



Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

**CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA**





**CUADERNOS
CONSEJO EDITORIAL**

Presidente/President

D. Eduardo Olier (Instituto Choiseul)

Director/Editor

D. Agustín González Enciso (Universidad de Navarra)

**Consejo Editorial/Editorial Advisory Board
Subdirector**

D. Alfredo Cruz (Universidad de Navarra)

Editoras

D^a. Cristina Bozal (Universidad de Navarra)
D^a. Marina Martínez (Universidad de Navarra)

Consejo Editorial/Editorial Advisory Board

D. Horst Albach (Universidad de Bonn. Alemania)
D. Rafael Alvira Domínguez (Universidad de Navarra)
D^a Reyes Calderón Cuadrado (Universidad de Navarra)
D. Tomás Calleja Canelas (Fiatlux. España)
D. José Luis Carranza Ortiz (BBVA. España)
D. Ricardo Crespo (Universidad de Cuyo y Universidad Austral)
D. Pier Paolo Donati (Universidad de Bolonia. Italia)
D. José Antonio García-Durán (Universidad de Barcelona. España)
D. Santiago García-Echevarría (Universidad de Alcalá. España)
Dña Mary Ann Glendon (Harvard Law School. EE.UU.)
D. Joan Fontrodona (IESE. Universidad de Navarra)
D. Alejandro Llano Cifuentes (Universidad de Navarra)
D. Enrique Martín López (Universidad Complutense de Madrid. España)
D. Miguel Alfonso Martínez-Echevarría (Universidad de Navarra)
D. José Manuel Morán Criado (Consejo Económico y Social de España)
D. Rafael Rubio de Urquía (Universidad Autónoma de Madrid. España)
D. Alfonso Sánchez Taberner (Universidad de Navarra)
D. Eugenio Simón Acosta (Universidad de Navarra)
D. Alejo J. Sison (Universidad de Navarra)
D. Guido Stein (IESE. Universidad de Navarra)
D. Stefano Zamagni (Universidad de Bolonia. Italia)

Los Cuadernos recogen ensayos sobre temas relacionados con la empresa y el mundo de las humanidades. Son escritos de empresarios, académicos y miembros del Instituto.

CUADERNO N^o 125 julio de 2014

© Instituto Empresa y Humanismo. Universidad de Navarra

31080 Pamplona. España

e-mail: cbozal@unav.es y marina@unav.es

http:// www.unav.es/empresayhumanismo

Edita: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Navarra, S. A.

ISBN: 978-84-8081-427-0

Depósito Legal: NA-1026/2014

Diseño y producción: IDAZLUMA, S.A.

Impreso en España





ÍNDICE

Introducción	7
I. Certeza y modernidad	13
1. Las matemáticas y el problema epistemológico	13
2. La física de Newton: los fundamentos del cálculo	15
3. La interpretación kantiana de la física de Newton	17
4. La “física matemática”: el “sueño” de Laplace	21
5. La “psíquica matemática”: el “sueño” de Walras.....	23
II. La crisis de la matemática moderna	31
1. Los números y la teoría de conjuntos.....	31
2. El debate sobre la naturaleza de la matemática.....	32
a) Logicismo.....	33
b) Intuicionismo.....	34
c) Formalismo y axiomaticismo.....	36
d) Conjuntismo y bourbakismo.....	41
3. El desenlace de la crisis: La imposibilidad de la consistencia	42
III Las “matematizaciones” de la economía en el siglo XX	47
1. Una economía sin matemáticas	47
a) La primera “matematización” de la economía	52
b) El significado de los “teoremas de punto fijo”	61
c) El fracaso de la primera “matematización”	65
d) La segunda “matematización”	68
e) Los límites del enfoque axiomático de la economía	78
IV Epistemología, antropología y el problema económico	85
1. La lucha por la certeza	85
2. El enfoque epistemológico del problema económico.....	89
3. Una valoración antropológica de las “matematizaciones” de la economía.....	93



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

3







“Uno de los rasgos más característicos de la moderna teoría económica es el uso extensivo de símbolos, fórmulas, ecuaciones, y otras expresiones matemáticas. Los libros y artículos modernos sobre economía están ‘llenos de matemáticas’. Muchos economistas consideran que la ‘economía matemática’ es una rama separada de la economía. La cuestión que entonces se plantea es cual es la diferencia entre la ‘economía matemática’ y la ‘matemática’. ¿Un sistema de ecuaciones, por ejemplo, se hace menos matemático y más económico simplemente por llamar a x ‘consumo’, a y ‘precio’, etc.?”

Del capítulo introductorio “Abstracts Models and Reality”, en Haavelmo, T. (1944),
The Probability Approach in Econometrics.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

5







INTRODUCCIÓN

A partir del siglo XVII, como reacción a la crisis epistemológica planteada al final de la baja Edad Media, se desarrollaría un largo y persistente empeño por lograr un conocimiento certero. De este modo se quería asegurar el progreso de las ciencias y una vida humana cada vez más confortable. Quedaba así planteado lo que se ha dado en llamar “problema epistemológico”: la pregunta por las posibilidades y certezas del conocimiento humano.

Para Descartes, debido a su certeza y rigor, las matemáticas debían ser el modelo de este nuevo modo de plantear el avance del conocimiento. Pensaba que debajo de la realidad sensible había una estructura estable que podría ser formulada con el rigor de las expresiones matemáticas. Compartía lo que ya había dicho Galileo: que el “libro de la Naturaleza estaba escrito en lenguaje matemático”.

¿De donde provenían la certeza y el rigor del conocimiento matemático? Para Descartes se trataba de ideas claras y distintas, innatas a todos los hombres, independientes y anteriores a toda experiencia. Una postura que tuvo en principio una amplia aceptación. No obstante, poco a poco, lo largo de un debate de casi dos siglos se pondría de manifiesto que los fundamentos de las matemáticas no eran tan evidentes como en una primera impresión podía parecer.

En el marco del nuevo enfoque iniciado por Descartes, la economía moderna, que se constituyó a partir de finales del siglo XVIII, intentó ajustarse a las exigencias del método matemático. Así, los fisiócratas se propusieron construir la economía como una “aritmética política”, es decir, una ciencia capaz de dar expresión matemática a las leyes universales e inamovibles que supuestamente regulaban el orden social.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

7



A lo largo de estas líneas trataremos de poner de manifiesto cómo el desarrollo de la teoría económica, desde sus inicios, pero de modo especial en el siglo pasado, ha estado muy condicionado por los debates sobre los fundamentos de la matemática, y en un sentido más hondo, por los diversos enfoques del subyacente problema epistemológico.

Comenzaremos nuestra exposición con una breve descripción de los distintos modos de entender el fundamento de la matemática en los dos últimos siglos¹. Un suceso decisivo fue la aparición del cálculo o análisis real, clave para el desarrollo de la física de Newton, que daría lugar a un interesante problema filosófico: el concepto de infinitésimo, inseparable de temas no menos complejos como los de continuidad y causalidad.

A continuación veremos cómo el debate sobre el sentido epistemológico de la física de Newton, y sobre todo el intento de superar el escepticismo de Hume sobre el fundamento racional de la ciencia moderna, llevarían a Kant a dar una nueva e interesante interpretación de las matemáticas, que se corresponde de modo muy ajustado con su propia teoría del conocimiento.

Coincidiendo con el enfoque epistemológico de Kant, en el paso del siglo XVIII al XIX, se llevaría a cabo en Francia la elaboración de la “física-matemática”, algo así como una versión espectral o “matematizada” de la física de Newton, que tendría un notable éxito que duraría hasta prácticamente finales del siglo XIX. El llamado “sueño de Laplace”, que a continuación se expone, representa un paradigma de lo que se pensa-

¹ Nos hemos apoyado en autores que han tratado no solo la historia de la matemática, sino también la filosofía de la matemática. En concreto, en los trabajos de David Bostock (2009), Hermann Weyl (2012), Stephen C. Kleene (1977), James R. Brown (2008) y Morris Kline (1972, 1980).





ba que se podría llegar a conseguir siguiendo este nuevo y muy admirado método científico.

El éxito práctico y el prestigio social que pronto adquiriría la “física-matemática” provocaron que muchos economistas pensaran que también el problema económico debía ser planteado en términos muy similares a los de la nueva física matematizada. Eso daría lugar al nacimiento de una corriente que pretendía construir la economía como una psíquica-matemática, en paralelo con la física-matemática. Se abrió así una nueva visión del problema económico que culminaría en lo que he llamado el “sueño de Walras”², que describiremos más adelante, y que tanta influencia tendría en el desarrollo de la teoría económica del siglo XX.

Como en todo ese proceso tuvo una especial relevancia el papel asignado por Kant a las matemáticas en la configuración del método de la ciencia moderna, nos ha parecido conveniente dedicar unas pocas líneas a las causas más inmediatas que llevaron a la grave crisis padecida por la matemática a finales del siglo XIX.

Una vez explicada la naturaleza de esa crisis de modo resumido, exponremos los rasgos más característicos de las distintas corrientes en el modo de entender la matemática en las que desde entonces se ha fracturado la filosofía de las matemáticas. Unas corrientes que, como tendremos ocasión de ver, han tenido una influencia decisiva en la configuración de la teoría económica reciente.

La parte más importante de este trabajo está dedicada a exponer de modo más detallado las formas concretas en que se ha llevado a cabo la influencia de la crisis matemática en el seno de lo que vamos a lla-

² Para esta parte hemos hecho un amplio uso de los trabajos de Philip Mirowski (1989), Milic Capek (1965) y Paolo Mancosu (1996).





mar tradición walrasiana de la economía. No obstante, para poder entender todo este largo y complejo proceso de construcción de la teoría económica moderna nos ha parecido necesario prestar atención a la postura de otros economistas, como A. Marshall, pero de modo especial la de J. M. Keynes, que se resistieron a la idea de que el método de la física matemática fuera el idóneo para enfrentarse con el problema económico.

A continuación expondremos lo que hemos llamado la primera “matematización” de la economía. Un proceso que tendría lugar en los Estados Unidos de América, después de la II Guerra Mundial, en la que tendría una patente influencia la corriente formalista y axiomática de la matemática³. De modo más concreto expondremos la génesis y estructura del modelo de equilibrio general desarrollado en los años cincuenta del siglo pasado por K. Arrow y G. Debreu. También las causas de que este modelo, que a mitad del siglo XX llegó a ser considerado como el paradigma de lo que debía ser la teoría económica, unos pocos años después acabara por quedar arrinconado.

A continuación nos enfrentaremos con la segunda “matematización” de la economía, que tuvo lugar a partir de los años setenta del siglo pasado. Expondremos la razón que llevó a plantear la explicación del ciclo económico en términos del planteamiento formalista axiomático. De ese intento surgiría la llamada “nueva síntesis neoclásica”, de la cual han derivado los modelos de equilibrio general dinámico estocásticos que constituyen el núcleo de la teoría económica. En la actualidad, esa

³ En esta parte hemos seguido el trabajo clásico de E. Roy Weintraub (2002) y el de Bruna Ingraio y Giorgio Israel (1990).





es la doctrina dominante en casi todos los departamentos universitarios de economía⁴.

En la última parte del trabajo haremos una valoración antropológica de esos intentos de “matematización” de la economía. Comenzaremos por señalar cómo el deseo de certeza de la modernidad ha llevado a plantear el problema económico desde una perspectiva epistemológica, lo cual ha suscitado serias dificultades y contradicciones.

El objetivo que hemos perseguido a lo largo de este trabajo es ayudar al lector a formarse una opinión más informada de las posibilidades que tienen las matemáticas en el correcto enfoque del problema económico.

La extensión y complejidad de los problemas que se tratan a lo largo de estas líneas, y el deseo de no excedernos en su extensión, nos ha obligado a ser escuetos en la presentación de muchos de ellos. Por ese motivo nos ha parecido conveniente añadir una extensa bibliografía, lo más reciente posible, para que el lector pueda contrastar y ampliar por sí mismo muchos de los problemas que prácticamente nos hemos limitado a enunciar.



⁴ Para esto hemos hecho un amplio uso del libro editado por D. Colander (2006), así como del editado por J. B. Davis y D. W. Hands (2011).







I. CERTEZA Y MODERNIDAD

Las matemáticas y el problema epistemológico

Según hemos dicho, para Descartes la matemática se fundaba en ideas innatas, previas e independientes de la experiencia sensible. Ahora bien, ¿cómo se puede garantizar la correspondencia entre las cosas pensadas, y expresables de modo matemático, con las cosas reales, las que existen fuera de la mente? La solución de Descartes consistió en apelar directamente a Dios, que no puede engañarnos.

Esa separación tan radical entre pensamiento y realidad no sería compartida por los llamados empiristas británicos, como Locke y Hume, para quienes las ideas no podían ser innatas sino que provenían de los sentidos.

No obstante, para Locke, aunque las ideas no fuesen innatas y surgieran de lo sensible, el conocimiento debía entenderse como un proceso psicológico en el que, a partir de las sensaciones más simples, bajo la continua y atenta vigilia de la razón, se podía garantizar que las ideas resultantes estaban exentas de falsedad y engaño⁵. Es decir, daba Locke por supuesto que la razón sería capaz, por sí misma, de no dejarse engañar por los sentidos. Vista así la formación de las ideas no quedaba claro que con ese proceso, que Locke llamaba abstracción, se evitase el innatismo de las ideas, ni que su propuesta epistemológica evitase la ruptura entre las ideas y las cosas.

⁵ Para Locke el conocimiento es un proceso, en el que las ideas se elaboran con el paso del tiempo mediante procesos psicológicos. No lo entiende como un acto en el que hay verdad desde el principio, sino como un proceso que no siempre lleva a la verdad, por lo que es imprescindible la vigilia de la razón, que no puede equivocarse.





Hume comenzó por criticar el proceso de formación de las ideas defendido por Locke. No estaba dispuesto a admitir que la razón, por sí sola, fuese capaz de asegurar la debida “corrección” de ese proceso. En su opinión, la razón humana solo alcanzaba la singularidad de las cosas. De modo que las ideas solo podían ser resultado de una tendencia humana a agrupar con un mismo nombre todo lo que bajo un cierto aspecto fuese común a un conjunto de singulares. Así, por ejemplo, tenemos tendencia a llamar triángulo a todo lo que por costumbre se ha llamado siempre de esa manera, sin que sea posible definir con claridad en qué consiste la condición de triángulo.

Este escepticismo de Hume le llevaría a sostener que toda teoría, como la física de Newton, estaba compuesta de “relaciones de ideas”, juicios analíticos o tautologías, independientes de la experiencia, y por “hechos”, juicios sintéticos, que dependen de la experiencia. Los primeros no añaden nada a lo que ya se conoce, mientras que los segundos son fuentes de nuevos conocimientos. No obstante, de los “hechos” no se puede decir que sean verdaderos ni falsos, pero ayudan a resolver los problemas más prácticos e inmediatos.

No admitía, por tanto, la posibilidad de una ciencia racional, capaz de llegar al establecimiento de leyes universales, válidas siempre y en cualquier lugar. Desde su punto de vista los fundamentos de las matemáticas en absoluto eran ideas claras y distintas, por lo que la relación entre ellas siempre sería ambigua y cambiante. No veía cómo la razón humana podía manejarse frente a un concepto como el de infinito, esencial para el desarrollo de las matemáticas, sin incurrir en algún tipo de contradicción. En ese sentido, aunque la esencia de las matemáticas era ocuparse de establecer relaciones entre nuestras ideas, puesto que no eran rigurosas ni universales, las matemáticas nunca podrían ser las garantes de todo conocimiento, tal como había propuesto Descartes. Nuestro conocimiento nunca se podría situar más allá de la oscuridad

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

14 Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





de lo sensible, por lo que no quedaba más remedio que apoyarse en la costumbre y el prejuicio.

La física de Newton: los fundamentos del cálculo

Descartes había tratado de ampliar la geometría para dar entrada al movimiento. Su objetivo había sido que este último pudiera ser explicado por vía deductiva, a partir de las ideas *a priori* de espacio y tiempo. Este intento de extender a la física, estudio del movimiento, el rigor de la matemática, fracasaría por las razones que trataremos de exponer a continuación.

El problema es que para explicar –en el sentido de predecir– los movimientos de los cuerpos, se hace imprescindible recurrir a conceptos tales como inercia, masa y fuerza, etc., llamados “hechos”, en el lenguaje de Hume, que solo se pueden experimentar, pero que no pueden ser pensados *a priori*. Por ese motivo, una física “pura” y deductiva, como la que pretendía Descartes, se encontró con dificultades insuperables.

El éxito sería para una física empírica o “impura”, como la de Newton, en la que se daba entrada a conceptos como los de masa y fuerza, que como él mismo reconoció con su famosa frase *hypotheses non fingo*, no podía decir nada cierto sobre su verdadera naturaleza. Un tipo de física en la que la matemática no era la que determinaba la realidad, como pensaba Descartes, sino un instrumento para simplificar la descripción de los movimientos que pueden medirse con el metro y el reloj.

Más en concreto, Newton se propuso usar las matemáticas para representar fenómenos como la velocidad y la aceleración. Eso le llevaría a diseñar una nueva rama de la matemática: el cálculo, que sería de gran importancia para el nacimiento de la ciencia moderna. La principal ventaja era que permitía dar expresión numérica a conceptos como la velocidad y la aceleración, esenciales para el estudio del movimiento.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





De ese modo Newton llegaría a formular el concepto de velocidad instantánea, muy útil desde el punto de vista del cálculo, pero ambiguo desde el punto de vista del rigor de las matemáticas. Suponía dar entrada al concepto de infinitésimo, inexplicable desde el punto de vista de la lógica, como reconocieron tanto el mismo Newton como Leibniz.

El desarrollo posterior del cálculo proporcionó importantes éxitos en la resolución de problemas prácticos, tanto en física como en ingeniería, pero al mismo tiempo no dejó de plantear graves problemas sobre el rigor y exactitud de su fundamento. ¿Cómo, por ejemplo, se podía explicar que la suma de un número infinito de rectángulos infinitesimales diese lugar a una figura finita? Para los físicos e ingenieros, el rigor lógico de la matemática era un problema de los filósofos, no de ellos, que se dedicaban a resolver problemas prácticos.

En 1821 A. L. Cauchy sería capaz de mejorar los fundamentos del cálculo mediante la introducción del concepto de convergencia, o límite de una serie numérica⁶. No obstante, pronto se pondría de manifiesto que las condiciones establecidas por Cauchy para la convergencia no estaban suficientemente garantizadas. Sería unos años después, en 1857, cuando Bolzano y Weierstrass⁷, cada uno por su cuenta, establecieron

⁶ Se puede consultar Kline, M. (1981), p. 174. Cauchy, en lugar de apoyarse en la intuición geométrica, intentó fundar el cálculo en la teoría de los números, en la intuición numérica o algebraica. Dio un criterio para la convergencia de una sucesión, pero no pudo probar su suficiencia, pues para eso se requería de un conocimiento de la teoría de los números del que no disponía.

⁷ En realidad Bolzano hizo una demostración anterior y muy parecida, como reconoció Weierstrass. Ver Courant, R. y Robbins, H. (1962), p. 323 y Kline, M. (1981), pp. 174 y 251. Las demostraciones de ambos teoremas no son constructivas, no encuentran el valor nulo o el máximo o mínimo de una función en un número finito de pasos, sino que solo demuestran su existencia o, mejor dicho, el absurdo de no admitir su existencia. Algo que, como veremos, no aceptarían los "intuicionistas", al no admitir tal tipo de teoremas.





el famoso teorema que lleva el nombre de ambos y que, aunque no resolvía el problema de fondo, libraba al cálculo de tener que recurrir al confuso concepto de infinitésimo.

La interpretación kantiana de la física de Newton

Kant se dio cuenta de que la física de Newton, desde el punto de vista del problema epistemológico, podía ser interpretada como una síntesis superadora entre el brillante, riguroso, pero infecundo racionalismo de Descartes, y el oscuro, confuso, pero fecundo irracionalismo o naturalismo de Hume. Admirado por sus éxitos, llegó a la conclusión de que el modelo que debía seguir la filosofía no era la certeza estéril de unas matemáticas puras, como había pretendido Descartes, sino la fecunda síntesis entre matemática y experimento, llevada a cabo por el genio de Newton⁸.

En su opinión, Newton había empleado la matemática como puente de unión, síntesis, entre el pensamiento abstracto y la realidad concreta tal como se observa a través de los medios de lo que en cada momento se dispone.

A la hora de explicar la posibilidad de esa síntesis, Kant sostendría que la clave era demostrar que los axiomas de las matemáticas debían entenderse como “juicios sintéticos *a priori*”. Una especie de puente o intermedio entre los “hechos” y las “relaciones de ideas”, según la terminología de Hume, o entre “juicios sintéticos *a posteriori*” y “juicios analíticos *a posteriori*”, según la terminología de Kant.

En cuanto puente entre el pensamiento y la experiencia, los “juicios sintéticos *a priori*”, por un lado serían independientes de la experiencia; por

⁸ Sobre la matemática en Kant ver Posy, Carl J. (2013).





otro lado, aunque provocados por esta última, formarían parte de la estructura cognitiva humana. En ese sentido, aunque no susceptibles de demostración analítica, no serían tautologías, sino que proporcionarían un incremento en el conocimiento. Estarían dotados de exactitud apodáctica, tanto en el plano de la experiencia como en el de la abstracción.

Según esto, en los “juicios sintéticos *a priori*”, fundamento de la matemática, habría una intuición especial que acompaña y hace posible la percepción sensible. Algo que surge espontáneamente, al mismo tiempo que lo percibido, que los hace distintos del puro pensamiento conceptual, de los “juicios analíticos *a priori*”. Constituyen por tanto evidencia de existencia, algo que no sucede con el puro pensamiento conceptual. No se sitúan en el plano de lo singular, como ocurre con la intuición física, ni en el plano de lo general, como ocurre con lo puramente conceptual. En este sentido, la intuición matemática estaría situada, para Kant, entre la intuición física y la conceptual.

La matemática tendría por objeto, según Kant, el estudio de las condiciones formales de la intuición empírica. Sería, por tanto, una ciencia *a priori*, una ciencia pura, situada más allá de las limitaciones del conocimiento empírico. De todos modos, insiste Kant, eso no impide tener presente la intuición física que subyace en el origen de la intuición matemática.

Lo propio de la ciencia empírica es la intuición física, la que se sitúa en el plano de lo procesal. Tiene que ver, por tanto, con el razonamiento recursivo, por lo que sus conclusiones y resultados son siempre provisionales y quedan como en suspenso. Se trata de una intuición que solo alcanza lo finito, pero no lo infinito. En este sentido, desde dentro de la naturaleza, plano de la física, no hay modo de afirmar con certeza si el universo es finito o infinito. No es posible intuir el universo como un

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





todo, como un objeto. Desde esta perspectiva, se podría decir que Kant era pesimista respecto de las posibilidades del conocimiento humano.

