática lectiva, interagem quase constantemente dois aspectos: as dificuldades inerentes à utilização de processos complexos e a visão da Matemática e sua aprendizagem" (idem). Assim, entende-se que se durante a prática letiva "usual" estas capacidades foram raramente mobilizadas pelo docente (que assume o papel de modelo para os alunos), então poderão não ter consciência da possibilidade/oportunidade de as utilizar, ou nem sequer estejam com elas familiarizados. Por estes motivos, a falha na mobilização das capacidades RM1 e RM2 deverá advir, primordialmente, da elevada complexidade dos processos inerentes a essa mobilização, da falta de conhecimento relativa aos processos mencionados, e da visão que cada aprendente tem relativamente à sua aprendizagem.

Passando para a capacidade referente à argumentação (RM5), Jiménez (2003), citada em Costa (2008, p. 1) define-a como sendo a "capacidade de relacionar dados e conclusões, e avaliar enunciados teóricos". Baseado em outros autores, Osborne (2007) indica que a argumentação é uma atividade que tem como principal objetivo convencer outros sujeitos relativamente a determinada opinião, apresentando um conjunto de proposições que a justifiquem. Por sua vez, Pedemonte (2002) identifica que a argumentação tenta justificar ideias a partir daquilo que se acredita ser verdadeiro, através de um processo em que as inferências se apoiam nos conteúdos do que é enunciado. Completando esta visão, Meyer (1982, p. 144) caracteriza a argumentação como um raciocínio não formal, já que "[o raciocínio não formal] não nos garante que a questão levantada não permaneça em aberto devido à ausência de um procedimento constringente de resolução". Já Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008, p. 84) entendem

> por argumentação em Matemática, conversações de carácter explicativo ou justificativo centradas na Matemática, em que assumem um papel preponderante a fundamentação de raciocínios, a descoberta do porquê de determinados resultados ou situações, a formulação, teste e prova de conjecturas e a resolução de desacordos através de explicações e justificações convincentes e válidas de um ponto de vista matemático.

Deste modo, e à luz destas referências, relativamente à não mobilização da capacidade de argumentação, levanta-se como provável que os alunos possam ter assumido que o processo que optaram seguir, para a resolução da tarefa proposta, seja único e, assim sendo, não possa existir a hipótese de alguém o refutar. Também se acredita que se possa dever ao facto de, como o aluno 7 referiu na sua entrevista, as tarefas usualmente propostas em contexto de sala de aula não o levarem a questionar nem a solução obtida nem os procedimentos que o conduziram até lá.

Quanto às capacidades de raciocínio mais frequentemente mobilizadas (RM3 e RM4) temos que a primeira (capacidade de explicação), para Bishop e Goffree (1986, p. 24) citados por Mota (2014, p. 19), abrange um "processo sem fim de representar as conexões, as relações entre a ideia que se está a explicar e outras ideias". Relativamente à segunda capacidade, Mota (2014) indica que o Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea (2001) define justificar como apresentar causas, fundamentos, a razão de ser. Da mesma forma, o NCTM (2008) entende a justificação como a capacidade de suportar ou contrariar as afirmações efetuadas baseando-se em evidências concretas.

Assim, considera-se que o processo de explicação se inicia com a compreensão dos dados fornecidos na tarefa, uma vez que as conexões entre as ideias matemáticas começam a ser construídas nessa altura. Estas conexões têm de ser efetuadas em todo o tipo de tarefas, daí os alunos poderem estar mais familiarizados com a mobilização desta capacidade. Para além disso, por forma a garantir que os alunos representassem o mais completamente os seus procedimentos, no início de cada tarefa estava referido para os alunos explicarem e justificarem todos os seus todos os passos das suas resoluções, o que pode ter influenciado a prevalência da mobilização das capacidades de explicação e justificação.

Agora para o segundo objetivo (“Analisar a opinião dos alunos relativamente à mobilização das capacidades transversais referidas em tarefas de natureza diferentes”), todos os alunos inquiridos responderam, aquando da sua entrevista, que a bateria de tarefas propostas pela investigadora os incitava, mais do que as tarefas usualmente desenvolvidas em contexto de sala de aula, a mobilizar capacidade de CM e de RM. Os motivos mais referidos foram o facto de os problemas propostos os levarem a pensar mais do que habitualmente, relativamente aos procedimentos a tomar, para encontrarem a solução e terem de explicar esses mesmos processos mais detalhadamente do que nas tarefas usuais. Relembra-se, no entanto, que a forma como a questão foi colocada pela entrevistadora (devido à sua falta de experiência neste tipo de procedimentos) poderá ter condicionado a resposta dos alunos, de modo a que todos anuíssem relativamente a este ambiente facilitador de mobilização das CT consideradas. Porém, a investigadora tendo contactado com os intervenientes ao longo do ano letivo quer em ambiente de sala de aula, quer durante a resolução da bateria de tarefas propostas, e tendo ela analisado as suas produções escritas, acredita-se que, de facto, existiu maior mobilização de capacidades de CM e RM do que nas tarefas ditas “usuais”. Quanto à existência de diferenças notórias entre as tarefas referidas, a maioria dos alunos a reconhece, mas a forma como é reconhecida diverge de aluno para aluno (não se conseguiu agrupar as respostas obtidas em grandes grupos, pois as respostas são muito dispares, como de pode verificar no Quadro 5, p. 73).

Verifica-se, deste modo, que os inquiridos conseguem ter a perceção de que tarefas de diferentes tipos podem ter finalidades distintas, e que apesar de todas trabalharem os conteúdos programáticos lecionados, podem ou não ser propícias para a mobilização (e possível desenvolvimento) de outras ferramentas (capacidades, atitudes e valores). Isto vem reforçar a ideia de que a escolha do tipo de tarefas para a atividade matemática dos discentes, particularmente em sala de aula, é de extrema importância para que os alunos se desenvolvam de forma plena e tenham o máximo de ferramentas disponíveis para enfrentar a multiplicidade de situações que se apresentarão no seu dia-a-dia.

Por último, apresentam-se as principais conclusões em relação à questão de investigação "A resolução de problemas é favorável à mobilização das capacidades transversais CM e RM por alunos do 8° ano?". Os resultados obtidos ao longo deste estudo indicam que o tipo de tarefas propostas permitiu que os alunos mobilizassem capacidades de CM e RM, que não mobilizariam em contexto "normal" de sala de aula. Assim, julga-se que a resolução de problemas é, de facto, favorável à mobilização de capacidades de Comunicação e de Raciocínio. No entanto, algumas dessas capacidades não parecem ser frequentemente mobilizadas, pelo que se reconhece que propor tarefas de índole problemática não basta para que tal mobilização ocorra. Tal como já foi referido, a visão e o propósito que os alunos atribuem à aprendizagem da Matemática, assim como a visão que têm sobre como essa aprendizagem se deve processar têm elevada influência no seu processo de aprendizagem. Assim, pensa-se ser fulcral que a implementação de tarefas que promovam a mobilização de capacidades transversais seja efetuada tão cedo quanto possível, e o mais frequentemente possível, e que o docente, como modelo para os discentes, partilhe os seus próprios processos de resolução, de modo a que os alunos as integrem mais facilmente na sua aprendizagem.

6- NOTAS FINAIS

Nesta nota final, para além de se apresentar uma reflexão pessoal relativa a este trabalho, ir-se-á destacar algumas limitações encontradas, assim como deixar algumas sugestões, que se pensam ter pertinência e interesse para futuras investigações.

A estagiária reconhece a importância do desenvolvimento deste trabalho para o seu desenvolvimento pessoal e profissional, uma vez que teve a oportunidade de alargar os seus conhecimentos sobre um tópico que, em anos anteriores, reconheceu como ser de elevado interesse para ela, e até desvendar novas facetas do mesmo. Nunca tendo efetuado um estudo de caráter qualitativo, a análise dos dados obtidos, assim como a impossibilidade de generalização, apresentaram-se-lhe como processos de difícil implementação. Reconhece, no entanto, que o seu interesse pela investigação em Educação da Matemática aumentou consideravelmente com o desenvolvimento deste trabalho.

Relativamente à Prática de Ensino Supervisionada (contexto dentro do qual este trabalho foi desenvolvido), o contacto "constante" com os alunos foi muito enriquecedor, pois permitiu entender diversas situações educativas, diversos "tipos" de alunos, e elaborar, adaptar, implementar diversas estratégias que fomentassem o seu sucesso, verificando, em primeira mão, a sua adequação, e refletir sobre os resultados obtidos. Todo o trabalho desenvolvido ao longo deste ano letivo forneceu uma panóplia de ferramentas de elevada importância para o seu futuro.

6.1- Constrangimentos à realização do estudo

Vários foram os obstáculos encontrados durante a realização deste estudo, sendo que a maior se prendeu ao diminuto espaço temporal para a sua execução. A complexidade do tema não era inicialmente clara para a investigadora, o que se retratou em atrasos na planificação (confessa-se ambiciosa e *naïve*) inicialmente proposta.

Outro constrangimento com o qual se deparou foi o facto de as tarefas terem de estar "ligadas" aos conteúdos programáticos abordados pelos alunos. Isto é considerado uma limitação devido ao processo de escolha da bateria de tarefas. Gostar-se-ia de se poder ter utilizado apenas tarefas retiradas do "Banco de itens do IAVE", uma vez que essas tarefas já se encontravam distribuídas por categorias consoante o tipo de capacidade que possibilitavam mobilizar. No entanto, não se conseguiu encontrar tarefas para determinados tópicos, o que aumentou a possibilidade de erros na classificação de determinadas tarefas como problemas, embora essa classificação se tivesse baseado no quadro teórico apresentado no primeiro capítulo deste trabalho.

De seguida, interessa referir as dificuldades sentidas aquando da interpretação das produções escritas dos alunos. Para além da falta de experiência da investigadora, a análise das capacidades de CM e RM está muito sujeita à subjetividade, à interpretação que o sujeito faz das representações que encontra. Assim, existiu um certo grau de insegurança inicial, que foi ultrapassado quando se consciencializou que a análise era individual e válida desde que devidamente fundamentada. No entanto, está-se consciente de que o tipo de análise utilizada (questão a questão) poderá não ter beneficiado a análise da mobilização de determinadas capacidades, em particular da capacidade de "representar informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas" (CM2). Determinadas tarefas, ou até questões que compõem as tarefas, podem não requerer que sejam utilizados diversos tipos de representações. Por exemplo, em problemas pequenos (tais como os que se propôs) podem não levar os alunos a recorrer a representações que não seja simbologia matemática, e este facto dificulta-se com a análise questão a questão. Certamente os resultados obtidos teriam sido diferentes se os dados fossem analisados por tarefa, e ainda mais o seriam se as três tarefas fossem analisadas como um todo, por aluno.

Por último, escolheu-se efetuar as entrevistas depois de recolhidas todas as tarefas propostas, por dois motivos:

1- Para diminuir o tempo de aulas despendido com a inquirição (pois combinar um horário compatível entre a investigadora e os inquiridos ter-se-ia revelado uma tarefa difícil);
2- Para minimizar a influência das possíveis perguntas efetuadas relativas às suas representações na resolução das tarefas seguintes.

No entanto, esta escolha também acarretou desvantagens, uma vez que o intervalo de tempo que decorreu desde a proposta da primeira tarefa até à realização da entrevista pode ter influenciado o tipo de resposta, uma vez que os alunos poderiam:

- não se recordar da tarefa (embora a investigadora as tivesse disponibilizado no dia da inquirição);
- não se recordar do(s) motivo(s) que os levaram a ter escolhido determinado procedimento;
- não se recordarem do seu processo de pensamento na altura da resolução da tarefa e referirem o seu processo de pensamento “atual”.

Quanto às entrevistas, reconhece-se que a falta de experiência da entrevistadora poderá, em situações pontuais e identificadas aquando da análise dos dados recolhidos, ter condicionado a resposta dos alunos ou não ter conseguido clarificar devidamente o que pretendia, o que poderia ter levado a retirar-se conclusões precipitadas se não se tivesse analisado as respostas obtidas de forma cuidadosa. Propõe-se, deste modo, a realização de “entrevistas teste” que permitam eliminar qualquer enviesamento nas perguntas colocadas do guião de entrevista elaborado e permitir ao entrevistador treinar as questões a colocar e a forma de as colocar para obter as respostas que pretende.

6.2- Sugestões para Investigações Futuras

Este estudo permitiu aprofundar os conhecimentos relativos a uma realidade muito específica referente à situação do ensino de Matemática em Portugal (mais especificamente, da mobilização de capacidades de CM e RM). Seria interessante que o estudo fosse alargado a todos os alunos de uma turma, assim como a outras turmas (com docentes titulares diferentes), a outros níveis de escolaridade, e até a outras instituições.

Para além disso, o conceito de CM pode remeter para a necessidade de os alunos interagirem com as ideias que são expostas pelos colegas e de se apropriarem delas, ou seja, de aprender a explicar e ouvir descrições de estratégias de resolução de tarefas (Ponte e Serrazinha, 2000), reforçando as características positivas da interação entre alunos possibilitada pelo trabalho de grupo. Deste modo, analisar a mobilização de capacidades transversais que emerjam de produções resultantes de trabalho de pares (ou de pequenos grupos), quer escritas quer orais, poderá ser uma linha de investigação profícua.

