



# Universidad de Navarra

Programa de Doctorado en  
Sistemas Complejos

**Análisis del proceso de descarga de un silo con un obstáculo  
cerca del orificio**

Celia Lozano Grijalba

Servicio de Publicaciones de la Universidad de Navarra

ISBN 978-84-8081-300-6





Universidad de Navarra

Programa de Doctorado en  
Sistemas Complejos

## **Análisis del proceso de descarga de un silo con un obstáculo cerca del orificio**

Memoria presentada por **D<sup>a</sup>. Celia Lozano Grijalba** dentro de la materia **Proyecto de Investigación** del Programa de Doctorado

El presente trabajo ha sido realizado bajo mi supervisión y ha obtenido la calificación de: .....

Pamplona, 21 de septiembre de 2012

Dr. Iker Zuriguel Ballaz



Declaración:

Por la presente yo, **D<sup>a</sup>. Celia Lozano Grijalba**, declaro que esta memoria es fruto de mi propio trabajo y que en mi conocimiento, no contiene ni material previamente publicado o escrito por otra persona, ni material que sustancialmente haya formado parte de los requerimientos para obtener cualquier otro título en cualquier centro de educación superior, excepto en los lugares del texto en los que se ha hecho referencia explícita a la fuente de la información.

De igual manera, autorizo al Departamento de Física y Matemática Aplicada de la Universidad de Navarra, la distribución de esta memoria y, si procede, de la "fe de erratas" correspondiente por cualquier medio, sin perjuicio de los derechos de propiedad intelectual que me corresponden.

Pamplona, 21 de septiembre de 2012

D<sup>a</sup>. Celia Lozano Grijalba

© Celia Lozano Grijalba

Derechos de edición, divulgación y publicación:

© Departamento de Física y Matemática Aplicada, Universidad de Navarra



## Agradecimientos

En primer lugar me gustaría agradecer a mis directores Iker Zuriguel y Ángel Garcimartín por toda su ayuda y confianza en la realización de este trabajo. Al primero le debo agradecer, *o culpar*, por el interés que despertó en mí al hablarme de esos materiales particulados que tenían unas características tan peculiares, sin el cual no estaría escribiendo esto. Y al segundo agradecerle toda su dedicación y paciencia que ha tenido en este periodo para hacer que me convierta en una persona rigurosa y correcta, algo que todavía sigue en proceso. Sin olvidarme de Diego Maza que despertó mi interés por la física y siempre me recordó que “*estábamos aquí para pensar*”. También agradezco al resto de mis compañeros de granulares: Álvaro Janda, Martín Pastor, Manuel Acevedo, Josía Damas y a la última incorporación, Raúl Cruz; por enseñarme tanto y pasar tan buenos momentos.

Asimismo debo agradecer a todos los miembros del departamento: Silvia Olza, LuisFer Urrea, Javier Burguete, Sergio Ardanza-Trevijano, Héctor Mancini, Jorge Elorza, Antonio Peláez, María Jesús Chasco, Jean Bragard, Carmen Palacios y Wenceslao González; y a los doctorandos: Ana Simic, Miguel López, Moorthi Pichumani, José Guadarrama y Raheema M. Aslam.

A la Asociación de Amigos de la Universidad de Navarra por la beca que me han concedido durante 2010, 2011 y 2012.

Sin olvidarme de todos los que me acompañaron mientras recargaba el silo, desde mis amigos de Logroño (en especial a Alejandro, Carmen, Bea y Mónica) a los de Pamplona (más concretamente Garikoitz, Ana, Dulce, Paula, Marta y nuevamente Alejandro).

Una mención especial merecen mis padres y mi hermana Alicia que se han convertido en unos expertos de los medios granulares sin quererlo y que siempre me han apoyado y animado en las dificultades del día a día.





# Índice general

<b>Prólogo</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Características de un medio granular . . . . .	1
1.2 Formación de atascos . . . . .	5
1.3 Objetivos de este estudio . . . . .	7
<b>2 Sistema experimental</b>	<b>9</b>
2.1 Montaje experimental . . . . .	9
2.2 Instrumentación . . . . .	11
2.3 Procesamiento de la imágenes . . . . .	12
2.4 Protocolo de medida . . . . .	14
<b>3 Resultados</b>	<b>15</b>
3.1 Tamaño de la avalancha . . . . .	15
3.2 Propiedades del medio granular cerca del orificio . . . . .	18
3.2.1 Flujo . . . . .	19
3.2.2 Fracción de empaquetamiento . . . . .	20
3.2.3 Velocidad de las partículas . . . . .	21
<b>Conclusiones y perspectivas</b>	<b>25</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>27</b>
<b>Summary</b>	<b>31</b>



# Prólogo

Los medios granulares son sólidos divididos cuya dinámica se establece a partir de la interacción mediante choques. La principal característica de estos materiales es que disipan rápidamente la energía, debido al gran número de choques por unidad de tiempo. El tamaño de los granos puede abarcar varios órdenes de magnitud: desde los milímetros de la sal, hasta los metros de las rocas que forman los anillos de Saturno. Hay multitud de ejemplos de medios granulares en la vida cotidiana -como la arena, el azúcar, el trigo o la sal-, pero en un sentido amplio también los vehículos que circulan por la carretera o un flujo de personas moviéndose en una aglomeración se pueden incluir en la definición. Un dato que demuestra la importancia de estos materiales es que, después del agua, es el tipo de material más manipulado en la industria [1]; además un 10 % de toda la energía producida en el planeta se consume en el procesamiento de materias primas en forma de granulados [2].

En el presente trabajo se ha estudiado la descarga por gravedad de un medio granular en un silo que tiene un obstáculo cerca del orificio. Este estudio se ha centrado en la variación de la probabilidad de atasco debido a la presencia del obstáculo. Para ello, se ha construido un silo bidimensional de paredes transparentes en el que se mide el tamaño de las avalanchas (entendiendo avalancha por el material descargado entre dos atascos consecutivos). A partir de los resultados obtenidos se estudia la probabilidad de atasco en función de la posición del obstáculo. Así mismo, se intenta dar una respuesta a la disminución drástica de la probabilidad de atasco en términos del flujo, la fracción de empaquetamiento y la velocidad de las partículas.

La estructura de esta memoria es la siguiente. En primer lugar se describen algunas de las propiedades y conceptos de los medios granulares necesarios para el entendimiento de los resultados obtenidos, además de resumir los trabajos más relevantes sobre el flujo y la formación de atascos en la descarga de silos. En el segundo capítulo se describe el sistema experimental, el protocolo y las técnicas empleadas. El capítulo tercero se centra en la probabilidad de atasco y las propiedades del medio granular cerca del orificio, como el flujo, la fracción de empaquetamiento y la velocidad de las partículas. Finalmente, se resumen las conclusiones y los posibles futuros estudios relacionados con este trabajo.



# Capítulo 1

## Introducción

En este capítulo se describirán algunas de las características más importantes de los medios granulares, así como conceptos que se emplearán a lo largo de esta memoria. También se presentará la literatura más relevante sobre el flujo y la formación de atascos en la descarga de silos.

### 1.1 Características de un medio granular

Dependiendo de las condiciones experimentales, un medio granular puede comportarse de manera similar a un sólido, un líquido o un gas. Así, la arena de la playa puede ser considerada como un sólido, pues soporta esfuerzos externos con muy poca deformación. Sin embargo, ese mismo material en un reloj de arena fluye como un líquido. O se asemeja a un gas al agitarla vigorosamente. A pesar de este parecido, en ninguno de los casos su dinámica puede ser descrita rigurosamente mediante las leyes conocidas para esos tres estados de la materia.

Una característica específica de los medios granulares es que pueden producir atascos (*jamming* en inglés). La causa de éstos es la formación de agrupaciones de partículas mecánicamente estables denominadas arcos, los cuales se mantienen firmes bajo las cargas producidas por las fuerzas en el medio granular, y detienen el flujo. En nuestra vida cotidiana experimentamos que las cosas se atascan frecuentemente. Así, la sal se atasca en un salero a pesar de que los granos son más pequeños que los orificios de salida, y para romper el atasco tenemos que agitar el salero. Hay otros muchos ejemplos, como los embotellamientos de tráfico, o las avalanchas humanas producidas cuando una multitud intenta salir por puertas que no son capaces de absorber un gran flujo de personas. Los medios granulares son empleados en numerosos procesos de la industria farmacéutica, alimenticia, en canteras, etc. Y en esos ámbitos causan problemas debido a la formación de atascos.

Desde el punto de vista científico, hasta hace pocas décadas, la física de los medios granulares había recibido escasa atención en comparación con otros campos de investigación. Sin embargo, grandes investigadores los han estudiado: desde Leonardo da Vinci, pasando por Coulomb o Faraday hasta Reynolds. La primera mención que se recoge de los medios granulares parece ser la del poeta Lucrecio hacia el año 55 A.C., que asemejó el flujo de semillas de adormidera con un fluido. Posteriormente, en el Renacimiento, Leonardo Da Vinci estudió la fricción entre cuerpos utilizando una pila de arena. No fue hasta finales del siglo XVII, en 1776, cuando Charles Coulomb presentó un estudio en la Academie Royal en París [3] donde estableció las leyes de la fricción seca

entre sólidos, las cuales posteriormente se extenderían a los medios granulares. En 1780, Ernst Chaldni se fijó en varias diferencias interesantes entre el comportamiento de los granos ligeros y pesados al ser vibrados sobre la superficie de un violín. Años después Christian Örsted repitió y confirmó estos experimentos usando polvo de lycopodium.

En el siglo XIX, Michael Faraday estudió también cómo la vibración induce la formación de pilas de arena [4]. William Rankine en 1857 examinó las implicaciones teóricas de la fricción de los materiales granulares basándose en la ideas de Coulomb [5]. Definió los llamados “estados activo y pasivo”. En 1884, I. Roberts se percató de que en una estructura que tuviera paredes paralelas, la presión ejercida en la base por el grano almacenado -a diferencia de lo que ocurre en hidrodinámica- deja de aumentar cuando la estructura se llena hasta una altura superior a unas dos veces su diámetro [6]. Pocos años más tarde, H. Janssen propuso un modelo para este fenómeno basado en un coeficiente que describe el redireccionamiento de las fuerzas hacia la pared [7]. A finales del siglo XIX, Osborne Reynolds enunció el llamado *Principio de dilatación* [8], que es considerado una contribución fundamental a la teoría de los medios granulares.

Durante el siglo XX, el número de físicos e ingenieros que se han interesado por el estudio de estos materiales ha ido en aumento. En un primer momento las investigaciones sólo trataban de buscar soluciones empíricas para resolver los problemas que se presentaban en la industria [9]. Hubo que esperar hasta el final del siglo XX para poder estudiar con mayor rigor la física de los medios granulares [1]. Cabe destacar a R. L. Brown y J. C. Richards [10] con sus trabajos sobre la descarga de silos. En los últimos 25 años, el número de investigaciones realizadas sobre el comportamiento de los medios granulares ha aumentado de manera considerable. Esto se debe a la posibilidad de estudiarlos como un sistema complejo que se encuentra muy lejos del equilibrio. Además, debido a su naturaleza similar a un líquido, gas o sólido, la gama de herramientas que se pueden utilizar en su análisis es muy diversa, abarcando campos como la física estadística o la mecánica de fluidos y de sólidos, entre otros.

