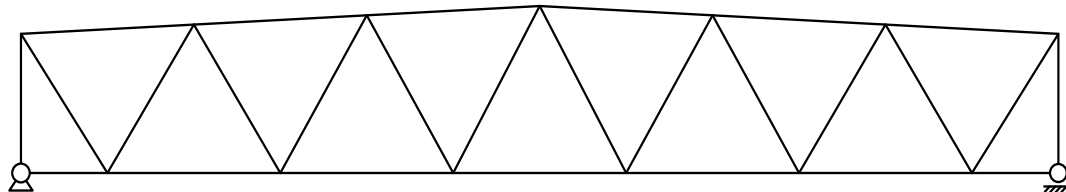




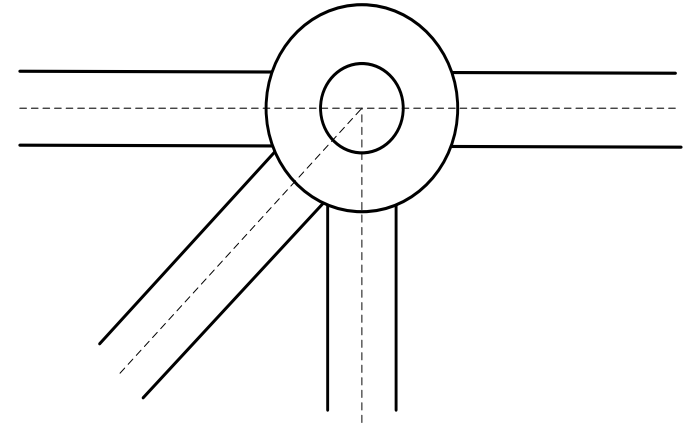
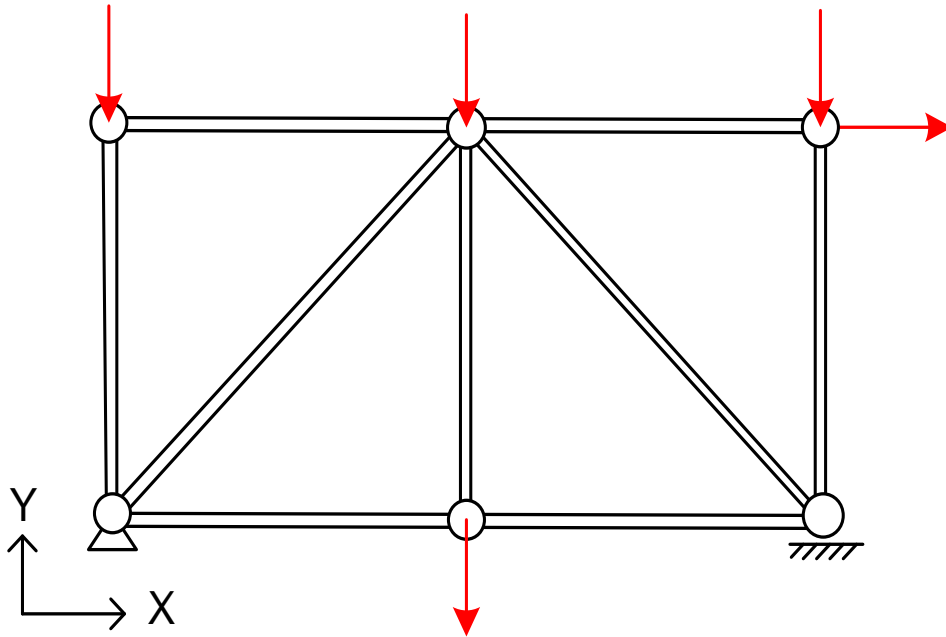
Celosías planas



Celosía plana. Definición

- **Modelo idealizado** de una estructura reticular, formada por **barras rectas** de canto despreciable frente a su longitud.
- Barras unidas en sus extremos mediante **articulaciones ideales**: sólo se transmiten fuerzas, no se transmite momento.
- Eje centroidal de todas las barras contenido en un mismo plano (XY)
- Ejes de las barras pasan por el centro de las articulaciones extremas.
- **Fuerzas** aplicadas **en los nudos**, y contenidas en el plano de la estructura (F_x , F_y).
 - ✦ Fuerzas no en los nudos: se estudian de forma independiente, para cada barra y se superponen a las fuerzas en los nudos.

Celosía plana. Definición



■ Comportamiento:

- ◆ Las barras sólo tienen esfuerzo axial (si sólo fuerzas en los nudos): se deduce del equilibrio de fuerzas de cada barra
- ◆ Deformación de los nudos: desplazamientos X e Y .

Celosías planas. Estabilidad

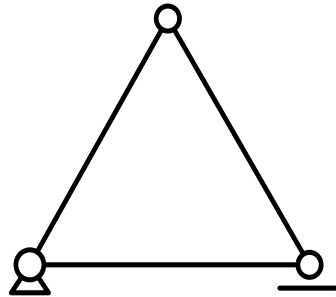
- Balance de fuerzas incógnitas y ecuaciones de la estática
- Fuerzas incógnitas:
 - ◆ Axial en cada barra (b)
 - ◆ Reacciones en los apoyos (r)
- Ecuaciones de la estática: 2 en cada nudo ($2n$)

A		$b+r < 2n$	→ Inestable
B	Isostática →	$b+r = 2n$	
C	Hiperestática →	$b+r > 2n$	

Además de cumplirse B o C, la disposición de las barras debe evitar toda inestabilidad.

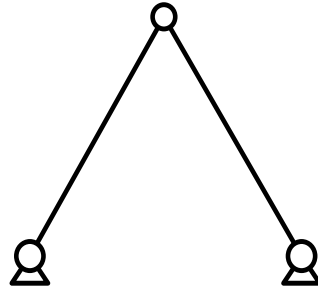
Es posible cumplir B, y ser a la vez inestable e hiperestática.

Celosías planas. Estabilidad



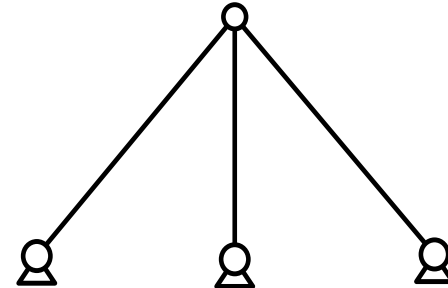
$b=3$ $r=3$ $n=3$

Isostática



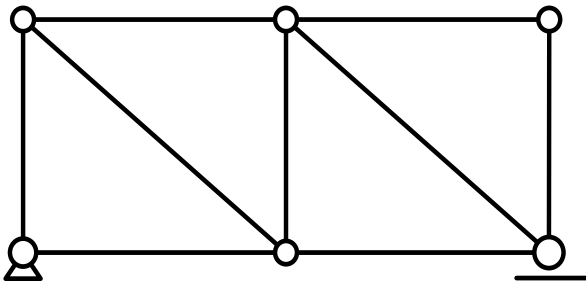
$b=2$ $r=4$ $n=3$

Isostática



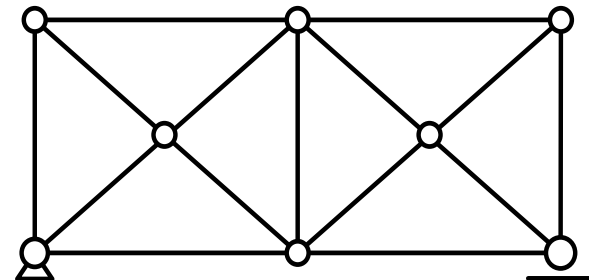
$b=3$ $r=6$ $n=4$

Hiperestática $h=1$



$b=9$ $r=3$ $n=6$

Isostática



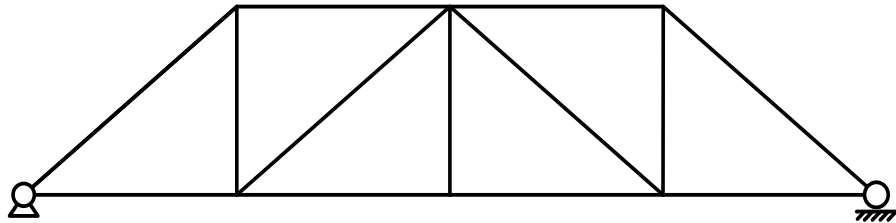
$b=15$ $r=3$ $n=8$

Hiperestática $h=2$

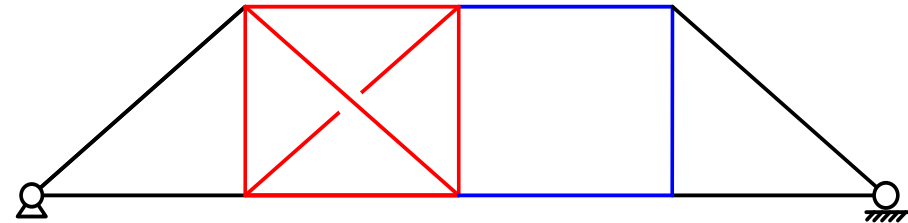
Celosías planas. Estabilidad

$$b=13 \quad r=3 \quad n=8$$

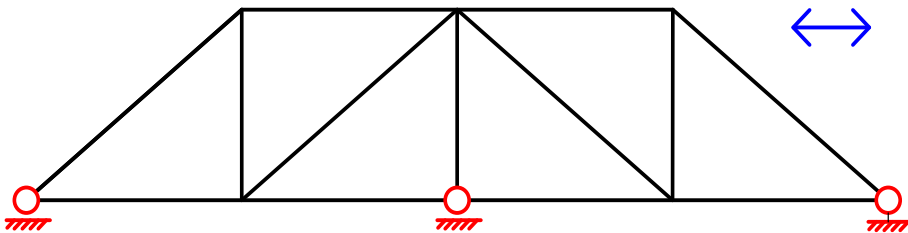
$$b+r=2n$$



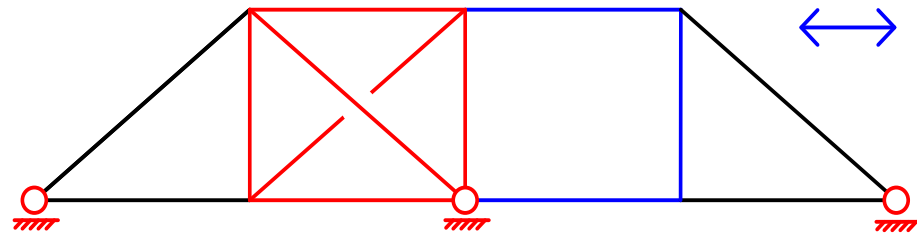
Isostática. Estable



Hiperestática int. + Inestable intern.