No obstante, de modo desconcertante y paradójico, Kant encontró un modo de superar ese pesimismo, para lo cual bastaba situarse en el plano de lo que llamaba filosofía trascendental. Solo situándose más allá de la naturaleza, dejando atrás la receptividad de lo sensible, se hacía posible superar los límites intelectivos del hombre concreto. Lo que no deja muy claro es cómo situarse en ese plano, si comienza por reconocer los muy estrechos límites del conocer humano.

Una vez situados en ese plano, ya no hace falta esperar y ver, ya no cabe invocar ignorancia, ni pesimismo. Se hace posible pensar en el universo como un todo, aunque no se pueda decir nada sobre su tamaño, pues no se trata de un objeto empírico, ni tiene existencia real. El inconveniente de ese extraño modo de ver la realidad es que desaparece la posibilidad de intuición física, y solo queda lo que él llamaba “intuición pura”. Todo lo que se puede captar desde ese plano es, por tanto, algo espectral. Pero tiene la considerable ventaja de que entonces la lógica clásica se hace plenamente válida. Es muy revelador que fuese precisamente esta forma de “intuición pura” la que impulsase el optimismo epistémico de Kant⁹.

Solo una vez situados en ese plano externo a lo sensible, más allá de la naturaleza, el espacio se convierte en una “intuición pura” o matemática. Al abstraer el contenido sensible de la percepción el espacio queda reducido a la pura forma de lo percibido. Es precisamente este espacio puro o abstracto el que permite diferenciar y relacionar los objetos percibidos, el que los constituye en tales objetos. En cualquier caso, el

⁹ Es muy significativo que, para Kant, además de la filosofía trascendental hubiese dos ciencias puras: la matemática y la ética.





espacio matemático no tiene estatuto ontológico alguno, no es un objeto. De modo que, desde las matemáticas, no se puede plantear la cuestión de su existencia. Como se puede comprobar, la matemática de Kant no es menos espectral que su filosofía trascendental.

De todas maneras, insistía Kant en que la intuición matemática se diferencia de la filosofía trascendental en que, de algún modo, conserva lo procesal y recursivo propio de los fenómenos de la naturaleza. Así, por ejemplo, el espacio puro o matemático preserva la intuición física del movimiento, que viene a ser como uno de sus componentes; un modo de insistir en que la intuición física es la fuente de la intuición matemática. Eso explica que, para Kant, el espacio matemático coincidiese con el euclídeo, pues siempre sería posible partir de una región finita y extenderla de modo recursivo a una región finita siempre mayor; un proceso de extensión que lleva al concepto de espacio infinito, basado en un algoritmo: seguir una rutina recursiva predefinida, cuya posibilidad está inserta en la intuición de espacio, pero que puede ser conceptualmente definido. Siempre existe la posibilidad de pasar de lo intuitivo a lo abstracto.

Una manifestación de esto último es que, para Kant, no somos capaces de pensar en una línea sin dibujarla en nuestro pensamiento¹⁰. Solo así, de forma recursiva, se hace posible captar el infinito del espacio, así como su indivisibilidad. En cualquier caso la legitimidad de la matemática y el cálculo procede del éxito en sus aplicaciones a problemas de la física, y se construye con vistas, precisamente, a resolver ese tipo de problemas.

¹⁰ Eso quiere decir que, para Kant, los puntos son límite, términos de movimientos descritos, lo cual no deja de ser una visión aristotélica de la continuidad en general.





Kant advertía del peligro de tratar los objetos matemáticos, situados en el plano de lo espectral, como si fueran objetos empíricos; eso llevaría a paradojas y contradicciones irresolubles. Insistía en que los hombres son seres finitos receptivos que no pueden captar el todo indeterminado, pero que, no obstante, tienden a proyectar su capacidad mental más allá de lo permitido, como por ejemplo, pensar el mundo como un todo. Había que evitar confundir lo real con lo pensado. Consideraba un grave error olvidar que lo conceptual no suministra información empírica, no incrementa el conocimiento.

Aunque Kant no pudo proporcionar una justificación adecuada para esta manera espectral de entender la matemática, su visión sería compartida por casi todos los científicos, al menos hasta finales del siglo XIX.

La física matemática: el “sueño” de Laplace

El enfoque espectral de Kant contribuiría a que, a finales del siglo XVIII, se desarrollara una tendencia imparable de proceder a una “purificación” de la ciencia moderna; es decir, a expresarla en conceptos matemáticos lo más abstractos posible. Dentro de ese proceso, a partir de la física “impura” de Newton surgiría en la Francia posrevolucionaria la “física matemática”, obra, sobre todo, de los trabajos de Lagrange y Laplace¹¹.

Desde este enfoque el universo se tomaba como un todo, un sistema finito y cerrado. Al mismo tiempo, como un modo de mantener la intuición dinámica del espacio se recurriría a una entelequia: la energía. Considerada sustancia en sentido metafórico, la energía se transforma-

¹¹ Se puede consultar D'Abro, A. (1936).





ba en movimiento, pero permaneciendo la cantidad total constante¹². Regido por el principio de conservación de la energía, el movimiento podía ser considerado como una categoría abstracta, sujeto a leyes puramente matemáticas. De ese modo cualquier movimiento podía ser estudiado como un problema variacional¹³: bastaba con determinar un máximo o un mínimo de la energía empleada.

Vistas así las cosas no hacía falta prestar atención a la naturaleza del proceso objetivo subyacente al movimiento, pues carecía de importancia el acceso sensorial directo a ese proceso: lo importante era su formalización y cuantificación. La utilidad del resultado era el único criterio para juzgar el modelo teórico empleado.

Para entender lo que se pretendía con este nuevo enfoque puede resultar muy ilustrativo lo que aparece en las primeras páginas de la *Introduction à la théorie analytique des probabilités*, de Pierre Simon Laplace (1886, p. vi): “Si existiese una mente capaz en un instante determinado de conocer la posición de todos los cuerpos del universo, así como la magnitud de todas las fuerzas que actúan sobre ellos, el movimiento de todos ellos se podría encerrar en una misma fórmula, de modo que nada le sería incierto: tanto el futuro como el pasado estarían presentes ante su mirada”.

Laplace consideraba que el cosmos era transparente para la matemática. Siempre sería posible una perfecta, exacta y simultánea definición de las posiciones y momentos de cada una de las partículas del universo, distintas y perfectamente identificables. No tenía ninguna duda de que continuidad matemática y causalidad física eran equivalentes, ni de

¹² Lo que cambia tiene que ser observado desde algo que no lo haga.

¹³ Para el estudio del cálculo de variaciones y su desarrollo histórico se puede consultar Goldstine, H.H. (1980) y Liberzon, D. (2012).





que el movimiento estaba asumido en la intuición matemática de espacio. De este modo, un sistema de ecuaciones diferenciales expresaría el movimiento de todo el cosmos en cada instante de tiempo. Siempre sería posible predecir cualquier otro estado, anterior o posterior. No cabría, por tanto, novedad alguna¹⁴.

Cuando, como consecuencia de los trabajos de Lagrange y Hamilton, la dinámica de un sistema corpuscular pudo expresarse mediante un sistema de ecuaciones diferenciales, parecía que el “sueño de Laplace” podría ser efectivamente llevado a cabo¹⁵. El desengaño vino cuando en 1989 Henri de Poincaré puso de manifiesto que los más interesantes problemas de la dinámica no podían ser expresados mediante sistemas de ecuaciones que fuesen integrables.

La psíquica matemática: el “sueño” de Walras

Desde sus inicios, a finales del siglo XVIII, se había pretendido que la economía fuese una ciencia moderna. Los fisiócratas, que se pueden considerar los primeros economistas, se propusieron presentar el problema económico en forma de una “aritmética política”¹⁶, pretendiendo dar una solución exacta y rigurosa al problema económico.

¹⁴ Laplace, de modo parecido a los epicúreos, confundía la contingencia con la ignorancia humana. Los epicúreos, que también eran atomistas, sostenían que la contingencia era debida a que los hombres desconocen cómo se produce ese continuo recombinarse de los átomos que constituyen un universo. Unas configuraciones que acabarían siempre por repetirse, desapareciendo así el sentido del tiempo; causa y efecto se confundirían, desapareciendo así toda posible teleología.

¹⁵ Para todo lo relacionado con la física matemática se puede consultar Goldstein, H. (1950).

¹⁶ Con el “Tableau economique” pretendía Quesnay descubrir la fórmula matemática que pusiera de manifiesto la estructura del flujo circular de la economía de Francia.





No obstante, Adam Smith, que pensaba de modo parecido a Hume, se mostró más partidario de expresar la solución de ese problema apelando a metáforas como “la mano invisible”.

En los inicios del siglo XIX, Malthus¹⁷, pero sobre todo Ricardo¹⁸, pusieron empeño en llevar a cabo un tratamiento del problema económico lo más parecido posible al emergente paradigma de la física matemática.

El primer intento riguroso de aplicar el método de la física matemática al problema económico lo llevaría a cabo Agustín Cournot, en 1838. Desde su punto de vista, el problema económico debía plantearse como un sistema de acciones y reacciones entre individuos que buscan la máxima ganancia. El hecho de que la decisión de cada uno de los individuos dependa de la que adopten los demás, daba lugar a una regresión a infinito, sin que fuese posible cerrar y estabilizar ese sistema de interacciones. Desde ese punto de vista, el problema económico no podía ser asimilado a un sistema cerrado y finito de partículas inermes, sino a un proceso abierto, de una dinámica muy compleja y cambiante, ya que depende de la continua interacción entre los individuos. Esta imposibilidad de expresar el problema económico mediante un sistema de ecuaciones es lo que se ha llamado “el problema de Cournot”.

¹⁷ No cabe duda de que el hecho de expresar la llamada “ley de la población” como relación entre la serie geométrica de crecimiento de la población y la serie aritmética de crecimiento de los alimentos refleja la preocupación de dar entrada al cálculo para estudiar el movimiento económico.

¹⁸ Lo mismo se puede decir del recurso a la ley de los rendimientos marginales decrecientes de la tierra. Por su parte, el modelo de Ricardo trataba de establecer, a partir de estas leyes, las relaciones óptimas entre las principales magnitudes: tierra, población, moneda, etc., para determinar al estado estacionario o de equilibrio de una economía.





La única solución posible consistía, según Cournot; en imponer la llamada “hipótesis de la competencia perfecta”, suponer la total incomunicación entre los individuos, de modo que se comporten como partículas inermes. Solo así se puede aplicar el cálculo a la economía, con el inconveniente de que el equilibrio resultante es impuesto desde fuera del modelo, sin que sea posible explicar su génesis.

Este interés por plantear el problema económico como algo científico y objetivo, independiente de factores políticos, institucionales e históricos, tomó especial fuerza después de la crítica de Marx al enfoque ideológico de la economía política clásica. En lugar de partir de una distribución de poder y riquezas configurado por la historia, con una arbitraria distinción entre pobres y ricos, había que partir de un sistema de individuos independientes e iguales que deciden, de modo “racional” y libre, sobre el modo de satisfacer sus necesidades.

El primer paso en esa dirección sería dado por S. Jevons mediante la introducción de un modelo mecanicista del individuo económico, que con el tiempo vendría a llamarse el “*homo oeconomicus*”. Suponía que ese tipo de individuo tenía un comportamiento pasivo y reactivo, sin iniciativa, que se limitaba a seguir una regla muy simple de conducta: conseguir la máxima satisfacción para cada una de las cambiantes circunstancias de su entorno. Alcanzar lo que llamaba “equilibrio” del consumidor, para unos gustos, que se suponen propios e invariables de cada individuo, y unos precios, que se suponen fijos y formados con independencia de las interacciones de los individuos. Con ese fin, copiando el modelo de la energía de la física matemática, introdujo el concepto de utilidad, que mediría la satisfacción actual y potencial de cada individuo.

Siguiendo el mismo paradigma de la energía, F. Y. Edgeworth dio un paso más y pensó que el problema económico podía ser expresado en los siguientes términos: como la supuesta utilidad total ligada a los





bienes disponible en el mundo depende de cómo estén distribuidos entre los individuos, el problema económico se podría entonces plantear como el cálculo de la distribución que haga máxima esa utilidad total que se sigue de la totalidad de bienes disponibles. Solo así se podrían determinar los precios de equilibrio de la totalidad del sistema. En cualquier caso persistía el “problema de Cournot”, que impedía formular el problema económico en términos de la formulación de Lagrange Hamilton.

A finales del siglo XIX, L. M. E. Walras creyó haber encontrado una solución al “problema de Cournot”. En lugar de intentar modelar la interacción entre la totalidad de los individuos, de construir una “función hamiltoniana” representativa de la dinámica de ese sistema de interacciones, partió del supuesto de que una vez que el sistema hubiese alcanzado el equilibrio, las ofertas y las demandas de los mercados de todos los bienes debían ser iguales. Un equilibrio que pensaba que podría ser expresado mediante un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas serían los precios de equilibrio.

Según Walras, la dinámica que llevase a ese equilibrio estaría guiada por la búsqueda del máximo de satisfacción posible por parte de cada uno de los individuos. Solo en esa situación de equilibrio los individuos serían libres y sus conductas efectivamente racionales¹⁹. En tal caso, si fuera del equilibrio las conductas no pueden ser racionales ni libres, ¿cómo se puede asegurar que a partir de conductas no racionales se alcanza una conducta racional? ¿Cómo llegar a lo racional, a la información perfecta, a través de lo irracional, con información imperfecta?

¹⁹ Walras estaba muy influido por el modo kantiano de entender la libertad y la racionalidad.





Sin detenerse en esos problemas, pensaba Walras que si era capaz de demostrar que ese sistema de ecuaciones tenía una solución efectiva, si calculaba los precios de equilibrio, quedaría demostrado que el problema económico, como el cosmos de Laplace, estaba regido por una dinámica única y determinista, que lo llevaba a una situación de equilibrio único y estable²⁰. Estaba absolutamente convencido de que la solución del problema económico solo podría ser matemática. Parecía ignorar que una correcta demostración matemática, a partir de unos supuestos *ad hoc*, no es garantía de que eso sea lo que también sucede en el plano de lo empírico²¹.

Como a pesar de todos sus esfuerzos no fue capaz de dar una solución constructiva al problema del equilibrio general, es decir, un método para calcular los precios de equilibrio, optó por una descripción intuitiva de cómo podría la supuesta dinámica del mercado llevar la economía hacia un equilibrio general. Para eso –al igual que Laplace– recurrió a la hipotética existencia de una “mente”, un “subastador” capaz de conocer y procesar, de modo instantáneo y sin costes, las ofertas y demandas que –para cada precio– tendrían todos y cada uno de los individuos. Así, partiendo de una situación inicial de desequilibrio, por

²⁰ Desde su punto de vista ese sistema tenía que tener una única solución pues había igual número de ecuaciones que de incógnitas; condición necesaria pero no suficiente. Es probable que Walras no fuese consciente de que, tal como las había definido, se trataba de ecuaciones diofánticas. Un verdadero monstruo matemático, que no siempre admite solución y mucho menos una única y estable. Solo en algunos casos muy excepcionales ese tipo de ecuaciones pueden ser “resueltas” por métodos recursivos, pero eso mismo pone de manifiesto que, en todo caso, se hace manifiesto que son incompatibles con cualquier planteamiento de maximización, como había pretendido Walras. Ver Velupillai, K.V. (2005), p. 861.

²¹ Así, por ejemplo, en el ámbito de la matemática se considera la continuidad dejando fuera la causalidad, mientras que en el plano empírico lo que cuenta es la causalidad, la dinámica de lo presente.





prueba y error, ese “subastador” iría anunciando sucesivos conjuntos de precios, hasta que diese con los que provocasen la igualdad entre las ofertas y demandas totales de todos los bienes. Esos serían los precios de equilibrio y, por tanto, la solución al sistema de ecuaciones.

Lo más interesante de este “experimento mental” que llevó a cabo Walras, al que llamó “proceso de tanteos”, es que en ningún caso los individuos podrían llevar a cabo transacciones efectivas para aquellos precios que no fuesen los de equilibrio, pues entonces se trataría de decisiones no racionales. Éstas solo podían tener lugar cuando los precios fuesen los de equilibrio, cuando los individuos siguen conductas racionales.

Se puede decir que ni Laplace ni Walras distinguían suficientemente entre proceso, que es lo propio del plano de lo empírico, y estado, que es lo propio del plano de lo teórico. Ambos daban por descontado que el paso al límite tenía solución recursiva efectiva. Pensaban que no había obstáculo entre lo continuo y lo discontinuo que la razón humana no pudiera franquear. No dudaban que todo proceso puede, por sí mismo, convertirse en un estado, que todo desequilibrio desemboca necesariamente en un equilibrio. Suponían que los infinitésimos, como la incertidumbre, acabarían por desaparecer. Tendían a ver la realidad como más allá del tiempo, como algo inamovible que está “ahí fuera”, completa y finalizada en sí misma; una peligrosa confusión que puede llevar –en el caso de Walras– a presentar lo que no era más que una tautología –un sistema de ecuaciones– como una contribución decisiva en el progreso del conocimiento humano.

Conviene siempre distinguir entre lo posible, en el plano matemático, y lo imposible, en el plano empírico. Así, por ejemplo, predecir no es solo un problema matemático, sino que tiene que ver con la capacidad de superar la incertidumbre y el tiempo, que está más allá de la teoría. En el plano de las matemáticas no hay causas reales con las que el

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





hombre pueda relacionarse, sino que han sido dejadas fuera, junto con el tiempo.

El equilibrio general de Walras no era un proceso recursivo, sino un estado. Desde ese diseño no se podía explicar cómo en un determinado momento, mediante un último y decisivo paso, desde un proceso recursivo se podía alcanzar un estado. Eso explica que Walras introdujera un *deus ex machina*, una mente omnisciente, pues de otro modo ese paso, como ya había visto Cournot, nunca sería posible.

Hay un abismo insalvable entre la idea de equilibrio matemático –un sistema de ecuaciones, un estado fuera del tiempo– y el proceso que de modo empírico y recursivo genera los precios fuera de equilibrio. Solo un ser mítico, la figura del “subastador”, podría ser capaz de salvar ese abismo²².

En el planteamiento de Walras lo que no se dice, y es precisamente lo que más debería interesar a los economistas, es quién o quiénes, y de qué modo, son capaces de revisar los precios hasta llegar a sus valores de equilibrio. De modo oculto, bajo el nombre de mercado, se sigue confiando en el poder del “demonio de Walras”.

²² Dicho de otro modo, es recursivamente imposible construir un sistema de computación universal usando solo las características de un autómata finito. Solo a partir de algo que no sea algorítmico, como el “demonio de Walras”, puede lograrse que un sistema incapaz de auto-organizarse se transforme en otro que sí lo es.







II. LA CRISIS DE LA MATEMÁTICA MODERNA

1. Los números y la teoría de conjuntos

Desde tiempo de los griegos, la naturaleza de los números se había entendido a partir de la “intuición geométrica”, es decir, dando por supuesto que los números reales se corresponden con los puntos de una línea continua. Por otro lado, la continuidad era algo vago e impreciso, y se solía decir que una línea puede ser considerada continua si puede ser dibujada sin levantar el lápiz del papel.

El primer paso para “desgeometrizarse” la teoría de los números lo llevaría a cabo Dedekind (1888), al mostrar que la teoría de los números racionales podía reducirse a la teoría de un par de números enteros. Con este paso –cómo diría Kronecker– se puso de manifiesto que “Dios había puesto los números naturales, y serían los hombres los que construyeran los otros tipos de números”. Ahora bien: ¿cuál era el fundamento de los números naturales? La respuesta de Dedekind fue demostrar que, a partir de un conjunto de axiomas, se podía proceder a su construcción.

Al mismo tiempo que Dedekind, con sus brillantes trabajos, ponía las bases de la teoría de los números, George Cantor abría camino a una nueva rama de la matemática: la “Teoría de conjuntos”. Dentro de esa teoría, Cantor otorgó a los conjuntos infinitos la consideración de objetos matemáticos, rompiendo así con una tradición que se remontaba hasta tiempos de Aristóteles.

La existencia de un conjunto infinito es un axioma de la teoría de conjuntos que no es propiamente una proposición lógica. ¿Por qué aceptar entonces la existencia del infinito? No por su contenido intuitivo sino



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

31



por su forma. Más aún, ni siquiera el mismo concepto de conjunto es una proposición lógica.

En cualquier caso, admitir la existencia de un conjunto infinito daba lugar a paradojas y contradicciones que no eran fáciles de resolver. Así, por ejemplo, resultaba que el conjunto de todos los números era igual al conjunto de los números racionales, al tiempo que menor que el conjunto de los números reales²³. A Cantor no le preocupaban mucho estas paradojas, pues, de acuerdo con Platón, estaba convencido de que existía un mundo de objetos matemáticos, independiente de las limitaciones de los sentidos humanos.

La presencia de estas paradojas no solo puso en duda la solidez de la matemática tradicional, sino también el sentido mismo de la matemática. Para que la matemática pudiera seguir siendo el método esencial de la ciencia moderna se hacía urgente dar solución a esas paradojas.

Era indudable que el origen de esas paradojas provenía de la dificultad de la razón humana para enfrentarse con el concepto de infinito. Según se entendiese el infinito en acto o en potencia, se seguían distintas perspectivas sobre el sentido y modo de entender la matemática.

2. El debate sobre la naturaleza de las matemáticas

La situación de las matemáticas de finales del siglo XIX era bastante compleja. Por un lado había dejado de estar tan estrechamente ligada

²³ Otro problema importante planteado por la teoría de conjuntos era el recurso al llamado “axioma de la elección”, según el cual, dada cualquier colección de conjuntos, finitos o infinitos, se podía seleccionar un objeto de cada uno de ellos y formar un nuevo conjunto. Un axioma que sería muy discutido pues no explica con claridad el modo constructivo de llevar a cabo esa elección. Un axioma que, como veremos, han empleado continuamente la mayoría de los economistas matemáticos del siglo XX.





a la física; ni tan siquiera requería una intuición *a priori* del espacio euclídeo. Por otro, con la llegada de la “teoría de conjuntos” se había hecho inextricablemente “infinitista”.

Además, esta crisis de las matemáticas vino a coincidir, en el plano filosófico, con el rechazo por parte del positivismo de la existencia de lo que Kant había llamado “juicios sintéticos *a priori*”. Considerar la intuición matemática como un *a priori* de la percepción sensorial era algo que, desde el punto de vista de los positivistas, tenía que ser rechazado.

En este marco se plantearon diversos modos de resolver estas paradojas y de entender la naturaleza de la matemática. Las cuatro corrientes principales fueron la “logicista”, la “intuicionista”, la “formalista-axiomática” y la “bourbakista”.