## Fracción de compactación

Las partículas que componen un medio granular pueden acomodarse de diferentes maneras dentro del mismo. La distribución de las partículas en el medio puede no ser perfecta, dejando huecos entre ellas, siendo el volumen aparente del material  $V_a$  (volumen total incluyendo los huecos entre los granos) mayor que la suma de todos los volúmenes de las partículas individuales  $V_r$ . El parámetro que relaciona estos dos volúmenes se denomina fracción de compactación:  $\phi = \frac{V_r}{V_a}$

La fracción de compactación sólo puede tomar valores menores o iguales a uno. Cuanto más cercano sea el valor a la unidad más empaquetado estará el sistema y menos huecos habrá. En dos dimensiones el empaquetamiento de discos más denso posible es  $\phi = 0,902$ , que corresponde a la red triangular. Esta fracción de compactación se consigue colocando los discos de manera ordenada uno a uno. Por el contrario, depositando las partículas de manera aleatoria, la mayor fracción de compactación que se puede alcanzar es  $\phi = 0,82$ , que se denomina *random close packing* [11].

El cambio en la fracción de compactación es el origen de uno de los fenómenos más sorprendentes de los medios granulares, que fue formulado por O. Reynolds [8] en el denominado *Principio de dilatación*: “un medio granular altamente compactado en el interior de un envoltorio flexible incrementa su volumen cuando el envoltorio es deformado. Si el envoltorio es inextensible pero

deformable, la configuración del medio granular no se puede alterar a no ser que se rompa el envoltorio o se fracture el medio granular”. Es decir, un medio granular compacto para fluir o reacomodarse debe dilatarse, disminuyendo así su fracción de compactación.

### Propagación de las fuerzas en un medio granular

En un medio granular estático las partículas están en contacto unas con otras. Si se aplica una presión sobre éste, la fuerza se propaga de manera inhomogénea por la red de contactos (ver figura 1.1). Los caminos por los que se propaga la fuerza aplicada se denominan “cadenas de fuerza”.

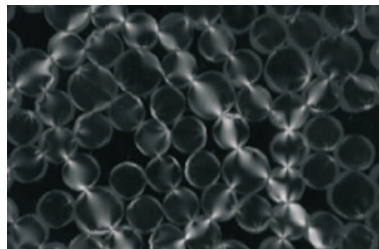


Figura 1.1: En la fotografía se muestra cómo la propagación de una fuerza en un medio granular no es homogénea. Debido a la birrefringencia inducida por la presión, las partículas que sufren mayor esfuerzo se observan más brillantes. Imagen obtenida por I. Zuriguel.

Esta distribución no homogénea de la carga es la causa de que la presión en un medio granular no siga la misma ley que la presión hidrostática. Cuando se aplica una presión vertical sobre un medio granular, se genera una fuerza horizontal sobre las paredes. I. Roberts [6] fue el primero en percatarse que la presión ejercida en la base de un silo, a diferencia de lo que ocurre en hidrodinámica, deja de aumentar cuando el recipiente se llena hasta a una altura superior a un par de veces su diámetro. Posteriormente, H. Janssen [7] analizó teóricamente lo que ha pasado a denominarse “efecto Janssen”: “un medio granular en el interior de un recipiente ejerce una presión en la base que satura cuando el nivel de partículas alcanza una determinada altura”.

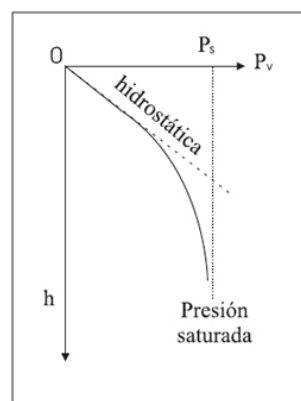


Figura 1.2: Presión vertical sobre la base,  $P_v$  en función de la altura de la capa granular. La línea discontinua vertical indica la presión límite o de saturación,  $P_s$ , mientras que la línea de trazos representa la presión que ejercería un fluido. Figura obtenida de [2].



## Caudal de descarga

El flujo de materiales granulares en la descarga de silos se ha estudiado ampliamente debido a sus numerosas aplicaciones en la industria. A diferencia de los fluidos, cuando se descarga un silo por gravedad, la tasa de flujo no depende de la altura que alcanza el material en el contenedor. Esto es debido a que la presión en la base del silo es constante y satura: el efecto Janssen. Otras magnitudes que afectan al flujo son la densidad de las partículas  $\rho$ , el coeficiente de fricción  $\mu$ , el valor de la constante de gravedad  $g$ , el diámetro del orificio  $R$  o el diámetro aparente (la relación entre el diámetro del orificio con respecto al diámetro de los granos,  $D=R/d$ ). En un trabajo reciente Aguirre *et al.* demuestran que, al contrario de lo que se pensaba, el flujo no depende fuertemente de la presión de la base del silo sino de la velocidad que se impone a las partículas en la salida del silo [12].

La expresión más aceptada para predecir el flujo de un medio granular a través de un orificio fue propuesta en 1971 por W. A. Beverloo *et al.* [13], según la cual el flujo  $Q$  debe ser proporcional al tamaño del orificio aparente  $D$  elevado a 2.5:  $Q \propto D^{5/2}$ . Esta “ley” se basa en un análisis dimensional donde se supone que los parámetros relevantes en el flujo de descarga de un silo son el diámetro del orificio  $D$ , la densidad aparente del material  $\rho_b$ , la aceleración de la gravedad  $g$  y el coeficiente de fricción entre las partículas  $\mu$ . El flujo  $Q$  puede ser expresado como una función de estos parámetros. Después de realizar todo el desarrollo dimensional se obtiene la siguiente expresión para el flujo:

$$Q = C\rho_b\sqrt{g}D^{5/2}$$

expresión que no es del todo correcta. Se comprueba representando los resultados experimentales  $Q^{2/5}$  vs.  $D$ . En la figura 1.3, se han representado estos valores que siguen una relación lineal, como es de esperar, pero esa recta no pasa por origen sino que corta al eje de las abscisas en un cierto valor  $z$ . Se encontró que dicho valor era proporcional a  $d$  para partículas monodispersas. De esta manera la “ley de Beverloo” queda de la siguiente manera:

$$Q = C\rho_b\sqrt{g}(D - kd)^{5/2}$$

donde  $C$  y  $k$  son constantes.

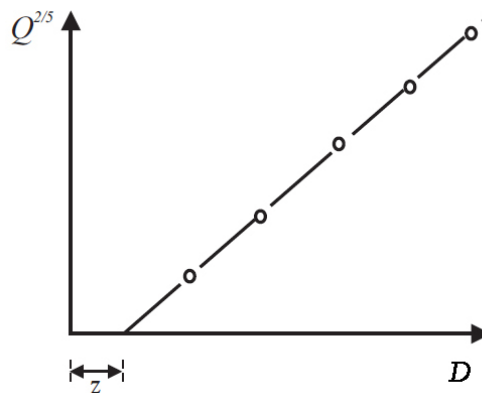


Figura 1.3: Resultados experimentales del flujo representados como recomienda W. A. Beverloo. Figura obtenida de [14].

Sobre el significado de  $kd$ , a partir de algunas observaciones experimentales R. L. Brown and J. C. Richards [10] propusieron que hay una zona contigua al orificio por la que casi no fluyen las partículas (*empty annulus*). Este hecho hace que el diámetro efectivo del orificio sea menor que  $D$ .

En un estudio reciente de C. Mankoc *et al.* [15] se demuestra que la “ley de Beverloo” para predecir el flujo no es adecuada para un amplio rango de tamaños de salida ( $2d < D < 100d$ ). Al intentar ajustar la expresión con las medidas experimentales no se encuentra ningún valor del parámetro  $C$  y  $K$  aceptable. Los autores proponen otra expresión para describir el flujo:

$$Q = C' \left(1 - \frac{1}{2} e^{-b(D-d)}\right) (D-d)^{5/2}$$

en donde  $C'$  es una constante que depende del tamaño de la partícula (ver figura 1.4). La introducción del término exponencial está relacionado con una dependencia de la densidad aparente  $\rho_b$  con  $D$  en la región del orificio.

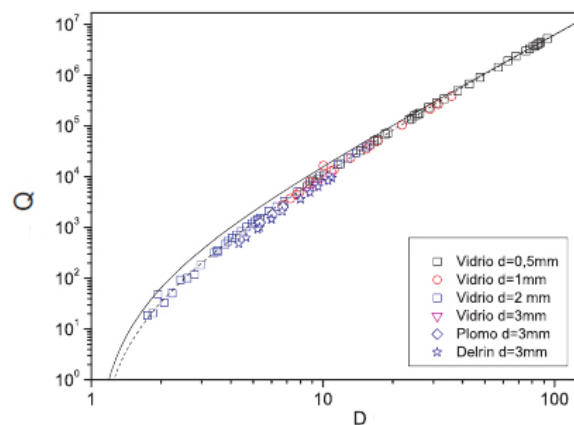


Figura 1.4: Flujo de descarga en función de  $D$  en escala logarítmica. La línea continua corresponde con la ecuación de la “ley de Beverloo” ajustada para el intervalo  $60 < D < 90$ ; mientras que la línea de trazos corresponde a la expresión que proponen C. Mankoc *et al.*. Figura obtenida de [15].

## 1.2 Formación de atascos

Si la abertura del orificio es sólo un poco mayor que el tamaño de las partículas el flujo se interrumpe debido a la formación de un arco, provocando un atasco. En esta sección se recogen algunas definiciones que van a resultar útiles más adelante.

### Trabajos experimentales en sistemas tridimensionales

I. Zuriguel *et al.* estudiaron la formación de atascos utilizando un silo tridimensional [16, 17]. El primer resultado importante que describen es que el parámetro relevante no es el tamaño del orificio ( $R$ ), sino el diámetro aparente ( $D=R/d$ ). Este resultado ya lo habían comprobado previamente K. To *et al.* [18] en dos dimensiones. A la descarga de material que tiene lugar entre

dos atascos consecutivos, es decir, el número de partículas que han caído se le denomina avalancha  $s$ . La distribución de los resultados obtenidos de las distintas avalanchas para un mismo tamaño de orificio presenta un decaimiento exponencial, como se puede ver figura 1.5.

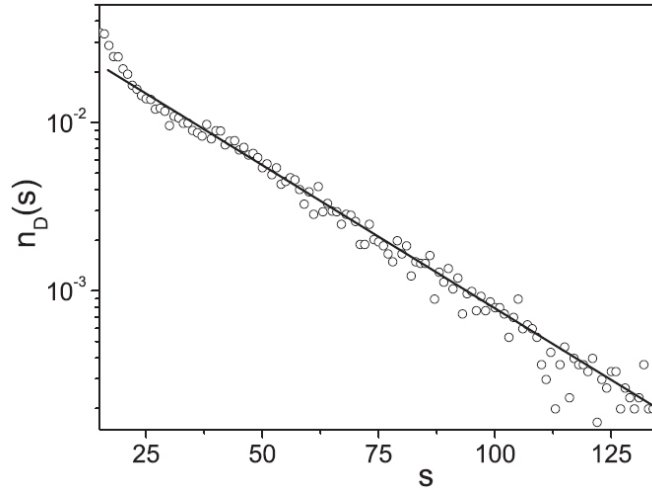


Figura 1.5: Distribución de los tamaños de avalancha  $s$  para  $D = 3$  en escala semilogarítmica. La línea continua negra es un ajuste que indica el decaimiento exponencial. Figura obtenida de [16].