Hiperestática ext. + Inestable ext.



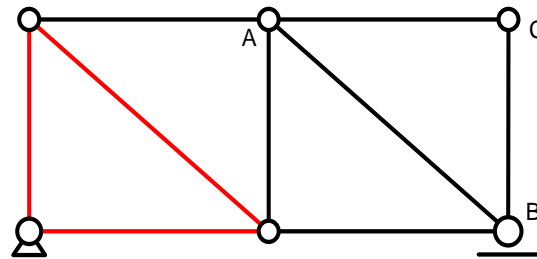
Hiperestática + Inestable (int. y ext)

Celosías . Clasificación

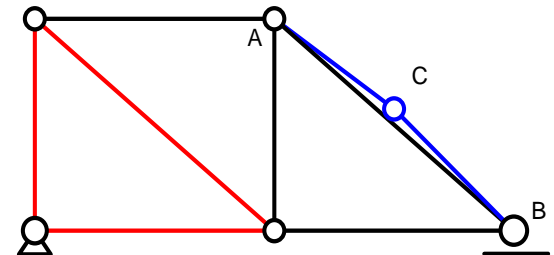
- Isostáticas ($b+r=2n$)
 - ◆ Simples: mosaico de triángulos
 - ◆ Compuestas: unión de varias celosías simples
 - ◆ Complejas: resto
- Hiperestáticas ($b+r > 2n$)

Celosías simples

- Mosaico de triángulos adosados unos a otros
- Partiendo de un triángulo, ir añadiendo nuevos triángulos adosados a él:
 - ◆ Se añaden cada vez dos nuevas barras y un nuevo nudo
- Sustentación con 3 reacciones
- Cumplen siempre $b+r=2n$ y **son isostáticas y estables**

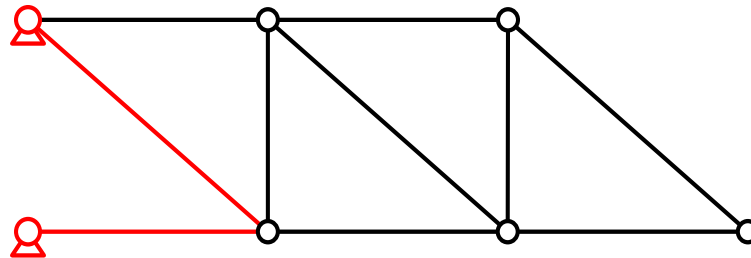


Nudo **añadido no puede estar alineado** con los dos nudos de apoyo: zona añadida es inestable



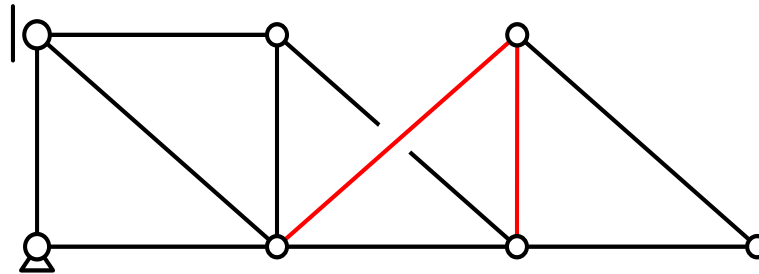
Celosías simples

- Triángulo de partida pueden ser dos barras unidas al suelo:
- Un lado se sustituye por el suelo. Sustentación con 4 reacciones



$$b=10 \quad r=4 \quad n=7$$

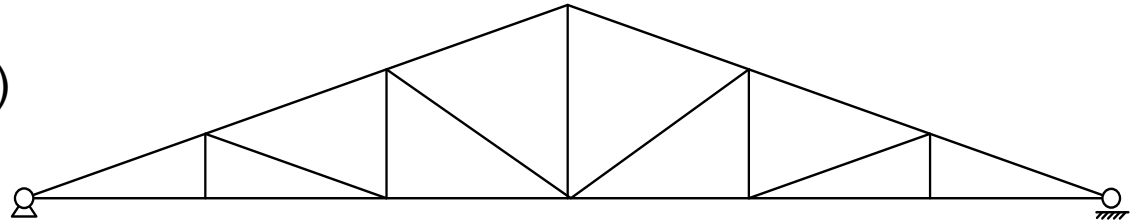
- Las barras añadidas pueden cruzar (sin unirse) a las existentes



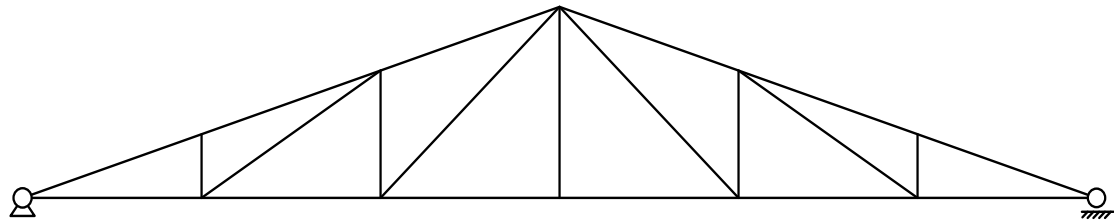
$$b=11 \quad r=3 \quad n=7$$

Celosías simples. A dos aguas

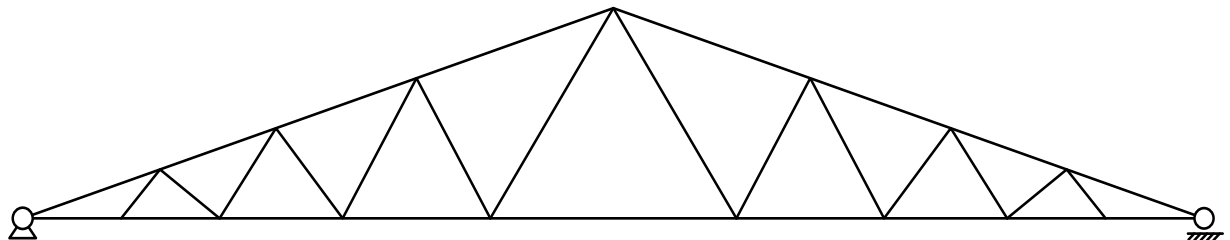
Pratt a dos aguas (inglesa)



Howe a dos aguas (belga)