Todos pensaban que, así como Kant había buscado el fundamento riguroso de la ciencia moderna en una matemática “finitista”, había que buscar ahora una “metamatemática” que diese fundamento a la nueva matemática “posinfinitista”.

a) *El logicismo*

Para esta corriente, cuyas figuras más destacadas fueron B. Russell y A. Whitehead, las paradojas desaparecerían en el momento en que las matemáticas fuesen entendidas como parte de la lógica formal y simbólica. Un enfoque que tenía sus antecedentes en los modos de hacer matemática tanto de Frege como de Dedekind.

Ahora bien, pronto se comprobaría que no era tan fácil reducir la matemática a lógica. Había axiomas, como el de infinitud, que exigían responder a la pregunta de si el universo era finito o infinito. Algo que quizás se pudiera contestar desde la física, pero no desde la pura lógica. Además, no se podía negar que los conceptos básicos de la matemática formaban parte de la lógica, por lo que no parecía razonable soste-





ner que fuese ella misma el fundamento de la matemática. Por otro lado, si la matemática se hacía indistinguible de la lógica ¿cuál sería su singularidad, el motivo de su existencia?

b) Intuicionismo

Para los partidarios de este enfoque, cuyas figuras más destacadas fueron Poincaré y Weyl, pero sobre todo Brouwer, lo importante era dilucidar el sentido o verdad de las proposiciones matemáticas distinguiendo cuidadosamente entre verdad y utilidad de una proposición matemática. Según los partidarios de este enfoque las proposiciones abstractas solo pueden ser admitidas si son construcciones de la mente humana. Lo cual no quiere decir que surjan de la mente, sino de una intuición que se remonta a una reflexión sobre la experiencia. Así, por ejemplo, la intuición básica de la matemática es que dos cosas constituyen unidad, lo cual no es solo un producto de la mente, sino que surge reflexionando sobre la experiencia diaria.

Para los “intuicionistas” el sentido de la matemática sería establecer modos de probar proposiciones formales, es decir, elaborar cadenas de argumentos deductivos que establezcan esas pruebas²⁴. De tal modo que una verdad matemática sería aquella que pudiera ser probada según este procedimiento. El fundamento de la matemática sería, por tanto, una “teoría de la prueba”, una “metamatemática” que permitiese establecer la consistencia probatoria de cualquier sistema de proposiciones formales. Un rasgo de esa “metamatemática” es que tendría que ser necesariamente “finitista”, pues toda prueba que remitiese a la realización de un infinito de pasos carecería de validez.

De acuerdo con lo que hemos visto, se puede decir que los “intuicionistas” se situaban en lo que Kant llamaba el plano interno de la naturale-

²⁴ Ver Dummett, M. (1994), pp. 11-14.





za, en la dimensión sensitiva del conocimiento, donde se dan la intuición del tiempo²⁵ y del espacio, y en la que no rige plenamente la lógica clásica. Desde ese punto de vista, las proposiciones matemáticas no pueden ser nunca estrictamente falsas, sino más bien absurdas o simplemente mal formuladas. En otras palabras, según los intuicionistas, los objetos matemáticos no pueden ser plenamente determinados, ni perfectamente distinguibles los unos de los otros. Hacía falta por tanto una lógica “intuicionista”, que reconoce esa indeterminación en lo que se refiere a la totalidad.

Más en concreto, para los intuicionistas, el “principio de tercero excluido” solo podía ser aplicable a conjuntos finitos²⁶. Eso no quiere decir que no se pudiera utilizar, sino que no es válido siempre, ni de modo indiscriminado. Como diría Weyl, ese principio podría ser válido desde el punto de vista de Dios, que abarca la serie infinita de los números naturales tal como son, pero no desde el punto de vista de la lógica humana.

Sostenía Brouwer, en contra de la postura de los “logicistas”, que no toda proposición podía ser probada o desaprobada, ya que la matemática es algo más que un simple y puro lenguaje formal. No era posible establecer la consistencia de la matemática, pues no se pueden prever las implicaciones y consecuencias de todas las proposiciones formales. No tenía sentido, por tanto, hablar de un óptimo estructural del conocimiento matemático, sino que la matemática era un conocimiento siempre en progreso, en continuada reconstrucción de lo que se creía saber hasta ese momento.

²⁵ En la serie de números se utiliza el “después de”, que está relacionado con el tiempo.

²⁶ Un principio que no es aplicable al teorema de Bolzano-Weierstrass, que establece que todo conjunto infinito acotado tiene un punto límite.



La solución de los “intuicionistas” a la crisis de la matemática era llevar a cabo una revisión de todas las proposiciones de la matemática, para quedarse solo con las que tuviesen sentido, de acuerdo con los criterios de esa “teoría de la prueba” o metamatemática que habían propuesto. Esto implicaba rechazar de entrada la idea de que el concepto de conjunto infinito podía ser un objeto matemático.

Brouwer, siguiendo a Kant y, en definitiva, a Euler, sostuvo que los métodos puramente conceptuales no pueden dar acogida a la totalidad del contenido intuitivo de la matemática. No admitía, por tanto, una completa formalización de la matemática. Lo espectral se situaba en el plano de lo eternamente irresoluble. No solo era el concepto de infinitud lo que planteaba problemas a la razón, sino la misma infinidad de cosas que podemos captar intuitivamente. Era, por tanto, la receptividad humana, más que el infinito, lo que le llevó a sostener una versión no constructiva de la recursividad.

Podemos concluir diciendo que, para los intuicionistas, la matemática consistía en llevar a cabo construcciones mentales unas tras otras, con el fin de establecer mejores pruebas de las proposiciones formales. De tal modo que, más que un conjunto de teoremas cerrados, era una actividad, un interminable proceso mental. Construcciones que tenían que ser inductivas y efectivas, de modo parecido a como se procede a la construcción de los números naturales. No pretendían una justificación lógica y *a priori* de las matemáticas, sino definir en qué consistía una actividad, y entonces “esperar a ver” qué es lo que va saliendo.

c) *Formalismo y axiomaticismo*

Para David Hilbert, la figura más destacada de esta corriente, lo más importante era establecer, de una vez por todas, la certeza de las matemáticas. Para lo cual no había que llevar a cabo la revisión que proponían los “intuicionistas”, pues eso implicaría eliminar lo que él conside-

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





raba el “paraíso que Cantor había abierto a los matemáticos”. Había que elaborar una axiomática y, a partir de ella, demostrar que la matemática era consistente, sin contradicciones ni paradojas. Su gran preocupación era que “lo que hemos experimentado ya dos veces, primero con las paradojas del cálculo infinitesimal, y luego con las paradojas de la teoría de conjuntos, no volviese a suceder una tercera vez”.

Para lograr ese ansiado objetivo, no había que preocuparse por el sentido intuitivo, verdad o sentido, de las proposiciones matemáticas²⁷: lo único importante era elaborar un sistema axiomático consistente desde un punto de vista meramente lógico.

Ahora bien, como los axiomas –elementos básicos de ese sistema– son, por definición, proposiciones intuitivamente obvias, no susceptibles de demostración, se incurría así en una especie de incongruencia.

En cualquier caso, lo que proponía Hilbert era maximizar la certeza del sistema –o minimizar su dimensión intuitiva– asegurando la consistencia formal de la totalidad del sistema. Una actitud que había heredado de Peano, para quien en las matemáticas lo importante era que el sistema total fuese completo en sí mismo o, como decía Frege, que no hay ciencia tan sumida en la oscuridad como las matemáticas, hasta que no se logre construirla como un sistema.

Para evitar todo tipo de incongruencias Hilbert optó por la solución más drástica. Dejar fuera de su enfoque cualquier referencia a las intuiciones; lo único importante era asegurar la consistencia de las reglas

²⁷ En todas estas actitudes es manifiesta la influencia de la llamada filosofía postkantiana y la aparición del llamado positivismo lógico, de modo especial del llamado “círculo de Viena”. Para este tipo de positivismo la verdad de una teoría científica había quedado reducida a la consistencia lógica. Sobre este tema puede verse Punzo, H. (1991).





que permiten la construcción del sistema. Dicho de otra manera, el sistema axiomático así construido no debía pretender describir ninguna realidad objetiva. Se puede decir entonces que, para Hilbert, consistencia y existencia eran lo mismo, lo cual no deja de ser manifestación de un racionalismo extremo.

Según este modo de pensar, la matemática sería un sistema formal consistente, construido a partir de unos signos carentes de sentido –garabatos–, definidos por el modo de usarlos que establecen las reglas del sistema. Luego para Hilbert hacer matemáticas sería seguir reglas; una actividad propia de la mente humana pero independiente de una verdad “dada” o de “la naturaleza de las cosas”. El objeto de esa matemática sería demostrar teoremas o, lo que es lo mismo, a partir de una ristra de garabatos sin significado, deducir otra ristra de garabatos, siguiendo las reglas establecidas por el sistema.

Vistas así las cosas, no había inconveniente en que alguno de esos garabatos fuesen designados como conjuntos infinitos, sin por ello pretender significado o sentido intuitivo alguno. Lo único importante era que el sistema fuese consistente. La matemática –como diría Weyl– sería un juego con garabatos y fórmulas, que, siguiendo reglas fijas, diese lugar a teoremas que carecen de sentido. Como puede comprobarse, los “formalistas” buscaban la certeza de la matemática al precio de manejarse con simples garabatos sin significado alguno.

El sistema axiomático así formalizado era, para Hilbert, la metamatemática que daría un fundamento riguroso a la matemática. El uso reglado de esos garabatos, que ni siquiera constituían signos, pues no hacen referencia a nada real, no excluía que los teoremas obtenidos pudiesen ser empleados para explicar el comportamiento de determinados fenómenos observados en la realidad.

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





Hilbert se propuso reconstruir la geometría de Euclides a partir de un sistema axiomático formal consistente. Aunque lo logró, tuvo que dar por supuesta la consistencia de los axiomas de la aritmética. Por eso, su gran ambición fue llegar a una demostración finitista de la consistencia del sistema de los axiomas que constituyen la aritmética. Esa sería la “prueba definitiva o absoluta” de que el rigor de la matemática había quedado definitivamente establecido.

Pensaba Hilbert que el mundo estaba compuesto de un número finito de elementos que podían ser perfectamente formalizados, de tal manera que nunca habría proposiciones “indecidibles”. Un mundo donde siempre y en todo lugar sería plenamente aplicable la lógica clásica y donde regiría el “principio de tercero excluido”.

¿Qué había detrás de este optimismo de Hilbert en las posibilidades de las matemáticas? No había otra cosa que el mismo optimismo de Kant cuando consideraba la matemática como un todo, vista “desde fuera” de la Naturaleza. Mantuvo, por tanto, la distinción kantiana entre pensamiento científico concreto y pensamiento puro o espectral. Distinguía por tanto entre lo “finitista” y el ideal “infinitista” del pensamiento matemático puro. No obstante, este último solo era útil si estaba convenientemente domesticado; algo muy similar al modo de pensar de Kant acerca del infinito.

Para llevar a cabo esa domesticación Hilbert se propuso “aclarar completamente la naturaleza del infinito”, pero lo único que hizo fue presentarlo como un garabato más de un sistema axiomático formal y “finitista”. Un vano intento por atrapar lo infinito mediante lo finito. Del mismo modo que Kant, Hilbert sostenía que el infinito solo cabía en la matemática como una idea, un concepto racional que trasciende toda experiencia y que completa lo concreto como totalidad. En resumen, la domesticación del infinito consistió en situarlo vacío de significado en el marco de un sistema axiomático.





Aunque Hilbert mantuvo la idea kantiana de intuición, la restringió a los números, únicos que consideraba objetos matemáticos legítimos. Dicho de otro modo, la comprensión numérica era la única intuición matemática que aceptaba. Esta intuición abarcaba la completitud y la diferenciación, pero de ningún modo preservaba lo procesal, el movimiento, y en consecuencia no podía ser recursiva. Solo los procesos, en tanto que conceptuales, preservaban algo de la “intuitibilidad” del movimiento²⁸.

En el enfoque de Hilbert conviene distinguir entre axiomaticismo, formalismo y finitismo²⁹. Lo que era una teoría axiomática, como, por ejemplo, la geometría de Euclides, se conocía desde el 300 a. C. El lenguaje de esas teorías se compone de axiomas, o “términos no definidos”, de unas variables numerables y de unos símbolos conectivos, operacionales y categoriales. Lo que hizo Hilbert fue prescindir del significado de los axiomas, los convirtió en garabatos, con lo cual dio por supuesto que esa axiomática quedaba formalizada. Ahora bien, ¿por qué era necesario formalizar una teoría? Por lo pronto Euclides no vio esa necesidad. No hay que olvidar que lo que pretendía Hilbert era eliminar todo tipo de contradicciones. Para eso se vio obligado a que el lenguaje de esa teoría fuera solo una sintaxis, un conjunto de reglas de conexión entre garabatos o palabras sin sentido, tan precisa y completa que ella misma pudiera ser estudiada como un objeto matemático. Pero quedaba pendiente contestar a la siguiente pregunta: ¿puede haber contradicciones entre algunas de las proposiciones o teoremas establecidos a través del uso de ese lenguaje tan formalizado? Si se pudiera demostrar matemáticamente que la respuesta a esa pregunta

²⁸ Al igual que para Leibniz, para Hilbert, lo conceptual, lo deductivo y lo algorítmico venían a ser lo mismo.

²⁹ Ver Snapper, E. (1979).





era negativa, entonces se podría asegurar que ese sistema axiomático está libre de contradicciones. Esto es lo que, en esencia, se ha dado en llamar el “programa de Hilbert”.

Como se puede comprobar, tanto logicistas como formalistas trataron de formalizar la matemática, pero por distintas razones. Los primeros para demostrar que es parte de la lógica; los segundos para demostrar que está libre de contradicciones.

d) *Conjuntismo y bourbakismo*

Los partidarios de este enfoque, cuya figura más importante fue Zermelo³⁰, consideraban que las paradojas se habían planteado porque Cantor no había sido muy preciso a la hora de establecer el concepto de conjunto. Estaban convencidos de que bastaba con precisar qué se debía entender por conjunto y sus propiedades para que las paradojas desaparecieran. Para eso lo importante era proceder a una rigurosa axiomatización de la teoría de conjuntos. Más en concreto, a poner límites al tamaño de los conjuntos posibles.

Es típica de este enfoque la total ausencia de algún tipo de fundamentos filosóficos; lo único que pretendían era eliminar las paradojas del seno de la teoría de conjuntos. En cualquier caso, la pretendida consistencia de la teoría de conjuntos no fue conseguida.

Por su parte, los partidarios del enfoque “bourbakista”, única corriente matemática que se desarrolló fuera de Alemania, más concretamente en Francia³¹, sostenían que, si se aceptaban los axiomas de Zermelo-Fraenkel y algunos principios de la lógica, se podía construir toda la matemática de manera coherente y sin paradojas. Estaban convencidos

³⁰ Los axiomas de Zermelo fueron mejorados en 1922 por Fraenkel.

³¹ Se puede consultar Corry, L. (1989) y Weintraub, E.R. y Mirowski, P. (1994).





de que la lógica debía realizar un papel muy importante en el desarrollo de la matemática, parecido al que desempeña la gramática en el desarrollo de un lenguaje vivo. Así, por ejemplo, cuando se producían novedades en el lenguaje matemático, como había sucedido con la aparición de los conjuntos infinitos propuestos por Cantor, el único modo de evitar las nuevas paradojas sería introduciendo también novedades en la lógica. Un planteamiento muy distinto al seguido por Frege, Russell, Brouwer o Hilbert.

Los “bourbakistas” no manifestaron gran preocupación por la consistencia del sistema matemático; estaban convencidos de que las contradicciones introducidas por el avance de la investigación matemática se irían aclarando con el paso del tiempo, con el avance en sus respectivos fundamentos lógicos. Desde su punto de vista preferían el rigor de las proposiciones matemáticas a su utilidad para la resolución de problemas prácticos. En ese sentido podrían ser considerados los campeones de la pureza matemática, a la que consideraban un conocimiento abstracto, sin necesidad de relación con el mundo real, cuya construcción debía guiarse por sus propios criterios de profundidad, belleza y rigor: solo así podría encaminarse hacia un futuro de imparable crecimiento; una actitud claramente postmoderna³².

3. El desenlace de la crisis: la imposibilidad de la consistencia

En los años 1930 y 1931 el lógico alemán K. Gödel presentó unos resultados que cerraban el camino a los proyectos encaminados a asegurar la consistencia de la matemática. Dichos proyectos constituían el segundo punto del llamado “Programa de Hilbert”, que este autor había

³² Sobre el bourbakismo y su influencia en la economía matemática se puede consultar Weintraub, E.R. y Mirowski, P. (1994).





presentado en 1900 durante una famosa conferencia de matemáticos celebrada en París³³.

Lo que más nos interesa de los resultados obtenidos por Gödel es que la consistencia de un sistema matemático, suficientemente extenso como para abarcar la aritmética de todos los números, no podía ser probada ni siguiendo los principios de los logicistas, formalistas o conjuntistas. En realidad se trataba de un corolario a un resultado previo, conocido como “teorema de la incompletitud”, según el cual ninguna teoría formal que abarque la teoría de todos los números, y que sea consistente, puede ser completa. Dicho de otro modo, en el seno de ese sistema siempre habría por lo menos una sentencia que no podría ser probada, ni ella ni su negación. Con este resultado quedaba entonces claro que el precio que había que pagar por el logro de la consistencia era el de la “incompletitud”.

Dicho de otra manera: la formalización no puede ser considerada una técnica matemática por medio de la cual se pruebe que la propia matemática está libre de contradicciones. En forma muy abreviada: “ninguna sentencia o proposición de L (Lenguaje) que pueda ser interpretada como afirmación de que T (Teoría) está libre de contradicciones puede ser probada formalmente a partir de ese mismo lenguaje L”.

Si L es un objeto, cuando hablo de L lo hago con el lenguaje ordinario y no con el lenguaje L, pues no puedo expresar el objeto desde su misma objetividad, sino que tengo que hacer referencia a un sujeto. Existe, entonces, la posibilidad de incurrir en una contradicción. Para evitar esto Hilbert propuso el recurso a lo que llamó “finitismo”, que se puede definir como utilizar un argumento sujeto a las siguientes condiciones: solo se considera un número finito de objetos y funciones; todos

³³ Ver Goldstein, R. (2005).





ellos están bien definidos, en el sentido de que su definición permite el cálculo de sus valores de modo unívoco; nunca se supone que un objeto existe sin decir el modo de construirlo; nunca se considera la totalidad de los objetos x como una colección infinita.

Cuando se establece que una proposición o teorema es válido para todos los objetos x , se quiere decir que es posible repetirlo para cada uno de esos objetos, en cuanto prototipo de esos argumentos aplicable a cada uno. Una postura muy próxima al nominalismo, ya que el lenguaje L no es más que “*nomina*”, no tiene fundamento real, basta con estudiar la estructura sintáctica de L , no su sentido o realidad. Para un formalista estricto “hacer matemática” es manipular garabatos o designaciones de un lenguaje de primer orden de acuerdo a unas reglas sintácticas. Los formalistas no trabajan con conceptos o entes universales abstractos, como series infinitas, sino solo con garabatos que no tienen sentido por sí mismos.

Como ya hemos dicho, esta imposibilidad de probar la consistencia puso de manifiesto que el programa de Hilbert resultaba inviable. En cierto sentido se venía a negar la posibilidad de seguir aplicando el principio lógico del tercero excluido. Dicho de otra manera, quedaba claro que no era posible eliminar la intuición y la paradoja del seno de la matemática. Usando el título de un famoso libro de Morris Kline, con el descubrimiento de Gödel se produjo “la pérdida de la certeza” en matemáticas. No deja de ser muy significativo que los “bourbakistas” no se sintieran afectados por los resultados de Gödel.

Desde otro punto de vista, el resultado de Gödel probaba la solidez de la noción matemática de infinito; no parecía posible que éste pudiera ser reducido a una idea espectral de tipo kantiano. El intento de suprimir o depurar –de controlar o domesticar– la intuición de lo infinito mediante sistemas formales “finitistas” no resultaba viable. Siempre había algo en la matemática que no se dejaba encerrar en los límites de

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





un sistema formal. No parecía posible suprimir la opacidad de la naturaleza de las cosas para reducir la matemática a la transparencia de los sistemas formales. Lo sintáctico de los sistemas formales, lo transparente, no era suficiente para probar todas las sentencias matemáticas verdaderas que caben dentro de tales sistemas, ni para proporcionar una demostración de que son coherentes. Este resultado venía a recordar algo tan simple como que, si todo fuera transparente, entonces nada sería visible.







III. LAS “MATEMATIZACIONES” DE LA ECONOMÍA EN EL SIGLO XX

1. Una economía sin matemáticas

Ni siempre ni todos los economistas se habían inclinado por seguir el método matemático. Ya en tiempos de Walras, Alfred Marshall, un economista británico que tenía una noción newtoniana o “impura” de la matemática, había intentado seguir otro camino que expondremos muy resumidamente.

Es muy revelador que, para Marshall, la noción de utilidad tuviese más que ver con lo procesal y recursivo que con lo estático³⁴. Eso le llevaría a afirmar que el cálculo, y de modo más concreto, un sistema de ecuaciones, no podía ser el método más adecuado para el estudio de una realidad tan compleja como el problema económico³⁵. En su opinión, la economía debía guiarse más bien por algo parecido al modelo evolucionista de la biología.

Influenciado por Darwin, pero sobre todo por la filosofía social evolucionista de Herbert Spencer, enfocaba el problema económico como un proceso de continuo cambio, no como un estado de equilibrio fijo y definitivo. Se trataba, no obstante, de un proceso estable, de modo que podía ser considerado como una sucesión de situaciones estables muy similares entre sí, no en el sentido matemático del término, sino en el sentido biológico. Es decir, un proceso con capacidad de autoorganiza-

³⁴ Citado por Whitaker, J.K. (1996), p. 40. Algo que ya había advertido Aristóteles, para quien la felicidad era sobre todo una actividad. Ello explica que Dios sea la misma felicidad, ya que es el mismo acto puro.

³⁵ Ver la famosa carta a Arthur Bowle del 27 de febrero de 1906, citada por Groenewegen, P.D. (1995), p. 413.





ción y estabilidad, donde se compaginan el desequilibrio, sin el cual no es posible el cambio, con la continua tendencia al equilibrio, que le otorga estabilidad. Un proceso abierto o en marcha, que nunca alcanza un equilibrio estático y definitivo; que nunca podrá expresarse mediante un sistema de ecuaciones.

Se puede decir que Walras se había planteado el problema económico desde un enfoque iusnaturalista. Trataba de demostrar que, a partir de las decisiones de un conjunto de individuos racionales, que se supone situado fuera del tiempo, es posible establecer el equilibrio *a priori* de los planes de todos ellos. Lo cual implicaba un mundo sin vida y sin historia, sin pasado y sin futuro, donde matemática y realidad se confundían.

En el planteamiento de Marshall las decisiones tomadas por individuos en el pasado influyen en las decisiones presentes, y estas condicionan las decisiones que se tomen en el futuro. La producción, y no solo un consumo presente, siempre idéntico, desempeñan un papel muy importante en el problema económico.