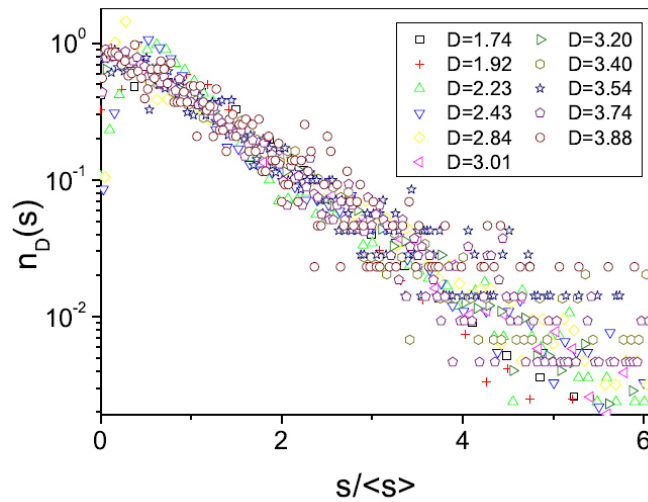


Figura 1.6: Colapso de los histogramas de los distintos orificios reescalados con la avalancha media  $\langle s \rangle$ . Figura obtenida de [19].

Con el fin de comparar las distintas distribuciones obtenidas por los diferentes tamaños del orificio, los autores reescalan los tamaños de avalancha  $s$  dividiendo por el tamaño medio de la avalancha  $\langle s \rangle$  correspondiente a cada  $D$ . De esta manera todos los histogramas reescalados para distintos orificios colapsan como se ve en la figura 1.6.

## Trabajos experimentales en sistemas bidimensionales

En estudios recientes realizados en dos dimensiones A. Janda *et al.* [20] calculan el tamaño de avalancha  $s$  para distintos orificios, obteniendo nuevamente un decaimiento exponencial independientemente del tamaño del orificio. El colapso de las funciones de densidad de probabilidad del tamaño de la avalancha reescalada por  $\langle s \rangle$  para diferentes orificios se muestra en la figura 1.7.

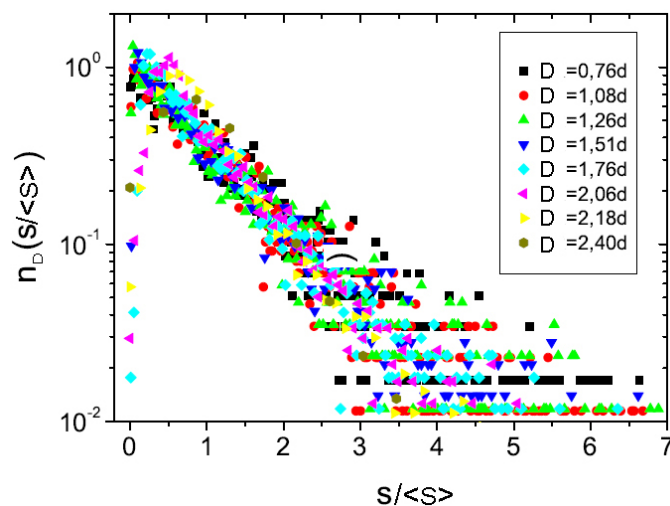


Figura 1.7: Colapso de los histogramas de los distintos tamaños de avalancha reescalada con la avalancha media  $\langle s \rangle$  para los distintos orificios  $D$  en dos dimensiones. Figura obtenida de [21].

A. Janda *et al.* definen la probabilidad de que una partícula se atasque a la salida del silo como  $(1 - p)$  [20]. Asumiendo que la probabilidad  $p$  (que es la probabilidad de que una partícula pase sin atascarse) permanece constante durante toda la avalancha, es posible relacionar  $p$  con el tamaño medio de avalancha  $\langle s \rangle$  según la ecuación:

$$(1 - p) = 1 - \langle s \rangle / (\langle s \rangle + 1)$$

### 1.3 Objetivos de este estudio

La motivación que ha inspirado este trabajo es reducir los atascos que se producen. Para ello, una de las posibilidades es aumentar el diámetro del orificio. De esta manera, el sistema se atascará menos, existiendo un diámetro crítico de abertura a partir del cual el tiempo necesario para observar un atasco es tan elevado que se puede considerar infinito [16, 17]. Pero por otra parte, al aumentar el tamaño del orificio también aumenta el caudal lo cual a veces no es deseable. Con el fin de solucionar el problema de los atascos, en la industria se recurre a la colocación de inserts (unas piezas dentro del silo, cerca del orificio de salida). En la arquitectura, para mejorar los procesos de evacuación, se ha evaluado la importancia de poner una columna antes de la salida y su efecto ha sido estudiado en la literatura [22, 23].

Con esta motivación hemos decidido evaluar el efecto de un obstáculo cerca del orificio. Se ha fijado el diámetro del orificio y se ha variado la distancia  $h$  entre el obstáculo y la salida (véase el recuadro de la figura 2.1) con el fin de comprobar si existe una posición óptima para la que el sistema se atasque menos.

Se ha decidido trabajar con un sistema bidimensional ya que de esta manera podemos tener acceso visual al movimiento de las partículas durante la descarga. Así, no sólo podemos obtener el número de partículas que salen del silo durante una avalancha, sino que además podemos estudiar cuáles son las propiedades del medio granular en todo momento.

Las mediciones que se han realizado han sido: tamaño de avalancha y grabaciones con la cámara rápida de las partículas en las inmediaciones del orificio y obstáculo. A partir de estas mediciones se han estudiado los siguientes aspectos:

- Estadística de los tamaños de avalancha. Se ha obtenido la distribución de los tamaños de avalancha y la probabilidad de atasco.
- La dinámica del flujo de las partículas justo en el orificio.
- La fracción de empaquetamiento encima del orificio.
- La medición de la velocidad de las partículas encima del orificio.

## Capítulo 2

# Sistema experimental

El objetivo del este trabajo consiste en el estudio de la formación de atascos durante la descarga de un medio granular a través de un orificio que tiene un obstáculo delante. Para ello se ha utilizado un silo bidimensional con un orificio en la base. Esta geometría permite tener acceso visual al movimiento de las partículas en el interior del silo.

La principal medición que se ha realizado es la cantidad de partículas que salen del silo entre dos atascos consecutivos, lo que se denomina avalancha. El movimiento de las partículas cerca de la salida se ha filmado con una cámara rápida. Mediante el posterior tratamiento de las imágenes obtenidas se ha medido el flujo, la fracción de empaquetamiento y los desplazamientos instantáneos de los granos cuando atraviesan el orificio.

A continuación se describe el montaje experimental, la instrumentación empleada y las técnicas utilizadas, así como el protocolo de medida.

### 2.1 Montaje experimental

#### Silo bidimensional

El sistema experimental consiste en un silo bidimensional rectangular (ver figura 2.1). Para ello se utilizan dos piezas de vidrio idénticas de dimensiones 800 x 350 mm separadas por dos galgas de acero inoxidable de espesor  $1.10 \pm 0.05$  mm. Las galgas forman las paredes laterales del silo, de manera que la separación entre ellas define la anchura del mismo. La anchura del silo se ha mantenido siempre superior a  $200 \pm 1$  mm, por lo que el flujo de las partículas y la formación de atascos no depende de las condiciones de borde [24]. Mediante unas pinzas de presión se sujeta la estructura vidrio-galga-vidrio. Se ha medido el hueco que delimitan los dos vidrios, obteniéndose un espacio entre ellos de  $1.25 \pm 0.05$  mm.

Esta estructura se encuentra apoyada sobre una placa de de hierro anonizado. Para formar la base y delimitar el orificio de salida del silo, se utilizan dos galgas biseladas. Esta forma permite que las partículas sólo puedan atascarse por encima del orificio. Además, se puede variar la separación entre estas piezas para cambiar el tamaño del orificio  $R$ . En este trabajo se fija  $R = 4.2$  mm. El sistema experimental es el mismo utilizado en [21] con la única diferencia de que se coloca una pieza circular antes del orificio. Esta pieza circular, que actúa como obstáculo, es una arandela de acero (de 1 mm de ancho y 10 mm de diámetro) pegada en una de las hojas de vidrio, alineada con el centro del orificio. La medición de la longitud de la abertura ( $R$ ), así como de la