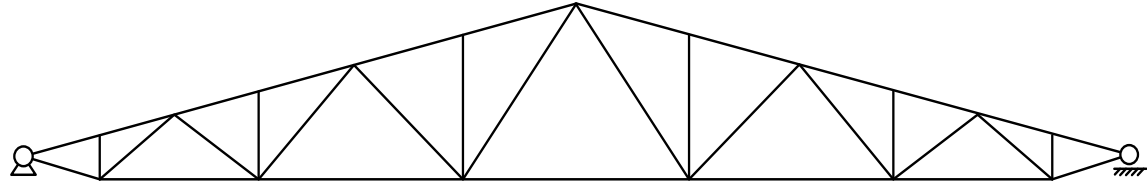


Warren a dos aguas

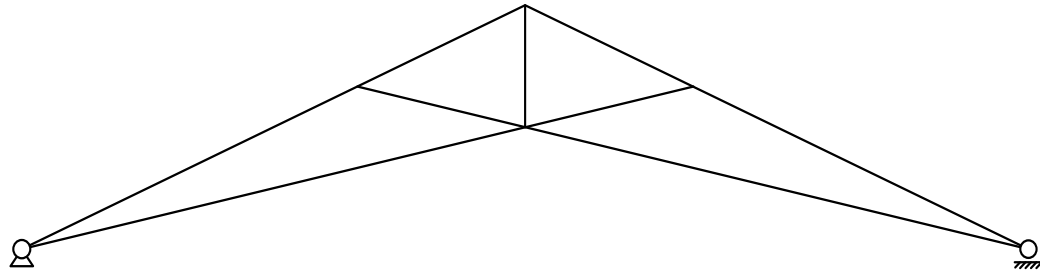


Celosías simples. A dos aguas - Voladizo

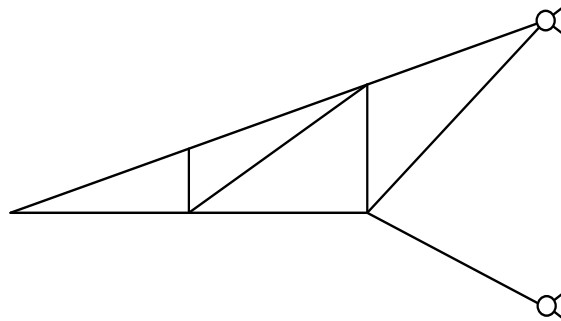
Warren a dos aguas con montantes



Tijera

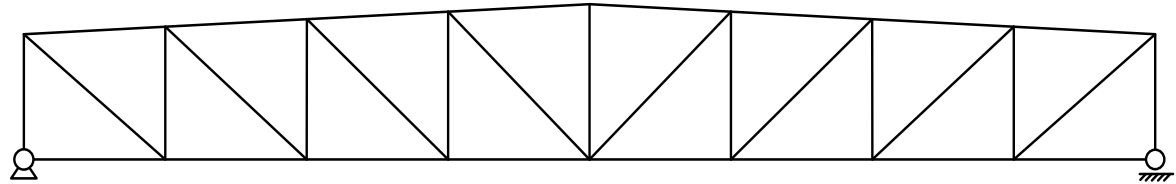


Voladizo

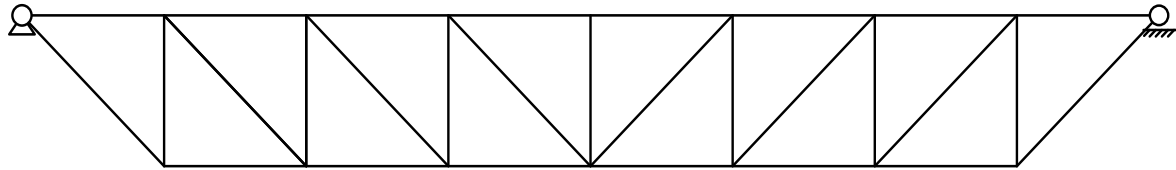


Celosías simples. Rectangulares

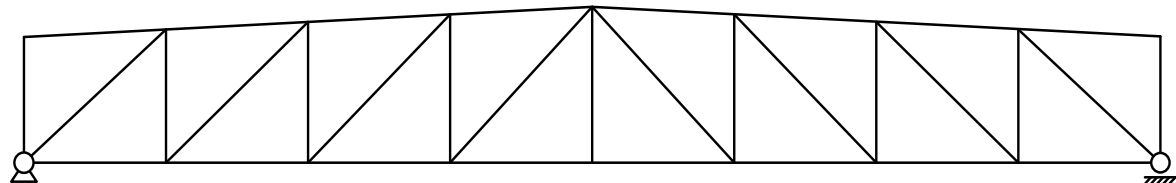
Pratt



Pratt inferior

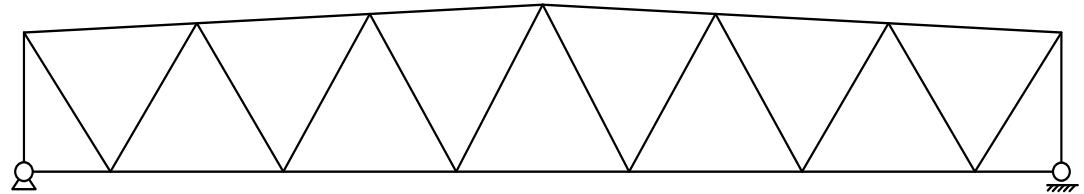


Howe

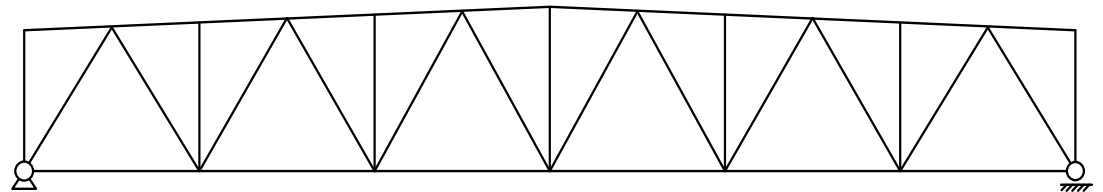


Celosías simples. Rectangulares

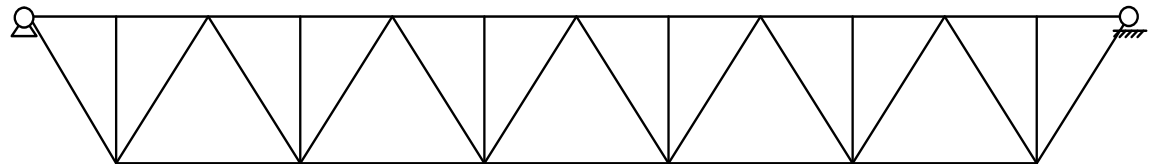
Warren



Warren con montantes

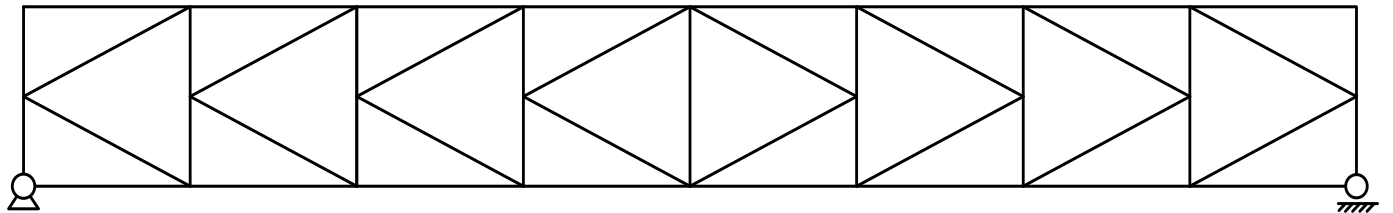


Warren inferior con montantes

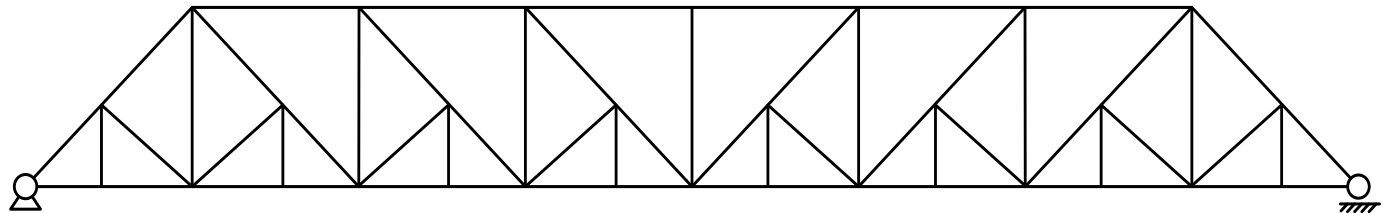


Celosías simples. Rectangulares

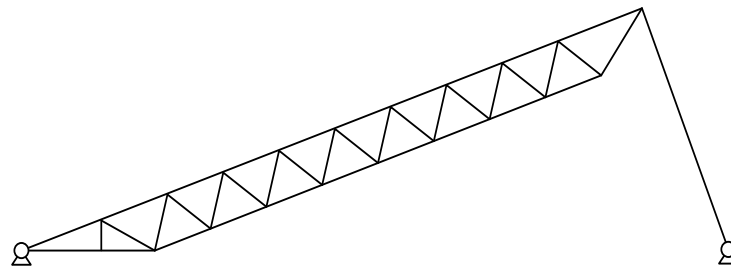
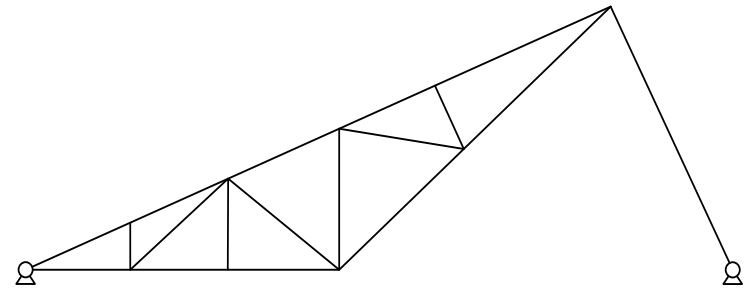
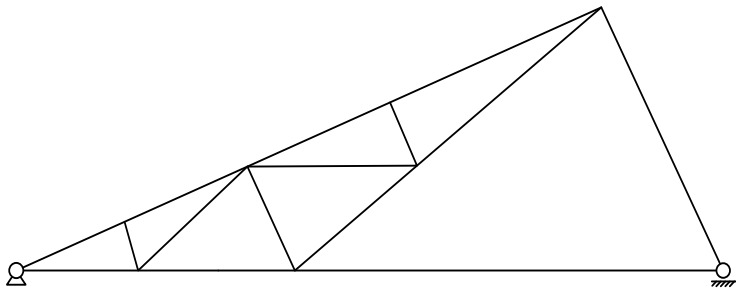
Cercha K



Baltimore



Celosías simples. Dientes de sierra



Celosías simples. Torre

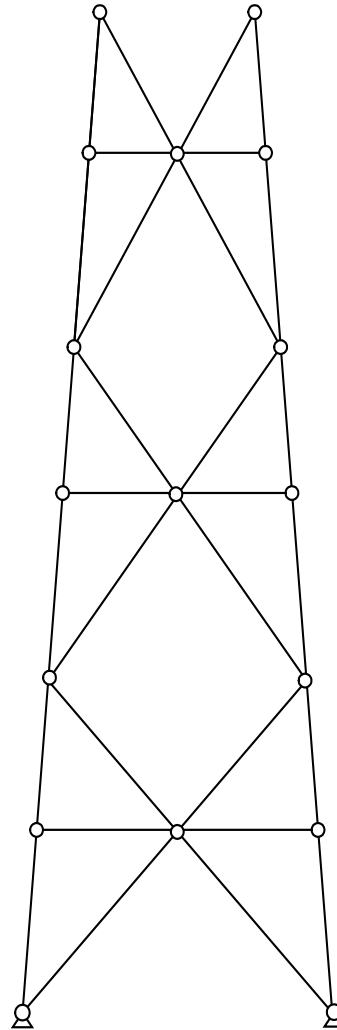
$b=30$

$r=4$

$n=17$

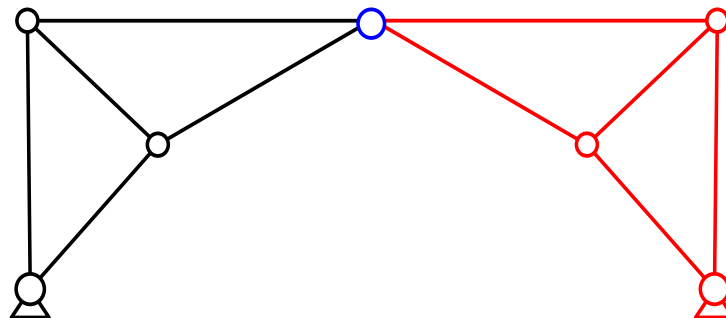
Isostática si todos los nudos son articulados

En realidad muchos nudos están empotrados (cordones exteriores)