A falta de evidências de mobilização de determinadas capacidades (principalmente as relacionadas com a formulação e teste de conjeturas – RM1 e RM2), nos processos de Resolução de Problemas analisados, leva-nos a conjeturar que tal se pode ter-se devido ao tipo de problemas propostos. Esta conjetura é ainda reforçada pelo facto de, na análise feita *a priori* das tarefas, se considerado que essas capacidades seriam menos mobilizáveis. Por conseguinte, reconhece-se o potencial interesse no estudo do tipo de problemas que fomentem a mobilização das capacidades referidas.

Mais ainda, dado que a capacidade de resolução de problemas se encontra intimamente relacionada com as capacidades analisadas neste estudo, poder-se-ia alargar a análise das produções escritas a capacidades de resolução de problemas e a outras capacidades de CM e RM.

Para terminar, mais do que a mobilização das capacidades transversais, poder-se-ia estudar a potenciação do seu desenvolvimento através de uma Aprendizagem Baseada em Resolução de Problemas (ABRP).

BIBLIOGRAFIA

Livros e Publicações periódicas

Aguado, M. J. (2000). *A Educação Intercultural e Aprendizagem Cooperativa*. Porto: Porto Editora.

Almeida, P., César, M. (2007). Contributo da Interacção Entre Pares, em Aulas de Ciências, para o desenvolvimento de Competências de Argumentação. *Interacções*. 3(6). 163-196. Disponível em http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/viewFile/339/294.

APM. (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM. Pires (2001).

Assumpção, A. L. M., & Oliveira, P. A. (2011). O ensino da Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico - um estudo introdutório. *XIII CIAEM-IACME*, Brasil: Recife. Disponível em http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/1335.pdf.

Backhouse, J., Haggarty, L., Pirie, S., & Stratton, J. (1992). *Improving the Learning of Mathematics*. 1ª Edição, London: Cassell.

Bell, J. (1997). *Como realizar um projecto de investigação*. Lisboa: Gradiva.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. Timóteo, M.C. (2013). Programa e Metas Curriculares, Matemática, Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. Timóteo, M.C., Loura, L. (2013). Programa e Metas Curriculares, Matemática A, Ensino Secundário. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência. Disponível em http://manualescolar2.0.sebenta.pt/fotos/links/programa_metas_curriculares_mat_a_1383815203.pdf.

Boavida, A.M. (1992). Resolução de Problemas: Que rumos para a Educação Matemática? *Educação Matemática*, Temas de investigação, 105 - 114.

Boavida, A.M. (2008). Raciocinar para aprender e aprender a raciocinar. *Educação e Matemática*, 100 (1), 1.

Boavida, A.M., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). A experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de formação contínua em Matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC. Disponível em http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/2008%202009/experiencia_matematicaEB.pdf.

Boavida, A.M. & Menezes, L. (2012). Ensinar Matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e raciocinar: contornos e desafios. *Práticas de Ensino da Matemática*. 287-295. Disponível em http://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1144/1/Boavida_Menezes_2012.pdf.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Brocardo, J. (2001). As investigações na aula de Matemática: um projecto curricular no 8º ano. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Disponível em http://hdl.handle.net/10451/3101.

Cabrita, I. & Silveira, A. (2013). O Geogebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas. *Indagatio Didatica*, 5(1), 149 - 170. Disponível em http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/viewFile/2425/2296.

Carita, A., & Fernandes, G. (2012). *Indisciplina na sala de aula*. Lisboa: Editorial Presença.

Carvalho, P., Ferreira, D., Mamede, E., Cadeia, C., & Vieira, L. (2005). Aspectos Didáticos da Resolução de Problemas. *APM*, (n.d.). Disponível em http://www.apm.pt/files/_CO_Carvalho_Ferreira_Mamede_Cadeia_Vieira_4a4dcd9c5dd3d.pdf.

Canavarro, A. & Pinto, M.E. (2012). O raciocínio matemático aos seis anos: Características e funções das representações dos alunos. *Quadrante*, XXI (2), 51-79.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2005). *Research Methods in Education.* 5ª Edição. Londres: Routledge.

Costa, A. (2008). Desenvolver a capacidade de argumentação dos estudantes: um objectivo pedagógico fundamental. *Revista Iberoamericana de Educácion*. 46 (5), 1-8.

Coutinho, C. M. (2005), Percursos da Investigação em Tecnologia Educativa em Portugal: Uma abordagem Temática e metodológica a publicações cientificas (1985-2000), Braga, Universidade do Minho. Disponível em https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/6497/1/Clara%2520Coutinho%2520AFIRSE%25202006.pdf.

D'Ambrosio, B. (1989). Como ensinar matemática hoje? *Temas e Debates. SBEM,* Ano II, nº 2, 15 - 19. Disponível em https://www.google.pt/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CB8QFjAA&url=http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf&ei=ky6dVZLxI8nmUpGFg5gL&usg=AFQjCNHbs6VwmUaiUP7yvIAXnvcl.

DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: Departamento da Educação Básica – Ministério da Educação, 5 - 6. Disponível em http://formacaoefm.no.sapo.pt/competencias.pdf.

Estanqueiro, A. (2010). *Boas práticas na educação – O papel dos professores.* Lisboa: Editorial Presença.

Faria, L., Almeida, P.R., & Antão, C. (2014). *Matemática Dinâmica 8. Parte 2,* 114 – 122. Porto: Porto Editora.

Fernandes, D. (1992). Resolução de Problemas: Investigação, Ensino, Avaliação e Formação de Professores. *Educação Matemática,* Temas de investigação, 45 - 103.

GAVE (2001), *PISA 2000: Resultados do estudo internacional*, Lisboa: GAVE. Disponível em http://www.oecd.org/portugal/33685403.pdf.

Gimeno, J. (1998). *O currículo: Uma reflexão sobre a prática*. Porto Alegre: Artmed

Guba, E. & Lincoln, Y. (1994). Competing paradigms in qualitative research. *Handbook of Qualitative Research*. 105-117. Sage.

Janela, M.A. (2012). O (Novo) Programa de Matemática do Ensino Básico e o desenvolvimento do raciocínio geométrico no tópico Triângulos e quadriláteros. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa). Disponível em http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/6323/1/ulfpie040086_tm.pdf.

Jesus, M.E. (2002). Interações em Matemática: Resolução de Problemas a pares. *Educação e Matemática. Nº 67*.15 - 17.

Kayle, B. e Rogers, I. (1981). *O trabalho em grupo nas escolas secundárias*. (2ª Edição). Lisboa. Livros Horizonte.

Kilpatrick, J. & Swafford, J. (2004). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Leite, L. & Afonso, A. S. (2001). Aprendizagem baseada na resolução de problemas: características, organização e supervisão. Boletín das Ciencias, 14 (48), 253-260. Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/5538/1/Laurinda%20e%20Ana%20Sofia%20ENCIGA.PDF.

Leite, L., & Esteves, E. (2005). Ensino orientado para a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas na licenciatura em Ensino de Física e Química. VIII Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia. Braga: CIED – Universidade do Minho. 1751-1768. Disponível em https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/5537/1/Laurinda%20e%20Esmeralda%20GALAICO.PDF.

Lemos, C.; Cabrita, I. & Pombo, L. (2014). As WebQuests como Ferramenta de Trabalho Colaborativo e Autónomo em Matemática no Ensino Superior. *Indagatio Didatica*. 6(1), 459 - 479. Disponível em http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/viewFile/2696/2551.

Lopes, J. P. (1994). Resolução de problemas em física e química: modelo para estratégias de ensino-aprendizagem. Lisboa: Texto Editora.

Lopes, M.F.P. (2014). A comunicação (em) matemática em contexto de sala de aula. (Relatório de estágio, Escola Superior de Educação de Lisboa). Disponível em: http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/3878/1/A%20comunica%C3%A7%C3%A3o%20(em)%20matem%C3%A1tica%20em%20contexto%20de%20sala%20de%20aula.pdf.

Martinho, M. H., & Ponte, J. P. (2005). Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora. *Actas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática*, 273-293. Setúbal: APM.

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically, 2ª edição*. England: Pearson Education Limited.

Maxwell, J.A. (1996). *Qualitative Research Design*. Londres: SAGE Publications.

Melo, H. (2012). A Matemática num contexto de Projeto Educativo: evolução, estruturação, criatividade, ensino e objetividades. *Educação e Matemática*, 116, 8-11.

Meyer, M. (1982). *Lógica, Linguagem e Argumentação*. Lisboa: Editorial Teorema.

Ministério de Educação e Ciência. (2013). *ProjAVI – Resultados Nacionais no PISA 2012: Desafios da análise de Dados*. Disponível em http://www.dgeec.mec.pt/np4/246/%7B$clientServletPath%7D/?newsId=371&fileName=1_Pisa_2012_11_dez_2013.pdf

Mota, D. (2014). Tarefas matemáticas para promover o raciocínio matemático de alunos do ensino básico. (Relatório de Estágio, Universidade de Aveiro). Disponível em http://ria.ua.pt/handle/10773/14756.

Naia, M.J. (2012). *O trabalho dos professores em matemática: elo entre ciclos.* (Dissertação de Metrado, Universidade de Aveiro). Disponível em http://ria.ua.pt/bitstream/10773/1074/1/2010000819.pdf;

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: IIE e APM.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

NCTM (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

Nogueira, S., Tenreiro-Vieira, C. & Cabrita, I. (2010). Representações de alunos sobre o domínio de capacidades matemáticas. *Actas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática*, 387-400. Disponível em http://ria.ua.pt/handle/10773/9192.

Nunes, C. B. (2010). *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática.* (Tese de Doutoramento, Universidade Estadual Paulista). Brasil: Rio Claro. Disponível em http://base.repositorio.unesp.br/handle/11449/102122.

(N.d.). (2015). *Matemática A: o antes e o depois (O novo programa comentado)*. Porto: Porto Editora. ISBN: 978 - 972 - 0 - 84163 - 6.

Osborne, J. (2007). Science Education for the Twenty First Century. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(3), 173-184. Disponível em http://www.ejmste.com/v3n3/EJMSTE_v3n3_Osborne.pdf, acedido em fevereiro de 2014.

Pardal, L. & Correia, E. (2011). *Métodos e Técnicas de Investigação Social*. Porto: Areal Editores, Lda.

Pedemonte, B. (2002). Étude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de da démonstration dans l'apprentissage des mathématiques. Tese de doutoramento não publicada. Genova: Université Joseph Fourier-Grenoble I/Université de Genova, Itália. Disponível em https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/46071/filename/tel-00004579.pdf.

Pires, M. (2001). *A diversificação de tarefas em matemática no ensino secundário: um projeto de investigação-acção*. Universidade de Lisboa. Lisboa: APM.

Polya, G. (1957). *How to solve it - A new aspect of Mathematical Method*. 2ª Edição. Princeton University: Anchor Books Edition. Disponível em https://books.google.pt/books?hl=pt-PT&lr=&id=X3xsgXjTGgoC&oi=fnd&pg=PP2&dq=How+To+Solve+It&ots=t6Mw_MpGpb&sig=MOvfYv9SiotPC9BtjctE6jhquDE&redir_esc=y#v=onepage&q=How To Solve It&f=false.

Pólya, G. (1977). *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. *O professor e o desenvolvimento curricular,* Lisboa: APM, 11-34. Disponível em https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3008.

Ponte, J. P. (2006a). Números e álgebra no currículo escolar. *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*, 5 - 27. Lisboa: SEM-SPCE. Disponível em http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf.

Ponte, J. P. (2006b). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132. 142. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte%20(Estudo%20caso).pdf.

Ponte, J.P. (2009). O novo programa de Matemática como oportunidade de mudança para os professores do Ensino Básico. *Interacções*, Nº12, 96 - 114. Disponível em http://www1.esec.pt/pagina/fcmat/documentos/NPMatematicaoportunidademudanca.pdf.

Ponte, J.P; Boavida, A.M.; Graça, M. & Abrantes, P. (n.d.). *Matemática - Didática*. Ministério da Educação: Departamento do Ensino Secundário. Disponível em http://old.dge.mec.pt/outrosprojetos/index.php?s=directorio&pid=148#i.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L. & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7(2), 41 - 70. Disponível em http://repositorio.ul.pt/handle/10451/3042.

Ponte, J. P. e Serrazina, M. L (2000). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. e Oliveira, P. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC. Disponível em http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/ProgramaMatematica.pdf.

Ponte, J. P., Nunes, C. C., & Quaresma, M. (2008). Explorar, investigar, interagir na aula de Matemática: Elementos Fundamentais para a Aprendizagem. Ensinar Matemática: Formação, Investigação e Práticas Docentes. Disponível em http://www.ie.ulisboa.pt/pls/portal/docs/1/334366.PDF.