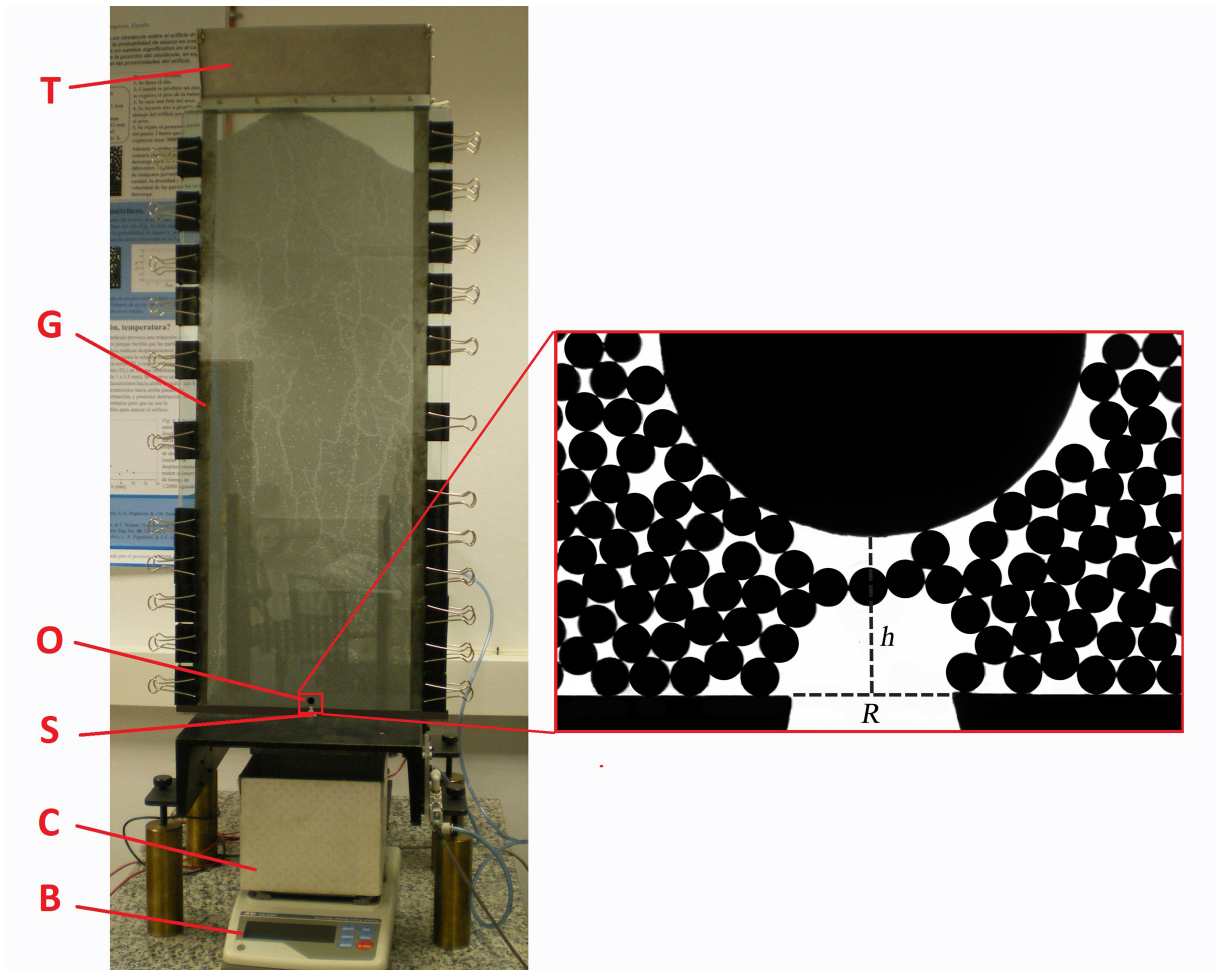


Figura 2.1: Fotografía del sistema experimental. T: tolva; G: galga; O: obstáculo; S: soplador; C: caja; B: balanza. Recuadro: una fotografía de un arco, indicando  $R$  (tamaño del orificio) y  $h$  (distancia entre el orificio y el obstáculo).

altura a la que se encuentra el obstáculo ( $h$ ) se realiza mediante una fotografía con una escala. En el peor de los casos se comete un error de 0,05 mm.

En la parte superior del silo, se coloca una tolva de acero inoxidable que permite introducir homogéneamente el material granular en el silo. La tolva tiene dos funciones: además de facilitar el llenado, actúa como depósito del material granular evitando que la altura de la capa de partículas descienda peligrosamente durante la descarga. La altura de la capa siempre se ha mantenido por encima de los 300 mm (1.5 veces el ancho del silo), de manera que se asegura el efecto Janssen, unas condiciones estables cerca de la base del silo.

Cuando se forma un arco, para restablecer el flujo se aplica un chorro de aire comprimido dirigido hacia la abertura de salida. Este sistema para romper los arcos ya ha sido utilizado previamente en otros estudios [16, 20]. Se ha elegido por su alta reproducibilidad y por la escasa perturbación que provoca en el medio granular. El aire comprimido se transporta por un tubo por debajo de la base del silo, y se dirige hacia el orificio a través de una boquilla de teflón. El tiempo durante el que se aplica el aire se controla por ordenador mediante la apertura y el cierre de una electroválvula. La duración y presión típicos son 400 ms y 4 bares respectivamente.

### Material granular

En este trabajo se emplearon partículas esféricas de acero inoxidable *INOX420* de  $1.00 \pm 0.01$  mm de diámetro y  $4.00 \pm 0.01$  mg de masa. Si tenemos en cuenta que el espesor del silo es de  $1.25 \pm 0.05$  mm, el espesor de la capa granular dentro del silo es un 25 % superior al diámetro de las bolitas, siendo  $0.03 \pm 0.01d$  el solapamiento máximo entre las partículas. Por tanto, es razonable asumir que el silo es bidimensional.

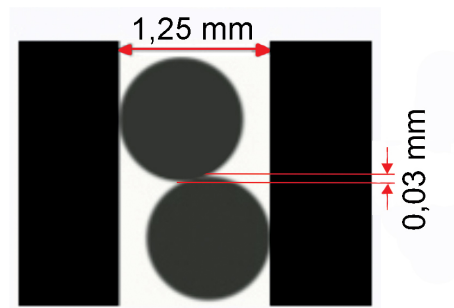


Figura 2.2: Esquema de la superposición entre dos partículas en el interior del silo.

## 2.2 Instrumentación

A continuación se describen brevemente los instrumentos utilizados para automatizar la adquisición de datos. Todos ellos son controlados mediante un ordenador a través de un puerto RS-232 o USB.

### Medición de la masa descargada

Se ha empleado una balanza *AND GX-4000*, con una capacidad de 4100 g y  $\pm 0.01$  g de resolución. Como la abertura es grande ( $R > 2.5d$ ), el número de partículas que caen en una



avalancha es muy elevado, por lo que esta balanza nos proporciona el fondo de escala necesario para registrar los datos.

### Adquisición de imágenes

Para filmar el movimiento de las partículas durante la descarga se ha empleado una cámara de alta velocidad *Photron FastCam-1024 PCI 100k* con una resolución máxima de  $1024 \times 1024$  píxeles que graba hasta  $10^6$  imágenes por segundo a baja resolución. Para cada posición del obstáculo se ha grabado el flujo de las partículas en la zona del orificio durante 40 segundos a 1500 imágenes por segundo. Estas grabaciones permiten estudiar las propiedades dinámicas de la avalancha; es decir el flujo, la velocidad y la fracción de empaquetamiento cerca del orificio.

## 2.3 Procesamiento de la imágenes

En esta sección se explica el tratamiento de imágenes que se ha realizado para procesar las filmaciones. Para ello se ha realizado diferentes programas utilizando el Image Processing Toolbox de MATLAB<sup>®</sup>. En primer lugar, se lleva a cabo la localización espacial de las partículas en las imágenes. A partir de dicha determinación se han implementado diferentes algoritmos para calcular el momento de paso de las partículas a través del orificio, la fracción de compactación y el cálculo de la velocidad de las partículas (que están explicados con mayor profundidad en [21]).

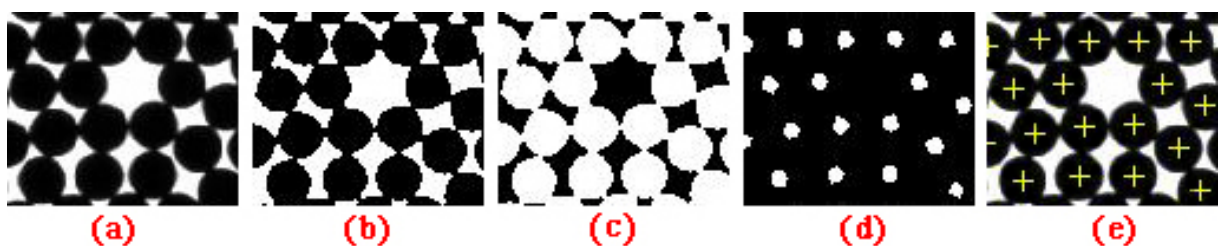


Figura 2.3: Detección del centroide de las partículas empleando iluminación posterior: (a) Fotografía original en escala de grises. (b) Imagen binarizada. (c) Imagen (b) invertida. (d) Imagen binarizada erosionada con un disco de radio similar al de las partículas. (e) Imagen original sobre la que se han representado los centroides mediante cruces amarillas.

### Localización espacial de las partículas

Este proceso permite identificar cada partícula de la imagen y asignarle una posición. Este análisis depende del tipo de imágenes de las que partamos, si es una iluminación posterior (donde la luz pasa a través de los huecos que hay entre las partículas, véase la figura 2.3 (a)) o bien si la iluminación es frontal (donde cada grano refleja un *spot* brillante cuyo centroide se emplea para detectar su posición). Nuestras imágenes fueron tomadas con iluminación posterior porque esto nos permite realizar todos los cálculos necesarios. Por ejemplo, si la iluminación es frontal no se puede realizar la medición de la fracción de compactación.

Para la localización del centroide de los granos partiendo de la imagen original (figura 2.3 (a)), en primer lugar es necesario binarizar las imágenes obtenidas (figura 2.3 (b)). Posteriormente,

se invierte la imagen binarizada de manera que los granos pasan a ser de color blanco (figura 2.3 (c)). A continuación, se erosiona dicha imagen empleando un disco de diámetro similar al de las partículas. Se obtiene como resultado final el que se muestra en la figura 2.3 (d), donde cada partícula está representada por un conjunto aislado de píxeles blancos. Esta operación nos permite diferenciar las partículas. Finalmente, se calcula el centroide de cada región blanca de la imagen erosionada. En la figura 2.3 (e) se muestra la imagen original la cual se han representado con cruces amarillas los centroides.

### Diagramas espacio-temporales en la salida del silo

Para el cálculo del flujo se ha construido un diagrama espacio-temporal a partir de las filmaciones realizadas a alta velocidad. El proceso consiste en adquirir de cada fotograma una única línea de píxeles que abarca todo el orificio de salida. Esta línea de píxeles se apila a la frecuencia de muestreo de la cámara, formando una imagen donde la dimensión vertical corresponde al tiempo y la horizontal es la distancia. Este método permite obtener con una gran resolución temporal el instante de paso de las partículas. A partir de estos datos es posible calcular con una alta precisión el flujo.

### Cálculo de velocidades

Una vez conocida la posición de las partículas, se calcula su desplazamiento entre dos imágenes consecutivas. Para poder realizar este cálculo, el desplazamiento de una partícula entre dos imágenes consecutivas debe ser inferior a su propio radio. En nuestro caso la adquisición de imágenes se realiza a una frecuencia lo suficientemente alta para que esto se cumpla. Se ha elaborado un programa en MATLAB<sup>®</sup> basado en las técnicas de seguimiento de objetos en movimiento (*particle tracking*).

### Medición de la fracción de empaquetamiento

La medición de la fracción de empaquetamiento se ha realizado a partir de la proyección sobre el plano del medio granular utilizando las fotografías con iluminación posterior. Así, el área de las partículas se calcula tomando un disco con el mismo diámetro que el de los granos. Sin embargo, nuestra capa de granos es cuasidimensional (sección 2.1) lo que puede ocasionar que en ocasiones la fracción de compactación calculada pueda ser superior al valor del empaquetamiento hexagonal en dos dimensiones (0,902). Se ha estimado que el error que se comete en esta medida es inferior al 5%.

## 2.4 Protocolo de medida

El experimento está automatizado, a excepción de la operación de recarga del material. El gran número de mediciones que se pueden tomar nos permite obtener una estadística adecuada. Los instrumentos se controlan mediante un programa hecho en LabView que realiza los siguientes pasos:

1. Se configuran los instrumentos y se tara la balanza.
2. Se elimina el atasco: para ello, con un interruptor se abre la electroválvula que permite que salga un chorro de aire a presión dirigido al orificio.
3. Inmediatamente después de que cese el chorro del aire las partículas empiezan a fluir a través del orificio. Se determina que una avalancha ha finalizado cuando tres mediciones consecutivas de la balanza sean iguales.
4. Una vez terminada la avalancha se guarda en el ordenador la medición de la masa registrada por la balanza.
5. El proceso se repite a partir del punto 2 hasta que el peso de la balanza sea superior a un cierto umbral preestablecido. Llegado a ese punto, el programa se detendrá para que se recargue manualmente el silo. Este valor umbral es elegido de modo que la altura del material granular no descienda de unas 1.5 veces la anchura del silo.