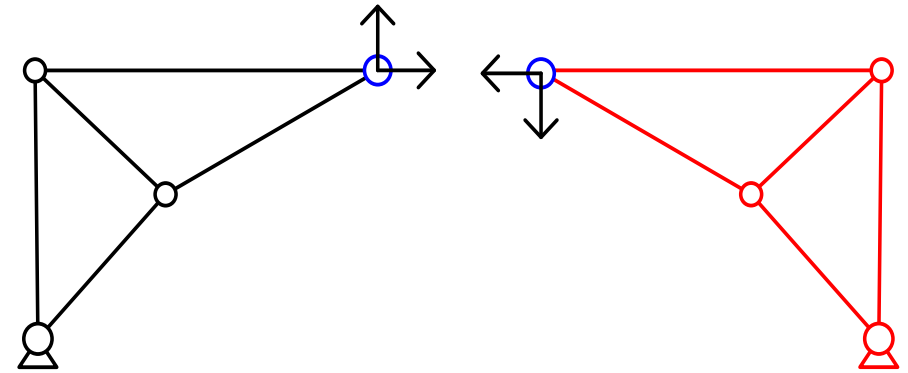
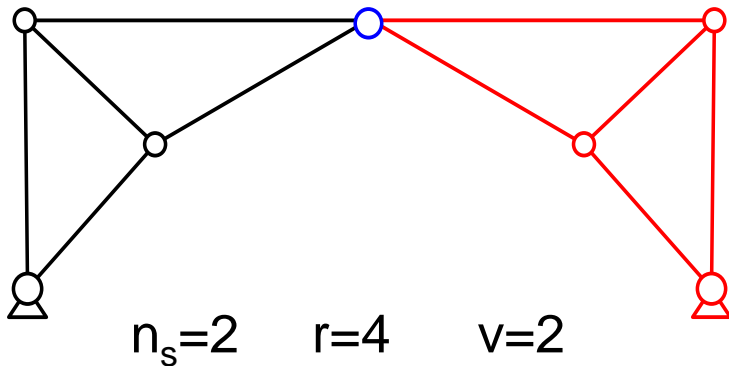
Celosías compuestas

- **Unión de varias celosías simples** mediante **vínculos** adecuados
- Vínculos: fuerzas de unión entre las celosías simples
- Una barra: un vínculo Un nudo común: 2 vínculos
- Fuerzas de conexión en los vínculos entre las celosías simples: v
- Reacciones: r
- Incógnitas en la unión entre celosías simples: $v+r$
- Ecuaciones de equilibrio entre las celosías simples: $3 n_s$
- Si cumplen $v+r=3n_s$ **son isostáticas y estables**



Celosías compuestas

$v+r=3n_s \implies$ **isostáticas y estables**

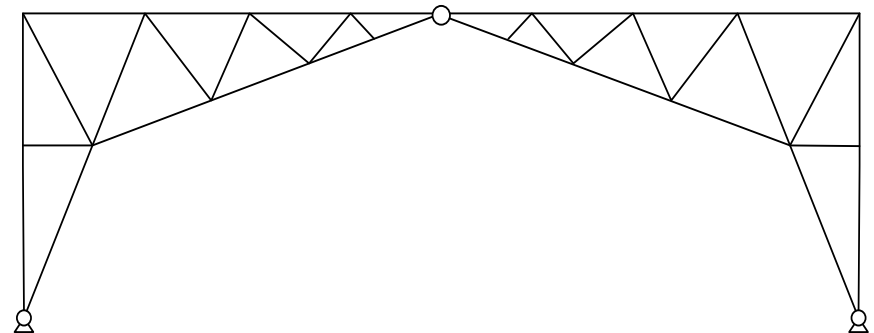
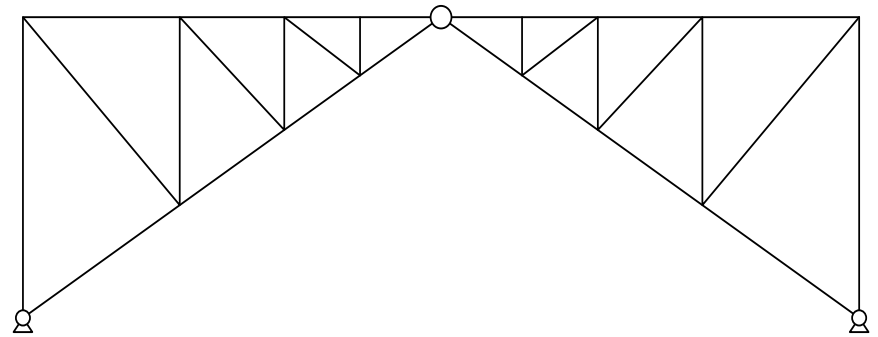
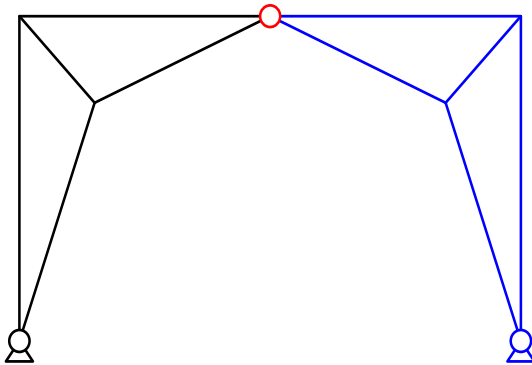


- Las $3 n_s$ ecuaciones permiten hallar las v fuerzas en los vínculos y las r reacciones
- Los vínculos deben ser independientes (no cortarse) para poder resolver las ecuaciones

Celosías compuestas

Dos celosías simples unidas mediante 3 articulaciones

$$n_s=2 \quad r=4 \quad v=2$$

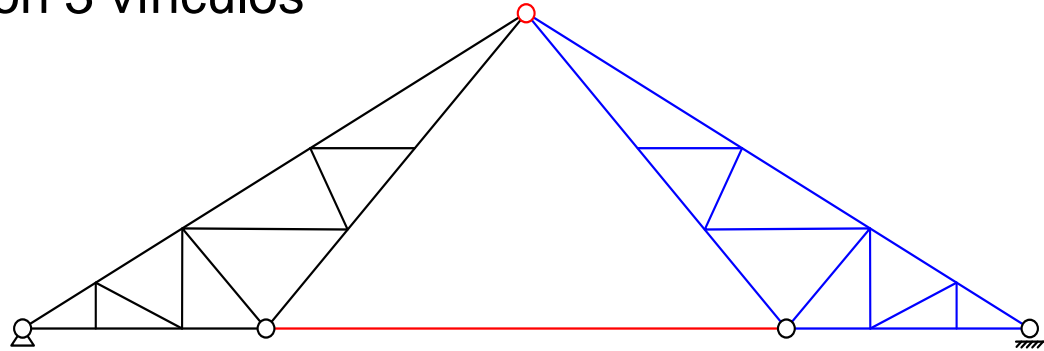


Celosías compuestas

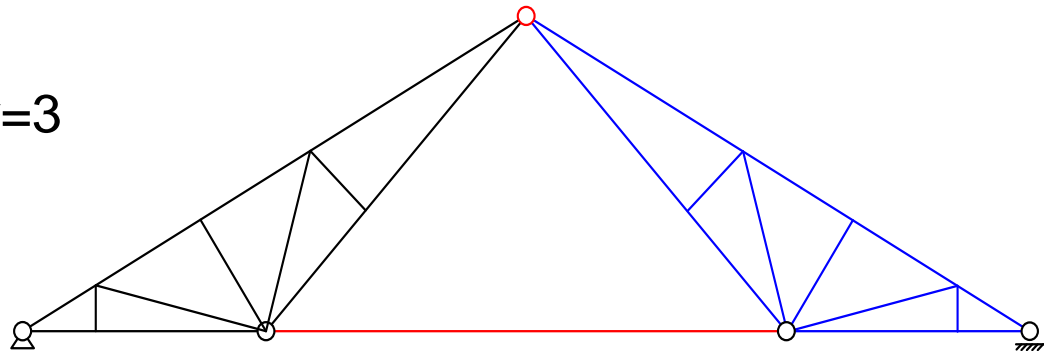
Dos celosías simples con 3 vínculos

Fink $n_s=2$ $r=3$ $v=3$

$b=35$ $r=3$ $n=19$

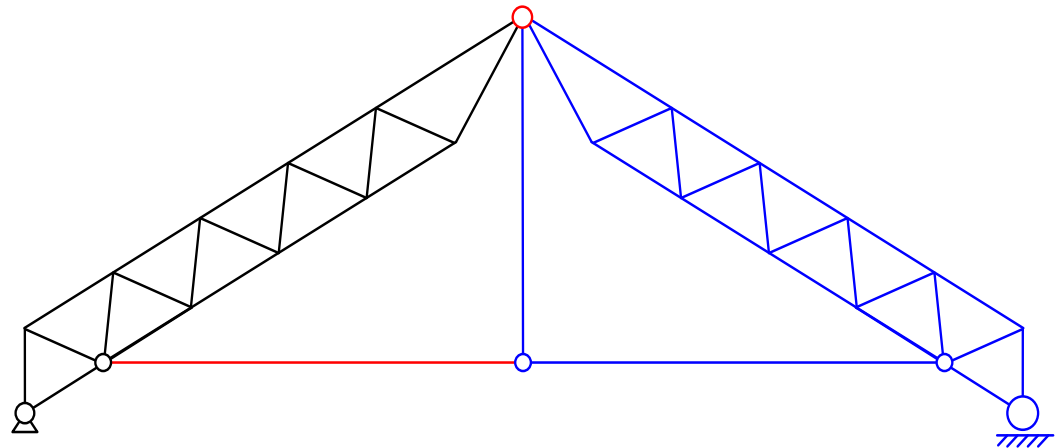
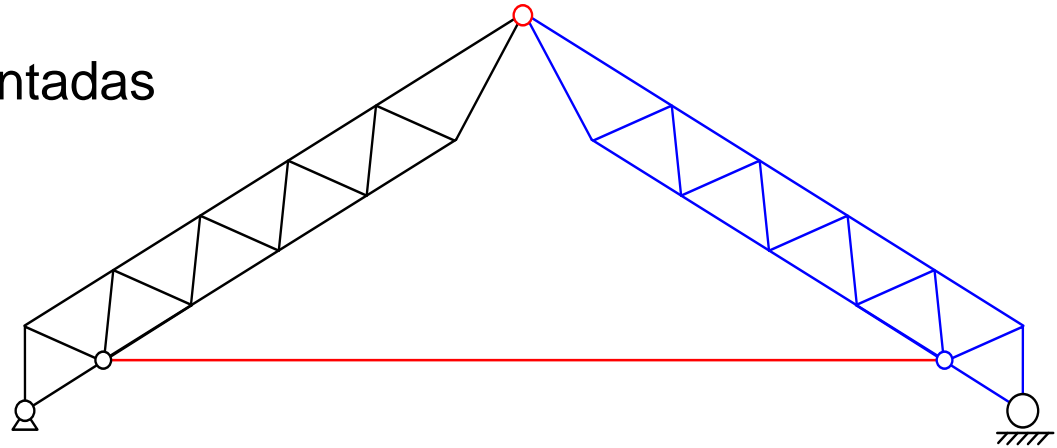