Porfírio, J., & Oliveira, H. (1999). Uma Reflexão em Torno das Tarefas de Investigação. *Investigações matemáticas na aula e no* currículo, Lisboa: Projeto Matemática Para Todos e APM, 111-117. Disponível em http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto14.PDF

Projeto Desafios. (2011). *Guia de Recursos do Professor - Matemática 8º.* Santillana. 37 - 93.

Quivy, R. & Campenhoudt. L. (n.d.) Manual de Investigação em Ciências Sociais. Disponível em http://www.fep.up.pt/docentes/joao/material/manualinvestig.pdf

Randall, C. (2009). The Role of Problem Solving in High School Mathematics. *Research Into Practice - Mathematics,* Pearson, 1 - 7. Disponível em http://assets.pearsonschool.com/asset_mgr/current/201033/ProblemSolvingResearch.pdf.

Rodrigues, M. (2009). As capacidades transversais no novo programa do ensino básico: Desafios da sua integração. *Educação e Matemática, 105*, 38-40. Disponível em http://www.apm.pt/files/_EM105_pp038-040_hq_4ba7178da372f.pdf.

Ross, B. (1997). The challenge of problem-based learning. Kogan Page. Disponível em https://books.google.pt/books?hl=pt-PT&lr=&id=0R0uAgAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA28&dq=Ross,+B.+(1997).+Towards+a+framework+for+problem-based+curricula&ots=Pr9lT76mrh&sig=0cMQLdxovaufBIs6LcQNHbBo428&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false.

Russell, S. (1999). Mathematical reasoning in the elementary grades. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, 1–12. Reston, VA: NCTM.

Santos, L., Brocardo, J., Pires, M. & Rosendo, A. (2002). Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. *Coimbra: XIEIEM*. 83-106. Disponível em http://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5680/1/Investiga%C3%A7%C3%B5es%20matem%C3%A1ticas...%20ensino%20superior.pdf

Serrazina, L. (n.d.). Resolução de Problemas. (Artigo não publicado). Disponível em http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/MateriaisCoordenad/Textos/Problemas_texto_Coord.pdf.

Serrão, A. (2013). O PISA e a participação de Portugal. CIES e-Working Papers. Disponível em http://www.cies.iscte.pt/np4/?newsId=453&fileName=WP_CIES162_Serrao.pdf.

Silva, R. & Cabrita, I. (2005). O Cabri-Géomètre - um ambiente de aprendizagem significativa da geometria. *VII Simpósio Internacional de Informática Educativa*. SIIE05. 161 - 166. Disponível em http://www.niee.ufrgs.br/eventos/SIIE/2005/PDFs/Comunica??es/c161-Silva.pdf.

Silva, F. (2009). *Explorando a Função Quadrática com o software Geogebra numa turma do 10º*. (Relatório de Estágio Pedagógico, Universidade da Madeira). Madeira: Fucnhal. Disponível em http://hdl.handle.net/10400.13/56.

Smith, M., Hughes, E., Engle, R., & Stein, M. K. (2009). *Orchestrating discussions. Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(9), 548-556.

Soto, B. L. (2000). Enseñanza significativa en la solución de problemas. *III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa*, 261 - 264.

Sousa, A. (1998). A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática. *N.d.*, Universidade Católica de Brasília. Disponível em https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/ArianaBezerradeSousa.pdf.

TIMSS. (2011). *8th-Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items*. Disponível em https://nces.ed.gov/timss/pdf/TIMSS2011_G8_Math.pdf.

Trindade, S. (2010). Contributo dos ambientes de geometria dinâmica para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa). Disponível em http://hdl.handle.net/10362/5088.

Vale, I. (2012). As Tarefas De Padrões Na Aula De Matemática : Um Desafio Para Professores E Alunos. *Interacções*, 207(20), 181 - 207. Disponível em http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/viewFile/493/446.

Vieira, P. C. (2007). *Aprendizagem baseada na resolução de problemas e WebQuests: um estudo com alunos do 8º ano de escolaridade, na temática "fontes de energia"*. Mestrado em Educação, na área de especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino das Ciências, Universidade do Minho. Disponível em https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/7913/1/Dissertacao%20ABRP%20WQs.pdf.

Yin, R. (1994). *Case Study Research*: *Design and Methods.* 2ª Edição. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Yin, R. (2004). *Estudo de caso: Planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman.

Legislação

Lei de Bases do Sistema Educativo (1986). I série, Nº 237, Artigo 7º i). p. 3070. Disponível em http://dre.pt/pdf1sdip/1986/10/23700/30673081.pdf.

Regulamento Interno de Iniciação à Prática Profissional dos ciclos de estudos conducentes ao grau de Mestre em Ensino da Universidade de Aveiro. (s.d.) (Como previsto no Decreto-Lei nº 43/2007).

Sites

IAVE. (2015). Banco de Itens. *Ensino Básico, 3º ciclo – Matemática 7ºano|8ºano|9º ano*. Último acesso a 17/02/2015, pelo endereço http://bi.iave.pt/bi/3eb/.

ANEXOS

Anexo 1 – Instrumentos de Recolha Documental

Tarefa 1

FICHA DE TRABALHO DE MATEMÁTICA – 8º ANO

Nome: ____ Número:____ Turma:____

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

b. Que distância percorreram?

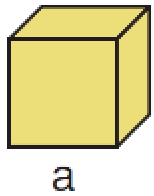
2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

Tarefa adaptada do problema "Atração Vertiginosa", retirado da coleção "1000 itens (GAVE)"
Banco de Itens, IAVE.

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.

Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.



1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

Tarefa adaptada do problema "Cubo", retirado da coleção "1000 itens (GAVE)"
Banco de Itens, IAVE.

Tarefa 2

Lê com atenção todas as questões.

- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações

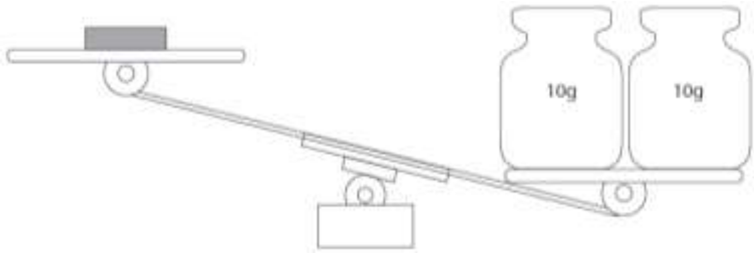
TAREFA DE MATEMÁTICA – 8ºANO

Data: 2016/__/__

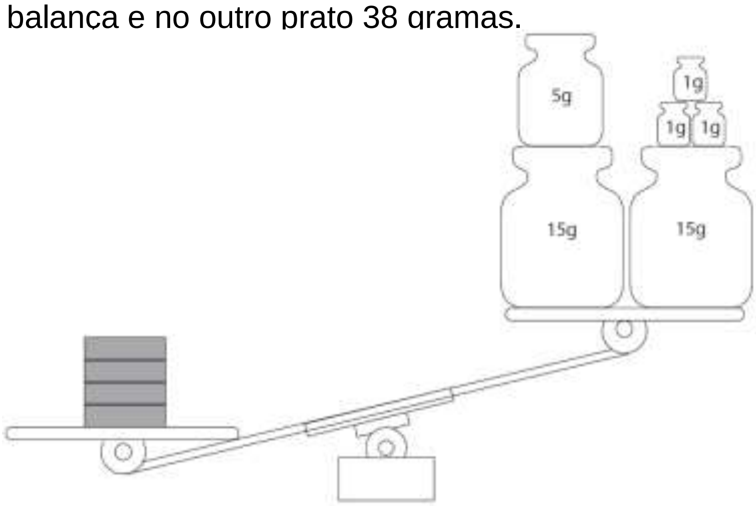
NOME:____ **Nº:**____ **Turma:**__

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.

A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

Inspirada em TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items.

Questão: M032424.

Tarefa 3

FICHA DE TRABALHO DE MATEMÁTICA – 8º ANO

Nome: ____ Número:____ Turma:____

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

Tarefa adaptada do problema "Sacos de farinha", retirado do manual "Matemática Dinâmica 8 – Parte 2" Página 122, Porto: Porto Editora.

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Qual é a área de cada lote?

Tarefa adaptada do problema "Percentagem", retirado do manual "Matemática Dinâmica 8 – Parte 2" Página 115, Porto: Porto Editora.

Produções escritas …

… <u>do aluno 1</u>

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

70 —— 4,9

x —— 1

= 14,28

100 - 14,28 = 85,72

$4{,}9t^2$ 70m 100m 30m travagem

Encontravam-se a 85,72 metros do chão.

b. Que distância percorreram?

70 —— 4,9

x —— 1

$x = \frac{70 \times 1}{4{,}9} = \frac{70}{4{,}9} = 14{,}28$ m

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

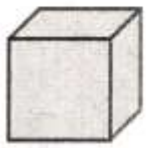
O 100 é a altura da torre.

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

4,9 segundos

Como a altura da torre é 100 m e a travagem comesças aos 30 m o tempo da queda dé de 4,9 segundos

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.



a

Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

Sendo a = 2

2x2 = 4 área de uma face

2x12 = 24

logo:

4x6 = 24

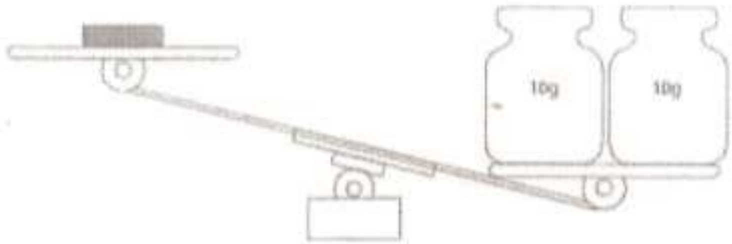
2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

Problemas adaptados de tarefas do Banco de Itens do IAVE.

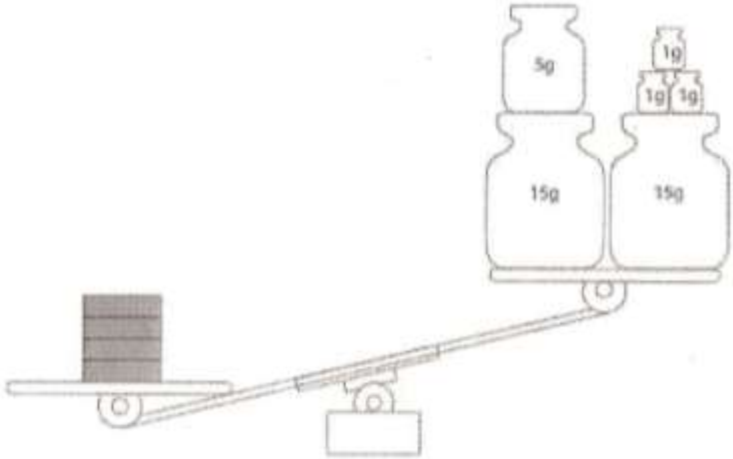
Lê com atenção todas as questões.

- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.
A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio. se um bloco pesar menos de 20g e 4 blocos pesarem mais de 38 g, logo o peso de um bloco de metal pode estar compreendido entre 19g e 10g.

19g e 10g < 20g

19g×4 e 10g×4 > 38g

Inspirada em TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items. Questão: M032424.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

1 burro com sacos $- x$

2 burro com sacos $- y$

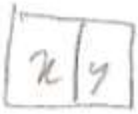
$$\begin{cases} x+1=y-1 \\ 2(x-2)=y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ 2x-4=y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 2x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ 2x=6+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ x=\frac{6+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x=3+\frac{y}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3+\frac{y}{2}=y \\ x=3+\frac{y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{2}+\frac{y}{2}=\frac{2y}{2} \\ x=3+\frac{y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6=2y-y \\ x=3+\frac{6}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6=y \\ x=6 \end{cases}$$

$$S=\{(6,6)\}$$

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Qual é a área de cada lote?



$$\begin{cases} x+y=920 \\ x=30+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=920-y \\ x+30=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=920-(x-30) \\ x-30=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=920-x+30 \\ x-30=y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x=950 \\ x-30=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{950}{2} \\ x-30=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=475 \\ 475-30=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=475 \\ y=445 \end{cases}$$

$$S=\{(475,445)\}$$

Problemas adaptados de tarefas do livro *Matemática Dinâmica 8*.

… do aluno 2

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

d = 100 - 4.9

<=> d = 95,1 m

R: As cadeiras encontravam-se a 95,1 m do chão

b. Que distância percorreram?

100 - 95,1 = 4,9 m

R: Percorreram 4,9 m

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

R: 100 é a altura da Torre.

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

70 m em queda livre

$100 - 4{,}9t^2 = 70$

$\Leftrightarrow -30 = -4{,}9t^2$

$\Leftrightarrow t^2 = \frac{300}{49}$

$\Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{300}{49}}$

$\Leftrightarrow t = \frac{10\sqrt{3}}{7}$

$\Leftrightarrow t \simeq 2{,}5s$

R: $t \approx 2{,}5s$

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.

a

Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

$12a = 6a^2$

$\Leftrightarrow 12a - 6a^2 = 0$

$\Leftrightarrow a(12 - 6a) = 0$

$\Leftrightarrow a = 0 \lor a = 2$

R: $a = 2$, porque o valor de um comprimento não pode ser 0 nem negativo.