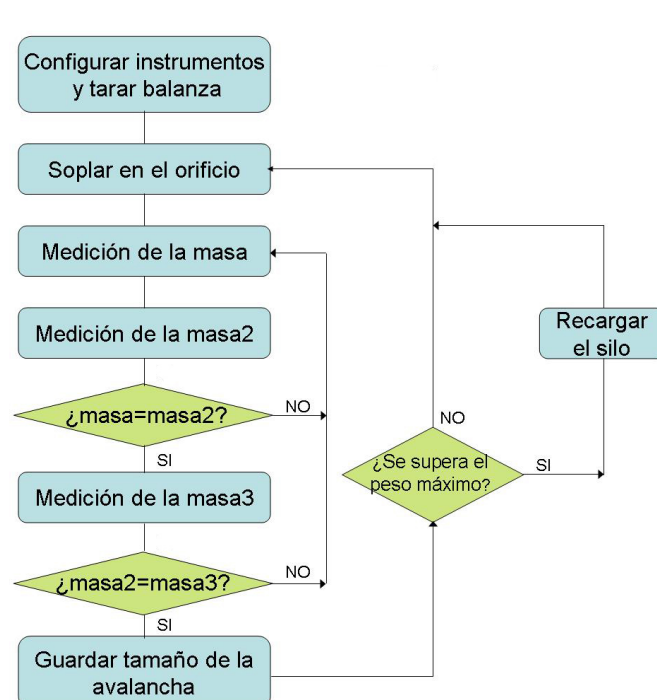


Figura 2.4: Diagrama de flujo del protocolo seguido en la medición del tamaño de las avalanchas.

# Capítulo 3

## Resultados

En este capítulo se mostrarán los principales resultados obtenidos sobre el papel que juega un obstáculo cerca de la salida de un silo. El orificio de salida siempre ha sido el mismo ( $R = 4,2$  mm), el único parámetro que se ha variado es la posición del obstáculo que se encuentra encima de la salida. En primer lugar se describirá la distribución de los tamaños de avalancha. En segundo lugar, con el fin de explicar el cambio drástico de los distintos tamaños de avalancha dependiendo de la posición a la que se encuentre el obstáculo de la salida ( $h$ ), se discutirán los resultados del caudal, la fracción de empaquetamiento y la velocidad de las partículas.

### 3.1 Tamaño de la avalancha

En primer lugar se ha realizado un estudio estadístico del tamaño de avalancha,  $s$  (recuérdese que es el número de partículas descargadas entre dos atascos consecutivos). Para cada una de las distintas posiciones del obstáculo se han medido entre 800 y 3000 avalanchas, siendo siempre el coeficiente de variación del tamaño de avalancha menor de un 10 %.

#### Distribución del tamaño de la avalancha

Se han calculado los histogramas correspondientes a las funciones de densidad de probabilidad de  $s$  para cada valor de  $h$ . En la figura 3.1 se representa en escala semilogarímicamente la distribución de avalanchas para una distancia  $h = 6,27$  mm entre el obstáculo y la salida. Se observa que la distribución del tamaño de la avalancha muestra un decaimiento exponencial, como ya se había encontrado previamente en silos sin obstáculos en dos dimensiones [20, 25–27] y en tres dimensiones [16, 17]. En trazo discontinuo se representa el ajuste exponencial del tamaño de avalancha. Un parámetro característico de cada distribución es el tamaño medio de avalancha  $\langle s \rangle$ . Este parámetro permite colapsar todas las distribuciones en una única curva representando los datos en función del tamaño de avalancha reescalado ( $s/\langle s \rangle$ ), como se muestra en la figura 3.2.

La diferencia entre las distribuciones obtenidas para los distintos valores de  $h$  es el tamaño medio de la avalancha,  $\langle s \rangle$ . A. Janda *et al.* [20] indican que el tamaño de avalancha medio está relacionado con la probabilidad de que una partícula se atasque en la salida del silo ( $1 - p$ ). En la figura 3.3 se muestran los valores de  $1 - p$  para diferentes  $h$ . Sorprendentemente, excepto cuando el obstáculo se encuentra extremadamente cerca de la salida, la probabilidad de que el silo se atasque es menor que en un silo sin obstáculo (este valor aparece representado por una

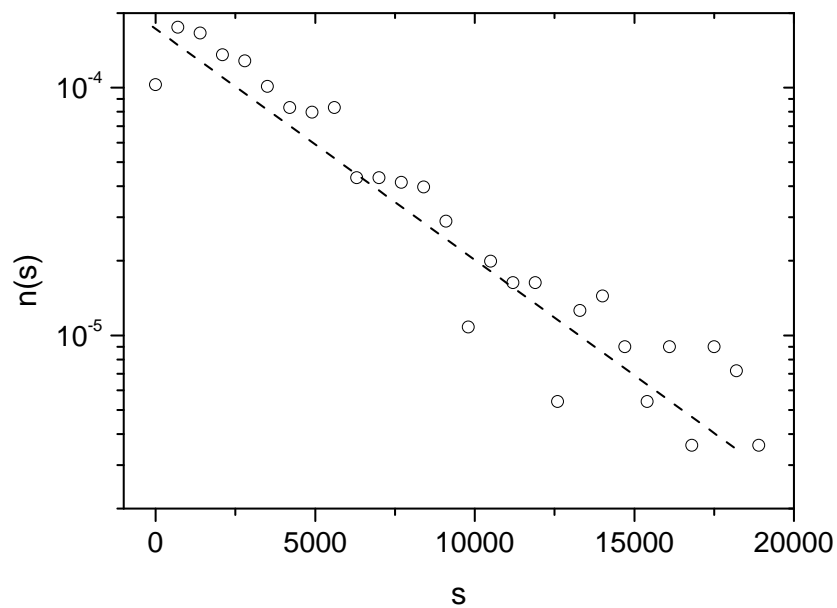


Figura 3.1: Distribución de la densidad de probabilidad de los tamaños de avalancha en escala semilogarítmica para  $h = 6.27$  mm. La recta de trazos indica el comportamiento exponencial.

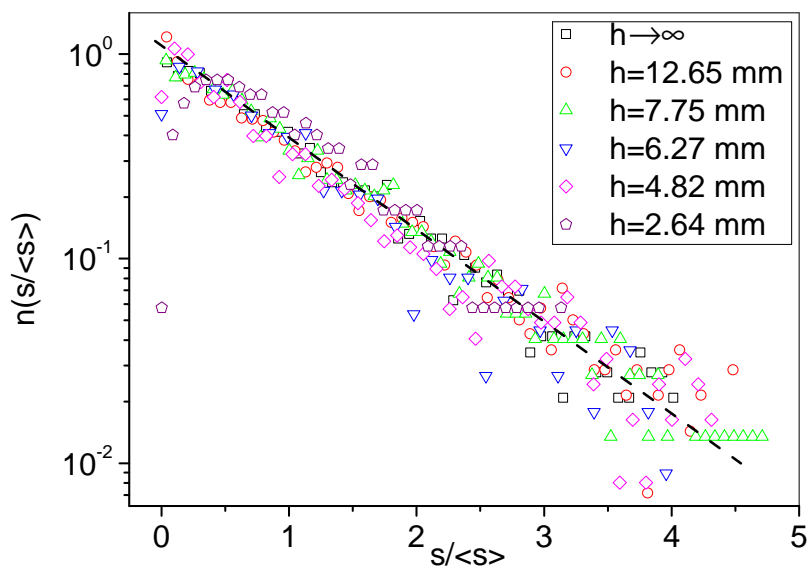


Figura 3.2: Distribución de la densidad de probabilidad de los tamaños de avalancha en escala semilogarítmica reescalada con el tamaño medio de la avalancha para distintas posiciones del obstáculo ( $h$ ). La recta de trazos indica el comportamiento exponencial.

línea de puntos). Este resultado sugiere que el obstáculo induce en las proximidades algún tipo de modificación en el flujo de las partículas que impide la formación de arcos.

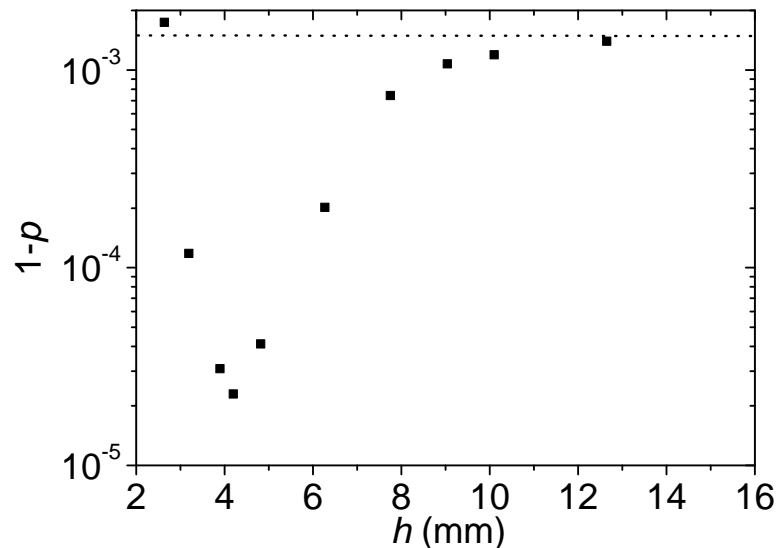


Figura 3.3: Probabilidad de atasco ( $1 - p$ ) para diferentes alturas del obstáculo ( $h$ ). La recta de trazos indica el valor de  $1 - p$  cuando  $h \rightarrow \infty$ .

Cuando el obstáculo está muy lejos del orificio no se ve una modificación del comportamiento respecto al caso sin obstáculo. Sin embargo, a medida que disminuye  $h$  se reduce la probabilidad de atasco. Cuando  $h$  es similar al tamaño del orificio se ve un mínimo en la figura 3.3, donde se reduce la probabilidad de atasco en un factor 100. No obstante, a partir de esa posición al acercar más el obstáculo empieza a aumentar la probabilidad de atasco. Esto es debido a que se forman arcos entre el obstáculo y la parte baja del silo (ver figura izquierda 3.4).

Este tipo de arcos ya han sido observados en silos con salidas oblicuas [28] o en flujos de personas [29]. En la figura 3.5 se representa la relación del número de arcos entre el obstáculo

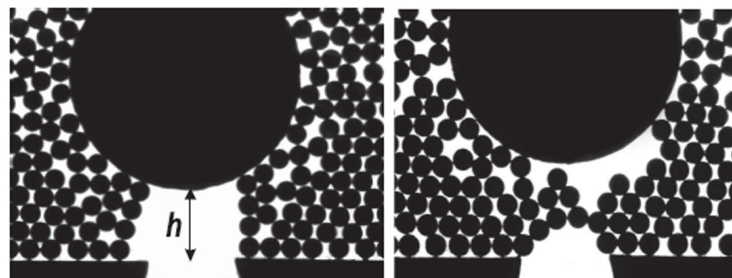


Figura 3.4: Fotografías de los dos tipos de arcos que se han obtenido durante el experimento: arcos formados entre el obstáculo y la base del silo (izquierda) y arcos formados encima del orificio (derecha).

y la base del silo ( $N_O$ ) con respecto a los arcos totales que se han formado ( $N_T$ ) y cómo varía este valor al cambiar la posición del obstáculo. A partir de  $h < 4$  mm comienza a aparecer este tipo de arcos, hecho que coincide con el aumento de la probabilidad de formación de atascos para  $h < 4$  mm. Esto es debido a que el parámetro que gobierna aquí no es el tamaño del orificio, sino la distancia entre el obstáculo y la salida.