El proceso económico, tal como lo entendía Marshall, no era una simple agregación mecánica de partes, sino que implicaba autoorganización y crecimiento, una “causalidad temporal” que, de modo casi imperceptible, no deja de actuar cambiando la misma estructura del proceso. En ese sentido, se puede decir que detectó, en el seno de la economía, algo parecido a lo que, en el ámbito de la física, H. de Poincaré había designado con el nombre del “problema de los tres cuerpos”³⁶.

³⁶ Ver Martins, N.O. (2013). La presencia de ese “tercer cuerpo” hacía imprevisible el resultado y el cálculo fracasaba en la resolución de ese tipo de problemas. Ni Newton ni Leibniz habían tenido en cuenta la presencia de ese “tercer cuerpo” o del tiempo como factor causal. Eso les había permitido suponer que en la realidad se daba una continuidad puramente matemática, haciendo así posible el cálculo infinitesimal.





Con el fin de hacer predicciones con un cierto rigor y exactitud, Marshall introdujo lo que llamaba principio de continuidad del proceso económico, un modo de compaginar estabilidad y cambio. Todo cambia pero lo hace un ritmo muy lento y sin provocar nunca grandes desequilibrios. Eso le llevaría distinguir entre el enfoque a corto y a largo plazo. Pondría toda su atención en lo que llamaba “equilibrio parcial” a corto plazo, un enfoque dinámico muy distinto del “equilibrio general” estático de Walras.

Mediante el concepto de “equilibrio parcial” Marshall pretendía hacer posible un estudio analítico del continuo cambio que preside la marcha de la historia, que consideraba intrínseco al mismo problema económico. Un cambio que se produce muy lentamente, que solo es apreciable a largo plazo, mientras que en el muy corto plazo se puede considerar como si la economía estuviese en equilibrio.

El objetivo metodológico de Marshall era hacer compatible una dimensión organicista y dinámica del problema económico, que se manifiesta a largo plazo, por el lado de la producción, con una dimensión individualista, mecanicista y estática, que se manifiesta a corto plazo, por el lado del consumo. En otras palabras, hacer compatible la hipótesis de la competencia perfecta, que actuaría en el corto plazo, con una estructura organizativa y jerárquica que iría actuando a largo plazo. La manifestación de que esa compatibilidad era posible sería que la oferta a largo plazo y la demanda a corto plazo eran independientes, cosa que nunca pudo demostrar de modo satisfactorio.

Es probable que Marshall no fuese consciente de que la hipótesis de competencia perfecta era equivalente –como había anticipado Cournot– a suponer que la economía se encontraba en un equilibrio general de tipo walrasiano. Por eso, aunque de palabra rechazaba el cálculo, en el plano de los hechos se alineaba con el enfoque de Walras. Incurría así en una flagrante contradicción que Piero Sraffa (1925) se encargaría





de poner de manifiesto. Marshall debía elegir entre “competencia perfecta” o “causalidad temporal”.

No obstante, sería J. M. Keynes quien, en los años treinta del siglo pasado, daría el paso decisivo para enfrentarse con todas las consecuencias que supone aceptar una economía a la que no es posible aplicar los principios del cálculo. De modo muy consecuente con este modo de pensar, comenzaría por rechazar abiertamente la hipótesis de competencia perfecta, proclamando el fin del *laissez faire*, la idea de que la economía se reglaba por sí misma, como habían pensado Walras y, con algunas dudas, también Marshall. En su opinión, imponer la competencia perfecta anulaba la presencia de la incertidumbre e impedía la presencia de la “causalidad temporal”, que es lo que hace imposible el cálculo.

En opinión de Keynes, lo esencial del problema económico no era el consumo, que, de algún modo, se puede situar fuera del tiempo, sino la producción, un fenómeno que, por su propia naturaleza, está orientado al logro de un resultado en un futuro incierto. En otras palabras, la producción lleva consigo una incertidumbre endógena, que de ningún modo puede someterse al rígido determinismo que exige el cálculo.

Por ese mismo motivo, la producción era, para Keynes, algo esencialmente monetario, ya que solo mediante el recurso a la moneda se hacía posible avanzar en el tiempo hacia el siempre incierto y cambiante futuro. Desde ese punto de vista, la producción implica la creación de unos flujos monetarios que se difunden por la sociedad, dando lugar a una tupida red de deberes y obligaciones, de compras y ventas que, con el paso del tiempo, y con el concurso de todo el tejido social, que continuamente se está rehaciendo, puede dar lugar, o no, a unos flujos de vuelta que permitan recuperar con creces la inversión realizada.

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





CUADERNOS EMPRESA Y HUMANISMO

Lo propio de este modo de plantear el problema económico es la presencia de un “bucle de retroalimentación” entre el resultado de la inversión realizada, algo medible y objetivo, y la expectativa de ese resultado, algo subjetivo y siempre incierto, ya que depende de conductas futuras de la totalidad del entramado social. Se trata de un bucle que, por su complejidad, extensión social y volatilidad, de ningún modo podía ser formalizado.

De este modo Keynes rompía con el individualismo mecanicista de la economía de sus predecesores, y sostenía que las conductas económicas de los individuos dependían de fenómenos sociales muy complejos, como son las expectativas que en cada momento se forman las gentes sobre la marcha global de la sociedad y la economía. Era, por tanto, absurdo seguir sosteniendo que los individuos solo eran racionales cuando disponían de la información perfecta.

Su propuesta fue lanzar una idea de racionalidad de los individuos que fuese compatible con la incertidumbre, con distintos niveles de riesgo. Una racionalidad propia de individuos que no tienen información perfecta, que pueden acertar o equivocarse en sus decisiones, en sus modos de reaccionar frente a un cambio de expectativas.

La racionalidad de estos individuos carentes de información perfecta consiste en moverse por mímesis, tomar como referencia lo que hace la mayoría, seguir la “conducta promedio”, la “opinión pública”. Un supuesto de conducta racional que se convertiría en la esencia de lo que ahora se conoce como macroeconomía.

Para Keynes, eran las expectativas o, más bien, la complejidad del proceso que está detrás de ellas, lo que determina la decisión colectiva de los individuos y la marcha de la economía; un proceso que por ser abierto y complejo de ninguna manera puede ser resuelto desde el método de la matemática.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

51





Según Keynes no suele haber problemas en una economía mientras las expectativas se mantengan estables, en cuyo caso pueden servir supuestos como los de Marshall o Walras. La dificultad se plantea cuando se produce un cambio inesperado de las expectativas, y se hace patente la dificultad para conocer las causas últimas de ese cambio tan complejo, por lo que es fácil tomar decisiones equivocadas que conducen a situaciones socialmente insatisfactorias. Esa era, en opinión de Keynes, la causa del desempleo que existía en Gran Bretaña después de la I Guerra Mundial.

Keynes negaba que hubiese un método único para resolver el problema económico; este se presentaba de muchas formas, era múltiple y cambiante, distinto para cada país y para los distintos periodos de tiempo. Por eso defendía la construcción de un método *ad hoc* para ese problema en cada situación concreta.

a) *La primera “matematización” de la economía*

El planteamiento de Walras no solo tropezó con el problema de hallar una solución efectiva al sistema de ecuaciones, que supuestamente representaba el equilibrio general de la economía, sino que experimentó una crisis todavía más grave cuando desde el positivismo se rechazó como no científica la idea de que la utilidad representase unos supuestos estados interiores de los individuos, algo que empíricamente no era comprobable.

Ante estos problemas Pareto se propuso demostrar que el planteamiento de Walras seguía siendo válido sin necesidad de un concepto psicologista de utilidad. Estaba convencido de que era posible elaborar un concepto empírico de utilidad, teniendo en cuenta solo la conducta observable de los individuos, sin ninguna referencia a sus supuestos estados interiores. El problema es que ese enfoque exigía dar entrada al concepto de imitación y aprendizaje, único modo de explicar la géne-

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





sis de la conducta promedio, obtenida por observación de las conductas de un colectivo de individuos. Por otro lado, ese concepto empírico de utilidad, por ser un resultado estático, colectivo y *a posteriori*, no podía explicar la dinámica *a priori* de la elección de un individuo.

En todo caso, lo que permaneció inalterable en el enfoque psíquico-matemático del problema económico que Pareto había recibido de Walras fue la necesidad de maximizar una extraña pseudo sustancia llamada “utilidad”, cuya naturaleza se hacía cada vez más confusa y desconocida. Este problema se agravaba todavía más porque en el caso de la acción humana no se podía aplicar el principio de *hypotheses non fingo* de Newton, ya que se trataba de algo que no se daba en la naturaleza, sino que era creación de la propia acción humana. Como tendremos ocasión de ver, todo eso no impidió mantener la idea de que la obtención de un máximo, de algo que se llamaba utilidad, pero cuya naturaleza se desconocía, debía constituir el núcleo mismo del problema económico planteado de modo científico matemático.

Pareto también se dio cuenta de que en el planteamiento de Walras los precios se determinaban a partir de una distribución inicial de los bienes, que suponía dada exógenamente. Por lo tanto, el equilibrio general no podía representar un óptimo de justicia y libertad, como había pretendido Walras, sino que daba lugar a lo que ahora se conoce como un “óptimo de Pareto”. Es decir, que en esa situación nadie podía mejorar su propia situación sin empeorar la de algún otro individuo. En la misma línea que Walras, mantuvo el empeño por buscar un modo de dar solución al sistema de ecuaciones que, supuestamente, representaba el equilibrio al problema de la economía.

Después de Pareto, dentro de la corriente walrasiana de la economía, la atención continuó centrada en buscar bajo qué condiciones matemáticas ese sistema podía ser resuelto de modo eficaz. En esa línea, el matemático alemán R. Remak, discípulo de Frobenius, estableció en





1929 que, por ejemplo, los precios no podían tener valores negativos, pues eso sería absurdo desde el punto de vista de la economía.

Este problema fue planteado por primera vez de modo sistemático en el seminario o coloquio matemático que Karl Menger, hijo del conocido economista fundador de la llamada “escuela austríaca”, mantenía en Viena en los años treinta del siglo pasado³⁷.

El matemático Abraham Wald (1935, 1936), colaborador de Menger, recibió el encargo de estudiar bajo qué supuestos el sistema de ecuaciones propuesto por Walras podría tener una solución. No se trataba, en principio, de resolver de modo constructivo el problema, sino de establecer bajo qué condiciones eso podía ser posible.

Con ese fin Wald planteó el problema de Walras de forma que fuese susceptible de un enfoque variacional. Es decir, en lugar de un sistema de ecuaciones, lo transformó en un sistema de desigualdades, de diferencias entre las ofertas y las demandas, de “excesos de demanda”, y trató de encontrar para qué conjunto de precios esos excesos de demanda tendían a anularse. Una transformación que también puede interpretarse como un intento de dar expresión matemática a la idea de Walras de un “subastador” que se encargaba de revisar los precios, al alza o a la baja, en función del signo de los excesos de demanda, hasta lograr la perfecta coincidencia de las ofertas con las demandas.

De este modo llegaría a la conclusión de que ese tipo de problema podría tener solución si se imponía algún tipo de restricciones formales a la función de excesos de demanda, pues en caso contrario podría ocu-

³⁷ Como diría K. Menger, hasta entonces los economistas se habían limitado a plantear ecuaciones sin preocuparse por la posibilidad de existencia de una solución. Citado en Baumol, W.J. y Goldfeld, S. (1968).





rrir que la sucesión de precios fluctuase sin llegar nunca a alcanzar un límite estable. Entre esas condiciones, Wald estableció las de continuidad, monotonicidad decreciente, convexidad, etc., que, desde entonces, se han hecho inseparables de este modo matemático de buscar una solución al sistema de ecuaciones del equilibrio general walrasiano.

No es ahora el momento de exponer todas las vicisitudes de los trabajos de Wald; basta con decir que en su enfoque primaban las condiciones formales para la existencia de una solución sobre la realidad misma del problema económico.

El cambio radical en el modo de dar solución al problema económico tal como lo había planteado Walras ocurriría con ocasión de lo que vamos a llamar la primera “matematización” de la economía, y vendría desde un modo de entender las matemáticas muy distinto al seguido hasta entonces.

Los primeros antecedentes de este cambio radical de enfoque del problema del equilibrio general tendrían lugar en 1928, en el mismo seminario vienés, cuando un destacado discípulo de Hilbert, J. von Neumann, presentó un interesante trabajo sobre la posibilidad de existencia de una solución *a priori* de los llamados “juegos de salón, o de sociedad”³⁸.

La teoría matemática de juegos surgió a principios del siglo XX como consecuencia de la afición al ajedrez de algunos de los más distinguidos matemáticos de la época, como Zermelo (1913) o el propio Neumann. Los llamados juegos de salón o de sociedad son un tipo de interacción estratégica, pero reglada, entre jugadores, que se lleva a cabo de modo diferente en cada partida, en función de la psicología de los

³⁸ Para entender el sentido de la aportación de von Neumann se puede consultar Kjeldsen, T. H. (2001) y Leonard, R. (2010).





jugadores. Lo que atrajo la atención de los matemáticos fue la siguiente pregunta: ¿si se deja a un lado la psicología de los jugadores, existe *a priori* una estrategia óptima para cada juego? o, de otro modo, ¿es posible asegurar *a priori* que en todos los juegos es posible desarrollar una “estrategia” ganadora?

Para dejar fuera la psicología de los jugadores, Neumann se limitó a seguir los principios de la corriente axiomática formalista de Hilbert. Es decir, se propuso dar expresión axiomática formal al juego, sin que los conceptos de estrategia, ganancia, pérdida, decisión, etc., tuviesen ningún significado. Lo único que le interesaba era la consistencia lógica formal del sistema abstracto resultante, lo que constituía la esencia de la “teoría matemática de juegos”.

En el ensayo que Neumann presentó en 1928 no pudo probar la existencia de una estrategia óptima *a priori*. Se limitó a demostrar que, bajo unas condiciones muy restrictivas³⁹, era posible alcanzar una solución “mínimax”, o “punto de silla”⁴⁰. En cualquier caso, resultaba imprescindible contar los axiomas de continuidad, convexidad, etc., establecidos por Wald.

Hasta entonces Neumann no había caído en la cuenta de que la mejor manera de dar solución al problema de la “teoría matemática de juegos” era mediante un “teorema de punto fijo”, elaborado por primera vez por Brouwer.

³⁹ Esa solución solo es aplicable al caso de un juego de suma cero con solo dos jugadores

⁴⁰ No era propiamente un “teorema de existencia” sino que proporcionó una solución efectiva y calculable, aunque para ello impuso una visión axiomática de las estrategias de los jugadores.





Solo unos años después, en 1937, en el seno del mismo seminario, con ocasión de presentar un ensayo sobre la posibilidad de existencia de una solución *a priori* a un modelo de crecimiento de una economía, von Neumann haría uso expreso de un teorema de “punto fijo”.

De todas maneras, sería años más tarde, en 1944, después de haber emigrado a Estados Unidos, en un trabajo llevado a cabo en colaboración con el economista O. Morgenstern, cuando se planteó el cambio radical del enfoque walrasiano del problema económico, al enfocarlo como una variante de la “teoría matemática de juegos”⁴¹.

Lo que más llamaría la atención a los economistas que seguían fieles al enfoque tradicional de Walras fue el modo axiomático de enfocar la elección de los individuos. Se dieron cuenta de que, de ese modo, se evitaban las dificultades que planteaba la discusión sobre la naturaleza de la utilidad.

Lo que Neumann entendía por “elecciones de los jugadores” no era más que un sistema formalizado y consistente de conceptos abstractos, sin referencia alguna a una realidad tan compleja como la decisión humana. Lo que llamaba “estrategia” no era más que una variable estocástica, un concepto abstracto que nada tiene que ver con la “verdadera naturaleza de las cosas”. Lo único requerido era que se ajustasen a las reglas que aseguraban la consistencia del sistema total de lo que llamaba “teoría matemática de juegos”.

Consciente de que todo teorema de punto fijo, transformación topológica de un conjunto sobre sí mismo, no puede ser otra cosa que una propiedad del propio conjunto, Neumann prestó gran atención a la

⁴¹ Mediante este tipo de teoremas lo que se trata es de establecer la existencia de al menos una solución, un “punto fijo” en una aplicación de un conjunto sobre sí mismo. Para saber más se puede consultar el capítulo 1 de Shashkin, Y.A. (1991).





estructura formal del conjunto de “estrategias”. Como la existencia de una solución “mínimax” o “punto de silla” dependía de que esa estructura fuese matricial bilineal, Neumann la impuso sin preocuparse mucho por indagar sobre si ese modo de representar las “estrategias” tenía algo que ver con la realidad de estas últimas.

Una vez que Neumann dio el paso que hizo posible “matematizar” la economía, unos pocos años después, en 1951, otro matemático, J. Nash, no vio impedimento para generalizar el planteamiento de Neumann. De ese modo, se propuso generalizar la “teoría matemática de juegos” al caso de muchos jugadores, sin necesidad de imponer la existencia de coaliciones ni del supuesto de suma cero. Para que existiese por lo menos una solución bastaba con dar por supuesto que cada jugador era capaz de adoptar la mejor estrategia frente a todos los demás. En tal caso, era obvio que de la propia estructura del conjunto resultante se derivaba la existencia de un teorema de punto fijo⁴².

La generalización que hizo Nash de la teoría de juegos de Neumann encajaba más plenamente con el enfoque individualista de Walras, con el supuesto de que solo eran posibles los intercambios en situación de equilibrio general o información perfecta. Desde un punto de vista ideológico la propuesta de Nash daba por asegurado que la sociedad o el mercado, movidos por el interés particular de cada individuo, conducirían, no se sabe cómo, a una situación de equilibrio o coordinación de los planes de todos los individuos. Una alternativa de apoyo a mantener el principio de *laissez faire* frente al entonces dominante enfoque keynesiano de la economía, que lo negaba.

En la mitad de la década de los años cincuenta, dos matemáticos convertidos en economistas, Kenneth Arrow y Gerard Debreu (1951), forma-

⁴² Para estudiar todo este proceso ver Giocoli, N. (2003).





dos en el seno de la corriente matemática formalista, trabajando dentro del enfoque walrasiano tradicional del equilibrio general, sin aparente referencia a la teoría matemática de juegos y en línea con el enfoque de Wald, lograron demostrar la existencia de, al menos, una posible solución a ese problema. En cualquier caso usaron los enfoques de la nueva matemática formalista. En este sentido es muy revelador que G. Debreu, formado en el seno del más estricto bourbakismo, declarara que: “la teoría del valor es tratada aquí con el patrón de rigor de la contemporánea escuela formalista de la matemática”⁴³.

En el enfoque de Arrow, como en el de Debreu, es patente que las exigencias del formalismo matemático predominan sobre la complejidad del problema económico. Algo que queda patente en el siguiente comentario de Debreu: “en relación a mi tratamiento del tema hay que destacar que, para expresar la economía del bienestar en términos de la teoría de conjuntos, ha habido que llevar a cabo una revisión de algunos de los conceptos primitivos de la teoría económica del equilibrio general”. Más en concreto, “el tratamiento de este problema (segundo teorema del bienestar) a través de la teoría de la convexidad resulta más riguroso, más general y simple que el tratamiento por medio del cálculo diferencial como era tradicional desde Pareto”⁴⁴.

⁴³ Debreu, G. (1959), p. xi.

⁴⁴ En opinión de Debreu, el recurso a los teoremas de hiperplanos separadores, o de modo más general, al teorema de Hahn-Banach, parecía ajustarse perfectamente al problema económico”. Un recurso que venía exigido por el prejuicio dominante por aquellos años en la “Cowles Comission” de que el problema económico solo podía ser resuelto desde un enfoque de optimización. Este prejuicio era consecuencia de haber aceptado el enfoque axiomático de elección del individuo económico, tal como fue presentado por Neumann en su trabajo de 1944. Ver Hefeld, C. (2013).





En el planteamiento de Arrow y Debreu los precios desempeñan tres funciones esenciales: a) lograr una asignación eficiente de recursos, b) igualar las ofertas con las demandas, y c) impedir la formación de coaliciones que harían inviable un equilibrio óptimo. Tres funciones que se corresponden con la imposición de tres instrumentos matemáticos: 1) el análisis convexo⁴⁵, 2) un “teorema de punto fijo”, y 3) el análisis no estándar.

A comienzos de los años sesenta, la aportación de Arrow-Debreu llegó a ser considerada como el paradigma de la economía matemática, el único modo riguroso de enfocar el problema económico⁴⁶. En la actualidad se considera un formalismo vacío de contenido numérico, una pura estructura matemática exigida para poder aplicar un “teorema de existencia” pero sin aplicación práctica. La razón de ese desencanto reside en que el enfoque formalista axiomático reduce el problema económico a probar la existencia de una solución, un equilibrio general de una multitud de “decisiones” descentralizadas. El problema es que, como veremos, después de las formalizaciones exigidas por la teoría esas “decisiones” no son, de hecho, tenidas en cuenta.

Finalmente, en 1962 el matemático H. Uzawa logró demostrar la equivalencia matemática del teorema de “existencia del equilibrio general”, tal como fue establecido por Arrow y Debreu, con un “teorema de pun-

⁴⁵ Más en particular, hace uso de la teoría de la dualidad, de modo especial el “teorema de Hahn-Banach”, con el fin de demostrar la validez del segundo teorema fundamental de la economía del bienestar. De todos modos, Debreu hace un uso inválido de ese teorema, pues se apoya en la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel y el axioma de elección. Ver Vilupilla, K.V. (2008). El teorema de Hahn-Banach tiene una versión constructiva, pero solo en sub-espacios de espacios normados separables, pero la que se suele usar, válida para espacios normados no separables, depende del lema de Zorn, equivalente al axioma de elección y, en consecuencia, no constructivo, Vilupilla, K. V. (2008), p. 19.





to fijo”, tal como lo había planteado Brouwer. Este resultado venía a poner de manifiesto que en ambos casos lo esencial era la estructura del conjunto –de los precios⁴⁷– al que se aplicaban ambos tipos de teoremas.

b) El significado de los “teoremas de punto fijo”

Como muy bien señala Shashkin, en la mayoría de los casos, y de modo especial en la ingeniería, aplicar matemática a un problema quiere decir resolver ecuaciones, obtener de modo operativo e inmediato un resul-

⁴⁶ Lo que en ningún momento se dijo de modo explícito es que la validez de ese enfoque del EGW dependía de axiomas matemáticos tan cuestionables y discutidos como el “axioma de elección”, el de “completitud”, el de “compactitud”, el de continuidad (topológica), el de máximo y mínimo (Weierstrass) o el de separación por hiperplanos. Ni tampoco se dijo algo tan importante como el hecho de que el teorema de Hahn-Banach no ha sido establecido hasta ahora de modo recursivo. El lema de Zorn es probablemente equivalente al axioma de elección, algo a lo que los economistas acuden implícitamente cuando indexan un continuo de agentes. Siempre que hay una teoría de elección al nivel individual o social se apela al axioma de elección.