2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

$6a^2 = a^3$

$\Leftrightarrow 6a^2 - a^3 = 0$

$\Leftrightarrow a^2(6 - a) = 0$

$\Leftrightarrow a = 0 \lor a = 6$

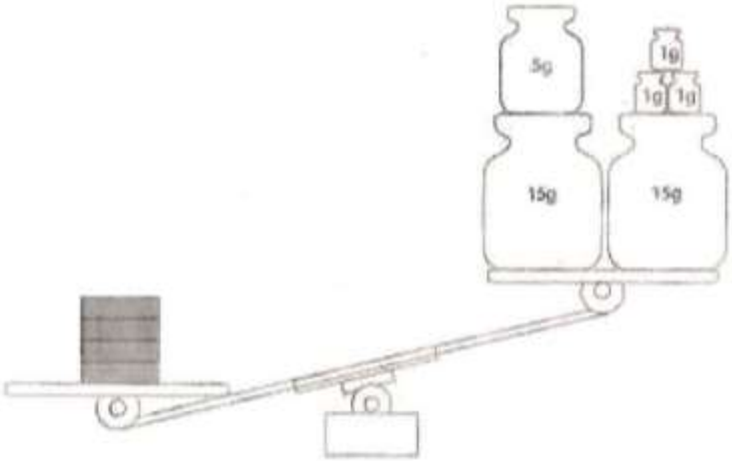
R: $a = 6$, porque o valor de um comprimento não pode ser 0 nem negativo.

Lê com atenção todas as questões.

- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.
A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.

A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

$x < 20$

$4x > 38$

Se $4x > 38$

então x ~~[illegible]~~ tem de ser um valor a partir de 10, pois referimo-nos a números inteiros e $9 \times 4 = 36$ que é menor que 38

Se $x < 20$

então o valor de x está entre os números 10 e 19 inclusive, sendo números inteiros e estando conjugado com o fator e cima

R: Os números inteiros que podem representar o peso de um bloco de metal são 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19.

Inspirada em TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items. Questão: M032424.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

x → nº de sacos que o Sr. António deu ao burro que ia à frente
y → nº de sacos que " " a trás

$$\begin{cases} x = y-2 \\ y+2 = 2(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y-2 \\ y+2 = 2x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y-2 \\ y-2x = -4-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y-2 \\ y-2x = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y-2 \\ y-2(y-2) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y-2 \\ y-2y+4 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y-2 \\ -y = -6-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y-2 \\ y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10-2 \\ y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases} \qquad S = \{8, 10\}$$

R: O Sr. António deu 8 sacos ao burro que ia à frente e 10 sacos ao burro que ia atrás.

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Qual é a área de cada lote?

$x \Rightarrow$ área de um lote de um irmão
$y \Rightarrow$ área de um lote do outro irmão

$x + y = 920$

$920 : 2 = 460$
$460 \times 0,3 = 138$
$460 + 138 = \boxed{598}$
$920 - 598 = \boxed{322}$

R: Um lote tem 598 m^2 de área e outro tem 322 m^2 de área.

Problemas adaptados de tarefas do livro *Matemática Dinâmica 8*.

… **do aluno 3**

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

altura dist. por seg. trava

30

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

$d = 100 - 4{,}9t^2$

$d = 100 - 4{,}9 \times 1^2$

$d = 100 - 4.9$

$d = 95{,}1$ m

b. Que distância percorreram?

$100 - 95{,}1 = 4{,}9$

A cada segundo percorreram 4,9 m

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

Na fórmula dada o valor 100 seignifica a altura da torre

1 | 2

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

$d = 100 - 4{,}9t^2$

$70 = 100 - 4{,}9t^2$

$\Leftrightarrow 70 - 100 = -4{,}9t^2$

$\Leftrightarrow -30 = -4{,}9t^2$

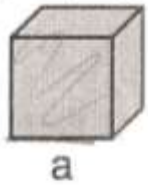
$\Leftrightarrow 30 = 4{,}9t^2$

$\Leftrightarrow t^2 = \frac{300}{49}$ $\quad t \approx 2.5$

$\Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{300}}{7}$

R: Está aprox. 2,5 seg. em queda livre

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.



Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

$6a^2 = 12a$

$\Leftrightarrow 6a^2 - 12a = 0$

$\Leftrightarrow a(6a - 12) = 0$ $\quad a = 2$

$\Leftrightarrow a = 0 \vee a = 2$

R: A aresta é 2

$a > 0$

2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

$6a^2 = a^3$

R: Quando a aresta é 6

$\Leftrightarrow 6a^2 - a^3 = 0$

216

$\Leftrightarrow a^2(6 - a) = 0$

$6 \times 6^2 = 6^3$

$\Leftrightarrow a^2 = 0 \vee (6 - a) = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = 0 \vee a = 6$

Problemas adaptados de tarefas do Banco de Itens do IAVE.

Lê com atenção todas as questões.

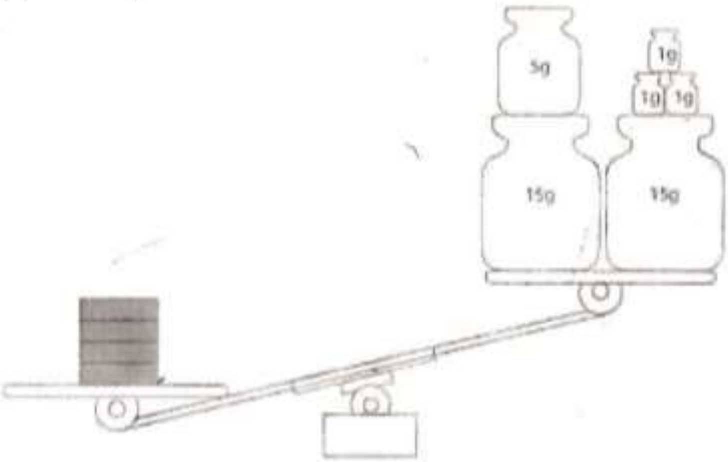
- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.
A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.

$\square < 20g$

A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.

$4\square > 38g$



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

Peso mínimo de 4u = 39 gramas
Peso máximo de 4u = 76 gramas
Peso máximo de 1u = 19 gramas
Peso mínimo de 1u = 9,75 gramas

$39 \div 4 = 9{,}75$

u = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

R: O peso de um bloco pode ser 10 g, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ou 19 gramas

Inspirada em TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items. Questão: M032424.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

F) x

T) y

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

$$\begin{cases} x+1=y-1 \\ x-2=2(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ x-2=2x-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ -y+2-2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-2 \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

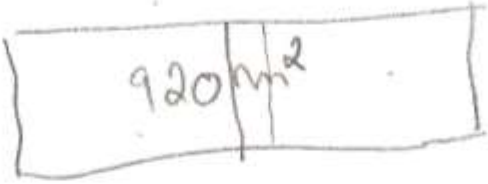
R: O burra da frente tem 2 socas e o de trás tem 4 sacos

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Qual é a área de cada lote?

$x + y = 920 \text{ m}^2$

$x = y$



$\frac{30}{100}$

$\frac{10}{10}$ $\frac{3}{10}$

$920 \underline{|\,2}$
460

$460 \times 0{,}3 = 138$

$460 + 138 = 598$

$460 - 138 = 322$

$598 + 322 = 920$

R: Um terreno tem 598 m² e o outro tem 322 m²

… **do aluno 4**

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$$d = 100 - 4.9t^2$$ 1

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

$d = 100 - 4.9^2$

$d = 100 - 4,9 \times 1$

$d = 95,1$

R:. Ao fim de um segundo estavam a 95,1m do chão.

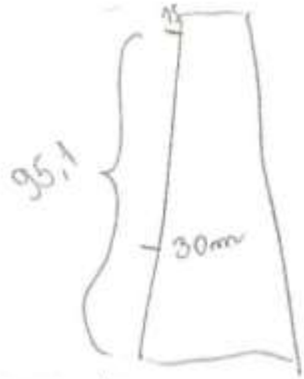
b. Que distância percorreram?

$d = 95,1 + 4,9$

$= 100$

$= 100 - 95.1$

$= 4,9$



R:. Percorreram 4,9 metros

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

$d = 100 - 4,9t^2$

↳ valor percorrido pelas cadeiras

R:. 100 corresponde ao valor percorrido pelas cadeiras.

1 | 2

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

• 95,1 - 30

= 64,9 → valor em queda livre

1 s —— 4,9

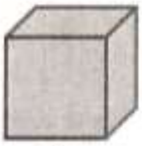
x —— 64,9

$x \simeq 13,2$

R: As cadeiras estão em queda livre, aproximadamente, 13,2 s.

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.

Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.



1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

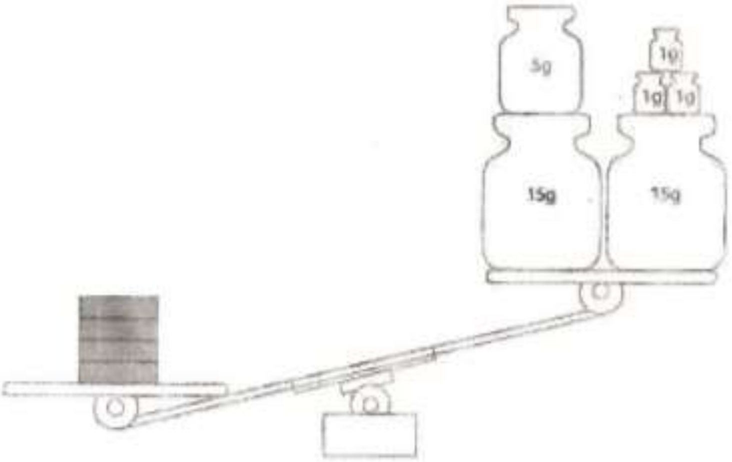
2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

Lê com atenção todas as questões.

- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.
A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.

A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

- 1 bloco de metal < 20 g
- 4 blocos de metal > 38 g

(1×4) = menos de 20×4
4 = menos de 80

$38 \,|\underline{\,4\,}$
20 9,5

- 4 blocos de metal = > 38 e < 80

$\frac{38}{4} = 9,5$; $\frac{80}{4} = 20$

R.: Um bloco de metal pode pesar por exemplo 11 (nº menor que 20 e maior que 9,5)

Inspirada em TIMSS 2011 8th Grade Mathematics Concepts and Mathematics Items. Questão: M032424.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

2 *Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.*

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

- x = nº de sacos de farinha do burro que ia à frente
- y = nº de sacos de farinha do burro de trás

$$\begin{cases} x+1 = y-1 \\ y+2 = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y-2 \\ y = 2(y-2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y-2 \\ y = 2y-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y-2 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4-2 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$S\{-6, -4\}$$

R:.

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Qual é a área de cada lote?

- x = área de 1 lote
- $y \times 0{,}3x$ = área do outro lote
- $x+y=920$

$$\begin{cases} x+y=920 \\ x-0{,}3=y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=920-y \\ 920-y-0{,}3=y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=920-y \\ -2y=-919{,}7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=920-y \\ y=459{,}85 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=920-459{,}85 \\ y=459{,}85 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=460{,}15 \\ y=459{,}85 \end{cases}$$

R: A maior área é de 459,85 e a menor é de 460,15

Problemas adaptados de tarefas do livro *Matemática Dinâmica 8*.

… do aluno 5

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$100 - 4,9t^2$

30

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

$d = 100 - 4,9 \times 1^2$

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

$d = 100 - 4,9 \times 1^2$

$d = 100 - 4,9$

$d = 95,1\ m$

$D_{\text{cadeiras ao chão}} = d + 30$

$D = 95,1 + 30$

$D = 125,1\ m$

$$\begin{array}{r} 100,0 \\ -\ \ 4,9 \\ \hline 095,1 \\ +30\ \ \\ \hline 125,1 \end{array}$$

b. Que distância percorreram?

$d = 100 - 4,9 \times 0^2$

$d = 100$

$D_a = 100 + 30$

$D_a = 130$

$d_{\text{percorrida}} = 130 - 125,1$

$d_{\text{percorrida}} = 4,9\ m$

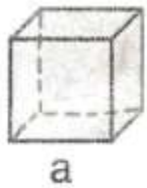
$$\begin{array}{r} 130,0 \\ -125,1 \\ \hline 004,9 \end{array}$$

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

É a distância até a travagem.

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.



Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

$A_{cubo} = a^2$

soma dos vértices $= 12 \times a$

$a^2 = 12a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 - 12a = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a(a-12) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = 0 \vee a - 12 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = 0 \vee a = 12$

$S = \{0, 12\}$

R; a equivale a 12.

2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

$A_{cubo} = a^2$

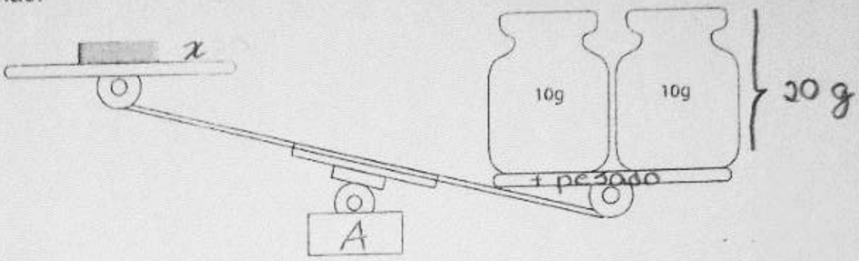
$V_{cubo} = a^3$

Problemas adaptados de tarefas do Banco de Itens do IAVE.