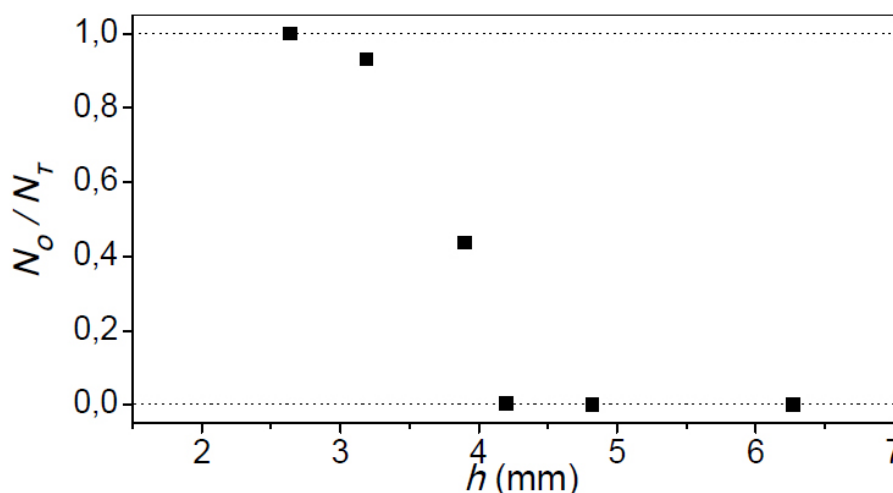


Figura 3.5: El número de arcos entre el obstáculo y la base del silo ( $N_O$ ) con respecto a los arcos totales que se han formado ( $N_T$ ) en función de la posición.

### Resultado en 3 dimensiones

Con el fin de comprobar este comportamiento en tres dimensiones se ha realizado un experimento con un silo cilíndrico y colocando una esfera delante del orificio. Se han obtenido resultados similares a los de dos dimensiones, tanto del decaimiento exponencial de la distribución de las avalanchas como de la reducción de la probabilidad de atasco (cuadro 3.1) [30].

	$h \rightarrow \infty$	$h = 10$ mm	$h = 16$ mm
$\langle s \rangle$	315	8090	1138
$1 - p$	$3.2 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$	$8.8 \cdot 10^{-4}$

Cuadro 3.1: Valores experimentales del tamaño de la avalancha media y la probabilidad de atasco obtenido en un silo 3D con un orificio  $R = 10.15$  mm para diferentes alturas del obstáculo ( $h$ ) y sin obstáculo ( $h \rightarrow \infty$ ) [30].

## 3.2 Propiedades del medio granular cerca del orificio

En los siguientes apartados intentaremos encontrar una respuesta a la drástica reducción de la probabilidad de atasco de un factor 100, en el mejor de los casos. Es lógico plantearse que la presencia de un obstáculo cerca de la salida favorece que el sistema se atasque menos debido a

que se varía el número de partículas que salen del silo por unidad de tiempo o que disminuya la densidad de partículas cerca del orificio o que sin embargo la dinámica de las bolas sea diferente. Por ello analizaremos el flujo, la fracción de empaquetamiento y la velocidad de las partículas en la salida del silo.

Hay que tener en cuenta que la zona que vamos a estudiar, cerca del orificio, es una región de transición. Así, por una parte, encima del orificio tenemos un flujo granular denso, donde los granos se mueven como un conjunto y están en contacto continuamente. Mientras que por otra parte, por debajo del orificio la fracción de empaquetamiento es baja y las partículas caen libremente, dándose pocas colisiones entre ellas. Para definir esta transición, Nedderman [14] introduce el concepto del “arco de caída libre” (*free-fall* en inglés) que hace referencia a una hipotética superficie por encima del orificio en la que los granos pasan de estar en contacto a acelerarse libremente bajo la acción de la gravedad.

En resumen, en la región de la salida todas las magnitudes (fracción de empaquetamiento, la velocidad de las partículas, etc.) muestran gradientes muy importantes, tanto espaciales como temporales.

A lo largo de este estudio se tendrá en cuenta el cambio de comportamiento comentado previamente para  $h < 4$  mm, es decir, que en esa región el fenómeno pasa a estar gobernado por otro parámetro; y con el fin de recalcarlo se sombreadrá esta zona en todas las figuras.

### 3.2.1 Flujo

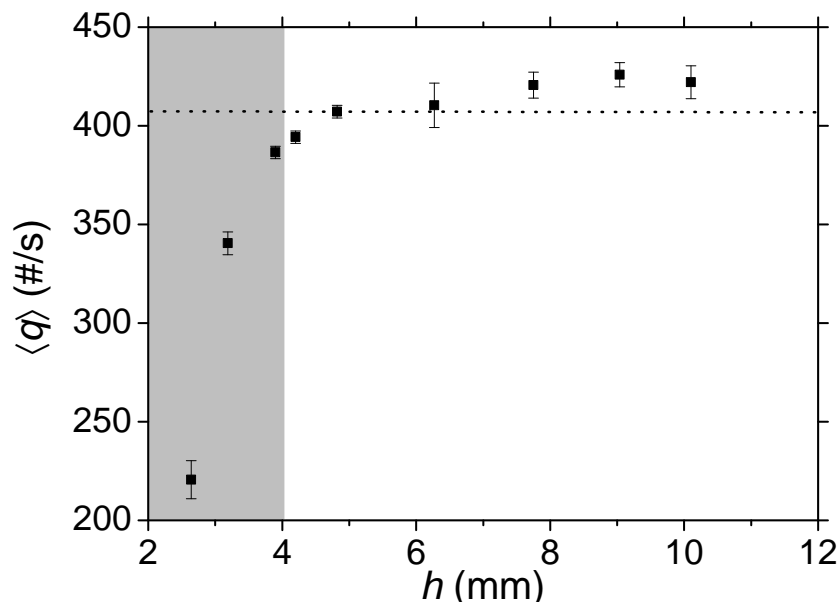


Figura 3.6: Flujo medio  $\langle q \rangle$  para diferentes alturas del obstáculo ( $h$ ). La recta de trazos indica el valor de  $\langle q \rangle$  cuando  $h \rightarrow \infty$ .

El flujo nos da información del número de partículas que caen por el orificio por unidad de tiempo. Como se ha mencionado en la sección 2, para cada posición del obstáculo se ha grabado el



movimiento de las partículas cerca del orificio durante 40 segundos a 1500 imágenes por segundo. El análisis de estas imágenes en la región del orificio señalada con una línea de puntos en la figura 2.1 nos permite medir la cantidad de material descargado y el tiempo durante el cual ha estado fluyendo con una precisión mejor que 1 ms. A partir de estas mediciones podemos calcular el caudal medio,  $\langle q \rangle$ , definido como el número de partículas que atraviesan el orificio por unidad de tiempo.

En la figura 3.6 se muestran los valores del  $\langle q \rangle$  para las diferentes posiciones del obstáculo. A pesar de lo que cabría esperar, el valor del flujo medio es prácticamente el mismo, o un poco mayor, que en un silo sin obstáculo. Esta afirmación es cierta excepto cuando el obstáculo está demasiado cerca del orificio, la zona ya comentada en el apartado 3.1, cuando  $h < 4$  mm (sombreada en la figura 3.6). El pequeño aumento del flujo se ha descrito anteriormente en otros estudios numéricos sobre silos con la presencia de un obstáculo y un orificio lo suficientemente grande para evitar que el silo se atasque [31, 32].

Por tanto, no se puede explicar el drástico cambio en la probabilidad de atasco por un cambio en el flujo de las partículas. Además, el hecho de que el flujo permanezca casi constante es un aspecto que reviste gran interés práctico.

### 3.2.2 Fracción de empaquetamiento

La siguiente variable que se ha considerado es la fracción de empaquetamiento ( $\phi$ ) en la región de formación del arco. Esta magnitud se define como la fracción de área ocupada por partículas en una región determinada. Nótese que no se ha empleado el término “fracción de compactación” para referirnos a  $\phi$ . En la literatura, este término se reserva para el caso de empaquetamiento estático de partículas, que no es el caso ya que los granos están en movimiento. Y tampoco se ha utilizado “fracción de ocupación” -que se define como la fracción de área ocupada por partículas en una región rectangular centrada en el orificio que abarca toda la salida y tiene una altura igual al diámetro  $d$  de los granos-.

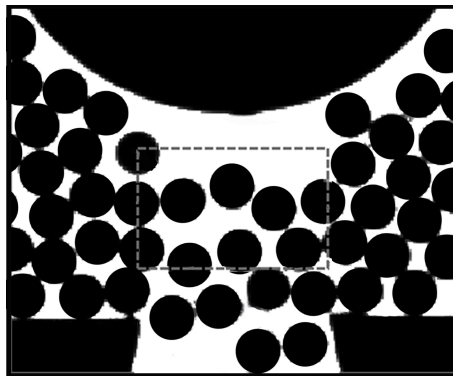


Figura 3.7: Fotografía de las partículas fluyendo a través del silo con un obstáculo situado a  $h = 4.20$  mm. El cuadro de trazos indica la región donde se ha medido la fracción de empaquetamiento y la velocidad de las partículas.

Estudios previos relacionan el aumento de la fracción de empaquetamiento con el aumento de la probabilidad de atasco. Así Roussel *et al.* [33] demuestran experimentalmente que la obstrucción de un tamiz durante la filtración de partículas suspendidas en un gel es debida a la probabilidad

de la presencia de partículas. Relacionan el proceso de atasco en función del número de partículas que coincida sobre el orificio en un momento dado.

La región del silo en la que se va a estudiar es la zona de la formación del arco. Esta región está bien definida, pues en un artículo reciente [34], donde A. Garcimartín *et al.* estudiaron la forma de los arcos en un silo en 2D. Observaron que dichos arcos tienden a adoptar una forma semicircular. Además, la probabilidad de encontrar un arco más ancho que  $R + 1.5$  era despreciable. Basándonos en este trabajo, la región que se ha estudiado es la indicada en la imagen 3.7, que tiene un ancho de 4.2 mm (el mismo tamaño que el orificio) y una altura que va desde 1 mm a 2.5 mm.

Nuevamente, los resultados obtenidos al analizar la fracción de empaquetamiento para las diferentes posiciones del obstáculo (ver la figura 3.8) parecen prácticamente constantes para  $h > 4$  mm. En la región por debajo de ese valor, que aparece sombreada, se reduce fuertemente la fracción de empaquetamiento como consecuencia de las interrupciones parciales de flujo por los atascos laterales.