El recurso al supuesto de compacticidad y, en consecuencia, la dependencia del teorema de Heine-Borel, es casi una segunda naturaleza de los economistas matemáticos. Es bien conocido que no hay equivalente del teorema de Heine-Borel en análisis computable, por lo que es imposible hacer construable el teorema de Bolzano-Weierstrass. El teorema de Bolzano-Weierstrass es, a su vez, equivalente al lema de Ascoli, que es usado para simplificar la prueba del teorema de Cauchy-Peano al teorema de Heine-Borel. Pero puesto que el lema de Ascoli es equivalente al Teorema de Bolzano-Weierstrass, cabe entonces, oculta en los supuestos, la posibilidad de disyunciones indecidibles. ¿Cómo se puede entonces proceder con una dinámica formal si los supuestos fundamentales tienen un sentido numérico dudoso? Velupillai, K.V. (2002), p. 321.

⁴⁷ También podría decirse conjunto de “decisiones” o de “elecciones”. En cualquier caso, se trata de establecer una información que asegure la existencia de un TPF. Un conjunto de señales, precios de mercado, resultado de elecciones, que llevará a la compatibilidad de los planes de los individuos.





tado aplicable a la solución de un problema concreto. En esos casos es un asunto decisivo saber si una ecuación tiene algún tipo de solución posible. Ese era el objetivo de los “teoremas de punto fijo” y lo que explica su éxito.

Este tipo de teoremas establece que una aplicación del conjunto de posibles soluciones a un sistema de ecuaciones sobre sí mismo tiene al menos un punto fijo; algo que tiene que ver con la propia estructura topológica de ese conjunto, y que actualmente se suele demostrar recurriendo al lema de Sperner⁴⁸.

Como hemos visto, fue von Neumann el primero en aplicar ese tipo de teoremas para demostrar la existencia de una posible solución en un problema dinámico extraordinariamente complejo como son los juegos. De este modo se evitaba tener que buscar una solución constructiva al problema. Además, tampoco hacía falta explicar cómo podría funcionar el extremadamente complejo proceso de interacciones que, como sucede en los “juegos de salón”, llevaban a una solución.

Con el diseño que von Neumann hizo de la “teoría axiomática de elecciones”⁴⁹ eliminó de entrada el problema de la autorreferencia que cons-

⁴⁸ El primer TPF fue establecido por Brouwer en 1912. Es cierto que no lo consideró válido desde el punto de vista de una matemática intuicionista y constructiva, como dejó bien claro cuando lo volvió a exponer en 1952, en una versión más ajustada a esos principios. Si se admitía la validez del teorema de Bolzano-Weierstrass las formas clásica e intuicionista del TPF serían equivalentes; lo cual tiene que ver con la admisión o rechazo del principio de tercero no admitido en un contexto de infinito. Que a su vez conlleva el reconocimiento de disyunciones no decidibles, lo que implica no construcción y no cálculo.

⁴⁹ Otra gran ventaja de la aplicación a la “teoría axiomática de elección” de Neumann era que no solo evitaba enfrentarse con el problema de la regresión a infinito, sino que permitía prescindir de un concepto tan confuso como el de utilidad, al que los positivistas consideraban como no científico.





tituía el llamado “problema de Cournot”. En este sentido, se podría decir que ese diseño axiomático formalista constituye una forma mucho más sofisticada de sustituir a la hipótesis de competencia perfecta propuesta por Cournot, único modo de que pueda estabilizarse ese tipo de problemas de multitud de interacciones de acción-reacción.

En conclusión, los “teoremas de punto fijo” hacen posible una economía matemática axiomática abstracta y rigurosa, pero al coste de que la supuesta existente solución nunca sea alcanzable por vía recursiva⁵⁰.

Como muy bien señaló Herbert Scarf (1973), ese tipo de teoremas, al implicar una transformación de un conjunto sobre sí mismo, supone algún tipo de mecanismo o dinámica que lleve a efecto esa transformación. En el caso del problema económico, implica dar por supuesto, como pensaba Walras, que existe un proceso dinámico que, de forma autónoma, va llevando poco a poco a la consistencia las decisiones de una multitud de individuos aislados. Algo que también es patente en el diseño de Arrow y Debreu, donde se supone que hay algo así como un mecanismo que genera un conjunto de señales –los precios– que permite a los individuos tomar decisiones mutuamente compatibles; de otro modo no sería posible alcanzar la solución al equilibrio general.

Por otro lado, una gran ventaja de los teoremas de punto fijos es que no exigen establecer de modo preciso la forma de la aplicación del conjunto sobre sí mismo⁵¹, ni requieren que sea constructiva; basta con suponer que sea continua. Aunque esto tiene muchas ventajas desde el

⁵⁰ Como ya hemos tenido ocasión de comentar, no hay modo de demostrar, y menos desde el seno de la matemática, que un proceso pueda convertirse instantáneamente en un estado. No hay modo de asegurar que la sucesión de vectores de precios de una economía converja a un único vector que sea el de equilibrio.

⁵¹ En la mayoría de los casos, lo único que se requiere es que sea “continua”, “acotada”, “cerrada” y “convexa”.





punto de vista teórico matemático, desde el punto de vista empírico tiene el inconveniente de que no se puede explicar casi nada de cómo puede funcionar en la realidad la dinámica del proceso que supuestamente esa aplicación representa⁵².

Como se puede comprobar, los modelos formalistas axiomáticos del enfoque walrasiano del problema económico han sido posibles en la medida en que se han ido relajando más y más las condiciones reales que son propias, no solo del problema económico, sino de la propia acción humana. Había que sacrificar todos esos aspectos con vistas a asegurar lo único importante: la existencia de al menos una solución al problema del equilibrio general.

En cualquier caso, la hipotética existencia de un “teorema de punto fijo”⁵³ no impide que en el plano práctico los individuos se sigan encontrando con disyunciones irresolubles, que impiden alcanzar la supuesta solución de equilibrio. En otras palabras, si en la práctica los individuos no pueden generar una sucesión de vectores de precios que converjan al de equilibrio, tampoco pueden ser obtenidos de modo constructivo o computable⁵⁴. Como suele suceder en la vida práctica, lo más probable es que las decisiones de los individuos raramente sean compatibles, por lo que desde el punto de vista práctico la existencia teórica de un “teorema de punto fijo” se convierte en algo irrelevante.

Es muy aventurado dar por supuesto que la solución de un proceso tan complejo como es la formación de los precios, que tiene mucho que ver

⁵² Puede verse Aubert, K. E. (1982).

⁵³ En este caso conviene ser muy preciso sobre lo que se quiere decir cuando se la califica de “continua”, ya que los precios no pueden ser negativos ni infinitésimos.

⁵⁴ Esto quiere decir que la información de los precios no puede ser codificada o programada de forma sistemática de tal manera que haga las decisiones de los individuos mutuamente compatibles.





con hechos pasados, y con interpretaciones subjetivas no siempre acertadas, pueda ser probada *a priori* por medios meramente matemáticos.

No hay inconveniente en usar números reales y variables continuas –cálculo– para dar tratamiento matemático a problemas físicos finitos o discretos, pues de algún modo se pueden considerar deterministas. Sin embargo, el asunto es mucho más complicado cuando se trata de aplicarlo a lo que no es estrictamente continuo, como puede ser a un intervalo de números racionales o a uno de sus subconjuntos.

¿Es posible, entonces, probar algo acerca del mundo real solo mediante razonamiento matemático? En principio no hay inconveniente en el uso de variables continuas para el estudio de fenómenos discretos, como es el caso de los precios, pero es importante que se conozca la forma de la función empleada para representar la dinámica de formación de los precios. Si se ignora casi todo sobre esa función no hay razón alguna para hablar de rigor, ni para esperar que la supuesta solución de un “teorema de punto fijo” sea uno de los vectores de precios admisibles desde el punto de vista económico.

Cabe siempre el peligro, como ya señaló Cournot, de presentar lo que no son más que meras tautologías como si se tratara de contribuciones sustantivas, algo en lo que se suele incurrir cuando se pretende la traducción directa y simplista de un teorema matemático a un lenguaje que requiere de elementos empíricos que no son alcanzables por la matemática.

c) El fracaso de la primera “matematización”

Pronto se comprobaría que, con los teoremas establecidos por Arrow y Debreu, el problema del equilibrio general walrasiano estaba muy lejos de haber sido definitivamente solucionado.

No bastaba con demostrar que existía una posible solución a ese problema de interacciones, sino que, además, había que demostrar que esa solución era un equilibrio localmente estable. Es decir, que, ante cualquier perturbación que lo separase de ese equilibrio, se generaban





en el interior del sistema fuerzas de sentido contrario que llevaban a restablecerlo. Eso implicaba dar por supuesto que el sistema dispone de una dinámica interna que asegura la estabilidad de ese equilibrio.

En otras palabras, para demostrar la estabilidad del equilibrio no quedaba más remedio que proceder de modo constructivo o computacional. Se hacía entonces necesario simular el proceso de formación de precios que, supuestamente, se encarga de llevar al sistema a su situación de equilibrio.

En 1974, H. Scarf, con la ayuda de una computadora, trató de simular ese proceso. Pronto se enfrentó con el problema de que las computadoras digitales exigen que la función de reacción a los precios, la de “exceso de demanda”, la que permite por “tanteos” irse acercando a la solución de equilibrio, tiene que estar definida sobre un conjunto discreto y finito. Esa condición es radicalmente opuesta a la exigencia de continuidad de esa misma función para que se pueda asegurar la existencia de un “teorema de punto fijo” de una posible solución.

Una manera de resolver este problema de alcanzar a través de una computadora digital el supuesto “punto fijo” solución del sistema, sería ir empleando una escala cada vez más pequeña de precios, de modo que en el límite hubiese un solo vector. El problema es que, desde el punto de vista operativo, eso resulta incompatible con la estructura discreta de un computador digital. Por muy fina que se haga la escala de precios siempre tendrá que ser discreta. Una imposibilidad operativa que ponía de manifiesto que el paso al límite es precisamente el aspecto no constructivo de los “teoremas de punto fijo”⁵⁵.

⁵⁵ Lo cual es debido a la prevalencia de disyunciones no decidibles en el teorema de Bolzano-Weierstrass, que, en último término, es debido a la aplicación del principio del *tercium non datur* en un contexto de infinito, Velupillai, K.V. (2002), p. 315. Algo que tiene mucho que ver con una indecidibilidad que es intrínseca a los teoremas de Bolzano-Weierstrasse.





El proyecto de Scarf se mostró inviable⁵⁶. La causa de fondo de esa imposibilidad residía en que los “teoremas de punto fijo” son, por definición, atemporales o radicalmente estáticos⁵⁷; se fundan en ideas abstractas de algebra topológica que no permiten decir nada sobre los fenómenos económicos reales que supuestamente tratan de representar.

Todos estos problemas pusieron de manifiesto que la teoría económica matemática de Arrow-Debreu incurría así en una especie de esquizofrenia: por un lado, necesitaba ser abstracta y formalista, como exigía la matemática formalista; por otro lado, necesitaba ser constructiva, poder recurrir a la matemática computacional que, por definición, es discreta y recursiva.

Se empezaba a ver que el recurso a una matemática formalista no suponía un gran avance en comparación con lo que, de modo metafórico, ya había sido empleado por Adam Smith: la “mano invisible”. Se puede decir que se trataba de expresar la misma idea, sin que ninguno de ellos demostrara de modo convincente lo que pretendía.

Como resultado de los esfuerzos emprendidos en los años setenta para demostrar la unicidad y estabilidad de la supuesta solución al equilibrio general walrasiano, que obligó a estudiar con más atención las propiedades de la función de “exceso de demanda”, se llegaría a poner de manifiesto la íntima contradicción de ese modelo. En este sentido conviene destacar el trabajo conjunto de H. Sonnenschein (1973), R. Mantel (1974) y G. Debreu (1974)⁵⁸, en el que se llega a la conclusión de que

⁵⁶ Sobre la imposibilidad de calcular el EG de Arrow-Debreu ver Velupillai, V.K. (2005), p. 862.

⁵⁷ Scarf era bien consciente de que el enfoque matemático adoptado por Arrow y Debreu no era constructivista, ni siquiera recursivista desde un punto de vista teórico.

⁵⁸ Ver Rizvi, S.A.T. (2006).





los únicos requisitos exigidos a esa función es que sea continua, homogénea de grado cero y que cumpla la ley de Walras. Lo que en la jerga de los economistas matemáticos se ha dado en llamar el “teorema SMD”.

El corolario más importante de este resultado es que deja patente que la hipótesis de la racionalidad individual, expresada como “teoría axiomática de la elección”, no tenía ninguna relevancia a nivel agregado.

Al final de ese meritorio y esforzado trabajo por llegar a constituir la economía en una ciencia rigurosa se planteaba el siguiente dilema: había que optar entre una versión no formalista y dinámica de la racionalidad individual, ligada a un proceso recursivo de búsqueda de algo así como el “propio interés”, sin poder asegurar la existencia de una solución de equilibrio; o por una versión formalista y estática, más en concreto axiomática, de esa racionalidad que, mediante un “teorema de punto fijo” aseguraba la hipotética existencia de una solución, pero sin posibilidad de construir un proceso capaz de alcanzar ese supuesto equilibrio.

d) La segunda “matematización”

A comienzos de los años setenta del siglo pasado, la situación de la teoría económica era crítica. Por un lado, el modelo de Arrow-Debreu, considerado durante un tiempo ejemplo de rigor y elegancia en la construcción de la teoría económica, había pasado a ser un diseño lógico algebraico, un ejercicio teórico muy interesante y meritorio, pero de escasa utilidad práctica⁵⁹. Por otro lado, el modelo IS-LM, una síntesis entre el enfoque macroeconómico de Keynes y el equilibrio walrasiano, elaborada por J. Hicks y P. Samuelson, que de modo vulgar se llamaba

⁵⁹ Para ver cuál era esa situación se puede consultar Bell, D. y Kristol, I. (eds.) (1981).





“keynesianismo”, se había mostrado incapaz de enfrentarse a los problemas de inflación y estancamiento surgidos en esos mismos años.

Ante esta situación se empezó a extender la idea de que había llegado el momento de volver a un modelo de conducta económica racional compatible con la incertidumbre y las oscilaciones del ciclo económico. Evidentemente, no podía ser ni la escéptica de Keynes ni la abstracta y axiomática de los enfoques del equilibrio general. No era fácil encontrar el modelo que se necesitaba. La solución vendría de observar lo que sucedía en un tipo de economía empírica que se venía desarrollando desde principios de siglo, la que ahora se conoce como “econometría”.

Este enfoque, surgido principalmente para explicar las causas del ciclo económico⁶⁰, se limitaba a observar datos tomados de forma teórica, para luego diseñar algún tipo de mecanismo que simulara las oscilaciones del ciclo. Para eso no les hacía falta hacer ningún supuesto sobre la conducta de los individuos. No pretendían adivinar la naturaleza del proceso que estaba detrás del ciclo económico, les bastaba con diseñar un mecanismo que simulara de modo efectivo sus oscilaciones, para luego de modo empírico tratar de compensarlas en la medida de lo posible.

En otras ciencias, como en la física, las observaciones se contrastan con un modelo teórico del fenómeno que se pretende estudiar. Esto permite suponer que los sucesos observados son idénticos, tienen una misma causa. Eso permite una “teoría de errores” que hace posible estimar la diferencia entre lo calculado y lo observado, y, de ese modo, detectar errores provocados por causas ajenas al problema que se pretende estudiar.

⁶⁰ Ver Morgan, M.S. (1990).





Donde esto no es posible, como sucede en el caso de la biología, se recurre al “diseño de experimentos”, un modo de contrastar las observaciones del experimento realizado con las observaciones de un “modelo de control” en el que no se han aplicado las condiciones del experimento. Se puede así contrastar lo debido al experimento y lo simplemente aleatorio, lo debido a otras causas.

En econometría, ninguno de esos dos métodos era posible, por lo que simplemente se supuso que las oscilaciones del ciclo económico estaban regidas por leyes universales y constantes, que podrían ser descubiertas aplicando técnicas estadísticas a los datos observados. De modo más concreto, se partió del supuesto de que las oscilaciones observadas podían ser explicadas por la conjunción de un mecanismo oscilatorio estable –un péndulo o balancín–, con impulsos o “choques externos”, que progresivamente serían amortiguados por ese mismo mecanismo.

Ahora bien, ¿era posible hablar de acierto o error en las predicciones del ciclo económico mientras no se dispusiera de un modelo invariante de la causa de los datos observados?⁶¹. Hacia la mitad de los años cuarenta, en lugar de aplicar técnicas estadísticas para descubrir el modelo que daba lugar a esas observaciones, se optó por un enfoque probabilístico de las causas del ciclo económico.

Con este nuevo enfoque las observaciones se consideraban muestras estocásticas de una supuesta población universal. En cualquier caso persistían los siguientes problemas: ¿cómo identificar las variables causantes?, ¿cómo determinar la estructura de las relaciones entre ellas? y ¿cómo determinar qué parte de esa estructura era invariante?

⁶¹ Ver Hoover, K. (2010).





La opción elegida fue construir modelos axiomáticos consistentes, que *a posteriori* pudieran replicar la serie de datos observados. Se reconocía la existencia de un fenómeno oculto causante de los datos observados y se hacía una referencia muy vaga y lejana a una conducta racional por parte de los individuos. Sin embargo, no se hacía referencia a ninguna relación intuitiva a la realidad subyacente.

A la mitad de los años setenta, Robert Lucas (1976) y Thomas Sargent (1976) llegarían a la conclusión de que para superar la crisis en la que se encontraba inmersa la teoría económica había que imponer una estructura teórica previa⁶². Sostenían que había que volver al enfoque de Walras, al supuesto de que la economía tiende inexorablemente a una situación de equilibrio, ya que sin eso no había posibilidad de construir una teoría económica rigurosa.

Inspirándose en la econometría propusieron lo que vamos a llamar la segunda “matematización” de la economía. En lugar de seguir un modelo de equilibrio estático, había que construir un modelo de equilibrio dinámico que explicara tanto las fluctuaciones como la estabilidad del ciclo económico.

Eso quería decir un modelo de equilibrio que fuese compatible con la incertidumbre y el tiempo. Para eso, en lugar de enfocar el problema económico desde una estática comparativa, como sucedía con el modelo IS-LM, hacía falta un enfoque que permitiera una optimización dinámica o intertemporal.

Ese nuevo modelo debía ser una síntesis superadora entre el enfoque de equilibrio de Walras y el enfoque dinámico de desequilibrio planteado por Keynes. Lo cual exigía dar entrada a una nueva idea de raciona-

⁶² También contribuyeron de modo decisivo a este enfoque los trabajos de Kyndland, F.E. (1977) y Prescott, E.C. (1982).





lidad económica que fuera, por un lado, compatible con la incertidumbre, causante de las fluctuaciones del ciclo, y, por otro lado, compatible con la información perfecta, responsable de su estabilidad. En otras palabras: se trataba de diseñar la conducta de un individuo intencional, que responde a incentivos, y que toma decisiones en función de la información de que dispone en cada momento.

Pensaban esos autores que solo contando con esa conducta individual como referencia sería posible llevar a cabo una evaluación objetiva de los efectos de las políticas económicas con las que se pretendía contrarrestar las oscilaciones del ciclo económico.

Se trataba de elaborar un modelo del “agente representativo o promedio” –al estilo del de Keynes– que, en lugar de moverse por las oscilaciones de la “opinión pública”, que puede ser acertada o equivocada, se moviera de acuerdo con lo que llamaron “hipótesis de las expectativas racionales”. Una hipótesis que, como veremos, no es más que un “teorema de punto fijo”⁶³. Un modo de asegurar que la decisión de ese agente promedio nunca será equivocada respecto al logro de un equilibrio de bienestar general⁶⁴.

⁶³ En el caso de una sola variable discreta, como es el caso presentado por H. Simon (1954), un TPF no resulta aplicable ya que no se puede asegurar la convexidad del conjunto. En principio un TPF solo es aplicable al continuo de todos los números reales, lo cual supone la posibilidad de usar una escala de medida cada vez más fina. Un TPF garantiza una correcta predicción para el caso de una idealizada escala de medición lo más fina posible, pero no para una escala menos fina, que sería, en principio, más fácil de predecir.

⁶⁴ La hipótesis de las expectativas racionales tiene sus antecedentes en los trabajos de Herbert Simon (1954); John Muth (1961); Emile Grunberg y Franco Modigliani (1954). Una vez más se trataba de evitar el problema de reflexividad, o la regresión a infinito en la toma de decisión por parte de individuos que interaccionan persiguiendo su propio interés.





Según esa hipótesis, los individuos tomarían sus decisiones en incertidumbre, con lo que unos acertarían más y otros menos, pero, en promedio, la decisión será la correcta. Se trata de que sea la conducta promedio del “agente representativo con expectativas racionales” quien garantice que la economía se mantiene en un equilibrio dinámico, compatible con las oscilaciones del ciclo.

No se pretendía explicar de forma detallada cómo se relacionaban las oscilaciones del ciclo con las decisiones de los individuos, pues para eso habría que enfrentarse con el insoluble problema de la regresión al infinito⁶⁵, sino de dar una aproximación basada en la teoría de la probabilidad.

Se puede decir que ese agente promedio con expectativas racionales desempeña una función muy parecida a la del “subastador” de Walras. Su función consiste en asegurar *a priori* el logro del equilibrio, para lo cual se prescinde de la aleatoriedad de las decisiones de los individuos concretos⁶⁶. En lugar de recurrir a la racionalidad estática e individualista del *homo oeconomicus*, como ocurría con el modelo de Arrow-Debreu, se recurría ahora a la racionalidad dinámica y colectivista de algo parecido a un “procesador colectivo”, capaz de hacer un uso sumamente eficiente de la información objetiva que genera el sistema en cada instante.

Este nuevo modelo matemático de la economía requería la imposición de dos supuestos básicos: 1) que el sistema genera –sin explicar cómo– una información objetiva (los precios de mercado) que asegura la perfecta e instantánea coordinación de las decisiones de individuos; 2) que

⁶⁵ Algo parecido al llamado “test de Turing”, según el cual lo importante es que los datos simulados y los efectivos sean indistinguibles. Para saber más se puede consultar Dreyfus, H. (1972).

⁶⁶ Unas inconsecuencias criticadas por Kirman, A.P. (1992).





las evaluaciones que realiza el mercado de los activos financieros son insuperables, pues usan de modo sumamente eficiente la información disponible.

El primer supuesto no representaba ninguna novedad: es propio de todos los modelos de equilibrio; el segundo supuesto sí constituye una novedad. Al dar entrada a la incertidumbre y al tiempo, se hacía necesario contar con la moneda, pues es imprescindible para llevar a cabo un equilibrio dinámico u optimización intertemporal. Ahora bien, para hacer previsible el futuro se hacía imprescindible imponer esa “hipótesis de la eficiencia de los mercados”, un modo de asegurar que la moneda no distorsionara la información disponible, que es lo que viene a establecer ese segundo supuesto.