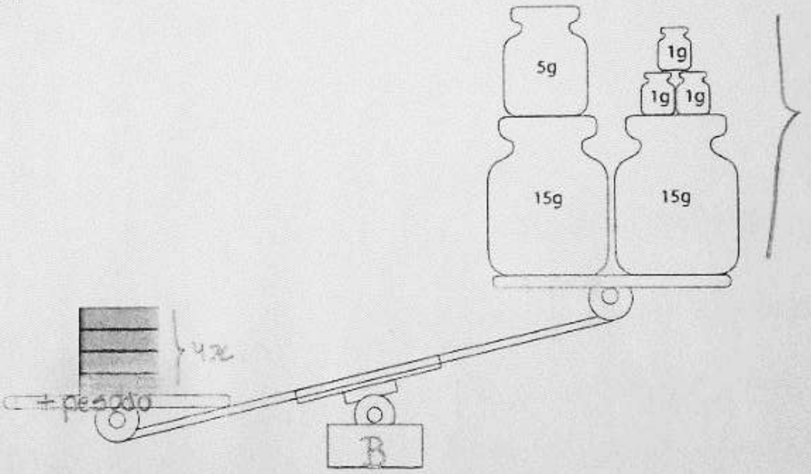
Lê com atenção todas as questões.

- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.
A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

$\boxed{\begin{array}{l} 20\,g > x \\ 4x > 38\,g \end{array}}$

bloco de metal → x

A

$x < 20\,g$

B

se os pesos estivessem equivalentes → $38\,g : 4 = 9,5$

$x > 9,5\,g$

38 | 4
20 9,5

$9,5 < x < 20$ (x tem de estar entre 9,5 e 20)

Poderão ser: 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19

R: Um peso de metal pode ter 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 ou 19 g.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

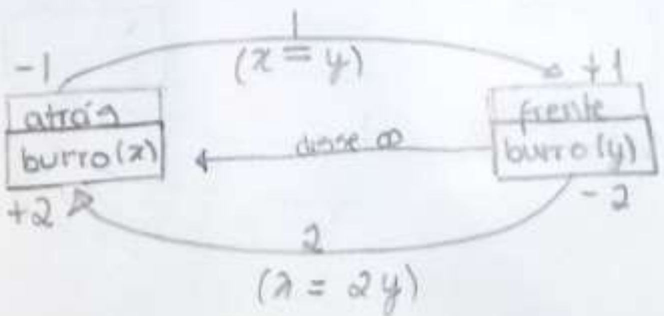
Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros? R: Um dos burros tem 8 e outro tem 10 sacos de farinha.
↳ da frente ↳ de trás

2 burros



linha 1 = os burros têm o mesmo nº de sacos

linha 2 = o burro trás tem o dobro do burro frente

nº de sacos do burro atrás → x
// // // // frente → y

$\boxed{1}$ $y+1 = x-1$

$\boxed{2}$ $2(y-2) = x+2$

$$1^{\circ}\ \boxed{\begin{cases} y+1 = x-1 \\ 2(y-2) = x+2 \end{cases}}$$

$$2^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ 2y-4 = x+2 \end{cases}$$

$$3^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ 2y = x+6 \end{cases}$$

$$4^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ y = \frac{x+6}{2} \end{cases}$$

$$5^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ y = \frac{x}{2}+3 \end{cases}$$

$$6^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ x-2 = \frac{x}{2}+3 \end{cases}$$

$$7^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ \underset{(2)}{x} - \frac{x}{2} = \underset{(2)}{2} + \underset{(2)}{3} \end{cases}$$

$$8^{\circ} \begin{cases} y = x-2 \\ \frac{2x}{\cancel{2}} - \frac{x}{\cancel{2}} = \frac{4}{\cancel{2}} + \frac{6}{\cancel{2}} \end{cases}$$

$$9^{\circ} \begin{cases} y = x-2 \\ 2x - x = 4+6 \end{cases}$$

$$10^{\circ} \begin{cases} y = x-2 \\ x = 10 \end{cases}$$

$$11^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10-2 \\ x = 10 \end{cases}$$

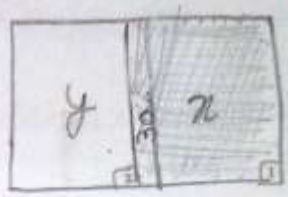
$$12^{\circ} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 10 \end{cases}$$

112

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Lote 1

Qual é a área de cada lote?



$A = 920\ m^2$

2 irmãos

2 lotes de terreno → 920 m^2

$y \rightarrow y = (920 - 0{,}3x) : 2$

$x \rightarrow x = 0{,}3x + y$

$$\begin{cases} y = 460 - \dfrac{0{,}3x}{2} \\ x - 0{,}3x = y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \\ \end{cases}$

… do aluno 6

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):

a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

$100 - 4,9t^2 = (10-4,9)(10+4,9)$ $100 \mp 4,9^2 = 95,1$

$30 + 95,1 = 125,1$

b. Que distância percorreram?

4,9

2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

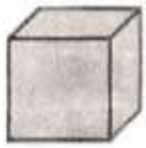
100 é a distância que vai do momento da largada até aos 30 m onde começaom a abrandam.

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

$a \times a = a \times a$

$a = a \times a : \cancel{a}$

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.



a

Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

2

faces do cubo arestas

$\cancel{a} \times a \times 6 = \cancel{a} \times 12$

(=) $a \times 6 = 12$ (=) $a = 12 : 6$ (=) $a = 2$

$a \neq 0$ pk uma medida não pode ser 0

2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

6

$\cancel{a} \times \cancel{a} \times 6 = \cancel{a} \times \cancel{a} \times a$

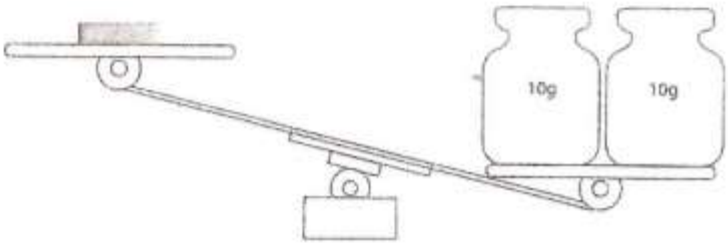
$6 = a$

Problemas adaptados de tarefas do Banco de Itens do IAVE.

Lê com atenção todas as questões.

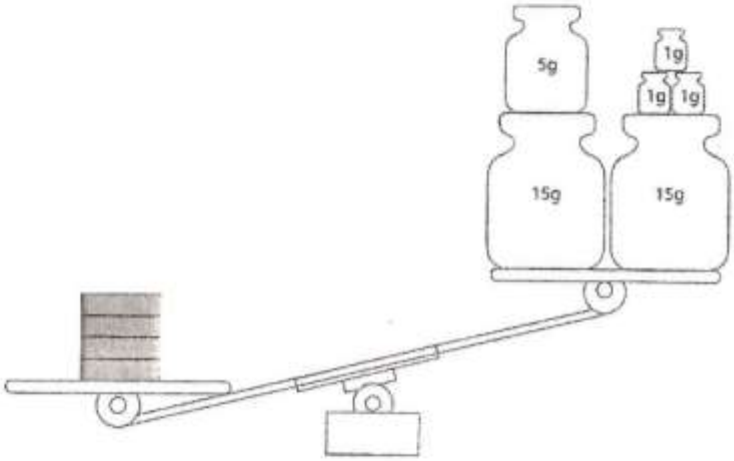
- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.
A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.



< 20g

A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



4 > 38g

Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

$x < 20$ — $38 : 4 = 9,5$ → Para obter o valor mínimo, vou dividir as 38g pelos 4 blocos já que estes são mais pesados que as 38g. O resultado é 9,5, mas como é pedido números inteiros o valor mínimo é 10

$4x > 38$ — Valor mínimo = 10

Valor máximo = 19

R: Os números inteiros são 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

1 *Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.*

2

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

Burro 1 – x   1: $x+1=y-1$, ou seja x e y têm que ter uma diferença de 2

Burro 2 – y   2: $2x=y+2$

o que fala → Burro

Burro

1 | 2

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Qual é a área de cada lote?

$x + y = 920$

Problemas adaptados de tarefas do livro *Matemática Dinâmica 8*.

… do aluno 7

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU

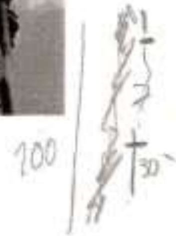
Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) Nalguns parques de diversões, há atrações vertiginosas. A da fotografia tenta simular uma queda livre. Tem quatro cadeiras, com quatro lugares cada uma, que são largadas do alto de uma torre. A **30 metros do chão** começa a travagem. A partir do momento em que a cadeira é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem, a distância das cadeiras ao chão, em metros, é dada pela fórmula:

$$d = 100 - 4.9t^2$$

onde d representa a distância acima identificada, e t é o tempo de queda (em segundos).

1- De acordo com os dados fornecidos, ao fim de 1 segundo (após ser largada):



a. A que distância se encontravam as cadeiras do chão?

$d = 100 - 4,9t^2$
$d = 100 - 4,9 \times 1^2$
$d = 100 - 4,9 \times 1$
$d = 100 - 4,9$
$d = 95,1$ m

$d = 95,1 + 30$
$d = 125,1$ m

R.: As cadeiras encontravam-se a 125,1 m do chão.

b. Que distância percorreram?

Distância percorrida = altura do carrossel − d + 30

Distância percorrida = 100 − 95,1 + 30

Distância percorrida = 4,9 + 30

Distância percorrida = 34,9

R.: Percorreram 34,9 m.

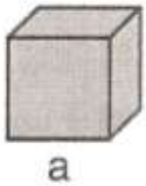
2- Atendendo à fórmula dada, explica o significado do valor 100 que nela se encontra.

O valor 100 corresponde à altura do carrossel até à travagem, porque o valor 4,9 é a distância que as cadeiras percorrem entre cada travagem por segundo. Logo, subtraindo a distância percorrida pelas cadeiras à altura do carrossel obtemos a distância do carrossel até à travagem.

1 | 2

3- Aproximadamente quanto tempo se encontraram as cadeiras em queda livre? Justifica a tua resposta.

B) Considera um cubo cuja aresta mede a.



Para responderes às questões seguintes, explica as tuas respostas e apresenta todos os cálculos que efetuares.

1- Para que valores de a é que a soma da medida do comprimento de todas as arestas é igual à medida da área total do cubo?

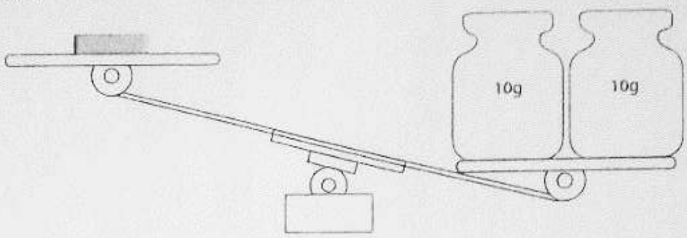
2- Para que valores de a é que a medida da área total do cubo é igual ao volume deste cubo?

Problemas adaptados de tarefas do Banco de Itens do IAVE.

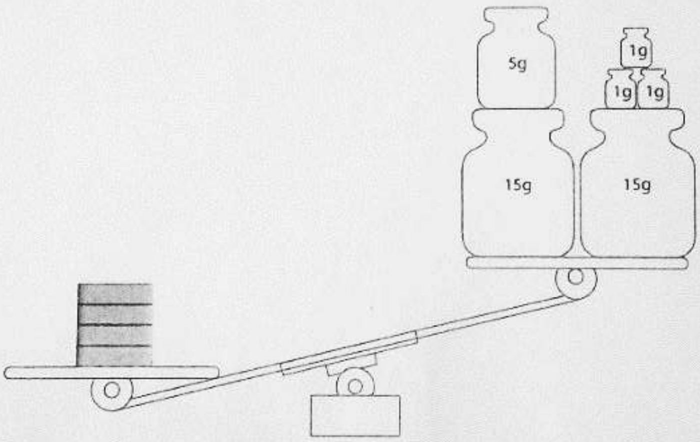
Lê com atenção todas as questões.

- Responde com clareza, apresentando o raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

O João tem quatro blocos de metal com o mesmo peso.
A imagem seguinte representa o que acontece se o João colocar num prato de uma balança um bloco de metal e no outro prato 20 gramas.



A próxima imagem mostra o que sucede se o João colocar os quatro blocos de metal num prato da balança e no outro prato 38 gramas.



Que número(s) inteiro(s) pode(m) representar o peso de um bloco de metal? Explica, detalhadamente, o teu raciocínio.