Por tanto, no se puede explicar el drástico cambio en la probabilidad de atasco con un cambio en la fracción de empaquetamiento.

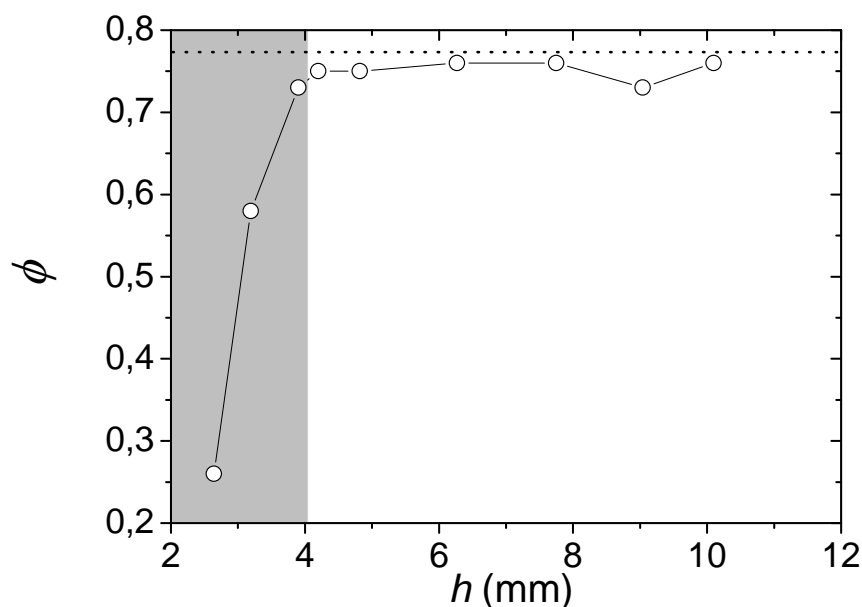


Figura 3.8: Promedio de la fracción de empaquetamiento ( $\phi$ ) para las diferentes alturas del obstáculo ( $h$ ). La recta de trazos indica el valor de ( $\phi$ ) cuando  $h \rightarrow \infty$ .

### 3.2.3 Velocidad de las partículas

La velocidad de las partículas dentro del silo es prácticamente nula comparada con la que poseen las bolitas cuando salen en caída libre [14]. Nedderman *et al.* [35] estudian cómo varía la velocidad de las partículas cuando fluyen alrededor de obstáculos con diferentes geometrías. El flujo parece restablecerse casi inmediatamente después de pasar por el obstáculo. No obstante hay una región

en las inmediaciones del obstáculo por donde las partículas no fluyen por razones geométricas. Sin embargo, parece lógico pensar que el obstáculo pueda afectar al campo de velocidades en las proximidades al orificio en la región señalada en la figura 3.9, la misma que se utilizó en las mediciones de la sección anterior (figura 3.7).

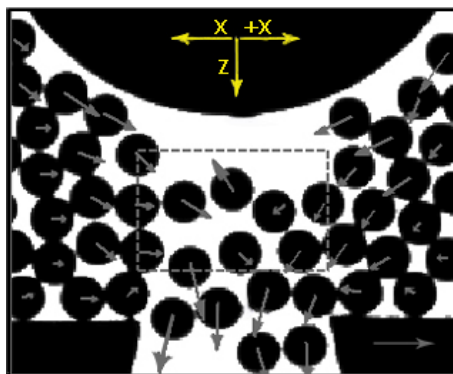


Figura 3.9: Fotografía de las partículas fluyendo a través del silo con un obstáculo situado a  $h = 4.20$  mm. Los vectores de velocidad se representan con flechas grises. En la base derecha del silo se indica la escala que corresponde a  $100$  mm / s. El cuadro de trazos indica la región donde se ha medido la velocidad de las partículas.

Se mide la velocidad de las partículas de los vídeos realizados con la cámara rápida con alta tasa de muestreo ( $1/1500$  segundos) y durante 40 segundos. De esta manera se obtienen los valores promedios de la velocidad vertical  $\langle v_z \rangle$  y el valor absoluto de la velocidad horizontal  $\langle |v_x| \rangle$  -se toma el valor absoluto ya que las partículas pueden moverse en direcciones opuestas a lo largo del silo (ver figura 3.9)-.

Los resultados de  $\langle v_z \rangle$  y  $\langle |v_x| \rangle$  se representan frente a los valores de  $h$  en la figura 3.10. Como se puede observar, cuando el obstáculo está cerca al orificio, la velocidad vertical se reduce mientras que la velocidad horizontal aumenta. El cambio es más abrupto en la región por debajo de  $h < 4$  mm que aparece sombreada. En un análisis más exhaustivo, como se observa en la figura 3.10, cuando el obstáculo se encuentra muy cerca del orificio hay partículas que se desplazan hacia arriba. Sin embargo, este hecho es menos frecuente cuando el obstáculo está más alejado. La figura 3.11 se representa el número de velocidades negativas ( $V^-$ ) con respecto al número total de velocidades registradas ( $VT$ ) para las diferentes  $h$ . Como ya se ha comentado, el número de desplazamientos con una velocidad negativa aumenta cuando el obstáculo se aproxima a la salida que es una señal que aumentan las eyecciones, es decir los movimientos verticales hacia arriba de las partículas.

Este fenómeno inesperado puede ser causado por la reducción de la probabilidad de atasco, si nos imaginamos que las eyecciones se deben a un conjunto de partículas que colisionan cerca del orificio pero que no pueden formar un arco estable porque no pueden disipar toda su energía cinética.

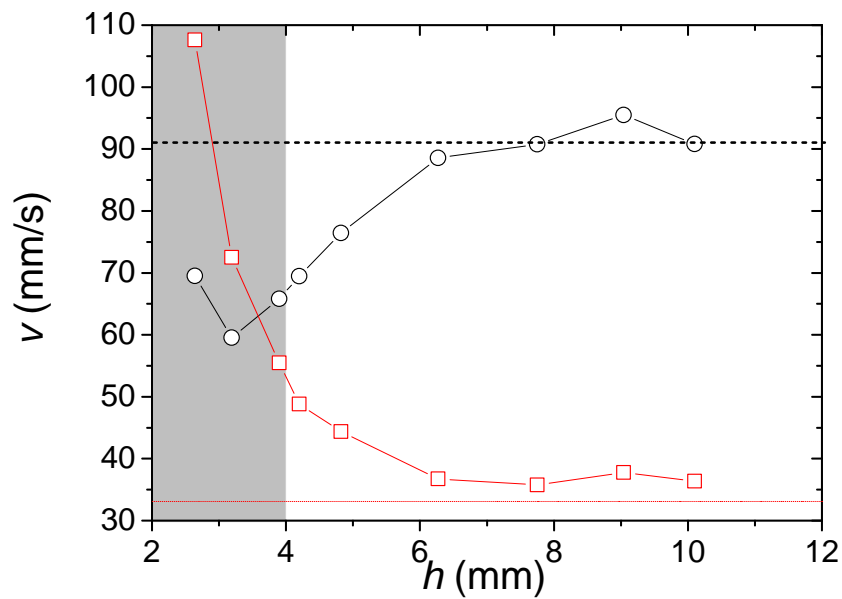


Figura 3.10: El promedio de la velocidad vertical  $\langle v_z \rangle$  (círculos) y el promedio del valor absoluto de la velocidad horizontal  $\langle |v_x| \rangle$  (cuadrados) se representan en función de  $h$ . Las rectas de trazos indica el valor de las distintas componentes de la velocidad cuando  $h \rightarrow \infty$ .

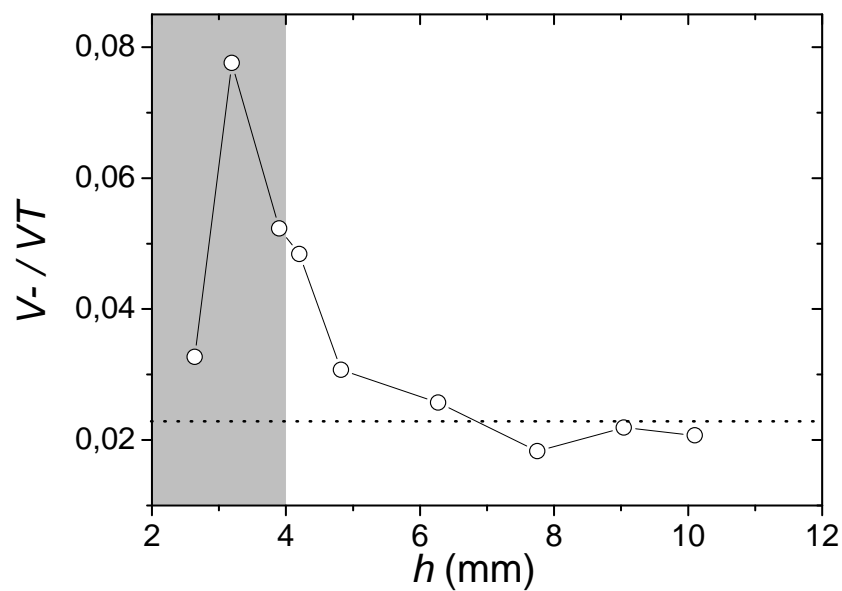


Figura 3.11: Número partículas con una velocidad vertical negativa con respecto al total de velocidades. La recta de trazos indica el valor de la magnitud cuando  $h \rightarrow \infty$ .

Resumiendo los resultados mostrados en este capítulo, se puede concluir que la presencia de un obstáculo cerca de la salida de un silo hace que la probabilidad de atasco sea menor. El estudio del flujo y de la fracción de empaquetamiento no parecen explicar este cambio. Sin embargo, la reducción de la velocidad vertical, siendo esta la causante del aumento de movimientos verticales hacia arriba de las partículas, podría ser una explicación al cambio en la probabilidad de atasco.

# Conclusiones y perspectivas

## Conclusiones

En esta memoria se ha descrito el estudio estadístico del tamaño de las avalanchas de un silo bidimensional con un obstáculo antes del orificio; el único parámetro que se ha variado es la posición del obstáculo. La distribución de las distintas avalanchas obtenidas tienen una forma exponencial, como las avalanchas que se observaron en silos sin obstáculos en 2 dimensiones [20, 25–27] y en 3 dimensiones [16, 17]. Un parámetro característico de cada distribución es el tamaño medio de avalancha  $\langle s \rangle$ . Al representar los datos en función del tamaño de avalancha reescalada, todas las distribuciones colapsan en una misma curva (figura 3.2). A partir de estos datos, podemos calcular la probabilidad de que una partícula se atasque a la salida del silo ( $1 - p$ ) [20]. El resultado más relevante (figura 3.3) es este: cuando el obstáculo se encuentra en un punto específico, la probabilidad de que el silo se atasque es hasta 100 veces menor que en un silo sin obstáculo. Este efecto no tiene lugar si el obstáculo está muy lejos del orificio, siendo similar a un silo sin obstáculo. Por otro lado, si el obstáculo está demasiado cerca del orificio la probabilidad de atasco aumenta de nuevo, debido a que el parámetro que gobierna el fenómeno ya no es el tamaño del orificio, sino la distancia entre el obstáculo y el orificio. Se han realizado estudios preliminares en 3 dimensiones, obteniéndose comportamientos similares (cuadro 3.1).