Con estos supuestos se impone la idea de que el modelo está constituido por un tipo de individuos indistinguibles con la misma visión del mundo. No se entiende entonces fácilmente qué motivos pueden tener para intercambiar información ni cómo se genera la información de los precios. En cualquier caso, los constructores del modelo sabían que, dando ese tratamiento mecánico estadístico a los individuos, tratándolos como partículas de un gas, la incertidumbre se podía considerar un fenómeno exógeno a las decisiones de los individuos. Lo que pretendían era dar entrada a la incertidumbre pero una vez convenientemente domesticada, que era lo que lograban mediante la imposición de estos supuestos.

Los primeros modelos de este tipo fueron llamados “de Ciclo Económico Real”, porque se suponía que la expectativa racional del agente representativo anulaba cualquier posible efecto de una política monetaria intencional⁶⁷. Las únicas fluctuaciones vendrían provocadas por

⁶⁷ Esos efectos se suponían anticipados y anulados por la conducta del agente con expectativas racionales.





perturbaciones reales endógenas, inesperadas e imprevisibles, como los cambios en los gustos o las tecnologías.

Posteriormente, un grupo de economistas⁶⁸ llegó a la conclusión de que las fluctuaciones también podían ser debidas a otros factores, como la “viscosidad” de los precios y salarios o la propia dimensión institucional de la economía, que no son estrictamente endógenas. De este modo, poco a poco se llegaría a lo que ahora se conoce como “nueva síntesis neoclásica”⁶⁹, que admite que las fluctuaciones pueden ser debidas a multitud de causas, tanto reales como monetarias⁷⁰.

En cualquier caso se trata de una incertidumbre que puede ser tratada como una aleatoriedad estocástica, una “incertidumbre domesticada”. Todo ello exigencia del principio formal axiomático que preside la construcción de este tipo de modelos de equilibrio económico.

En la actualidad, este tipo de modelos, conocidos como Modelos de Equilibrio General Dinámico Estocástico (MEGDE)⁷¹, se enseñan en la mayoría de los departamentos de economía, de modo especial en los Estados Unidos de América, y constituyen el “conocimiento común” de

⁶⁸ Estos economistas, entre los que destaca la figura de Gregory Mankiw, se solían calificar a sí mismos de “neokeynesianos”.

⁶⁹ Para saber sobre el modo en que se llegó a esta síntesis se puede consultar Quiggin, J. (2010); Mehering, P. (2010); Woodford, M. (2009); Goodfriend, M. y King, R.G. (1997).

⁷⁰ Pronto se comprobó que la técnica VAR desvelaba que los impulsos monetarios tenían efectos reales. No tiene nada de extraño que se fueran ampliando las posibles causas del ciclo, ya que en realidad no se conoce cuál es la estructura que de modo efectivo las produce, y, de acuerdo con este tipo de modelos axiomáticos, nada más se puede decir.

⁷¹ Dynamic Stochastic General Equilibrium Model (DSGEM) en inglés.





la ortodoxia económica⁷². Se presenta como una visión virtual o simulada de la marcha de la economía, que permite un cierto grado de intervención con vistas a la resolución de problemas reales.

Los partidarios de estos modelos los aceptan en la medida en que permiten dar orientaciones políticas a los bancos centrales con vistas a lograr la estabilidad de la economía, de modo especial mediante el manejo de los tipos de interés⁷³.

Desde el punto de vista de los autores de este tipo de modelos, el problema económico puede ser planteado como un sistema de equilibrio dinámico con incertidumbre estocástica, lo cual lo hace determinista y, por tanto, resoluble desde el enfoque de esa ampliación del “cálculo de variaciones” que se conoce como “control óptimo”. El núcleo, su expresión formal, es una ecuación de Euler, en forma de autorregresión vectorial estocástica⁷⁴.



⁷² En un manual reciente de Macroeconomía, como el de Wickens, M. (2008), se hace una exposición bastante completa del estado actual de la macroeconomía.

⁷³ El nivel de precios de equilibrio, con precios flexibles, viene determinado por las expectativas de los individuos, dado el conocimiento que tienen del tipo de interés que rige y del proceso que gobierna el tipo de interés real (una reconstrucción del enfoque de Wicksell). En otras palabras, el nivel de precios en equilibrio es una variable aleatoria que fluctúa alrededor de un nivel promedio a largo plazo determinado por el tipo de interés real. Algo que puede describir el papel que le corresponde a la autoridad monetaria en este enfoque: resolver la indeterminación característica del nivel de precios. Con viscosidades en los precios la cosa es más complicada y la autoridad monetaria lo que puede hacer es evitar la distorsión del tipo de interés. Subiendo el tipo de interés nominal puede subir el tipo de interés real y hacer bajar la demanda de consumo presente, que lleva a un descenso de la demanda de trabajo. Puede llevar a la economía hacia un equilibrio eficiente respetando el individualismo.





Desde un punto de vista histórico también se podría decir que con estos modelos se ha llevado a cabo una dinamización estocástica intertemporal de la expresión que Irving Fisher dio a la tradicional “ecuación cuantitativa”⁷⁵. Eso ha permitido dar entrada, en forma de incertidumbre estocástica, al problema del riesgo privado, elemento central de las finanzas.

De todos modos, lo esencial desde el punto de vista formal es la racionalidad impersonal y colectiva del agente representativo con expectativas racionales o el supuesto de que, en promedio, la distribución subjetiva de probabilidades de los individuos converge en la distribución objetiva del sistema. Con la palabra “agente” se quiere dar apariencia de decisión humana a lo que no es más que una imposición axiomática.

El concepto de equilibrio que se usa en estos modelos no hace referencia a ningún tipo de dinámica externa objetiva real, sino a la propia estructura formal axiomática del modelo. En este sentido, para los autores de este modelo, la economía –que viene a coincidir con la misma estructura del modelo– está siempre en equilibrio.

⁷⁴ Es interesante señalar que esa estructura fue sugerida por Sims, C.A. (1980), para quien los propios datos observados revelaban la estructura subyacente. Pero pronto se dio cuenta de que, por razones de consistencia, había que imponer que la matriz de covarianzas de los residuos aleatorios fuese nula, lo cual se podía hacer mediante una ortogonalización a través de la descomposición de Cholesky. Quedaba entonces claro que eso suponía imponer una estructura teórica *a priori*, sin ninguna conexión clara con la naturaleza de los datos observados.

⁷⁵ Para eso se recurre a una ecuación de Euler, diferencial lineal homogénea, con coeficientes variables, pues tiene la ventaja de que puede ser fácilmente reemplazada por una función equivalente con coeficientes constantes. Se ajusta muy bien a las fluctuaciones intertemporales de ingresos esperados. Es muy significativo que Woodford, M. (2010) describa la curva IS en forma de ecuación de Euler.





Conviene por último recordar que la hipótesis de las expectativas racionales da por sentado que existe una aplicación del conjunto de las expectativas de todos los individuos sobre sí misma, con un “punto fijo” que vendría a coincidir con la decisión certera del agente representativo⁷⁶.

e) Los límites de un enfoque axiomático de la economía

Lo más valioso de estos modelos es, desde el punto de vista de sus constructores, la capacidad de replicar o simular los datos observados. Como se ha encargado de precisar Sargent, no son más que una versión axiomática de una dinámica estocástica que, se supone, representa el problema económico, de modo que sea posible tratarlo como un problema de ingeniería de control⁷⁷.

⁷⁶ En este aspecto es muy importante saber que el primer trabajo de Simon, H. (1954) –ahora muy poco citado– sobre un teorema de punto fijo, se refiere al problema de cómo estimar mediante encuestas el resultado de las elecciones presidenciales norteamericanas, y de qué modo la publicación de las encuestas puede afectar al resultado final. Este trabajo fue objeto de una rigurosa crítica por parte de un matemático tan prestigioso como Aubert, K.E. (1982) a la que Simon optó por no responder. El problema para aplicar este tipo de teoremas es que se exigen unas condiciones de continuidad, acotación, cerramiento, convexidad y compacticidad por parte de la supuesta función, que no son patentes en el caso planteado por Simon. El teorema de punto fijo de Brouwer solo es aplicable al continuo pleno de los números reales, es decir, a una escala de medida que es mucho más fina que cualquier otra usada en la práctica. Simon no tuvo en cuenta que la precisión depende de la escala de medida, con lo que la estimación se hace más imprecisa cuanto más fina es la escala de medida, como sucede con el principio de indeterminación.

⁷⁷ Sargent, T.J. (1993). El problema económico queda entonces reducido a un problema de optimización dinámica estocástica, muy frecuente en ingeniería. Los instrumentos más usuales suelen ser: el principio de optimización de Bellman, los Procesos de Decisión de Markov (PDM), los Filtros de Kalman, (FK), etc. Distintas variantes del método de Lagrange Hamilton.





En ese sentido se puede decir que funcionan bien mientras la economía real no plantee problema, mientras se comporte del modo para el que ha sido diseñado. Dejan de ser útiles en cuanto la economía deja de funcionar según lo previsto.

Lo que se había pretendido era hacer compatible el manejo de la incertidumbre –elemento clave en el enfoque de la macroeconomía y de las finanzas– con la certeza en las decisiones –elemento clave de la microeconomía–. ¿Bajo qué supuesto es posible conjuntar la incertidumbre de lo financiero, propia de la macroeconomía, con la información perfecta, inherente al enfoque walrasiano del problema económico?

A la hora de enfocar tanto las finanzas como la macroeconomía, estos modelos, como hemos dicho, domestican la incertidumbre, la transforman en estocástica. Establecen un límite al riesgo. Pero mientras que en las finanzas el riesgo es el de una cartera privada, en la macroeconomía el riesgo es el de toda la sociedad. Lo que no está claro es que ambos objetivos sean efectivamente compatibles.

El problema de fondo de estas cuestiones es que la “hipótesis de las expectativas racionales” no resulta compatible con un mundo en el que la información surge de la propia acción de los individuos, a los que se plantean nuevos horizontes en función del éxito o fracaso de lo que deciden. La información no es algo constante ni igual para todos, sino distinta para cada uno y en cada momento, en función de la propia expectativa y de los resultados obtenidos⁷⁸. No existe nada parecido a una información total objetiva e independiente de la acción de todos. No se puede hablar de la “información disponible en cada momento” sin hacer referencia a un sujeto concreto, en un momento y en unas cir-

⁷⁸ Sobre este tema se puede leer Davis, J.B. (2013).





cunstancias concretas. La acción y la información no son separables de las personas.

En la física clásica tiene sentido suponer que la acción del observador no altera las leyes de la naturaleza o, lo que es lo mismo, que la información objetiva brota de la realidad de las cosas y es igual para todos. En la economía, en cambio, hay una continua y compleja circularidad entre la acción y el conocimiento, de modo que no es posible un “objeto puro”, como se presupone en la física y en la matemática. Después de cada decisión real o puesta por obra, aparece siempre un nuevo horizonte de acción.

Por otro lado, la “hipótesis de eficiencia de los mercados” supone independencia entre conocimiento y acción o que los individuos no guardan “memoria de lo realizado”, razón por la que también se llama hipótesis del “paso aleatorio”, en el sentido de que la decisión presente nada tiene que ver con la inmediatamente anterior.

Bastaría con suponer que la cotización de los activos sigue una distribución de Cauchy, con media y varianza indefinidas, en lugar de una gaussiana, como supone el modelo, para que ya no se pudiera asegurar que los agentes hacen un uso eficiente de toda la información disponible y se dé entrada a agentes con información privilegiada. El hecho de que en la realidad se hayan producido situaciones altamente improbables desde el punto de vista de la “hipótesis gaussiana” desvela un punto muy débil de los supuestos de estos modelos⁷⁹.

⁷⁹ Todo lo no computable o no calculable está estrechamente relacionado con lo impredecible, aunque puede que sea algo determinista. Los problemas de las finanzas no son computables, (como afirma Graça, D.S. (2012). No todo es predecible, o calculable, pero eso no quiere decir que no haya racionalidad en la decisión humana. El hombre decide sobre lo que no sabe a partir de lo que sabe, lo cual supone una jerarquía de saberes.





Una de las condiciones para que se pueda aplicar el teorema central del límite o convergencia a una distribución gaussiana es que el fenómeno subyacente sea esencialmente el mismo, lo cual exige una separación radical entre la acción y la información. Las estimaciones de las cotizaciones cambian con las mismas operaciones de compra y venta; por mucho que se sostenga que esencialmente el fenómeno es el mismo, el caso es que en la práctica se han observado fenómenos explosivos, que siguen una dinámica no lineal y tienen un efecto multiplicativo muy grave para la estabilidad de la economía.

En cualquier caso, la imposición de las hipótesis antes citadas hace que en el modelo solo quede una “incertidumbre amansada”, que permite asegurar que solo sucederá lo que “está previsto que suceda”, dejando fuera todo lo imprevisible. Dicho de otra manera: estos modelos solo pueden simular o replicar resultados muy similares a los que han venido sucediendo hasta ahora, pero no han sido diseñados para enfrentarse con el problema, mucho más complejo, de aparición de resultados imprevisibles, pues eso implicaría cambiar la estructura misma del mecanismo de simulación.

Llegamos, por tanto, a la misma conclusión que alcanzamos al examinar los modelos de equilibrio general walrasianos, resultantes de la primera matematización de la economía: las decisiones de los individuos concretos resultan inapreciables en el nivel agregado.

La filosofía que predomina entre los constructores de este tipo de modelos se puede resumir en el siguiente comentario de Arrow: “El teorema de existencia para un equilibrio general intertemporal puede constituir una prueba de que una previsión perfecta es por lo menos una teoría consistente”⁸⁰.

⁸⁰ Arrow, K.J. (1978), p. 159, citado por Mehrling, P. (2010), p. 211.





Podríamos decir que, con este tipo de modelos axiomáticos de la economía, que no hacen referencia alguna a los fenómenos reales, solo se puede establecer algo así como una “economía espectral”. El problema económico queda reducido a un algoritmo más o menos complicado, que es capaz de simular resultados muy parecidos a los datos observados en la economía real. Viene a ser algo así como una especie de “prueba de Turing”⁸¹.

Así como en la llamada “máquina de Turing” no es necesario hacer una réplica del funcionamiento detallado de la mente humana, sino que basta con una simulación formal de respuestas y preguntas, tampoco en economía, ni con estos modelos, hace falta llevar a cabo una descripción precisa de las entrañas del problema económico⁸².

Sostiene R. Lucas que “insistir en el realismo de un modelo económico socava su potencial utilidad para pensar sobre la realidad. Cualquier modelo bien articulado que sea capaz de dar claras respuestas a cuestiones que se le plantean necesariamente tendrá que ser artificial, abstracto, y patentemente ‘irreal’”⁸³. En su opinión, lo importante es que un modelo “sea capaz de predecir la conducta humana sin saber mucho sobre cómo vive y se las arreglan las gentes cuyas conductas se está tratando de entender”⁸⁴.

⁸¹ Así llamada en homenaje a Alan Turing, un matemático inglés (1912-1954) que investigó los fundamentos matemáticos de la computación. En un famoso artículo de 1950 expuso lo que llamaba “juego de imitación”, consistente en intentar adivinar si una conversación por escrito, a través de una máquina, era con una persona o con una máquina.

⁸² Una postura muy parecida ya había sido sugerida por Milton Friedman, para quien lo importante era construir un modelo que diese resultados muy parecidos a los reales, sin preocuparse por el realismo de los supuestos de partida.

⁸³ Lucas, R.E. Jr. (1980), p. 696.

⁸⁴ Lucas, R.E. Jr. (1987), p. 24.





Desde su punto de vista, “una teoría no es una colección de sentencias sobre la conducta económica real sino más bien un conjunto de instrucciones explícitas para construir un sistema mecánico, paralelo o análogo, que imite esa conducta. Un ‘buen’ modelo no necesita por tanto ser más real que uno ‘peor’, sino proporcionar mejores imitaciones. Como es lógico, lo que se quiera decir con mejores imitaciones depende de las cuestiones concretas que se pretendan responder”⁸⁵.

Un factor que ha contribuido al éxito de estos modelos, especialmente entre los bancos centrales de cada país, es la continua mejora de las técnicas de optimización dinámica que ha sido posible gracias al notable aumento de la capacidad de computación de las máquinas de cálculo llevada a cabo en los últimos años. Como decía Sargent, los analistas económicos son esclavos de los instrumentos matemáticos de que se dispone en cada momento⁸⁶. Solo confiando en el avance en metodología y epistemología sería posible llegar a una nueva ontología, desde la que entender mejor el problema económico.

Conviene, por último, recordar que fue a través de H. Simon como Lucas había entrado en relación con lo que von Neumann llamaba “el procedimiento axiomático”, para plantear el estudio de las ciencias sociales, de modo especial, de la economía. En su opinión, “lo importante era centrarse en las características funcionales externas de los fenómenos que se quieren estudiar, tratándolos como si fueran “cajas negras”, como automatismos de respuesta, cuya estructura interna no tiene por qué ser desvelada, sino suponer que reacciona a ciertos estímulos definidos de modo no ambiguo, mediante respuestas establecidas de modo no ambiguo”⁸⁷.

⁸⁵ Lucas, R.E. Jr. (1980), p. 696.

⁸⁶ Sargent, T.J. (1987).

⁸⁷ Neumann, J. von (1951).





Ahora bien, si lo que se recomienda es tratar los fenómenos como “cajas negras”, de las que solo interesan sus “entradas” y “salidas”, sin preguntarse por lo que hay dentro de ellas, se hace entonces inevitable algún tipo de arbitrariedad por parte del diseñador del modelo. Esta arbitrariedad está relacionada con los intereses que persigue ese diseñador; algo que no es siempre estrictamente científico u objetivo.

¿Cómo es posible probar algo acerca del mundo real –la conducta social– solo mediante un razonamiento matemático? Tratar de establecer algo así como una “prueba matemática” de la realidad es algo que no tiene mucho sentido.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

84 Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





IV. EPISTEMOLOGÍA, ANTROPOLOGÍA Y PROBLEMA ECONÓMICO

1. La lucha por la certeza

El pensamiento moderno surgió, como hemos dicho, con el planteamiento del llamado problema epistemológico. Con la pregunta sobre la posibilidad del conocimiento ¿no podía suceder que el hombre no tuviese acceso al conocimiento de la verdad en su pleno sentido? Esa pregunta surgió en el seno de la teología y derivó en una corriente según la cual el conocimiento de la verdad solo sería accesible por fe y revelación.

A partir de esa corriente el conocimiento humano quedaría reducido a una continua reinterpretación de símbolos, que se refieren a otros símbolos, sin alcanzar jamás la realidad de las cosas. ¿Cómo puedo *yo* entonces estar seguro de que *mis* ideas, *mis* percepciones, *mis* juicios tienen algo que ver con una realidad que, se supone, está ahí fuera?

Hasta entonces nadie había puesto en duda la posibilidad del conocimiento. Se confiaba en la autoridad y la tradición, en una fuente común que lleva a los orígenes y que cada generación recibe de la anterior y debe procurar incrementar para transmitir a la siguiente.

Los motivos que llevaron a esa desconfianza en la autoridad y la tradición son muchos y complejos, pero no se trata ahora de entrar en su exposición y comentario. Solo diremos que tienen mucho que ver con unos modos confusos y deformados de entender la conexión de la razón, no solo con la fe, sino también con la naturaleza. Dicho de otra manera, con un modo muy deficiente de entender lo que es el hombre.

En lo sucesivo, según ese enfoque, lo que cada hombre sabe solo se puede fundar en lo que en cuanto individuo, como mente solitaria, y no



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

85



como miembro de una comunidad, puede aceptar como certeza o evidencia innegable.

Se trataba de una auténtica involución, un volverse de cada uno hacia su interior; si ya no se podía seguir confiando en los otros y en la naturaleza había que conseguir la certeza solo confiando en la mente de cada uno. Una postura que luego tendría influencia en el luteranismo, que también renunciaría a poner la confianza en la autoridad y la tradición, que, con el auxilio de la gracia, es el constitutivo de la Iglesia, sino en la conciencia autónoma de cada uno. En estos breves trazos se pueden ver los fundamentos últimos del individualismo psicologista que llegaría a ser típico de la antropología de la modernidad, una figura que llegaría a tener una importancia decisiva en el pensamiento económico del siglo pasado.

Esa involución supone dar primacía a la voluntad sobre la razón. Como esta última nunca puede dejar de interrogarse, la única vía para llegar a una situación de certeza absoluta, sin posibilidad de que la razón siga planteando preguntas, es que la voluntad se imponga y mande callar a la razón.

Como hemos podido comprobar a lo largo de este trabajo, la matemática, erigida por Descartes como ciencia de la certeza indiscutible, desde entonces ha sido objeto de continuas discusiones sobre su verdadera naturaleza y sobre la solidez de sus fundamentos. Así fue como llegó a la fuerte crisis que atravesó al principio del siglo XX, que hemos expuesto unas líneas más arriba.

A comienzos del siglo XX, dentro de lo que se puede calificar el ambiente creado por las filosofías postkantianas, se llevaría a cabo otro intento de dar solución al problema epistemológico. En este caso se trataba de responder a la siguiente pregunta: ¿qué criterios objetivos permiten distinguir entre sentencias con sentido, que pueden ser consideradas

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





“científicas”, y sentencias sin sentido, que deben ser descalificadas –en sentido despectivo– como “metafísicas”?

Del intento de dar respuesta a esa pregunta surgiría el llamado neopositivismo lógico, según el cual las sentencias “científica” o “con sentido” son las que pueden ser sometidas a verificación. Esta postura pronto sería criticada, ya que, según Popper, la verificación no deja de ser un modo defensivo de hipotéticas certezas: lo importante era lo que llamaba “falsación”, es decir, dejar abierta la posibilidad de demostrar que toda sentencia científica puede ser falsa.

Como muy bien ha señalado Thomas Kuhn, en esta nueva versión del problema de la certeza, hay una invocación implícita a algún tipo de comunidad de práctica científica, a algún tipo de autoridad y tradición, que determina que debe ser admitido como científico, y que se arroja a las tinieblas exteriores de “lo metafísico”.

En la segunda mitad del siglo XX el positivismo lógico acabó por apoderarse de casi todos los departamentos de filosofía de los Estados Unidos⁸⁸. Una influencia que venía de antes, pero que se haría especialmente intensa a partir de 1930, con la llegada de matemáticos y científicos, muchos de ellos judíos, que huían de la persecución que sufrían en la Alemania nazi y que compartían esa visión neopositivista del problema epistemológico.

Eso puede ayudar a explicar que en la formación de los modelos y teorías económicas que hemos expuesto en los apartados anteriores tuviesen un papel muy destacado los matemáticos-economistas que formaban parte de la *Cowles Commission*⁸⁹, muchos de ellos procedentes de ese ambiente, y que compartían con entusiasmo los principios del positi-

⁸⁸ Se puede consultar Putnam, H. (2001).