(incluindo)

Os números inteiros de 10 a 19 podem representar o peso de um bloco de metal, visto que o peso de um bloco tem de ser menor que 20, dado que no primeiro esquema o prato com um bloco de metal fica superior, ou seja, o peso é inferior a 20g. Por outro lado, o quádruplo do peso tem de ser superior a 38g, porque o peso de 4 blocos de metal aparece representado do prato inferior do segundo esquema. Assim, conclui-se que os números inteiros de 10 a 19 podem representar o peso de um bloco de metal.

SISTEMAS DE DUAS EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Para responderes com clareza às questões seguintes, explica as tuas respostas apresentando o teu raciocínio, os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

A) O Sr. António, moleiro de profissão, distribuiu vários sacos de farinha pelos seus dois burros. O burro que ia à frente "disse" ao burro que ia atrás:

Se tu me deres um saco, ficamos ambos com o mesmo número de sacos; se eu te der dois sacos, ficarás com o dobro dos meus sacos.

Quantos sacos deu o Sr. António a cada um dos dois burros?

$x \rightarrow$ nº de sacos do burro que ia à frente
$y \rightarrow$ nº de sacos do burro que ia atrás

$$\begin{cases} x+1=y-1 \\ y+2=2(x-2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1-1 \\ y+2=2x-4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ y-2x=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ y-2(y-2)=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ y-2y+4=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ -y=-6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-2 \\ y=6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6-2 \\ y=6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=6 \end{cases} \rightarrow \text{errado}$$

1 | 2

B) Dois irmãos compraram dois lotes de terreno que, no total, têm 920 m^2 de área. A área de um lote excede a do outro em 30%.

Qual é a área de cada lote?

$$30 \text{ ——— } 100$$
$$x \text{ ——— } 920$$

$$x = \frac{920 \times 30}{100}$$

$x = 276 \rightarrow$ 30% do lote

$920 : 2 = 460\,m^2 \rightarrow$ metade do lote

$460 + 276 = 736\ m^2 \rightarrow$ área de um lote

$460 - 276 = 184\ m^2 \rightarrow$ área do outro lote

Problemas adaptados de tarefas do livro *Matemática Dinâmica 8*.

Anexo 2 – Instrumentos de Inquirição

Pedido de autorização para realização de gravação áudio de entrevista

Exmo(a) Sr(a),

Sou aluna do Mestrado em Ensino de Matemática no 3ºCEB e no Ensino Secundário do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro.

Encontro-me a desenvolver um projeto de investigação no âmbito das unidades curriculares *Prática de Ensino Supervisionado I e II* do Mestrado em Ensino de Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e Ensino Secundário da Universidade de Aveiro.

Este projeto tem o título provisório "Mobilização das capacidades de Raciocínio Matemático e Comunicação Matemática na Resolução de Problemas" e pretende, por recolha documental e entrevista, analisar a mobilização das capacidades de Raciocínio Matemático e Comunicação Matemática por parte dos alunos, durante o processo de resolução de problemas. Para tal, recorrerei a uma entrevista com o seu educando para aceder aos processos de raciocínio e comunicação subjacentes mas não visíveis nas suas produções escrita.
Esta entrevista seria recolhida por gravação de áudio. A data da realização desta entrevista será fornecida posteriormente.

Para o efeito, gostaria de lhe pedir autorização para entrevistar e áudio-gravar o seu educando, assegurando que todos os dados aqui recolhidos serão processados e analisados de modo a garantir a sua confidencialidade.

A investigadora, Local e data,

Sónia Rocha,

Sónia Rocha

AUTORIZAÇÃO

Eu,____,
declaro que autorizo a realização e gravação da entrevista com o(a) meu (minha) educando(a)____
assim como a divulgação dos dados obtidos (de forma anónima) no projeto de investigação intitulado "Mobilização das capacidades de Raciocínio Matemático e Comunicação Matemática na Resolução de Problemas", sob a forma da gravação em formato áudio da entrevista efetuada pela investigadora.

Assinatura, Local e data,

Guião de Entrevista

Tema: Mobilização das capacidades de Raciocínio Matemático e Comunicação Matemática na Resolução de Problemas.

Objetivo geral: Esclarecer aspetos relativos a produções escritas dos alunos no sentido de aceder a capacidades de RM e CM implícitas nas mesmas.

Blocos temáticos	Objetivos Específicos	Questões a colocar
A _ Legitimação do questionário	Esta entrevista está inserida no âmbito do Relatório de estágio a desenvolver no Mestrado em Ensino de Matemática no 3º CEB e no Ensino Secundário do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro. Consideramos que esta entrevista é importante para fundamentar e complementar o nosso estudo, uma vez que nos permitirá aceder aos processos de raciocínio e comunicação subjacentes mas não visíveis nas suas produções escrita.	Introdução: Esta entrevista está inserida no âmbito do Relatório de estágio a desenvolver no Mestrado em Ensino de Matemática no 3º CEB e no Ensino Secundário do Departamento de Educação e Psicologia da Universidade de Aveiro. Consideramos que esta entrevista é importante para fundamentar e complementar o nosso estudo, uma vez que nos permitirá aceder aos processos de raciocínio e comunicação subjacentes mas, não visíveis, nas tuas produções escrita.
B_ Garantia de confidencialidade	Assegurar que todos os dados recolhidos serão tratados de modo a garantir a confidencialidade e o anonimato.	Para o efeito iremos áudio-gravar esta entrevista, assegurando que todos os dados aqui recolhidos serão tratados de modo a garantir a tua confidencialidade.
C_ Caracterização do aluno	Perceber o perfil do aluno.	**1.** Gostaríamos de começar por te pedir que nos fales um pouco sobre ti: qual é a tua idade, qual é o teu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não desta disciplina?

D_ Processos de Raciocínio Matemático e de Comunicação Matemática	Esclarecer o aluno quanto ao objetivo das tarefas propostas; Levar o aluno a esclarecer determinados pontos relevantes das suas produções escritas (confrontando-o com as mesmas) por forma a conseguirmos aceder a capacidades de RM e CM implícitas nas mesmas.	**2.** O nosso foco na implementação das tarefas a serem realizadas individualmente era de fornecer um ambiente onde os alunos pudessem mobilizar certas capacidades comuns às mais diversas disciplinas e situações do dia-a-dia, sendo elas, em particular, o Raciocínio matemático (RM) e a Comunicação Matemática (CM). Relativamente às tarefas desenvolvidas pelo alunos, colocar questões do tipo: • O que te levou a…? • Explica porque…? (entre outras)
E_ Natureza das tarefas realizadas em contexto "normal" de sala de aula	Perceber se o aluno tem consciência se as tarefas propostas pela investigadora é de alguma forma diferente do tipo de tarefas que lhe é normalmente proposto.	**3.** Durante as aulas lecionadas pela docente titular são te regularmente propostas tarefas para resolveres (geralmente do manual adotado). Achas que existe alguma diferença notória entre essas tarefas ("usuais") e as que a investigadora vos propôs? (garantir que o aluno refira o grau de dificuldade) *Se o aluno responder que sim:* **3.1.** Podes indicar-nos algumas diferenças? *Se o aluno responder que não:* **3.2.** Podes indicar-nos as semelhanças que encontras entre ambas?
F_ Relação entre a natureza das tarefas propostas pela	Saber a opinião do aluno sobre as tarefas propostas pela investigadora.	**4.** Por fim, vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que lhes são

investigadora e a satisfação dos alunos		propostas, e que as que te foram propostas são especialmente favoráveis ao desenvolvimento de RM e CM. **4.1** Consideras que estas tarefas te levaram a querer mobilizar estas capacidades mais do que as tarefas "normais"? Porquê? **4.2** Quais foram as principais dificuldades que sentiste na resolução destas tarefas? *Se o aluno tiver respondido que sim à pergunta **3**:* **4.3** Qual o tipo de tarefas que preferes resolver, as que te propusemos ou as "usuais"? Porquê?
G_ Finalização da entrevista		Damos assim por terminada a entrevista. Muito obrigada pela sua colaboração.

Transcrições

Entrevista Aluno 1

Aveiro, 29 de Abril de 2016
Entrevistado: Aluno 1 – 8º ano de escolaridade

A _ Legitimação do questionário [00:00:00]

B_ Garantia de confidencialidade [00:00:34]

Entrevistadora [00:00:49]: Gostaríamos de começar por te pedir que nos fales um pouco sobre ti. Qual é a tua idade, qual é o teu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não da disciplina?

Aluno 1 [00:01:00]: Uh, eu tenho uuuuh 14 anos… o meu nível… este ano é 2… e eu gosto de Matemática.

Entrevistadora [00:01:12]: Agora… O nosso foco na implementação das tarefas que te demos, as três tarefas que te demos durante o ano, a serem realizadas individualmente era de fornecer um ambiente onde os alunos pudessem mobilizar certas capacidades comuns às diversas disciplinas e situações do dia-a-dia. Essas capacidades são o Raciocínio matemático (RM) e a Comunicação Matemática (CM), ok?

Agora, em relação a tua primeira tarefa, tu lembras-te desta? Ainda ontem me falaste dela. Eu tenho aqui duas situaçõezinhas que é… nesta que aqui está [Tarefa 1A.3], nesta pergunta que aqui está…, tu escreveste a tua resposta, correto?, e depois escreveste este pequeno texto que aqui está. Qual foi o teu objetivo ao, ao escrever este texto? Será que te recordas?

Aluno 1 [00:02:02]: Uh… eu acho que foi por justificar, uh…a pergunta (dá a entender que tem dúvida no que está a referir)

Entrevistadora [00:02:10]: justificar a tua resposta, não é?

Aluno 1 [00:02:12]: Sim.

Entrevistadora [00:02:12]: porque como aqui tu tinhas um esquema, aqui tinhas a resposta, e este texto, uhm, eu fiquei um bocadinho na dúvida daquilo que, que…, qual era o teu objetivo com isso, era mesmo a justificação então?

Aluno 1 [00:02:24]: Sim.

Entrevistadora [00:02:24]: Ok. A seguir temos esta que aqui está [Tarefa 1B.1]. Esta também, uh, foi interessante porque tu escreveste logo que o a era igual a dois, e depois fizeste um tipo de verificação, não é? Como é que tu descobriste este valor, este $a = 2$?

Aluno 1 [00:02:43]: Então, aqui… está (lê o enunciado) "considera que a aresta mede a", então eu sei que o a é a aresta, pronto, e aqui, deve estar para aqui… (volta a ler o enunciado em silêncio). Uh… essa aí já não me recordo bem, mas…

Entrevistadora [00:03:17]: Não te lembras mesmo, não sabes se fizeste cálculos auxiliares que não apareceram aqui, ou se…

Aluno 1 [00:03:23]: Eu fiz cálculos auxiliares…

Entrevistadora [00:03:24]: Mas fizeste numa folha aparte, então, e eles não…

Aluno 1 [00:03:27]: Fiz aqui mas apaguei.

Entrevistadora [00:03:28]: Ah fizeste aí e apagaste, dá para ver aqui qualquer coisita, mas não dá para ver bem. Então foi mesmo isso, fizeste cálculos auxiliares, e depois disseste que o a era aquela valor depois de fazeres os cálculos.

Aluno 1 [00:03:40]: Sim.

Entrevistadora [00:03:41]: Ok. Então 'tá. (pigarreia). Em relação a isto está tudo bem. Depois eu vou-te deixar ficar as tarefas aqui porque agora vou-te fazer umas perguntas sobre as t, três tarefas juntas, 'tá bem?
Então, pergunta seguinte:

Durante as aulas lecionadas pela professora, uhm…, titular, da tua turma, são te regularmente propostas tarefas para resolveres, geralmente do teu manual, certo?

Achas que existe alguma diferença notória entre as tarefas "normais" e as tarefas que eu te propus aqui?

Aluno 1 [00:04:18]: Sim. Uh… As tarefas que me são dadas pela professora titular, uh…, é mais uh, leva-me para a parte mais matemática, assim mais para a matéria, e estas aqui, uh levam… mais para pensar, mais… tipo um quebra-cabeças…

Entrevistadora [00:04:39]: Ok, ok. Ora para acabar, vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que lhes são propostas, e as que te foram propostas são especialmente favoráveis ao desenvolvimento de RM e CM (esclarece) isto é o que os investigadores dizem.

Consideras que estas tarefas te levaram a querer mobilizar mais estas capacidades, de raciocínio e de comunicação, do que as tarefas "normais"?

Aluno 1 [00:05:08]: Eu acho que…, sim, eu, eu… eu acho que, que é mais interessante ter uma… uma história por trás dos problemas, porque não se torna tão seca a… a fazer… acho que é… acho que são mais interessantes esses problemas. Tem na mesma a parte da matéria, mas… tem uma história por trás dela, e é preciso interpretar bem, e assim…

Entrevistadora [00:05:40]: Ok. E quais foram as principais dificuldades que sentiste na resolução destas tarefas?

Aluno 1 [00:05:45]: Uh, perceber o… o… o problema em si.

Entrevistadora [00:05:50]: A interpretação então.

Aluno 1 [00:05:52]: Sim.