Con el fin de buscar una explicación a la drástica reducción de la probabilidad de atasco, se han estudiado algunas propiedades del medio granular en las inmediaciones del orificio, como el flujo o la fracción de empaquetamiento. Todos los comentarios se refieren a posiciones del obstáculo superiores a  $h > 4$  mm. En la región por debajo de ese valor se observan otros comportamientos como consecuencia de las interrupciones parciales de flujo por los atascos laterales. Los valores que se han obtenido del flujo medio,  $\langle q \rangle$ , para las diferentes posiciones del obstáculo son prácticamente iguales o incluso un poco mayores a los de un silo sin obstáculo. El pequeño aumento del flujo se ha descrito también en otros estudios numéricos de silos con la presencia de un obstáculo y un orificio lo suficientemente grande para evitar que el silo se atasque [31, 32]. La relación entre la fracción de empaquetamiento y la probabilidad de atasco se ha estudiado experimentalmente [33]. En ese trabajo relacionan el aumento de la fracción de empaquetamiento con el aumento de la probabilidad de atasco. Sin embargo, al realizar la medida de la fracción de empaquetamiento en la zona de formación del arco ésta parece prácticamente constante. Por tanto, no encontramos que ninguno de estos parámetros que explique el cambio drástico en la probabilidad de atasco.

Inspirados en los resultados de Helbing *et al.* [22] que estudian el flujo de personas en embotellamientos provocados por el pánico, proponemos que el mecanismo que puede prevenir la formación de atascos puede ser la reducción de la presión en la región de la formación del arco.

En [36] se reporta un cambio en el campo de presión en torno al obstáculo. La hipótesis de la reducción de la presión se puede atribuir a la reducción de la velocidad vertical (figura 3.10), siendo quizás la causante del aumento de movimientos verticales hacia arriba o eyecciones de las partículas que se muestran en la figura 3.11. Esta hipótesis implicaría que la reducción de la presión no está relacionada con el flujo de descarga de un silo, en consonancia con lo que se ha comprobado en otros experimentos [12].

## Perspectivas

El trabajo plantea la hipótesis de que un obstáculo reduzca la presión, disminuyendo así la probabilidad de atasco. Sería interesante comprobarlo experimentalmente, por ejemplo con el uso de partículas fotoelásticas, o utilizando simulaciones numéricas que proporcionen un valor de la presión alrededor del obstáculo.

Con los resultados obtenidos ya comentados, se plantean otros experimentos (como modificar tanto el tamaño del orificio, variar el tamaño del obstáculo).

También se van a estudiar las fluctuaciones del flujo en el orificio de salida, con el fin de comprobar si son similares a las de un silo sin obstáculo o si muestran alguna diferencia.

El comportamiento propuesto -la reducción de la probabilidad de atasco debido a la presencia de un obstáculo cerca de la salida- puede ser relevante para el flujo de personas por salidas de emergencia: puede que una columna antes de una salida prevenga el atasco de las personas. Este hecho podría ser muy importante en el ámbito de la prevención, con el fin de ponerlo en práctica en evacuaciones o en lugares que van a concentrar grandes masas. Por todo ello, se piensa realizar futuros trabajos con seres vivos para saber si se puede disminuir la probabilidad de atasco en esos casos.

# Bibliografía

- [1] P. G. de Gennes. *Granular matter: a tentative view*. Rev. Mod. Phys. **71** (S374).
- [2] J. Duran. *Sands, Powders and Grains: An Introduction to the Physics of Granaular Materials*. Springer (2000).
- [3] C. Coulomb. *Essay on the rules of maxims and minimis applied to some problems of equilibrium related to architecture*. Acad. Roy. Sci. Mem. Phys. **7**, (1773), p. 343.
- [4] M. Faraday. *On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces*. Philos. Trans. R. Soc. London **7**, (1831), p. 299.
- [5] W. Rankine. *On the stability of loose earth*. Philos. Trans. R. Soc. London **147**, (1857), p. 9.
- [6] I. Roberts. *Determination of the vertical an lateral pressures of granular substances*. Proceedings of the Royal Society of London **36**, (1884), p. 225.
- [7] H. A. Janssen. *Test on grain pressure silos*. Z. Vereins Deutsch Ing. **39**, (1895), p. 1045.
- [8] O. Reynolds. *On the dilatanc of media composed of rigid particles in contact*. Phil. Mag. Ser. **20**, (1885), p. 469.
- [9] R. H. Perry. *Manual del ingeniero químico*. McGraw-Hill (1970).
- [10] R. L. Brown, J. C. Richards. *Principles of Powder Mechanics*. Pergamon Press (1970).
- [11] J. G. Berryman. *Random close packing of hard spheres and disks*. Phys. Rev. A. **27**, (1983), p. 1053.
- [12] M. A. Aguirre, J. G. Grande, A. Calvo, L. A. Pugnaloni, J.-C. Géminard. *Pressure independence of granular flow through an aperture*. Phys. Rev. Lett. **104**, (2010), p. 238002.
- [13] W. A. Beverloo, H. A. Leniger, J. V. de Velde. *The flow of granular solids through orifices*. Chem. Engng. Sci. **15**, (1961), p. 260.
- [14] R. M. Nedderman. *Statics and Kinematics of Granular Materials*. Cambridge University Press. (1992).
- [15] C. Mankoc, A. Janda, R. Arévalo, J. M. Pastor, I. Zuriguel, A. Garcimartín, D. Maza. *The flow rate of granular materials through an orifice*. Granular Matter. **9**, (2007), p. 407.
- [16] I. Zuriguel, L. A. Pugnaloni, A. Garcimartin, D. Maza. *Jamming during the discharge of grains from a silo described as a percolating transition*. Phys. Rev. E **68**, (2003), p. 30301(R).



- [17] I. Zuriguel, A. Garcimartín, D. Maza, L. A. Pugnaloni, J. M. Pastor. *Jamming during the discharge of granular matter from a silo*. Phys. Rev. E. **71**, (2005), p. 051303.
- [18] K. To, P. Y. Lai, H. K. Pak. *Jamming of granular flow in two-dimensional hopper*. Phys. Rev. Lett. **86**, (2001), p. 71.
- [19] I. Zuriguel. *Flujo y atascos de un medio granular en la descarga de silos*. Ph.D. thesis, Departamento de Física y Matemática Aplicada, Facultad de Ciencias, Universidad de Navarra. (2005).
- [20] A. Janda, I. Zuriguel, A. Garcimartín, L. A. Pugnaloni, D. Maza. *Jamming and critical outlet size in the discharge of a two-dimensional silo*. Europhys. Lett. **84**, (2008), p. 44002.
- [21] A. Janda. *Análisis experimental del proceso de descarga de medios granulares en silos*. Ph.D. thesis, Departamento de Física y Matemática Aplicada, Facultad de Ciencias, Universidad de Navarra. (2010).
- [22] D. Helbing, L. Buzna, A. Johansson, T. Werner. *Self-organized pedestrian crowd dynamics: experiments, simulations, and design solutions*. Transp. Sci. **39**, (2005), pp. 1–24.
- [23] G. A. Frank, C. O. Dorso. *Room evacuation in the presence of an obstacle*. Phys. A. **390**, (2011), pp. 2135–2145.
- [24] R. M. Nedderman, U. Tüzün, S. B. Savage, G. T. Houlsby. *The flow of granular materials: I. discharge rates from hoppers*. Chem. Engng. Sci. **37**, (1982), p. 1597.
- [25] K. To. *Jamming transition in two-dimensional hoppers and silos*. Phys. Rev. E. **71**, (2005), p. 060301.
- [26] G. Pérez. *Numerical simulation in granular matter: The discharge of a 2d silo*. Pramana J. Phys. **70**, (2008), p. 989.
- [27] J. Zhong, M. Hou, Q. Shi, K. Lu. *Criticality of the dilute-to-dense transition in a 2d granular flow*. J. Phys.: Condens. Matter. **18**, (2006), p. 2789.
- [28] H. G. Sheldon, D. J. Durian. *Granular discharge and clogging for tilted hoppers*. Granular Matter. **12**, (2010), pp. 579–58.
- [29] G. A. Frank, C. O. Dorso. *Jamming transition in two-dimensional hoppers and silos*. Physica (Amsterdam) **390A**, (2011), p. 2135.
- [30] I. Zuriguel, Alvaro, A. Garcimartín, C. Lozano, R. Arévalo, D. Maza. *Silo clogging reduction by the presence of an obstacle*. Phys. Rev. Lett. **107**, (2011), p. 218001.
- [31] S. Yang, S. Hsiau. *The simulation and experimental study of granular materials discharged from a silo with the placement of inserts*. Powder Technology **120** (244).
- [32] F. Alonso-Marroquin, D. Azeezullah, S. Galindo-Torres, L. Olsen-Kettle. *Bottlenecks in granular flow: When does an obstacle increase the flow rate in an hourglass?* Phys. Rev. E **85**, (2012), p. 020301(R).

- 
- [33] N. Roussel, T. L. H. Nguyen, P. Coussot. *General probabilistic approach to the filtration process*. Phys. Rev. Lett. **74**, (2007), p. 114502.
- [34] A. Garcimartín, I. Zuriguel, L. Pagnaloni, A. Janda. Phys. Rev. E **82**, (2010), p. 031306.
- [35] R. M. Nedderman, S. Davies, D. J. Horton. *The flow of granular materials round obstacles*. Powder Technology **25**, (1980), pp. 215–223.
- [36] F. Boulogne, S. J. Cox. *Elastoplastic flow of a foam around an obstacle*. Phys. Rev. E. **83**, (2011), p. 041404.



## Summary

Jamming is an important problem in numerous industrial processes, and in other situation such as traffic and evacuation. Some reports show that an obstacle placed before the exit may prevent jamming a pedestrian flow. However, this is a general hypothesis and there are still related questions that have not been fully addressed, mainly the dynamics of the system or the optimal position of the obstacle.

The present work aims at shedding some more light on these phenomena. We present an experimental work where we analyze systematically and under well controlled conditions, the macroscopic and microscopic processes involved during the discharge of a silo by gravity with an obstacle placed before an orifice. We fixed at the size of the orifice and change the position of the insert. In order to do that, we have designed a 2D silo with transparent walls which allowed visualization of the particles.

The first conclusion of this work is the existence of an optimal position of the obstacle where the jamming probability is drastically reduced. If the obstacle is far away from the orifice, it does not have any effect. When the obstacle is close to the orifice, the avalanche size is higher and the probability that a particle clogs the outlet decreases. We find that, if the insert position is properly selected, the probability that the granular flow gets jammed can be decreased by a factor of 100. This dramatic effect occurs without any remarkable modification of the flow rate or the packing fraction above the outlet. However, for low positions of the insert we saw that some particles in the region of arch formation can be displaced upwards. This phenomenon is less evident when the insert is at high positions. This effect could be related with the reduction of the clogging probability. So, we propose that the mechanism by which the insert prevents clogging is a reduction of the pressure exerted to the particles in the region of arch formation.