⁸⁹ Sobre la historia de esa Comisión se puede leer Herfeld, C. (2013).





vismo lógico. Casi todos ellos estaban de acuerdo con el “enfoque axiomático” de la economía, propuesto por von Neumann y Morgenstern. Lo más llamativo del caso es que ese entusiasmo se desató en el momento en que el positivismo lógico entraba en una profunda crisis⁹⁰.

En 1951, con la publicación de su famoso ensayo “Dos dogmas del empiricismo”, W. V. Quine puso en duda el “criterio de significación cognitiva” de los neopositivistas. No se podía seguir sosteniendo que una sentencia “tuviese sentido” o fuese “científica” simplemente porque podía ser reducida a una construcción lógica cuyos términos remitían en último lugar a una experiencia inmediata. No quedaba claro lo que debía ser entendido por “hecho”, pues siempre, de un modo u otro, depende de “valor”.

A partir de ese momento no resultaba sostenible seguir manteniendo una separación tan nítida y tajante entre hechos y valores, cuando la evidencia era que ambos estaban entrelazados de modo muy estrecho y de muchas maneras. En consecuencia, no quedaba más remedio que admitir que el sistema de conocimientos científicos que componen una teoría científica moderna depende tanto de convenciones como de observaciones empíricas. Ninguna sentencia tiene sentido solo por convención; ni solo por referencia a la experiencia.

Después de la crítica de Quine, influenciados por el formalismo axiomático, se pensó que una posible solución para escapar de esa ambigüedad era aplicar el criterio de sentido, no a sentencias aisladas, sino al conjunto de sentencias que forman una teoría científica. Lo importante era que ese conjunto de sentencias cumpliera dos condiciones: a) que constituyeran un sistema y b) que fuesen capaces de predecir los fenó-

⁹⁰ Se puede consultar Putnam, H. (2003).





menos, es decir, de simular o replicar resultados muy similares a los observados.

2. El enfoque epistemológico del problema económico

Volviendo al terreno de la economía, podemos ahora decir que con la llegada de la modernidad el problema económico, que en principio solo tiene sentido en una comunidad, con referencia a una autoridad y una tradición, pasó a plantearse de modo individualista: ¿cómo puedo yo, un individuo aislado, coordinar mis intereses con los de los otros?⁹¹.

Lo propio de cada persona es el acto de conocer, que da lugar a conceptos sumamente verdaderos pero de una gran pobreza de contenido. Ahora bien, sin la comunicación y el lenguaje no serían posibles los juicios de gran riqueza de contenido; el saber humano hubiera quedado como estancado. El problema es que los juicios son en parte verdaderos y en parte falsos; además, ni son propios de cada persona ni son indubitables⁹².

Al desconfiar del acto de conocer, se ha debilitado al concepto y se ha acabado por aceptar que el conocimiento, en lugar de ser un acto propio de cada persona, se entienda como un proceso colectivo, como un lenguaje o juego de signos que remite a otros signos. De ese planteamiento se sigue que no hay una verdad indiscutible y todo lo que los hombres pueden saber no son más que juicios provisionales y cambiantes.

Algo paralelo ha ocurrido en el plano económico, al perderse la confianza en la tendencia natural del hombre al bien, que desempeña un papel

⁹¹ Se puede consultar MacIntyre, A. (2003).

⁹² Se puede ver Inciarte, F. y Llano, A. (2007).





parecido al del concepto, solo que en el plano de la razón práctica. La acción, en lugar de ser un acto de cada persona, que tiene lugar en una comunidad, se ha convertido en un proceso colectivo abstracto e impersonal, de tal modo que la acción de un individuo solo puede ser racional si encaja en un proceso colectivo de consistencia de los planes de todos los individuos posibles. De lo que se sigue que, para que *sus* intereses sean racionales, en el sentido de consistentes con los planes de los demás, cada uno tiene que *conocer* los intereses de los demás. De este modo, el problema económico se ha convertido en un problema epistemológico, que solo puede ser resuelto si se supone una certeza absoluta por parte de todos.

El problema económico ha quedado entonces planteado como si se tratara de un gigantesco *puzzle* que tiene que ser resuelto entre una infinidad de posibles jugadores, que aportan cada uno *su* pieza (*sus* intereses), cuyo contorno además no es fijo, sino que depende de cómo sea el contorno de las piezas de los demás. La única posibilidad de resolver ese *puzzle* es que todos tengan la misma información, que todos conozcan *a priori* el contorno de la pieza de los demás, pues solo así podrán fijar el contorno de la suya. Como se puede comprobar de modo paradójico, desde un individualismo radical se ha desembocado en un colectivismo no menos radical.

Ahora se puede entender mejor que Walras, al intentar resolver el problema de Cournot, impusiera como condición necesaria una información previa común, que supuestamente suministraría el mercado: los precios de equilibrio. De ese modo transformaba el problema económico en uno simplemente geométrico. Siguiendo con la imagen del *puzzle*, dejaba fijada *a priori* las figuras de las piezas, de modo que dieran lugar a una sola solución, al equilibrio o encaje perfecto de todas las piezas.

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





Al quedarse solo con “hechos”, cantidades y precios, dejando de lado la subjetividad de las distintas apreciaciones, tanto propias como comunes, sobre las acciones humanas⁹³, Walras separaba la justicia conmutativa de la distributiva, ligada a los “valores”, y todo quedaba limitado a expresar la igualdad entre las cantidades que se intercambian. De ese modo, lo analítico, lo *pensado* en primera persona, resultaba incompatible con lo moral, lo *realizado* entre todos. Se entiende entonces que en el plano analítico de la economía matemática no tenga ningún sentido el concepto de precios justos, solo existen precios de equilibrio o “neutrales” desde el punto de vista de los “valores”.

Para llegar a la “solución de Walras” es necesario imponer a los individuos una “racionalidad cerrada” que les lleva a maximizar *su* propia satisfacción, a fijar *su* interés, es decir, el que resulta compatible con la solución de equilibrio impuesta *a priori*: la igualdad de todas las ofertas y todas las demandas. Queda claro que el enfoque epistemológico del problema económico lleva a una solución “geométrica” y estática, la única compatible con una acción humana que solo puede ser pensada pero no realizada.

El enfoque de Walras, al eliminar los “valores” para quedarse solo con los “hechos”, daba lugar a lo que él llamaba, en terminología kantiana, una “economía pura”, espectral o matemática. No obstante, por otro lado, suponía sin ninguna base que ese modelo teórico se correspondía con un óptimo de bienestar, algo propio del plano de los “valores”, que supuestamente “decidían” los individuos a través del mercado.

Algo parecido se observa tanto en los modelos de Arrow y Debreu, como en los de Lucas y Sargent. Todos ellos insisten en que sus modelos, a pesar de ser tan sumamente abstractos, son traducibles a los

⁹³ La única subjetividad que permanece es la de cada individuo, que, como tal, es un “hecho”.





principios básicos de la “economía del bienestar”. En cualquier caso, desde mi punto de vista, no son más que intentos vanos de dar apariencia de realidad a una acción humana “epistemologizada”⁹⁴. Podemos decir que en todos estos enfoques se sustituye la realidad viva de la acción humana por una “racionalidad” objetiva o neutral, o, como diría Max Weber: “libre de valores”.

Los defensores de los modelos de equilibrio general estocástico (MEG-DE) sostienen que nada tienen que ver con la separación entre “valores” y “hechos”, puesto que se limitan a simular o replicar los datos observados en la economía real. El problema es que la operación de “observar” la economía real no es a su vez otro sistema axiomático, que simula o replica otro fenómeno, sino que recibe su sentido del modo de entender el sentido de la vida humana.

Podemos ahora decir que todos los modelos que hemos estudiado, sean estáticos o estocásticos, se limitan a simular o reproducir un *statu quo*. No están hechos para predecir, en el sentido pleno de la palabra, sino para prescribir la adecuación a un equilibrio impuesto por razones que no son científicas, según sus propias exigencias neopositivistas.

Con ocasión de la crisis de 2008, no fueron pocos los que se preguntaron, un tanto ingenuamente, cómo era posible que los economistas no hubiesen sido capaces de predecir lo que había sucedido. Resulta muy significativo que algunos de los economistas constructores de este tipo de modelos respondiesen, también con una cierta ingenuidad, que la ventaja de esos modelos es que podían dar entrada a nuevas variables,

⁹⁴ No deja de ser curiosa la tendencia de los constructores de todo tipo de modelos walrasianos a presentar sus modelos de equilibrio como “teoremas” de la economía de bienestar, un lenguaje con el que pretenden dar apariencia de “neutralidad” a unos “valores” impuestos de modo apenas oculto en ese tipo de planteamientos.





de modo que serían capaces de simular los datos observados en la crisis⁹⁵. Podemos concluir diciendo que el enfoque epistemológico del problema económico impone de modo arbitrario una separación de medios y fines, hechos y valores, que permite construir un sistema cerrado que se ajusta al *statu quo* dominante en esa sociedad.

3. Una valoración antropológica de las “matematizaciones” de la economía

Se puede decir que los modelos walrasianos de equilibrio se limitan a proporcionar una prescripción de lo que algún grupo social dominante piensa que debe ser el orden social “políticamente correcto”, que según ellos debe ser la organización de la sociedad en su totalidad. Como es típico del antifundamentalismo de los modernos, en ese enfoque no se admite la existencia de un principio de acción, que permita ir determinando, para cada comunidad y en cada circunstancia, el tipo de vida o la forma de organización que se desea llevar adelante. No se admite una organización de algún modo no previsible y que se vaya estructurando desde abajo hacia arriba.

Ahora bien, como el hombre no puede dejar de ser fundamentalista, como prueba el propio deseo de certeza del enfoque epistemológico, eso ha llevado a que, según el enfoque de la teoría económica moderna, la sociedad se entienda como una realidad abstracta y universal, un orden pensado y conocido previamente por todos sus supuestos actores.

No cabe duda de que la forma de vida predominante en cada sociedad tiene que ver con el modo de pensar de la mayoría. Así, por ejemplo, lo que podríamos llamar teoría económica de Hume no se entiende sin

⁹⁵ Sobre este particular se puede leer Mirowski P. (2011).





referencia al modo de entender la vida que tenía la clase dirigente del Londres del siglo XVIII.

El problema de este enfoque epistemológico de la economía es que no es posible, a partir de un principio de certeza *a priori*, ir asegurando la certeza de nuevos conocimientos *a posteriori*. Eso sería como avanzar mirando hacia atrás, para no perder de vista la certeza inicial; con lo que nunca puede haber propiamente nuevos conocimientos, sino desarrollos de lo que ya estaba implícito en esa misma certeza. Una actitud que se podría denominar el “fundamentalismo invertido de los modernos”.

En el plano económico, esa actitud explica que, por ejemplo, en todo enfoque walrasiano del problema económico la idea de predecir no signifique otra cosa que confirmar la consistencia lógica del modelo con el supuesto fundamento de certeza que se toma como punto de partida.

En mi opinión, lo que puede permitir un enfoque correcto del problema económico es lo que llamo un “fundamentalismo hacia adelante”, una búsqueda de la plenitud de la verdad, un reconocimiento de que el futuro no es predecible o planificable, al menos en el sentido en que lo han pretendido los partidarios del enfoque walrasiano.

El mismo acto de conocer, propio de cada persona, desvela que la verdad es inagotable. Lo cual no quiere decir que no se conozca, sino que no se puede poseer como si fuese algo propio porque se trata de un don que exige la apertura de la aceptación. Por otro lado, el hombre no puede avanzar hacia el conocimiento de la verdad sin la ayuda de los demás, sin la comunidad de vida, sin la comunicación y el lenguaje. Ahora bien, ese modo de acceso a la verdad es inseparable de la cultura, fenómeno común, en el que se mezclan la verdad con la falsedad. Lo cual quiere decir que conocimiento y acción no son separables, que para apuntar hacia la verdad se requiere vivir de un cierto modo; y viceversa. Precisamente es a través de esa circularidad, conocer-vivir, como

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

94 Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





el hombre puede buscar no solo la verdad, sino también la plenitud de su vida, es decir, su fin o modo pleno de su ser. La presencia de esa circularidad no debe entenderse como un obstáculo, sino como manifestación del misterio de la libertad humana. Cada uno es libre de elegir, con el inevitable riesgo de equivocarse. Luego de ningún modo se puede asegurar que sea posible a los hombres conseguir un orden social perfecto, como de algún modo pretenden los modelos de equilibrio.

Ciertamente algún economista walrasiano, por ejemplo Pareto o Arrow, podría replicar que su modelo no representa un mundo perfecto, sino un óptimo social a partir de unas condiciones iniciales dadas. Pero entonces persistiría el problema de explicar los motivos de por qué se aceptan esas condiciones de partida.

El entrelazarse del conocer y el actuar, o lo que es lo mismo, la intrínseca dimensión social de la vida humana, pone de manifiesto la “irreversibilidad” de la historia o “camino recorrido”. Dicho de otra manera, tanto el trabajo como la propiedad, elementos esenciales de la acción humana, son al mismo tiempo personales y comunes o compartidos. Toda propiedad y trabajo es “con-otro” y “para-otro”, único modo de que sea personal.

La intrínseca sociabilidad de la acción humana requiere la presencia del otro, la apertura al prójimo. De otro modo quedaría abortada; no avanzaría ni en su dimensión cognitiva ni en su dimensión activa. Para actuar-conocer se requiere salir de uno mismo, fiarse del otro, dejarse guiar por lo recibido de modo compartido.

Frente a lo que acabamos de decir, el enfoque epistemológico del problema económico reduce la persona a simple individuo, le pone en guardia frente a toda posible apertura al otro, sea Dios, los otros o la naturaleza, de modo que tanto su conocer como su acción solo pueden ser “espectrales” o “meramente pensados”.





Eso explica que, en el caso del enfoque walrasiano, como la acción solo es pensada, para evitar la inevitable regresión a infinito se hace inevitable imponer la hipótesis de la competencia perfecta, que, a su vez, exige suponer que disponen de una información perfecta que le proporcionan instantánea y gratuitamente los precios de mercado. No tiene entonces nada de extraño que también las posibilidades de aumentar en riqueza queden bloqueadas, y que haya que partir de una cantidad fija de bienes que se suponen ya producidos.

Solo así, dando por supuesto que pensar y actuar son la misma cosa, se hace posible la “reversibilidad” de la acción humana. Que es lo que Walras quería decir cuando insistía en que el intercambio no podía llevarse a cabo con precios que no fuesen de equilibrio, pues en tal caso, el proceso de “tanteos” se haría irreversible y no se llegaría a la situación de equilibrio del mercado. Esto es así porque los supuestos “tanteos” se realizan en un mundo “espectral”, donde solo cabe esa forma de acción solipsista que es el puro pensar. Solo se pasaría al plano de la acción efectiva cuando el “subastador” gritase los precios de equilibrio. Lo más llamativo y contradictorio es que entonces la acción sería un estado, una situación de equilibrio, donde la acción sigue sin tener sentido.

El equilibrio walrasiano, como muy bien vio Pareto, impone una situación de aislamiento insuperable de cada individuo frente a los demás⁹⁶. Nadie puede mejorar su propio bienestar sin empeorar el bienestar de otro. Por contraste, si hubiera acción real, que implica existencia de una comunidad, habría posibilidad de avance en el conocer y en el actuar

⁹⁶ El equilibrio de Pareto, como ya anticipó Cournot, no es más que la aplicación de la hipótesis de la competencia perfecta (HCP), el aislamiento de cada individuo en su propio pensamiento.





así como un incremento de riqueza para todos, no simple redistribución de lo ya dado. Para mejorar la situación económica, propia y ajena, lo primero y más importante es potenciar la acción de todos, es decir, ampliar los horizontes cognitivos y de acción de todos, lo cual implica superar el aislamiento establecido por ese equilibrio, dar lugar a nuevas relaciones de comunidad.

Eso explica que en los modelos walrasianos la empresa, que supone una acción no meramente pensada, en la que se lleva adelante la producción y los hombres pueden mejorar o empeorar, no tenga fácil encaje⁹⁷.

En el famoso y muy citado artículo de Ronald Coase (1937) sobre la naturaleza de la empresa, en el que se pregunta por qué existen empresas en lugar de que todo en la economía sea mercado, el autor llega a la asombrosa conclusión de que la razón reside en que mediante la organización se rebajan lo que llama “costes de transacción”. De modo paradójico deberían llamarse “costes de aislamiento”, como he tenido ocasión de sugerir en otro lugar⁹⁸.

En todas las matematizaciones de la economía, después de la acción todo permanece igual: ni el mundo, ni las riquezas, ni el conocimiento, ni los agentes quedan afectados por la acción. No hay memoria ni de aciertos ni de errores. Esto es así porque solo bajo esa perspectiva todo individuo puede siempre maximizar su utilidad y mantener constante su interés.

En ese marco, la libertad solo puede entenderse como indiferencia de los individuos frente a opciones *meramente pensadas*, sin existencia real.

⁹⁷ Tampoco en el modelo de Marshall, ya que, como vimos, intentó hacerla compatible con la hipótesis de competencia perfecta, como puso de manifiesto P. Sraffa.

⁹⁸ Ver Martínez-Echevarría, M.A. (2005).





Una extraña concepción de la libertad que solo puede aumentar o disminuir en términos cuantitativos, según el número de opciones disponibles. Eso explica que libertad y racionalidad solo sean posibles en equilibrio, cuando la información es la misma para todos y las posibilidades de opción han quedado definitivamente fijadas.

Por último, es también muy significativo de las deficiencias antropológicas de todas estas “matematizaciones” de la acción humana que la “teoría matemática de juegos” se deje fuera lo que precisamente constituye la esencia del juego: la circularidad del conocer y actuar que es la esencia del *homo ludens*. El motivo por el que se deja fuera es que no puede ser formalizado y, en consecuencia, “el juego” deja de ser axiomáticamente consistente.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





BIBLIOGRAFÍA

Aubert, Karl Egil (1982), "Accurate Predictions and Fixed Point Theorems", *Social Science Information*, vol. 21, n° 3, pp. 323-348.

Baumol, William J. y Goldfeld, Stephen (eds.) (1968), "Precursors in Mathematical Economics", *LSE Series Reprint of Scarce Works on Political Economy*, n° 19, Londres.

Bell, Daniel y Kristol, Irving (eds.) (1981), *The Crisis in Economic Theory*, Basic Books, Nueva York.

Bostock, David (2009), *Philosophy of Mathematics. An Introduction*, Wiley Blackwell, Nueva York.

Brouwer, Luitzen Egbertus Jan (1952), *An Intuitionist Correction of the Fixed-point on the Sphere*, *Proceedings of the Royal Society*, vol. 123, n° 1-2.

Brown, James Robert (2008), *Philosophy of Mathematics. A Contemporary Introduction to the World of Proofs and Pictures*, Routledge, Londres.

Capek, Milic (1965), *El impacto filosófico de la física contemporánea*, Tecnos, Madrid.

Coase, Ronald (1937), "The Nature of the Firm", *Economica*, vol. 4, n° 16, pp. 386-405.

Colander, David (ed.) (2006), *Post Walrasian Macroeconomics*, Cambridge University Press, Nueva York.

Copeland, Jack B.; Posy, Carl J. y Shagrir, Oron (eds.) (2013), *Turing, Gödel, Church, and Beyond*, MIT Press, Cambridge.

Corry, Leo (1992), "Nicolas Bourbaki and the Concept of Mathematical Structure", *Syntheses*, vol. 22, pp. 315-348.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

99





Cournot, Agustin [1838 (1974)], *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie de Richesses*, Calman Levy, París.

D'Abro, Aslan (1939), *The Decline of Mechanism (in Modern Physics)*, D. Van Nostrand Co., Nueva York.

Davis, John B. (2013), "Soros's Reflexivity Concept in a Complex World: Cauchy distributions, rational expectations and rational addictions", *Journal of Economic Methodology*, vol. 20, n° 4, pp. 368-376.

Davis, John B. y Hands, D. Wade (eds.) (2011), *The Elgar Companion to Recent Economic Methodology*, Edward Elgar, Northampton.

Debreu, Gerard (1959), *The Theory of Value*, Wiley, Nueva York.

Dreyfus, Hubert L. (1972), *What Computers Can't Do. A Critique of Artificial Intelligence*, MIT Press, Cambridge.

Dummet, Michael (1977), *Elements of Intuitionism*, Clarendon Press, Oxford.

Dummet, Michael (1994), "What is Mathematics about?", en George, Alexander (ed.), *Mathematics and Mind*, Oxford University Press, Oxford, pp. 11-26.

Giocoli, Nicola (2003), "Fixing the Point: The Contribution of Early Game Theory to the Tool-box of Modern Economics", *Journal of Economics and Methodology*, vol. 10, n° 1, pp. 1-39.

Goldstein, Herbert (1950), *Classical Mechanics*, Adisson Wesley, Cambridge.

Goldstein, Rebecca (2005), *Gödel. Paradoja y vida*, Antoni Bosch, Barcelona.

Goldstine, Herman H. (1980), *A History of the Calculus of Variations. From the 17th through the 19th Century*, Springer Verlag, Nueva York.

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

100 Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





Goodfriend, Marvin y King, Robert G. (1997), "The New Neoclassical Synthesis and the Role of Monetary Policy", *NBER Macroeconomics Annual*, vol. 12, pp. 231-296.

Graça, Daniel S. (2012), "Noncomputability, unpredictability, and financial markets", *Complexity*, vol. 17, n° 6, pp. 24-30.

Groenewegen, Peter D. (1995), *A soaring eagle: Alfred Marshall, 1842-1924*, Elgar, Aldershot.

Grunberg, Emile y Modigliani, Franco (1954), "The Predictability of Social Events", *Journal of Political Economy*, vol. 62, n° 6, pp. 465-478.

Haavelmo, Trygve (1944), "The Probability Approach in Econometrics", *Supplement to Econometrica*, vol. 12, pp. iii-vi+1-115.

Herfeld, Catherine (2013), *Axiomatic Choice Theory Traveling Between Mathematical Formalism, Normative Choice Rules and Psychological Measurements 1944-1956*, Center for the History of Political Economy, Duke University, Working Paper 2013-11.

Hoover, Kevin (2006), "Marshallian Approach to Post Walrasian Econometrics", en Colandre, David (ed.), *Post Walrasian Macroeconomics. Beyond the Dynamic Stochastic General Equilibrium Model*, Cambridge University Press, Cambridge, pp. 239-257.

Inciarte, Fernando y Llano, Alejandro (2007), *Metafísica tras el final de la Metafísica*, Cristiandad, Madrid.

Ingrao, Bruna e Israel, Giorgio (1990), *The Invisible Hand*, MIT Press, Cambridge.

Israel, Giorgio y Millán Gasca, Ana (2001), *El mundo como juego matemático. John von Neumann un científico del siglo XX*, Nivola, Madrid.