Entrevistadora [00:05:55]: Uhm… voltando um bocadinho atrás, tu na, há bocadinho, disseste que estas tarefas são diferentes das, das normais, não é? Então, qual o tipo de tarefas que preferes resolver, estas ou as "usuais"?

Aluno 1 [00:06:09]: Eu acho que prefiro… resolver as outras, porque as outras são um bocado mais objetivas… uh… e não precisamos de estar a pensar qual é o método… que hei-de usar, mas a matéria está lá na mesma… Eu pessoalmente prefiro as outras.

Entrevistadora [00:06:26]: Ok. Sim senhor. Damos, então, por terminada a entrevista e muito obrigada pela tua colaboração.

<u>Entrevista Aluno 2</u>

Aveiro, 29 de Abril de 2016
Entrevistado: Aluno 2 – 8º ano de escolaridade

A _ Legitimação do questionário [00:00:00]

B_ Garantia de confidencialidade [00:00:25]

<u>Entrevistadora</u> [00:00:35]: Gostaríamos de começar por lhe pedir (tosse) que nos fale um pouco sobre si. Qual é a sua idade, qual é o seu nível, uh… o seu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não da disciplina?

<u>Aluno 2</u> [00:00:46]: Eu tenho 13 anos. O nível na disciplina de Matemática é 5, e eu acho uma disciplina interessante, faz pensar, puxar pelo nosso cérebro e eu acho que isso é importante para o nosso desenvolvimento.

<u>Entrevistadora</u> [00:00:56]: Sim senhor. Então vá (tosse). Durante as aulas lecionadas pela docente titular, são lhe regular, regularmente propostas tarefas para resolveres, que geralmente são do manual, pelo que eu observei.

Achas que existe alguma diferença notória entre as tarefas "usuais" e as tarefas que nós te propusemos, estas que aqui estão?

<u>Aluno 2</u> [00:01:17]: Acho que são um pouco mais puxadas estas… fazem pensar mais do que as que se encontram no nosso livro.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:22]: Ok. Uhm… Podes nos indicar algumas diferenças?

<u>Aluno 2</u> [00:01:28]: Uhm… Como assim, não percebi…

<u>Entrevistadora</u> [00:01:30]: Uh algumas diferenças que tu consigas notar, uh, logo à partida em relação a estas tarefas e às tarefas do, do manual.

<u>Aluno 2</u> [00:01:38]: Uh… talvez as perguntas vão um pouco mais… longe do que as do manual (impercetível)… as do manual sejam mais objetivas, com números mais acessíveis também. Penso que seja isso.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:51]: Ok. E em relação a este… aos tipos de enunciados, alguma, alguma diferença que, que consigas notar, assim…?

<u>Aluno 2</u> [00:01:58]: Não, eu acho que sejam os dois claros

<u>Entrevistadora</u> [00:02:00]: Ok. Então, por fim, uh… vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que lhes são propostas, e as que te foram propostas, estas que aqui estão, são especialmente favoráveis ao desenvolvimento de RM e CM.

Consideras que estas tarefas te levaram a querer mobilizar estas capacidades mais do que as tarefas "normais"? E porquê?

Aluno 2 [00:02:27]: Sim, eu acho que sim, porque como eu disse, vai mais à frente, ou seja, nós temos de pensar um pouco mais à frente, não só como no manual que é um pouco mais saber, uh, a matéria, vá, em si, aqui faz-nos puxar pela cabeça, relacionar as coisas umas com as outras, também sabendo a matéria, mas um pouco mais além.

Entrevistadora [00:02:43]: Ok. Uhm, quais foram as principais dificuldades que sentiste na, na resolução destas tarefas?

Aluno 2 [00:02:49]: Uhm…, eu acho que… é a parte de associar tudo, ou seja, pensar de forma… lógica, uh… mas depois… quando começamos depois é fácil, ou seja, o difícil é começar com os dados que lá nos dão.

Entrevistadora [00:03:05]: É interpretar, se calhar.

Aluno 2 [00:03:06]: Sim, interpretar. Exatamente.

Entrevistadora [00:03:09]: Uhm… E qual é, qual é que é o tipo de tarefas que preferes resolver, estas ou as, ou as "normais"?

Aluno 2 [00:03:16]: Estas, talvez. Puxam mais por mim.

Entrevistadora [00:03:19]: É? É esse o motivo, porque puxam mais por ti?

Aluno 2 [00:03:21]: Sim.

Entrevistadora [00:03:22]: Ok. Damos, assim, por terminada esta entrevista. Muito obrigado pela tua colaboração.

<u>Entrevista Aluno 3</u>

Aveiro, 29 de Abril de 2016
Entrevistado: Aluno 3 – 8º ano de escolaridade

A _ Legitimação do questionário [00:00:00]

B_ Garantia de confidencialidade [00:00:27]

<u>Entrevistadora</u> [00:00:35]: Gostaríamos de começar… por… te pedir que nos fales um pouco de ti. Qual é a tua idade, qual é o teu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não da disciplina?

<u>Aluno 3</u> [00:00:49]: Uh, eu tenho 13 anos… gosto de Matemática, e… (dificuldade em entender o que a entrevistadora pretendia com o nível – a entrevistadora esclarece) o meu nível é 4.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:07]: Durante as aulas lecionadas pela docente titular, uh…, são te regularmente propostas tarefas para resolveres, certo?

Achas, uhm…, achas que existe alguma diferença notória entre as tarefas "normais" e as tarefas que eu te dei?

<u>Aluno 3</u> [00:01:26]: São um bocado mais complexas, mas não são muito mais difíceis.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:31]: Uh… podes indicar-nos algumas, algumas diferenças?

<u>Aluno 3</u> [00:01:26]: (tem dificuldade em identificar diferenças. A entrevistadora entrega-lhe as tarefas que o aluno resolveu para ele se recordar). Nós aplicamos… o que aprendemos nas aulas mas de forma um pouco mais complexa… os enunciados são… um pouco mais… difíceis de interpretar… e é isso.

<u>Entrevistadora</u> [00:02:12]: Uhm… e semelhanças entre ambas? Entre, entre estas tarefas e as normais?

<u>Aluno 3</u> [00:02:18]: A… aplicamos… os mesmos raciocínios… que a professora nos explica na aula.

<u>Entrevistadora</u> [00:02:27]: Uh, por fim, vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que lhes são propostas, e que as que te foram propostas aqui são especialmente favoráveis ao desenvolvimento do RM e da CM.

Consideras que estas três tarefas te levaram a querer mobilizar estas capacidades mais do que as tarefas "normais"?

<u>Aluno 3</u> [00:02:52]: Sim…

<u>Entrevistadora</u> [00:02:53]: Uh… quais foram as principais dificuldades que sentiste, a resolver estas tarefas?

<u>Aluno 3</u> [00:02:59]: Uh, eu lembro-me que na última que nós fizemos foi identificar, uh, as variáveis… e o sistema de equações, mas depois para resolver o sistema de equação foi, foi fácil.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:12]: Ok. E essa dificuldade na identificação das variáveis veio de onde?

<u>Aluno 3</u> [00:03:19]: hum… não sei.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:23]: Foi, uh, o enunciado que não estava muito claro, ou foi uma dificuldade que veio mesmo de, de ti?

<u>Aluno 3</u> [00:03:26]: Acho que foi uma dificuldade que vem mesmo de mim.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:28]: Ok. Uhm… E qual o tipo de tarefas que preferias resolver, se te dessem a oportunidade, estas ou as "normais"?

<u>Aluno 3</u> [00:03:37]: Uhm, acho que estas, porque desenvolviam mais… o raciocínio.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:41]: É, é esse o principal motivo, porque gostas de… de pensar?

<u>Aluno 3</u> [00:03:45]: Sim.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:47]: Ok. Damos, assim, por terminada a entrevista e muito obrigado pela tua colaboração.

<u>Entrevista Aluno 4</u>

Aveiro, 29 de Abril de 2016
Entrevistado: Aluno 4 – 8º ano de escolaridade

A _ Legitimação do questionário [00:00:00]

B_ Garantia de confidencialidade [00:00:27]

<u>Entrevistadora</u> [00:00:35]: Ora, para começar gostaríamos de começar por lhe pedir que nos fale um pouco sobre, sobre si. Qual é a sua idade, qual é o seu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não da disciplina?

<u>Aluno 4</u> [00:00:48]: Uh, eu a Matemática costumo ter 3, e… tenho de dizer a minha idade? (a entrevistadora anui)…Eu tenho 13 anos… e apesar de ter dificuldades a Matemática eu gosto muito de Matemática.

<u>Entrevistadora</u> [00:00:59]: Ok. Ora, continuando. Durante as aulas lecionadas pela docente titular, são te regularmente propostas tarefas para resolveres, certo? Geralmente são do manual.

Uhm… achas que existe alguma diferença notória essas tarefas, ditas "normais", e estas que a gente te propôs?

<u>Aluno 4</u> [00:01:21]: Não, não há grande diferença. Se calhar o nível, numa tarefa destas é assim, um bocadinho mais exigente, mas nada de, nada de mais… não… não é uma diferença notória.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:31]: Ok. Uhm… e semelhanças, há alguma?

<u>Aluno 4</u> [00:01:33]: Sim, sim. O tipo de exercício costuma ser o mesmo, com fórmulas que nós apl, aplicamos também nas aulas.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:41]: Sim senhora. Ora, para terminar… vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que são propostas, e que estas que aqui estão, uhm… são especialmente favoráveis ao desenvolvimento de CM e de RM.

Consideras que estas tarefas te levaram a querer mobilizar estas capacidades mais do que as tarefas "normais"? E porquê?

<u>Aluno 4</u> [00:02:07]: Uhm… Sim… estas tarefas ajudam a desenvolver um bocadinho a minha capacidade na Matemática porque levamos um pouco mais a sério, e… acho que é isso… levamos mais a sério e… temos mais oportunidades para, o facto de às vezes também a professora dizer para nós "escrevam tudo aquilo que pensam" ajuda também depois noutras situações também a pensar assim

<u>Entrevistadora</u> [00:02:30]: Ok, sim senhora. Uh… quais foram as principais dificuldades que sentiste na resolução destas tarefas?

<u>Aluno 4</u> [00:02:36]: Uh… achar, talvez, assim a fórmula para resolver, mas depois de encontrar a fórmula já consigo resolver, e, uh…, escrever a resposta, mas até encontrar a fórmula que traduz a resolução do problemas, é a coisa mais complicada…

<u>Entrevistadora</u> [00:02:51]: E essa dificuldade adveio de onde? O que achas?

<u>Aluno 4</u> [00:02:56]: Não sei, não sei… talvez a interpretação de… do problema, talvez se estivesse dito de outra maneira, mas isso também faz parte para avaliar a nossa capacidade de raciocínio, mas… talvez… a interpretação… da… das frases do problema…

<u>Entrevistadora</u> [00:03:09]: Uhm… acho que está tudo… as principais dificuldades… está tudo. Damos, assim, por terminada esta entrevista. Muito obrigado pela tua colaboração.

<u>Entrevista Aluno 5</u>

Aveiro, 3 de Maio de 2016
Entrevistado: Aluno 5 – 8º ano de escolaridade

A _ Legitimação do questionário [00:00:00]

B_ Garantia de confidencialidade [00:00:26]

<u>Entrevistadora</u> [00:00:35]: Gostaríamos de começar por te pedir que nos fales um pouco sobre ti. Qual é a tua idade, qual é o teu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não da disciplina?

<u>Aluno 5</u> [00:00:46]: Uh… Eu tenho… 13 anos. Uh… tenho 4 normalmente, às vezes tenho 5, mas é um 5 assim meio tremido… e… gosto de Matemática.

<u>Entrevistadora</u> [00:00:57]: Muito bem. Ora a seguir… Durante as aulas lecionadas pela docente titular, são te regularmente propostas tarefas para resolveres, geralmente do manual adotado.

Achas que existe alguma diferença notória entre essas tarefas, ditas… "usuais" e as que a… que eu te propus?

<u>Aluno 5</u> [00:01:18]: Uh… penso que tive de desenvolver mais nestas do que nas do manual.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:23]: Então existe uma diferença que tu consigas notar, não é? [a aluna anuiu] **Ok. Então "sim". E podes indicar-nos algumas dessas diferenças?**

<u>Aluno 5</u> [00:01:33]: Uh [riso] talvez, porque aqui, tenho de escrever mais e… para encontrar o resultado tenho de fazer mais coisas… depois… não tem muita diferença os enunciados, penso que ambos têm o mesmo nível de dificuldade…

<u>Entrevistadora</u> [00:01:53]: Ok. Ótimo. Uh, para acabar, vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que lhe são propostas, e que estas, estas que aqui estão, são especialmente favoráveis ao desenvolvimento de RM e CM.

Consideras que estas tarefas te levaram a querer mobilizar estas capacidades mais do que as tarefas "normais"? E porquê?

<u>Aluno 5</u> [00:02:20]: Sim, uh… fez-me acreditar que… uhm… consigo resolver… mas… que temos de trabalhar para chegar lá, e… não sei… como é que era a pergunta?

<u>Entrevistadora</u> [00:02:34]: Uhm… a pergunta era se consideras que mobilizaste mais o raciocínio e a comunicação com estas tarefas do que com a normalmente nas aulas.