Polonceau $n_s=2$ $r=3$ $v=3$



Celosías compuestas

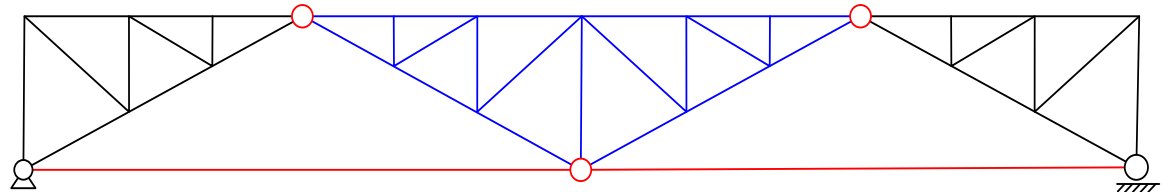
Dos celosías simples atirantadas
 $n_s=2$ $r=3$ $v=3$



Celosías compuestas. Múltiples

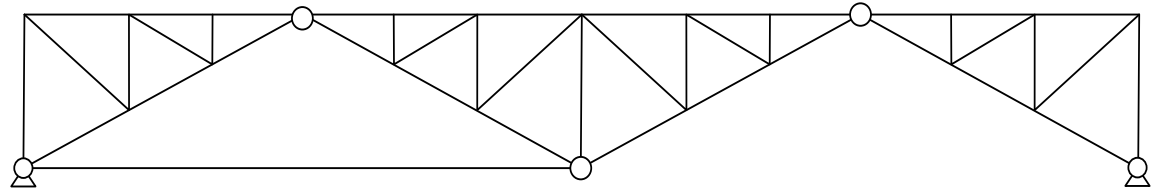
$$n_s=3 \quad r=3 \quad v=6$$

$$b=45 \quad r=3 \quad n=24$$



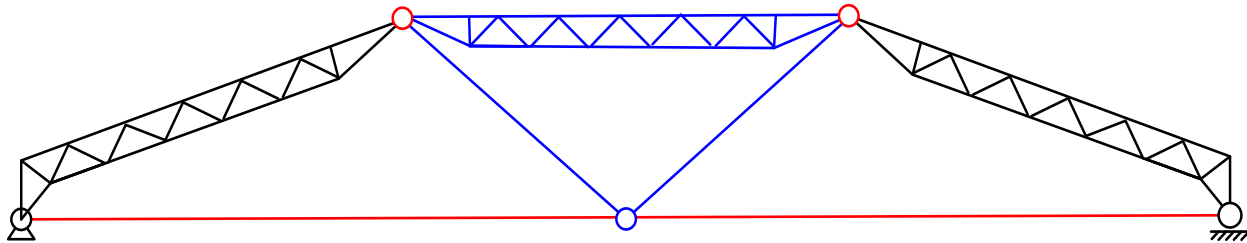
$$n_s=3 \quad r=4 \quad v=5$$

$$b=44 \quad r=4 \quad n=24$$

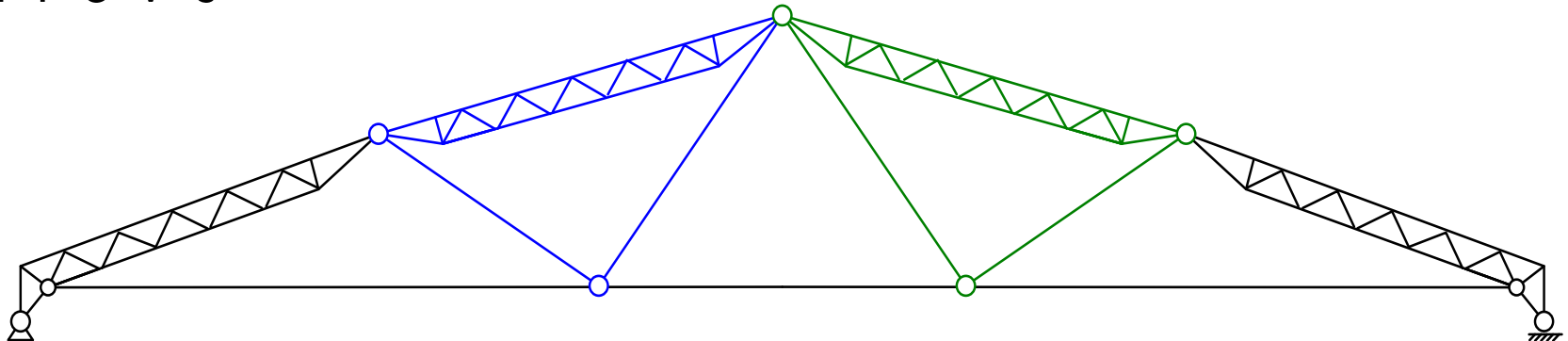


Celosías compuestas. Cubierta atirantada

$$n_s=3 \quad r=3 \quad v=6$$

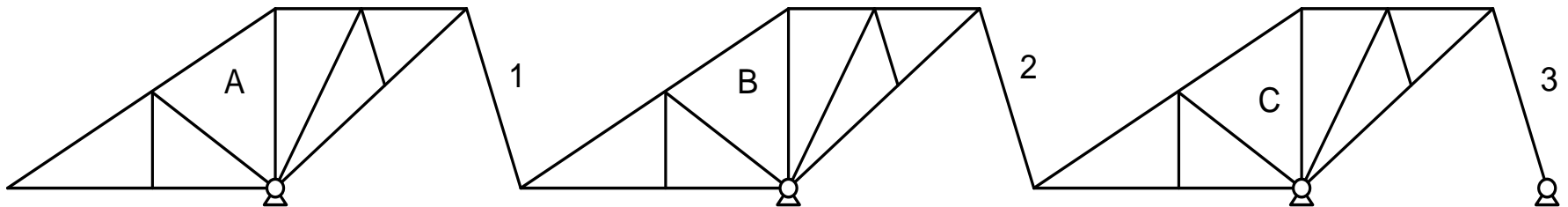


$$n_s=4 \quad r=3 \quad v=9$$

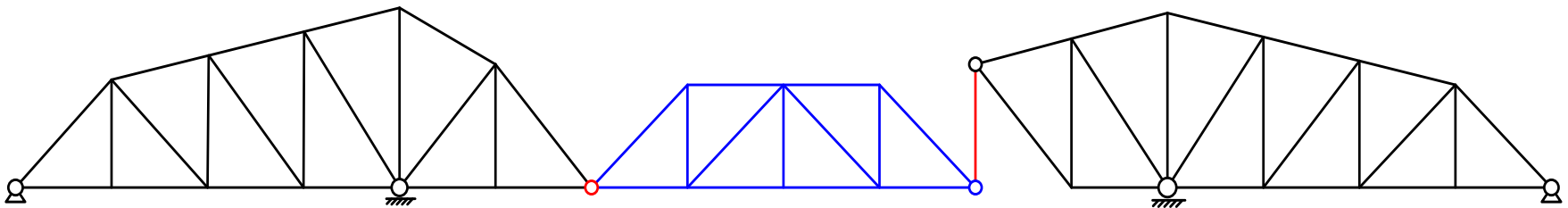


Celosías compuestas

Cercha Houx $n_s=3$ $r=7$ $v=2$



Puente $n_s=3$ $r=6$ $v=3$ $b=56$ $n=31$

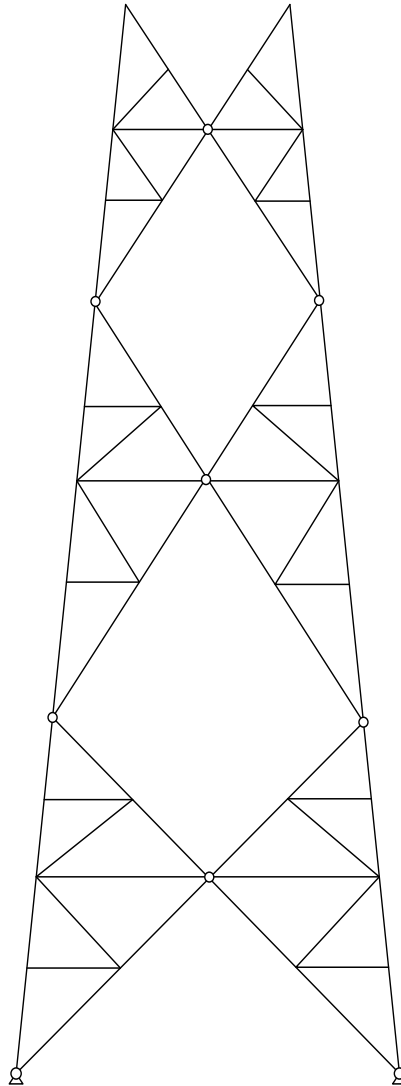


Celosías compuestas. Torres

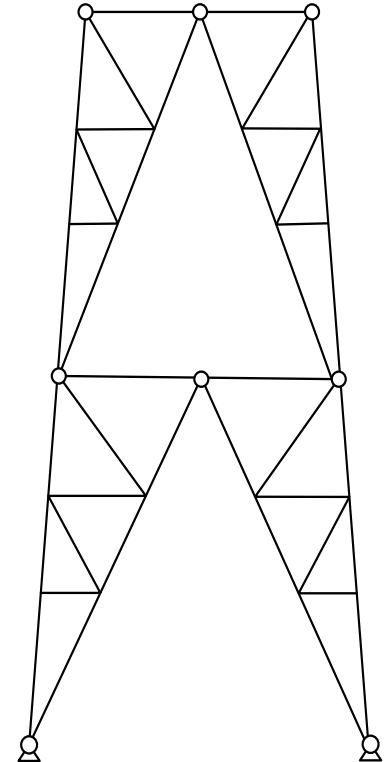
$$n_s=6 \quad r=4 \quad v=14$$

Isostáticas si todos los nudos son articulados

En realidad muchos nudos están empotrados (cordones principales)