Kirman, Alan P. (1992), "Whom or What Does the Representative Individual Represent?", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 6, n° 2, pp. 117-136.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

101





Kjeldsen, Tinne Hoff (2001), "John von Neumann's Conception of the Minimax Theorem: A Journey through Different Mathematica Context", *Arch. Hist. Exact. Sci.*, vol. 56, pp. 39-68.

Kleene, Stephen Cole (1974), *Introducción a la Metamatemática*, Tecnos, Madrid.

Kline Morris (1980), *Mathematics. The Loss of Certainty*, Oxford University Press, Oxford.

Kline, Morris (1972), *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, Nueva York.

Laplace, Pierre Simon (1886), *Introduction à la théorie analytique des probabilités. Ouvres Complètes*, Gauthier-Villars, París.

Leonard, Robert E. Jr. (2010), *Von Neumann, Morgenstern, and the Creation of Game Theory. From Chess to Social Science, 1900-1960*, Cambridge University Press, Cambridge.

Liberzon, Daniel (2012), *Calculus of Variation and Optimal Control Theory*, Princeton University Press, Princeton.

Lucas, Robert E. Jr. (1976), "Econometric Policy Evaluation: A critique", en Brunner, Karl y Meltzer, Allan H. (eds.), *The Phillips Curve and Labor Markets*, North Holland, Amsterdam, pp. 19-46.

Lucas, Robert E. Jr. (1980), "Methods and Problems in Business Cycle Theory", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 12, nº 4, pp. 696-715.

Lucas, Robert E. Jr. (1987), *Models of Business Cycle*, Blackwell, Oxford.

MacIntyre, Alasdair (2003), *Primeros principios, fines últimos y cuestiones filosóficas contemporáneas*, EIUNSA, Madrid.

Mancosu, Paolo (1996), *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, Oxford University Press, Nueva York.

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





Martínez-Echevarría y Ortega, Miguel A. (2005), *Dirigir empresas: de la teoría a la realidad*, EIUNSA, Madrid.

Martins, Nuno Ornela (2013), "Sraffa, Marshall and the Principle of Continuity", *Cambridge Journal of Economics*, vol. 37, n° 2, pp. 443-462.

Mehrling, Perry (2010), "A Tale of Two Cities", *History of Political Economy*, vol. 42, pp. 201-220.

Mirowski, Philip (1989), *More Heat than Light. Economic as Social Physics, Physics as Nature's Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.

Mirowski, Philip (2011), "The spontaneous methodology of orthodoxy, and other economists' afflictions in the Great Recession", en Davis, John B. y Hands, D. Wade (eds.) (2011), *Elgar Companion to Recent Economic Methodology*, Edward Elgar Publishers, Londres, pp. 473-513.

Mirowski, Philip y Weintraub, E. Roy (1994), "The Pure and the Applied Bourbakism Come to Mathematical Economics", *Science in Context*, vol. 7, n° 2, pp. 245-272.

Morgan, Mary S. (1990), *The History of Econometric Ideas*, Cambridge University Press, Nueva York.

Muth, John F. (1961), "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica*, vol. 29, n° 3, pp. 315-335.

Neuman, John von (1937), "Über ein Ökonomisches Gleichinssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes", *Ergebnisse eine Mathematisches Kolloquium*, vol. 8, pp. 73-83. (Traducción inglesa (1945) "A Model of General Economic Equilibrium", *Review of Economic Studies*, vol. 13, pp. 1-9).

Neumann, John von (1928), "Zur Theorie der Gesellschaftsspiele", *Mathematische Annalen*, vol. 100, pp. 1689-1691.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





Pareto, Vilfredo y Griffin, James I. (1911) (1955), "Mathematical Economics", *International Economic Papers*, vol. 5, pp. 58-102.

Poincaré, Henri (1889), "Comptes Rendus", *Académie des Science de Paris*, vol. 108, pp. 550-553.

Posy, Carl J. (2013), "Computability and Constructibility", en Copeland, Jack B.; Posy, Carl J. y Shagir, Oron (eds.), *Turing, Gödel, Church, and Beyond*, MIT Press, Cambridge, pp. 105-140.

Punzo, Lionel (1991), "The School of Mathematical Formalism and the Viennese Circle of Mathematical Economics", *Journal of the History of Economic Thought*, vol. 13, n° 1, pp. 1-18.

Putnam, Hilary (2001), *50 años de Filosofía vistos desde dentro*, Paidós, Barcelona.

Putnam, Hilary (2003), "For Ethics and Economics without the Dichotomies", *Review of Political Economy*, vol. 15, n° 3, pp. 395-412.

Quiggin, John (2010), *Zombie Economics*, Princeton University Press, Princeton.

Rizvi, S. Abu Turab (2006), "The Sonnenschein-Mantel-Debreu Results after Thirty Years", *History of Political Economy*, vol. 38 (annual suppl.), pp. 228-245.

Sargent, Thomas J. (1987), *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press, Harvard.

Sargent, Thomas J. (1993), *Bounded Rationality in Macroeconomics: The Arne Ryde Memorial Lectures*, Clarendon Press, Londres.

Scarf, Herbert (1973), *The Computation of Economic Equilibria*, Yale University Press, New Haven, CT.

Schwalbe, Ulrich y Walker, Paul (2001), "Zermelo and the Early History of Game Theory", *Games and Economic Behavior*, vol. 34, n° 1, pp. 123-137.

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





Shashkin, Yu. A. (1991), *Fixed Points*, American Mathematical Society, Rhode Island.

Simon, Herbert (1954), "Bandwagon and Underdog Effects in Election Predictions", *Public Opinion Quarterly*, vol. 18, n° 3, pp. 245-253.

Sims, Christopher A. (1980), "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, vol. 48, n° 1, pp. 1-48.

Snapper, Ernst (1979), "The Three Crises in Mathematics: Logicism, Intuicionism and Formalism", *Mathematical Magazine*, vol. 52, n° 4, pp. 207-216.

Sraffa, Piero (1925), "Sulle relazioni fra costo e quantita prodotta", *Annali di Economia*, vol. 2, pp. 277-328.

Uzawa, Hirofumi (1962), "Walras's Existence Theorem and Brouwer's Fixed-point Theorem", *The Economic Studies Quarterly*, vol. 8, n° 1, pp. 59-62.

Velupillai, Kumaraswamy Vela (1996), "The Computable Alternative in the Formalization of Economics: A Counterfactual Essay", *Kyklos*, vol. 49, n° 3, pp. 251-272.

Velupillai, Kumaraswamy Vela (2002), "Effectivity and Constructivity in Economic Theory", *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 49, n° 3, pp. 307-325.

Velupillai, Kumaraswamy Vela (2004), "Economic Dynamic and Computation. Resurrecting the Icarus Tradition", *Metroeconomica*, vol. 55, n° 2-3, pp. 239-264.

Velupillai, Kumaraswamy Vela (2005), "The Unreasonable Ineffectiveness of Mathematics in Economics", *Cambridge Journal of Economics*, vol. 29, n° 6, pp. 849-872.



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

105





Velupillai, Kumaraswamy Vela (2006), "Algorithmic Foundations of Computable General Equilibrium Theory", *Applied Mathematics and Computation*, vol. 179, n° 1, pp. 360-369.

Velupillai, Kumaraswamy Vela (2007), "Variations on the Theme of Coning in Mathematical Economics", *Journal of Economic Surveys*, vol. 21, n° 3, pp. 466-505.

Velupillai, Kumaraswamy Vela (2008), *The Mathematization of Macroeconomics. A Recursive Revolution*, Dipartimento di Economia, Università degli Studi di Trento, Discussion Paper n° 7.

Velupillai, Kumaraswamy Vela (2010), "Foundations of Boundedly Rational Choice and Satisficing Decisions", *Advances in Decision Science*, 2010, Article ID 798030.

Weintraub, E. Roy y Mirowski, Philip (1994), "The Pure and the Applied: Bourbakism Comes to Mathematical Economics", *Science in Context*, vol. 7, n° 2, pp. 245-272.

Weintraub, E. Roy (2002), *How Economics Became a Mathematical Science*, Duke University Press, Durham y Londres.

Wely, Hermann (2012), "Levels of Infinity", en Pesic, Peter (ed.), *Selected Writings on Mathematics and Philosophy*, Dover Publications, Nueva York.

Wickens, Michael (2008), *Macroeconomic Theory. A Dynamic General Equilibrium Approach*, Princeton University Press, Princeton.

Woodford, Michael (1999), *Revolution and Evolution in Twentieth-Century Macroeconomics*, Princeton University Paper, Princeton.

Zermelo, Ernest (1913), *Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiele*. Proceedings of the 5th International Congress of Mathematicians, Cambridge Aug 22-28 1912, vol. II, pp 501-504. (Traducción inglesa: *On an Application of Set Theory of the Game of Chess*, en Schwalbe, Ulrich y Walker, Paul).

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA





CUADERNOS EMPRESA Y HUMANISMO

En español

- | | | | |
|------|---|------|--|
| Nº1 | <i>Aspecto financiero y aspecto humano de la Empresa</i>
Vittorio Mathieu | Nº13 | <i>La empresa en la historia</i>
Agustín González Enciso |
| Nº2 | <i>La interpretación socialista del trabajo y el futuro de la Empresa</i>
Leonardo Polo | Nº14 | <i>La empresa entre la Economía y el Derecho</i>
José Antonio Doral |
| Nº3 | <i>La responsabilidad social del empresario</i>
Enrique de Sendagorta | Nº15 | <i>La empresa ante la nueva complejidad</i>
Alejandro Llano |
| Nº4 | <i>El sentido de los conflictos éticos originados por el entorno en el que opera la Empresa</i>
Juan Antonio Pérez López | Nº16 | <i>Empresa y libertad</i>
Jesús Arellano |
| Nº5 | <i>Empresa y Cultura</i>
Fernando Fernández | Nº17 | <i>¿Qué es el humanismo empresarial?</i>
Rafael Alvira |
| Nº6 | <i>Humanismo y Empresa</i>
Cruz Martínez Esteruelas | Nº18 | <i>El rendimiento social de la Empresa</i>
Jose M. Basagoiti |
| Nº7 | <i>Moralidad y eficiencia: líneas fundamentales de la ética económica</i>
Peter Koslowski | Nº19 | <i>Elementos configuradores de la actual valoración del trabajo</i>
Tomás Melendo |
| Nº8 | <i>La estrategia social de la empresa</i>
Manuel Herrán Romero-Girón | Nº20 | <i>Dirección y sistemas de mando</i>
Manuel López Merino |
| Nº9 | <i>El trabajo directivo y el trabajo operativo en la empresa</i>
Carlos Llano | Nº21 | <i>La índole personal del trabajo humano</i>
Tomás Melendo |
| Nº10 | <i>El altruísmo en la empresa</i>
George Gilder | Nº22 | <i>La revolución social del management</i>
Tomás Calleja |
| Nº11 | <i>Ricos y pobres. Igualdad y desigualdad</i>
Leonardo Polo | Nº23 | <i>Indicadores de la madurez de la personalidad</i>
Enrique Rojas |
| Nº12 | <i>El utilitarismo en la ética empresarial</i>
Joan Fontrodona | Nº24 | <i>Empresa y sistemas de cooperación social</i>
Ignacio Miralbell |
| | | Nº25 | <i>Humanismo para la dirección</i>
Miguel Bastons |



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





CUADERNOS EMPRESA Y HUMANISMO

- | | | | |
|-------|---|-------|---|
| Nº26 | <i>Actualidad del humanismo empresarial</i>
Alejandro Llano | Nº 40 | <i>Máximo Beneficio y Máxima Racionalidad</i>
José María Ortiz |
| Nº27 | <i>Notas sobre la cultura empresarial</i>
Rafael Gómez Pérez | Nº 41 | <i>La inserción de la Persona en la Empresa</i>
Armando Segura |
| Nº28 | <i>La importancia de la dinámica política para el directivo</i>
Manuel Alcaide Castro | Nº 42 | <i>Humanismo pericial</i>
Higinio Marín |
| Nº29 | <i>El poder...¿Para qué?</i>
Juan Antonio Pérez López | Nº 43 | <i>Dimensión humanista de la energía</i>
Tomás Calleja |
| Nº30 | <i>La empresa y el ambiente socio-político en el umbral del nuevo siglo</i>
Daniel Bell | Nº 44 | <i>La empresa entre lo privado y lo público</i>
Miguel Alfonso Martínez-Echevarría |
| Nº31 | <i>La gestión del cambio en la empresa</i>
Juan A. Díaz Alvarez | Nº 45 | <i>Competitividad y cooperación como valores institucionales de la empresa</i>
Santiago García Echevarría |
| Nº32 | <i>Hacia un mundo más humano</i>
Leonardo Polo | Nº 46 | <i>Filosofía de la economía I - Metodología de la ciencia económica</i>
Alejo J. Sison |
| Nº33 | <i>Estudio histórico sistemático del humanismo</i>
Higinio Marín | Nº 47 | <i>La lógica del directivo: el control necesario y la confianza imposible</i>
Pablo García Ruiz |
| Nº34 | <i>Humanismo estamental</i>
Higinio Marín | Nº 48 | <i>La 'revolución' institucional de la empresa. El reto al directivo y a los recursos humanos</i>
Santiago García Echevarría |
| Nº35 | <i>Consideraciones sobre el activo humano de la empresa</i>
Tomás Calleja | Nº 49 | <i>Filosofía de la economía II- El ámbito austrogermánico</i>
Alejo J. Sison |
| Nº36 | <i>Ser el mejor. Hacer que otros también lo sean</i>
(Sólo para empresarios)
José María Ortiz | Nº 50 | <i>Valores éticos de la empresa</i>
Juan Cruz |
| Nº 37 | <i>La Etica de la Sociedad de Consumo</i>
Antonio Argandoña | Nº 51 | <i>La empresa virtuosa</i>
José María Ortiz |
| Nº 38 | <i>Hacia una Economía Política Humanista</i>
Ludwig Erhard | | |
| Nº 39 | <i>Las referencias sociales de la empresa</i>
Tomás Calleja | | |

CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

108 Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





 CUADERNOS EMPRESA Y HUMANISMO

- | | | | |
|-------|---|-------|---|
| Nº 52 | <i>Las decisiones en la empresa: cálculo y creatividad</i>
Miguel Bastons | Nº 65 | <i>Sobre la confianza</i>
Richard Brisebois |
| Nº 53 | <i>Filosofía de la Economía III. Los fundamentos antropológicos de la actividad económica</i>
Alejo J. Sison | Nº 66 | <i>El protagonismo social de la empresa</i>
Tomás Calleja |
| Nº 54 | <i>La familia: un imperativo para la empresa</i>
Ramón Ibarra | Nº 67 | <i>Dimensiones estéticas de la empresa</i>
Rafael Alvira |
| Nº 55 | <i>Variaciones sobre una crisis</i>
Tomás Calleja | Nº 68 | <i>La empresa como realidad estética</i>
Ana Fernández |
| Nº 56 | <i>Pobreza, productividad y precios</i>
Paolo Savona | Nº 69 | <i>De la estética a la ética de la comunicación interna</i>
Iñaki Vélaz |
| Nº 57 | <i>Lo común y lo específico de la crisis moral actual</i>
Rafael Alvira | Nº 70 | <i>La respuesta empresarial a una nueva dinámica del empleo: ¿Eficiencia económica versus eficiencia social en clave ética?</i>
Santiago García Echevarría |
| Nº 58 | <i>La ética empresarial: una aproximación al fenómeno</i>
Manuel Guillén | Nº 71 | <i>La Profesión: Enclave ético de la moderna sociedad diferenciada</i>
Fernando Múgica |
| Nº 59 | <i>La dimensión política de la economía</i>
Miguel Alfonso Martínez-Echevarría | Nº 72 | <i>El Empresario servidor - líder</i>
Enrique de Sendagorta |
| Nº 60 | <i>Sobre la cooperación competitiva</i>
Ana Fernández y Carmelo Lacaci | Nº 73 | <i>Peter Drucker (I): Hacia una biografía intelectual</i>
Guido Stein |
| Nº 61 | <i>Organizaciones inteligentes en la sociedad del conocimiento</i>
Alejandro Llano | Nº 74 | <i>Peter Drucker (II): Sobre Empresa y Sociedad</i>
Guido Stein |
| Nº 62 | <i>La economía social de mercado de Ludwig Edhard y el futuro del estado de bienestar</i>
Ana Fernández y Carmelo Lacaci | Nº 75 | <i>La literatura anglo-americana de la propiedad</i>
Alejo José Sison |
| Nº 63 | <i>La persona humana en la empresa de fin de siglo</i>
Carlos Llano | Nº 76 | <i>La empresa como sujeto de las relaciones internacionales</i>
Javier Herrero |
| Nº 64 | <i>Estado, sociedad civil y empresa</i>
Tomás Calleja | Nº 77 | <i>Clima y cultura empresarial</i>
Iñaki Vélaz |



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

109





 CUADERNOS EMPRESA Y HUMANISMO

- | | | | |
|-------|---|-------|---|
| Nº 78 | <i>Valores burgueses y valores aristocráticos en el capitalismo moderno: una reflexión histórica</i>
Agustín González Enciso | Nº 88 | <i>Los orígenes de la Teoría de la Empresa</i>
Miguel Alfonso Martínez-Echevarría |
| Nº 79 | <i>Hacia una nueva teoría de la empresa</i>
Miguel Alfonso Martínez-Echevarría | Nº 89 | <i>Un modelo para comprender la empresariedad</i>
Eduardo García Erquiaga |
| Nº 80 | <i>Los pliegues ocultos de las relaciones en la empresa</i>
Tomás Calleja | Nº 90 | <i>Dirección de empresas en la economía del conocimiento</i>
Marta Mas, Alfonso Corrales e Iñaki Vélaz |
| Nº 81 | <i>La empresa entre el psicologismo y el conductismo</i>
Miguel Alfonso Martínez-Echevarría | Nº 91 | <i>El autocontrol de la gestión en organizaciones públicas</i>
Omar Urrea Romero |
| Nº 82 | <i>La tercera vía en Wilhelm Röpke</i>
Jerónimo Molina Castro | Nº 92 | <i>Los contratos son lo que son</i>
José Antonio Doral |
| Nº 83 | <i>Teorías de la empresa y crisis de la modernidad</i>
Miguel Alfonso Martínez-Echevarría | Nº 93 | <i>Introducción al octógono</i>
Manuel Alcázar García |
| Nº 84 | <i>Adam Smith: Interés particular y bien común</i>
Raquel Lázaro Cantero | Nº 94 | <i>Consensualismo y gobierno político</i>
María Alejandra Vanney |
| Nº 85 | <i>Violencia y modelos sociales. Una visión humanista</i>
Tomás Calleja Canelas | Nº 95 | <i>La relación entre Política y Ética en Charles Péguy</i>
Antoinette Kankindi |
| Nº 86 | <i>El estado y la teoría económica. Ideas prospectivas del papel del estado en la economía</i>
Ángel Rodríguez García-Brazales y Óscar Vara Crespo | Nº 96 | <i>Las Racionalidades de la Economía</i>
Ricardo F. Crespo |
| Nº 87 | <i>Visiones racionalistas y románticas de la empresa</i>
Miguel Alfonso Martínez-Echevarría | Nº 97 | <i>Una biografía intelectual de Alasdair Macintyre</i>
Juan González Pérez |
| | | Nº 98 | <i>La China Sung. Un ensayo de modernidad en el año mil</i>
Alberto Serna |
| | | Nº 99 | <i>Las Organizaciones Primarias y las Empresas. Primera Sección</i>
Leonardo Polo |

 CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPPLANTAN
A LA ECONOMÍA

110 Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega





 CUADERNOS EMPRESA Y HUMANISMO

- | | |
|--|--|
| Nº 100 <i>Las Organizaciones Primarias y las Empresas. Segunda Sección</i>
Leonardo Polo | Nº 113 <i>El sentido de la actividad económica en Aristóteles.</i>
Germán R. Scalzo |
| Nº 101 <i>Políticas de Humanismo ausente</i>
Tomás Calleja | Nº 114 <i>La orientación al servicio, los roles y la formación de los mandos intermedios en las organizaciones de servicio.</i>
Lucio Lescano Duncan |
| Nº 102 <i>Modelos de Familia</i>
José Javier Castiella | Nº 115 <i>La confianza como base de la relación empresa-Estado: una perspectiva a la luz del bicentenario de las emancipaciones hispanoamericanas.</i>
Luis María Caballero |
| Nº 103 <i>Imaginación y Economía</i>
Gonzalo Carrión | Nº 116 <i>Empresa y Humanismo, 25 años de un imposible hecho realidad.</i> |
| Nº 104 <i>Max Weber y la Unión Europea</i>
Pablo Otegui | Nº 117 <i>Estados e Instituciones Financieras Internacionales.</i>
Rosana Garciandía Garmendia |
| Nº 105 <i>Beijing 2008: Luces y sombras en la China emergente</i>
Alberto Serna | Nº 118 <i>La Racionalidad en Max Weber</i>
Germán Roberto Scalzo Molina |
| Nº 106 <i>Arquetipos para el desarrollo personal</i>
Sol Quesada | Nº 119 <i>Somalia: fragilidad y perspectivas de futuro</i>
Rosana Garciandía (ed.) |
| Nº 107 <i>Las bases del Sistema Económico. El giro social del acceso al crédito.</i>
José Antonio Doral | Nº 120 <i>Modelos de empresa y ética</i>
Gastón Escudero Poblete |
| Nº 108 <i>Génesis del concepto de interés propio.</i>
Germán Roberto Scalzo | Nº 121 <i>La formación retórica del gobernante. Un imprescindible olvidado</i> |
| Nº 109 <i>Potestas, Auctoritas y Estado Moderno.</i>
María Alejandra Vanney | Nº 122 <i>Praxis. Fundamentos de ética empresarial</i>
Javier Pinto |
| Nº 110 <i>El bien común como finalidad de la empresa.</i>
José Carlos Fernández Duarte | Nº 123 <i>Humanizar emprendiendo. Homenaje a Rafael Alvira.</i> |
| Nº 111 <i>Sen y Aristóteles: Razón práctica y economía.</i>
Ricardo F. Crespo | Nº 124 <i>Perspectivas clásicas y modernas de las virtudes en la empresa (I)</i> |
| Nº 112 <i>Competitividad y modelo de sociedad. Una referencia humanista de progreso.</i>
Tomás Calleja | |



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

111





En inglés

- Nº9 *Managerial work and operative work
within enterprise*
Carlos Llano
- Nº10 *The altruism of enterprise*
George Gilder
- Nº15 *Business and the new complexity*
Alejandro Llano
- Nº17 *Enterprise and Humanism*
Rafael Alvira
- Nº22 *The social revolution of management*
Tomás Calleja
- Nº30 *The socio-political environment that
enterprise may face*
Daniel Bell



CUANDO LAS MATEMÁTICAS SUPLANTAN
A LA ECONOMÍA

112 Miguel Alfonso Martínez-Echevarría y Ortega