Aluno 5 [00:02:44]: Sim.

Entrevistadora [00:02:46]: Ok. E quais foram as principais dificuldades que tu sentiste?

Aluno 5 [00:02:49]: [Risos] Uh, em alguns a interpretação, noutros… mesmo os cálculos…

Entrevistadora [00:02:56]: Nalguns em quais, em quais é que foi a interpretação?

Aluno 5 [00:02:59]: [recorre as suas produções para mostrar à entrevistadora que as suas dificuldades de interpretação se revelaram na primeira questão da tarefa 1, na tarefa 2 e na tarefa 3, pergunta 2].

Entrevistadora [00:03:17]: Ok. Uhm… E só para acabar, qual é o tipo de tarefas que preferes resolver, estas três ou as "normais" das aulas?

Aluno 5 [00:03:26]: Estas três.

Entrevistadora [00:03:28]: E porquê?

Aluno 5 [00:03:28]: Acho que é mais interessante, porque gosto de ler os enunciados e eu própria compor um gráfico em vez de, por exemplo nos, nos triângulos, em vez de nos darem as medidas eu estar a ler o enunciado e a registar as medidas para depois resolver.

Entrevistadora [00:03:41]: Ótimo. Sim senhora. Damos, assim, por terminada esta entrevista, e muito obrigado pela tua colaboração.

Entrevista Aluno 6

Aveiro, 3 de Maio de 2016
Entrevistado: Aluno 6 – 8º ano de escolaridade

A _ Legitimação do questionário [00:00:00]

B_ Garantia de confidencialidade [00:00:26]

Entrevistadora [00:00:35]: Gostaríamos de começar por te pedir que nos fales um pouco sobre ti. Qual é a tua idade, qual é o teu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não da disciplina?

Aluno 6 [00:00:46]: Tenho… 14 anos. Uh… gosto da disciplina… Qual é que era a outra pergunta? **[a entrevistadora repete a pergunta relativa ao nível do aluno na disciplina]**… é 4.

Entrevistadora [00:00:56]: Uhm... Durante as aulas lecionadas pela docente titular, uh, são te regularmente propostas tarefas para resolveres, que geralmente são do teu manual, certo?

Achas que existe alguma diferença notória entre essas tarefas e estas três que eu te propus?

Aluno 6 [00:01:15]: As tarefas do não para escrever… exaus…escrever… detalhadamente, são mais para dar resposta e ver os cálculos que foram necessários, apenas.

Entrevistadora [00:01:27]: Ok. E em termos do grau de dificuldade, o que é que tu achas? Achas que existe diferença?

Aluno 6 [00:01:31]: Não muita… porque… esta aqui é para escrever muito, fazer muitas contas, mas o grau de dificuldade em si não é muito elevado.

Entrevistadora [00:01:41]: Ok. Uhm… então há algumas diferenças que tu consigas notar entre os dois tipos de tarefas?

Aluno 6 [00:01:49]: Sim… como eu já disse, explicar detalhadamente, uh…

Entrevistadora [00:02:03]: E mais em termos de, sei lá, enunciados, ou processos que tenhas de fazer para desenvolver… achas que há alguma diferença?

Aluno 6 [00:02:08]: Não muita.

Entrevistadora [00:02:16]: Ok. Uhm… por fim, vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que lhes são propostas, e que estas três, uh…, são especialmente favoráveis ao desenvolvimento de RM e CM.

Consideras que estas tarefas te levaram a mobilizar estas capacidades mais do que as tarefas "normais"? E se sim, porquê?

Aluno 6 [00:02:40]: Sim, porque eu tive, uh, tive de explicar muito mais, tive de fazer mais contas, e isso ao fazer uma tarefa destas, o que normalmente demorava menos tempo no manual, demorou, duas delas demoraram uma aula inteira, e isso… temos que pensar mais, calcular…

Entrevistadora [00:02:58]: Ok. Ok. Uh, quais foram as principais dificuldades que sentiste ao resolver estas três tarefas?

Aluno 6 [00:03:05]: No início foi um bocadinho confuso… porque a matéria também era… foi aprendida recentemente… mas cada vez tornou-se um bocado mais fácil…

Entrevistadora [00:03:21]: E tornou-se mais fácil porquê? Porque te foste habituando ao tipo de tarefa, ou porque...

Aluno 6 [00:03:28]: Acho que foi mais porque me fui habituando… no início 'tava a explicar de uma maneira diferente do que no final e no início demorei muito mais tempo.

Entrevistadora [00:03:38]: Muito bem. Uh… E qual é o tipo de tarefas que preferes resolver, estas ou as "normais"?

Aluno 6 [00:03:45]: Estas, porque acho que são mais divertidas, porque… eu também gosto de pensar e de calcular… mas… acho que são estas.

Entrevistadora [00:03:58]: Muito bem. Damos, assim, por terminada esta entrevista. Muito obrigado pela tua colaboração.

<u>Entrevista Aluno 7</u>

Aveiro, 3 de Maio de 2016
Entrevistado: Aluno 7 – 8º ano de escolaridade

A _ Legitimação do questionário [00:00:00]
B_ Garantia de confidencialidade [00:00:29]

<u>Entrevistadora</u> [00:00:37]: Gostaríamos de começar por te pedir que nos fales um pouco sobre ti. Qual é a tua idade, qual é o teu nível na disciplina de Matemática, e se gostas ou não da disciplina?

<u>Aluno 7</u> [00:00:47]: uh… tenho 13 anos. Uh… tenho 5 a Matemática, mas desci do 1º para o 2º período, uhm… gosto da disciplina, acho que… podemos aplicar no dia-a-dia.

<u>Entrevistadora</u> [00:01:06]: Ok, ótimo. Uhm… O nosso foco na implementação das tarefas, a serem realizadas individualmente, era de fornecer um ambiente onde os alunos pudessem mobilizar certas capacidades comuns às mais diversas disciplinas e situações do dia-a-dia, sendo elas, em particular, o Raciocínio matemático (RM) e a Comunicação Matemática (CM).

Uh, em relação a esta tua tarefa [refere-se à tarefa 2], a esta que eu tenho algumas perguntas para te fazer. Porquê? Porque… eu reparei que a tua primeira frase foram "Os números inteiros de 10 a 19 podem representar o peso", certo? Ou seja, o que é que acontece aqui? Tu começas por me dizer qual é que é o resultado, que é uma coisa um bocadinho fora do comum, certo? Uhm… e eu gostaria de saber como é que tu chegaste a estes… a estes resultados.

<u>Aluno 7</u> [00:02:03]: Uh… eu… não sei [risos]… uh… porque como o peso tinha de ser menor o que 20 eu fui… eu para chegar a esta conclusão fui ver co, co… que na prime, no primeiro esquema o pe, o peso já, já se sabia que era 20 gramas, então o da, o outro prato teria de ser menor. Depois, no segundo esquema tinha… 30 como peso… então… fui ver que o peso tinha de ser superior a 38… sim… e de, de quatro blocos, por isso depois fui ver qual era o número que daria para, a dividir por quatro, seria inferior a, a… a 20… mas que fosse… vezes quatro que fosse superior a 38.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:24]: Ou seja, tu olhaste para os esquemas e foste raciocinando e pensando e construindo esses números, não fizeste contas no início?

<u>Aluno 7</u> [00:03:33]: Não, não.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:34]: Foi mesmo o teu processo de observação daqui e, e viste quais eram os números que podiam ser.

<u>Aluno 7</u> [00:03:41]: Sim.

<u>Entrevistadora</u> [00:03:41]: Ok. Uhm… e depois este textinho todo que tu fizeste aqui… uhm… o… qual é… qual é que seria o, o teu objetivo com este texto? O que é que tu achas que tu querias fazer ao escrever este texto?

<u>Aluno 7</u> [00:03:58]: Acho que era explicar o procedimento… que me levou a chegar à resposta do problema.

<u>Entrevistadora</u> [00:04:04]: Ok. É mesmo explicar, não é? [o aluno anuiu]. **Muito bem. Ora vamos continuar.**
Durante as aulas lecionadas pela docente titular, são te regularmente propostas tarefas para resolveres, geralmente do manual adotado, não é?

Achas que existe alguma diferença notória entre estas três tarefas e as tarefas "normais"?

<u>Aluno 7</u> [00:04:27]: Eu acho que sim, porque… as tarefas deste género são mais… acho que têm mais a ver com pensamento e não… têm a ver com a matéria mas… acho que introduzem a matéria várias vezes, e talv… acho que fazem mais pensar do que as tarefas do manual, são mais… mesmo sobre a matéria e com problemas numéricos… acho que é mais explicar para entender como é que chegamos…

<u>Entrevistadora</u> [00:04:56]: aos resultados, não é? Muito bem. Por fim, vários investigadores consideram que a aprendizagem dos alunos está relacionada com o tipo de tarefas que lhes são propostas, e que estas três, uhm…, são especialmente favoráveis ao desenvolvimento de CM e de RM.

Consideras que estas tarefas te levaram a querer mobilizar estas capacidades mais do que as outras tarefas? Porquê?

<u>Aluno 7</u> [00:05:22]: Eu acho que sim, porque… penso que estas tarefas… fazem-nos, como já tinha referido, raciocinar mais… e… penso que é mais, é mais diferente, embora mobilize os outros conhecimentos que estamos a abordar na matéria, penso que também… nos permite… pensar mais e… refletir mais sobre o problema e ver como é que chegamos às respostas… e procurar uma resolução…

<u>Entrevistadora</u> [00:05:52]: Muito bem. Uh…, quais foram as principais dificuldades que sentiste na, na resolução destas tarefas?

<u>Aluno 7</u> [00:06:00]: Uh…pois, eu julgo que as tarefas são um pouco… mai, são fora do normal, por isso…

<u>Entrevistadora</u> [00:06:10]: Fora do normal como?

<u>Aluno 7</u> [00:06:11]: Uh… não são bem de números, como já tinha dito…

<u>Entrevistadora</u> [00:06:14]: Então, não são de resolução direta, não é?

<u>Aluno 7</u> [00:06:17]: Exato. Então nós para chegar teríamos de fazer vários procedimentos, etc., e… [risos]

<u>Entrevistadora</u> [00:06:27]: E quais foram as principais dificuldades?

<u>Aluno 7</u> [00:06:29]: Ah! Então, eu acho que nós para encontrar uma resolução, por exemplo nesta tarefa [mostra a tarefa 3 à investigadora], exato, nós tivemos… vários colegas tiveram de apagar e voltar a procurar uma resolução porque não estava a dar…

tiveram algum erro, etc., porque não percebi… acho que é mais interpretar o problema… e fazer com que, a partir do enunciado, nós conseguimos resolver.

Entrevistadora [00:06:57]: Porque estou a ver aqui na, na, na primeira pergunta da tarefa 3 que tu chegaste a uma solução, e está lá escrito “errado”. Porquê?

Aluno 7 [00:07:08]: Porque… eu vi que, conforme o enunciado, se fossemos aplicar estes números ao enunciado não daria certo.

Entrevistadora [00:07:16]: Ou seja, até te deu números, uhm…, que fazem sentido, não é, mas depois procedeste à verificação, a um tipo de verificação, e verificaste que não, que não podia ser, não é?

Aluno 7 [00:07:28]: Sim.

Entrevistadora [00:07:29]: Então aqui tiveste mesmo necessidade de depois do processo todo ir ver se realmente podia ser ou não?

Aluno 7 [00:07:36]: Sim, porque… como o enunciado já nos diz certos dados, depois nós vamos ver e afinal não era… e tentamos por outros processos…

Entrevistadora [00:07:45]: Ok. E nos problemas “normais”, ou nos exercícios “normais” efetuados durante a aula, tu costumas fazer isso, a verificação?

Aluno 7 [00:07:53]: … depende. Eu acho que só… faço mais quando tenho mais dificuldades, porque quando me parece que é um resultado que se aplica ao enunciado… e que… se aplica ao problema, eu não costumo fazer, porque… penso logo que está, que estará certo e que não há necessidade de verificar.

Entrevistadora [00:08:17]: Ok. Muito bem. Uh… só para acabar, qual é que é o tipo de tarefas que tu preferes resolver, estas três ou as “normais”, as que… resolves durante a aula?

Aluno 7 [00:08:26]: Eu acho que estas três têm um nível de, nem é bem dificuldade, mas talvez de interpretar e de depois aplicar, e acho que nos fazem refletir mais, por isso acho que mobilizam mais os conhecimentos, porque depois nos outros problemas como já tivemos mais dificuldades a fazer estes, acho que já… começamos a ganhar prática e a perceber melhor, e é mais fácil porque achamos que como estes são mais difícil, os outros são mais fáceis e… já temos mais tempo… Então eu acho que estas tarefas são… mais… formativas e penso que são… ajudam mais talvez a perceber a matéria a mobilizar.

Entrevistadora [00:09:03]: Então preferirias estas…?

Aluno 7 [00:09:05]: Sim, penso que sim.

Entrevistadora [00:09:07]: Muito bem. Damos, assim, por terminada esta entrevista. Muito obrigado pela tua colaboração.