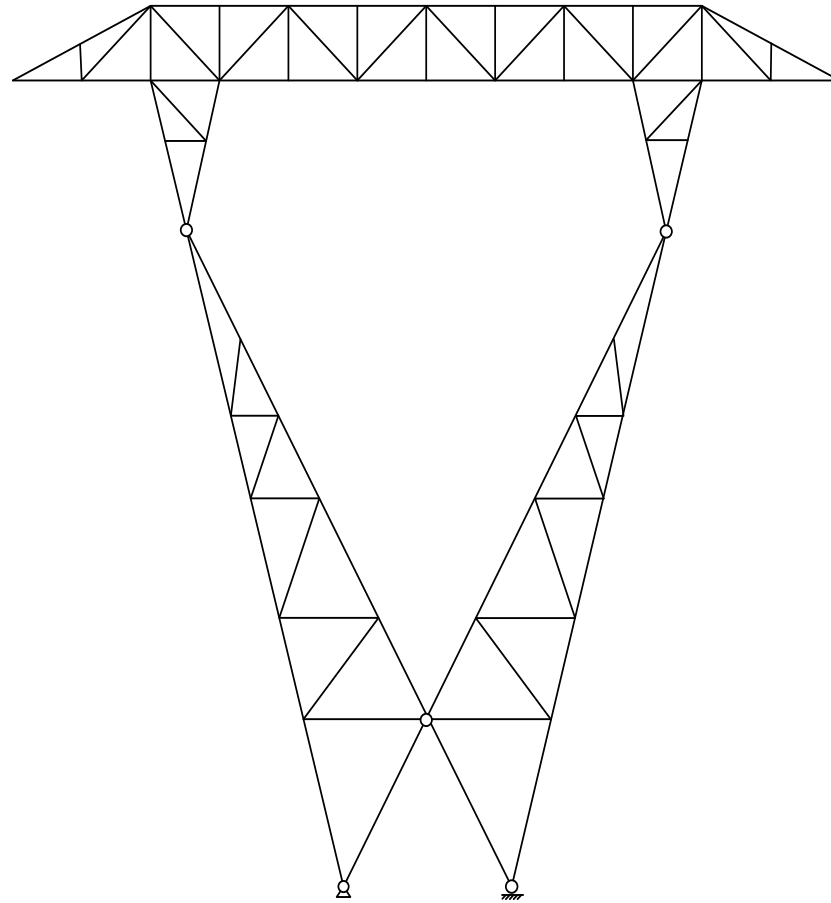


$$n_s=4 \quad r=4 \quad v=8$$



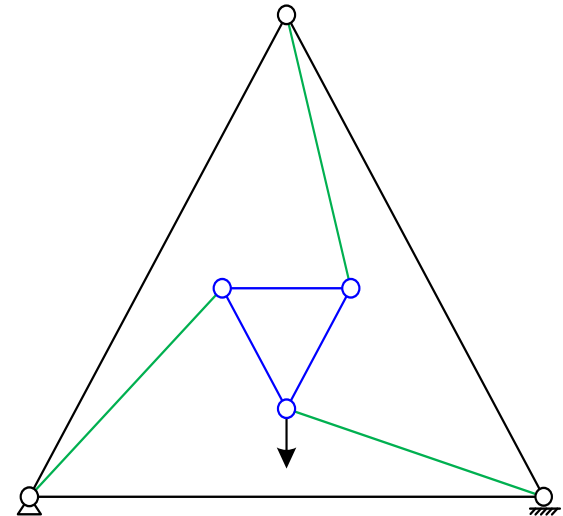
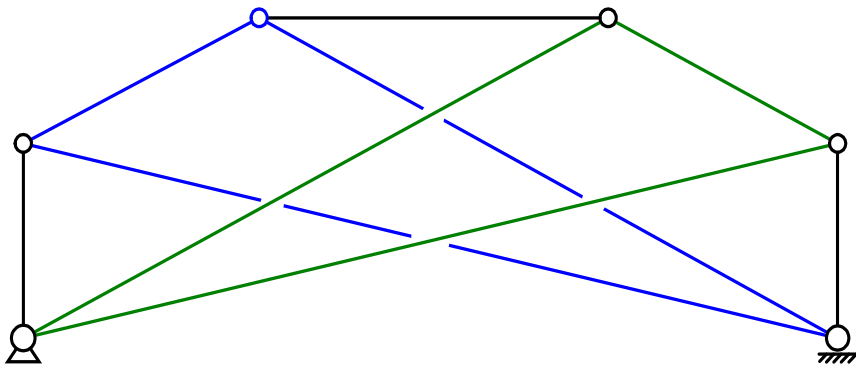
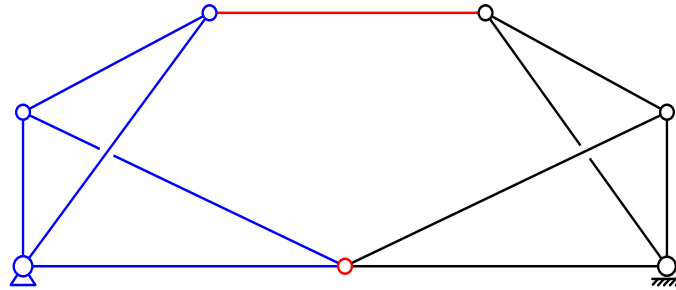
Celosías compuestas

Torre de energía eléctrica (parte superior) $n_s=3$ $r=3$ $v=6$



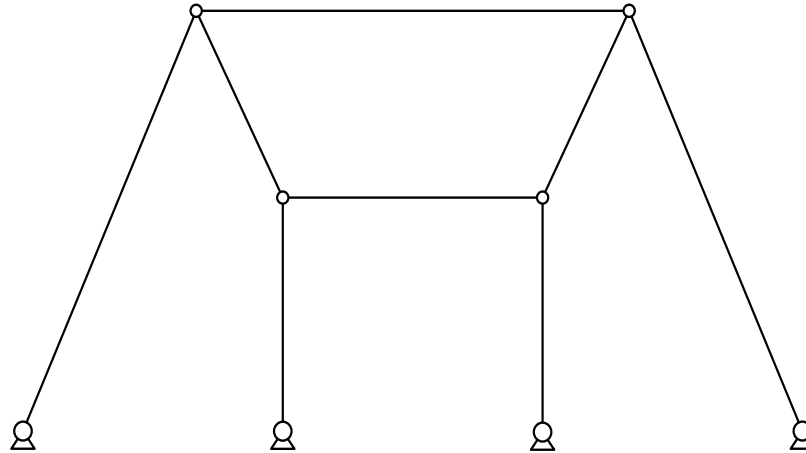
Celosías compuestas. Varias

$$n_s=2 \quad r=3 \quad v=3$$

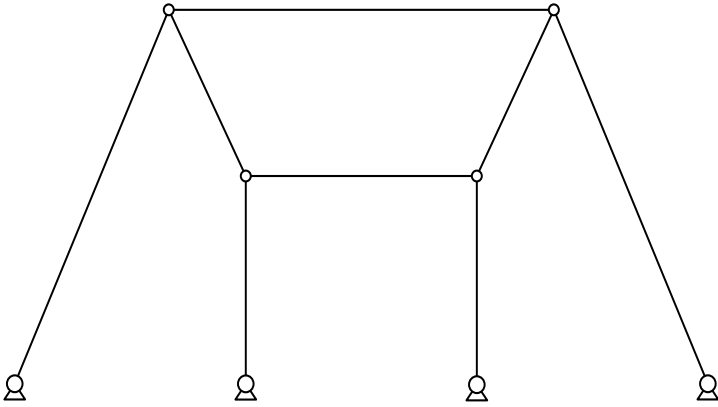


Celosías complejas

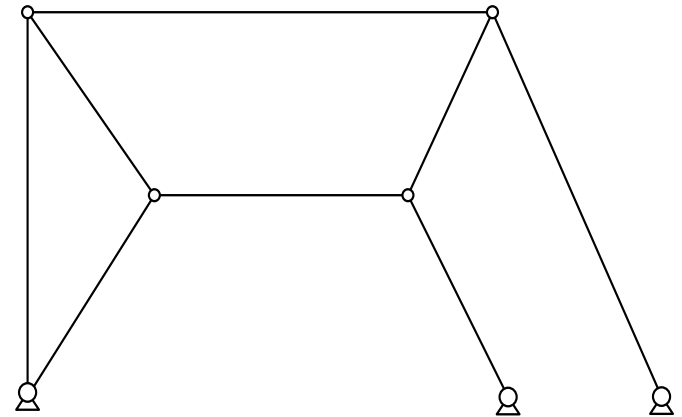
- No se identifica **ningún mosaico** de triángulos adosados
- Muchas veces no se identifica ningún triángulo
- Si cumplen $b+r = 2n$ son isostáticas y estables, **pero**
- Para una topología dada, son **sensibles a la orientación** de las barras (estables o inestables)



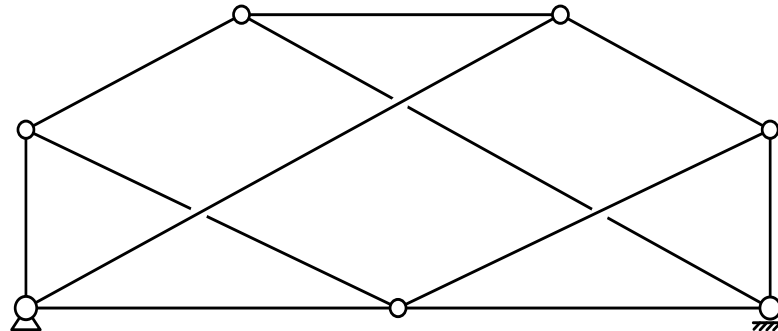
Celosías complejas (1)



$b=8$ $r=8$ $n=8$

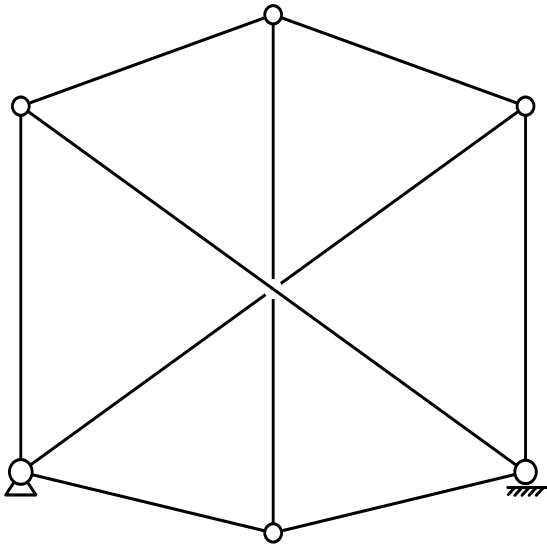


$b=8$ $r=6$ $n=7$

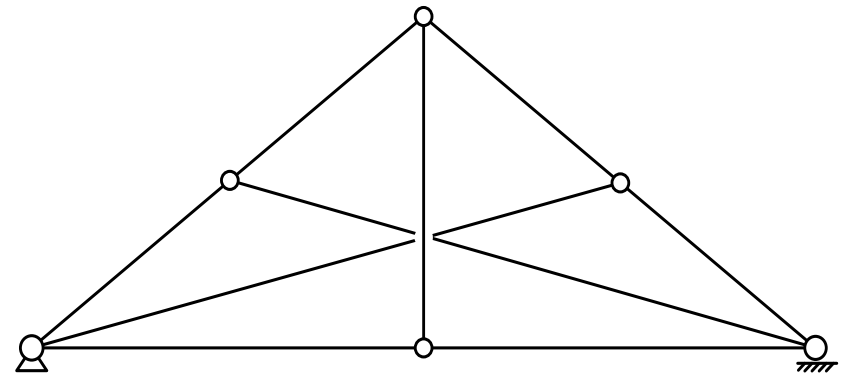


$b=11$ $r=3$ $n=7$

Celosías complejas (2)



$$b=9 \quad r=3 \quad n=6$$

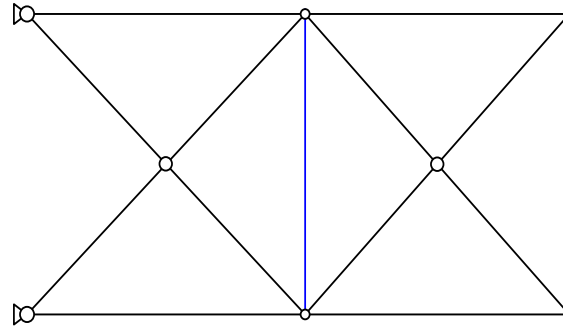


$$b=9 \quad r=3 \quad n=6$$

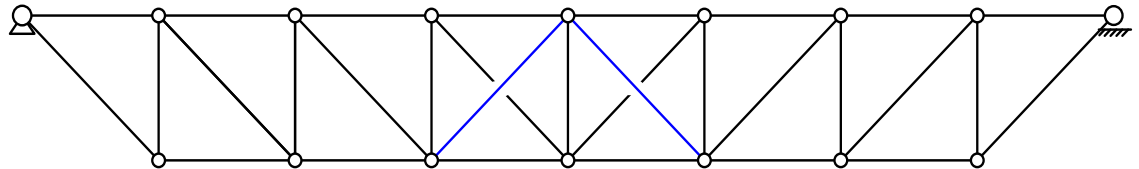
Hexágono con 3 diagonales

Celosías hiperestáticas

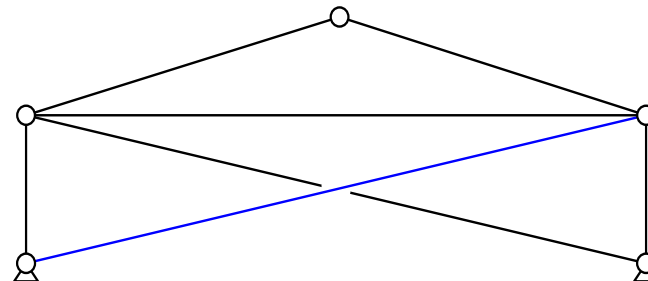
$b=14$ $r=4$ $n=8$ $h=2$



$b=31$ $r=3$ $n=16$ $h=2$



$b=7$ $r=4$ $n=5$ $h=1$



Celosías. Elección del método de cálculo

- Clasificar. Hallar b , n , r , v , n_s
- Isostática ($b+r=2n$):
 - ◆ Siempre se puede aplicar el equilibrio de los n nudos. Planteamiento **conjunto** de las $(2n)$ ecuaciones
- Celosía simple:
 - ◆ Planteamiento **individual** del equilibrio de los n nudos uno tras otro, 2 ecuaciones en cada uno.
- Celosía compuesta:
 - ◆ Aislar las n_s celosías simples. $3n_s$ ecuaciones de equilibrio: hallar vínculos y reacciones
 - ◆ Para cada celosía simple: equilibrio de los nudos
- Celosía compleja: Método de la barra sustituida
- Hiperestática: flexibilidad o rigidez.

Métodos de cálculo de celosías

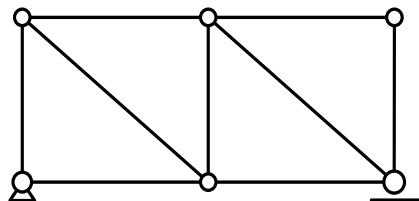
Tipo de celosía	Método de cálculo					
	Basados sólo en las ecuaciones de la estática				Flexibilidad	Rigidez
	Equilibrio de los nudos Planteamiento individual $n \times (2 \text{ ecs})$	Equilibrio de los nudos Planteamiento conjunto $(2n) \text{ ecs.}$	Secciones: Aislar trozos	Barra sustituida		
Isostática simple	Siempre	Siempre	Puede ayudar a veces	No	No aplicable	Siempre
Isostática compuesta	No (excepto en algún caso particular)	Siempre	Siempre. Aislar las celosías simples	No	No aplicable	Siempre
Isostática compleja	No	Siempre	No	Siempre	No aplicable	Siempre
Hiperestática	No	No	No	No	Siempre	Siempre

Dependencia de las magnitudes en celosías

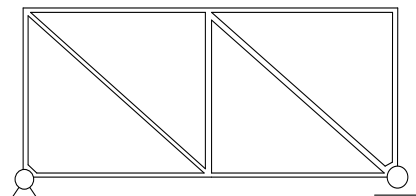
Tipo	Esfuerzo axial (N) depende de:	Tensión (σ) depende de:	Deformación (Δ) depende de
ISOS	<ul style="list-style-type: none"> ■ Fuerzas exteriores ■ Ángulos entre las barras NO influyen: <ul style="list-style-type: none"> - Longitud de las barras - Material - Área de las barras - Temperatura - Deformaciones de los apoyos 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Esfuerzo axial (N) ■ Área de la barra (A) NO influyen: <ul style="list-style-type: none"> - Longitud de las barras - Material (E) - Temperatura - Deformaciones de apoyos 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Esfuerzos en las barras (N) ■ Flexibilidad de las barras $L / E A$
HIPER	<ul style="list-style-type: none"> ■ Fuerzas exteriores ■ Ángulos entre las barras θ ■ Rigidez axial relativa: $\frac{\rho_i}{\rho_j} = \frac{(EA)_j L_i}{(EA)_i L_j}$ ■ Temperaturas $E A \propto T$ ■ Deformaciones de los apoyos Δ $E A \Delta / L$ 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Esfuerzo axial (N) ■ Área de la barra (A) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Temperaturas: $\propto T L$ ■ Deformaciones de los apoyos

Observación al modelo ideal de nudos articulados (1)

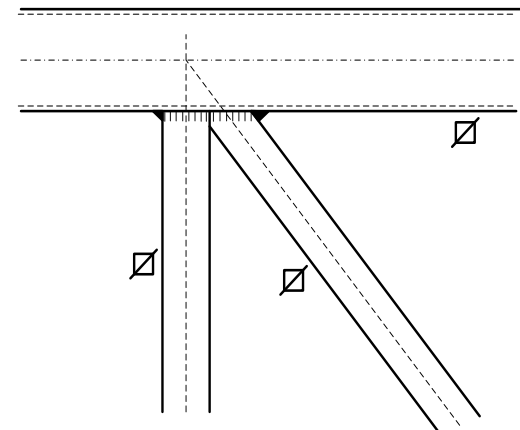
- Nudos articulados: facilidad de cálculo (sólo N axial)
- En realidad muchos nudos (casi siempre) se ejecutan soldados (economía)
- Hay posibilidad de transmitir un pequeño momento entre las barras, y éstas trabajan a tracción y algo de flexión.
- Se pueden calcular los momentos (secundarios) que aparecen, empleando un modelo de nudos rígidos (pórtico).
 - ◆ Muy complejo: mediante computador



$h=0$

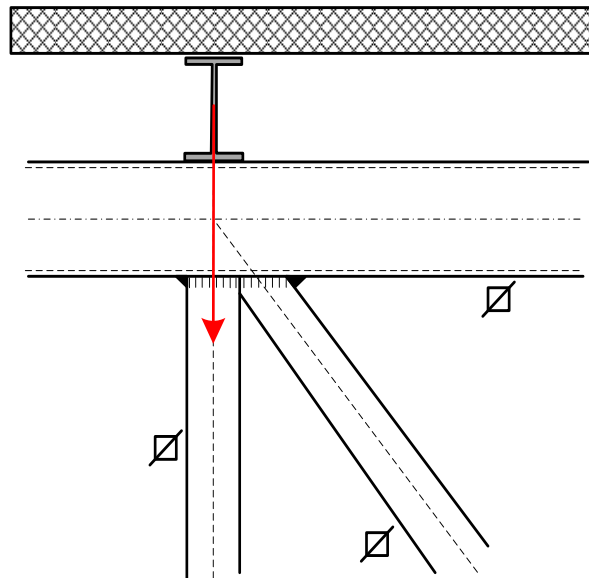


$h=12$



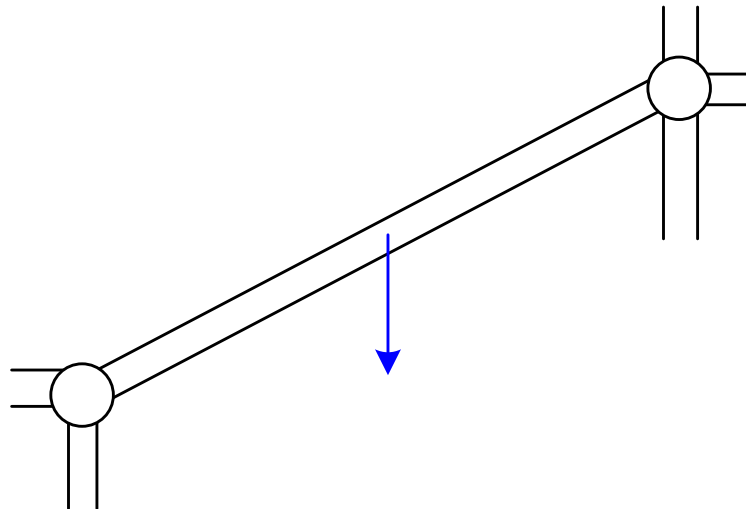
Observación al modelo ideal de nudos articulados (2)

- A pesar de ello, **el modelo de nudos articulados es válido si:**
 - ◆ Las cargas están sólo en los nudos: no hay flexión local
 - ◆ Los ejes de las barras se cortan en el nudo
 - ◆ La inercia de los perfiles es pequeña
- Estas condiciones se cumplen en la práctica



Celosías planas

Estudio de la barra articulada plana



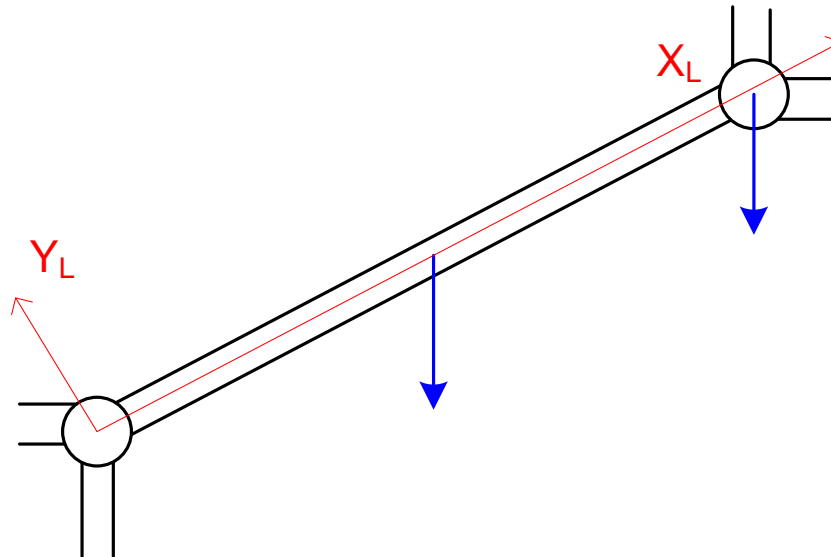
Introducción

Pieza prismática esbelta recta **articulada en ambos extremos**

Elemento estructural constituyente de las **celosías planas**

Fuerzas en los nudos (lo más habitual), o sobre la propia barra.

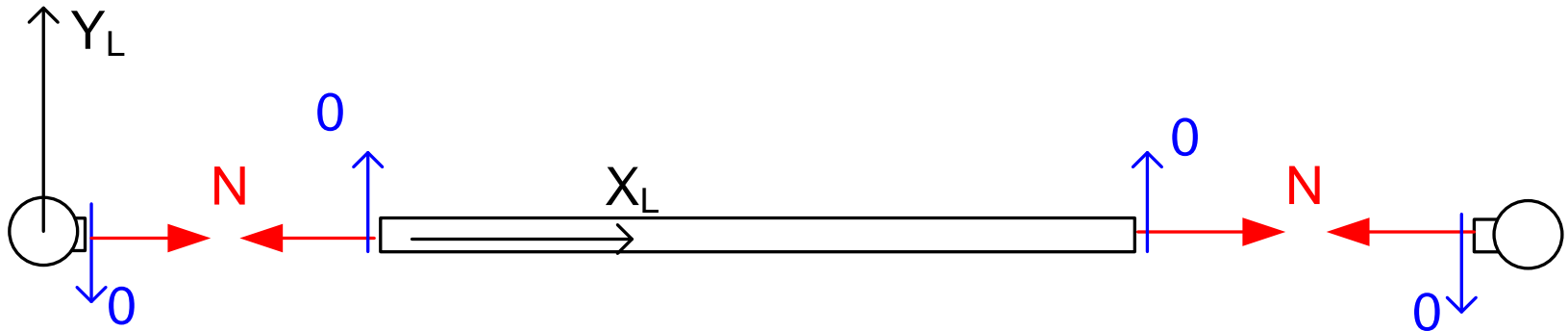
Estudio en su **sistema local**



Estática de la barra articulada plana (1)

- Barra **sin fuerzas aplicadas sobre ella**:
 - $\Sigma F_{Y_L}=0$ $\Sigma M_P=0$ \rightarrow Cortantes nulos $Q_1 = Q_2 = 0$
 - $\Sigma F_{X_L}=0$ \rightarrow $N_1=N_2=N$
 - **Esfuerzo axial N uniforme** en la barra.
 - Tensión uniforme
 - **La barra no proporciona** el valor de N

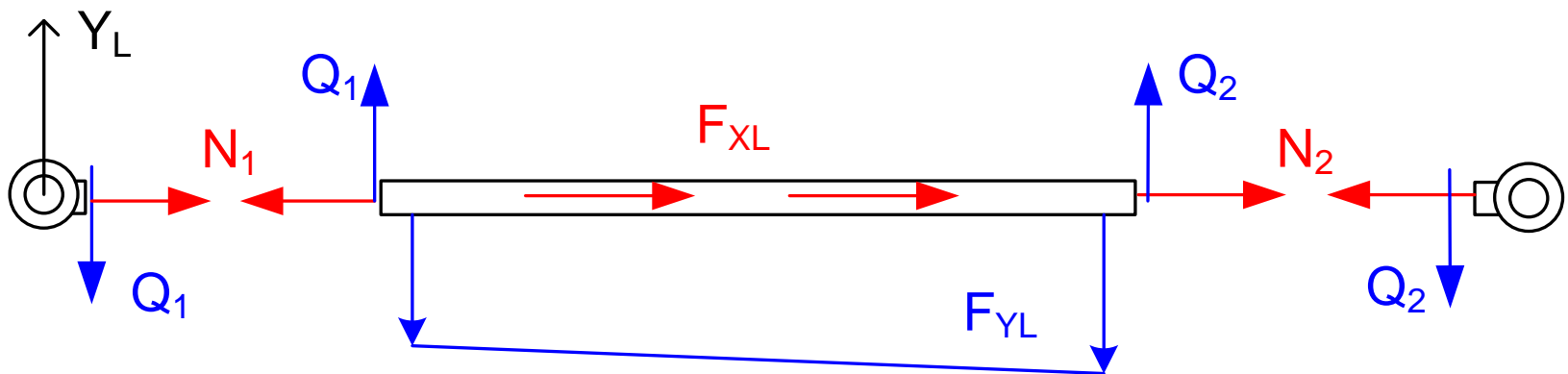
$$\sigma = \frac{N}{A}$$



Estática de la barra articulada plana (2)

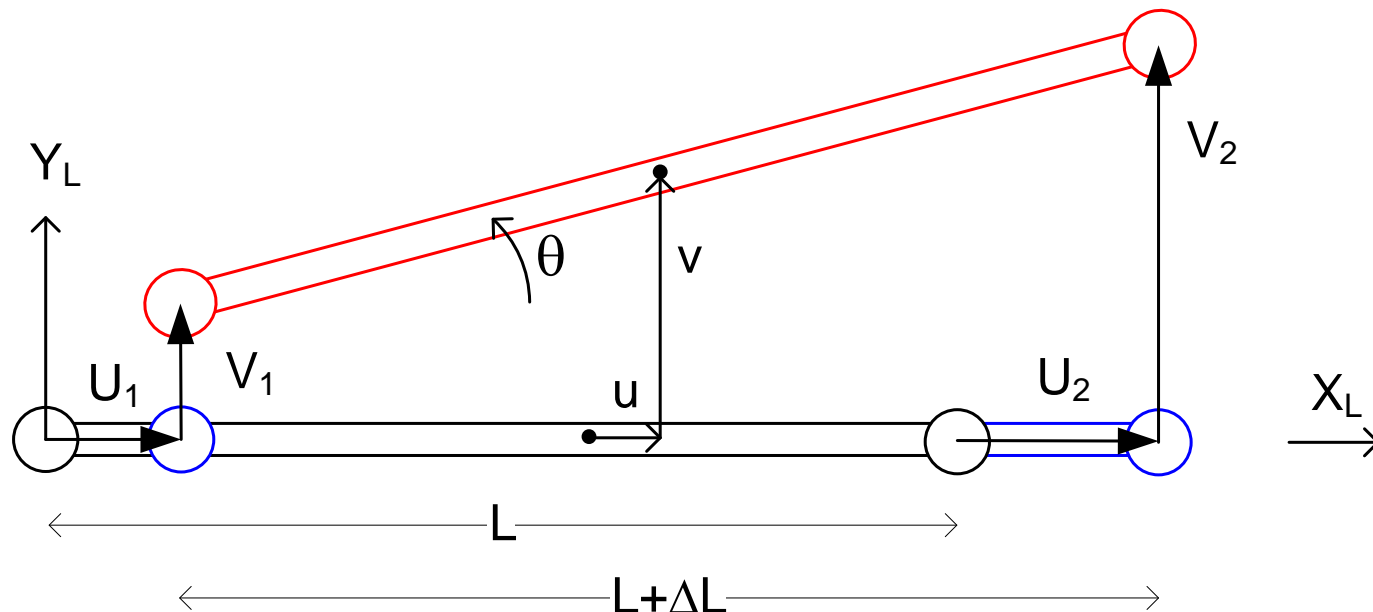
■ Barra con fuerzas aplicadas sobre ella:

- ◆ $\Sigma F_{Y_L}=0$ $\Sigma M_P=0$ \rightarrow Cortantes $Q_1 \neq 0$, $Q_2 \neq 0$
 - ◆ Cortantes conocidos, no nulos, función de las fuerzas exteriores.
 - ◆ La barra **proporciona los valores de M y Q** en su interior
- ◆ $\Sigma F_{X_L}=0$ \rightarrow $N_2 + F_{X_L} = N_1$
 - ◆ Esfuerzos axiales pueden ser diferentes si hay fuerzas s/X
 - ◆ La barra **no proporciona los axiales**, sólo su diferencia

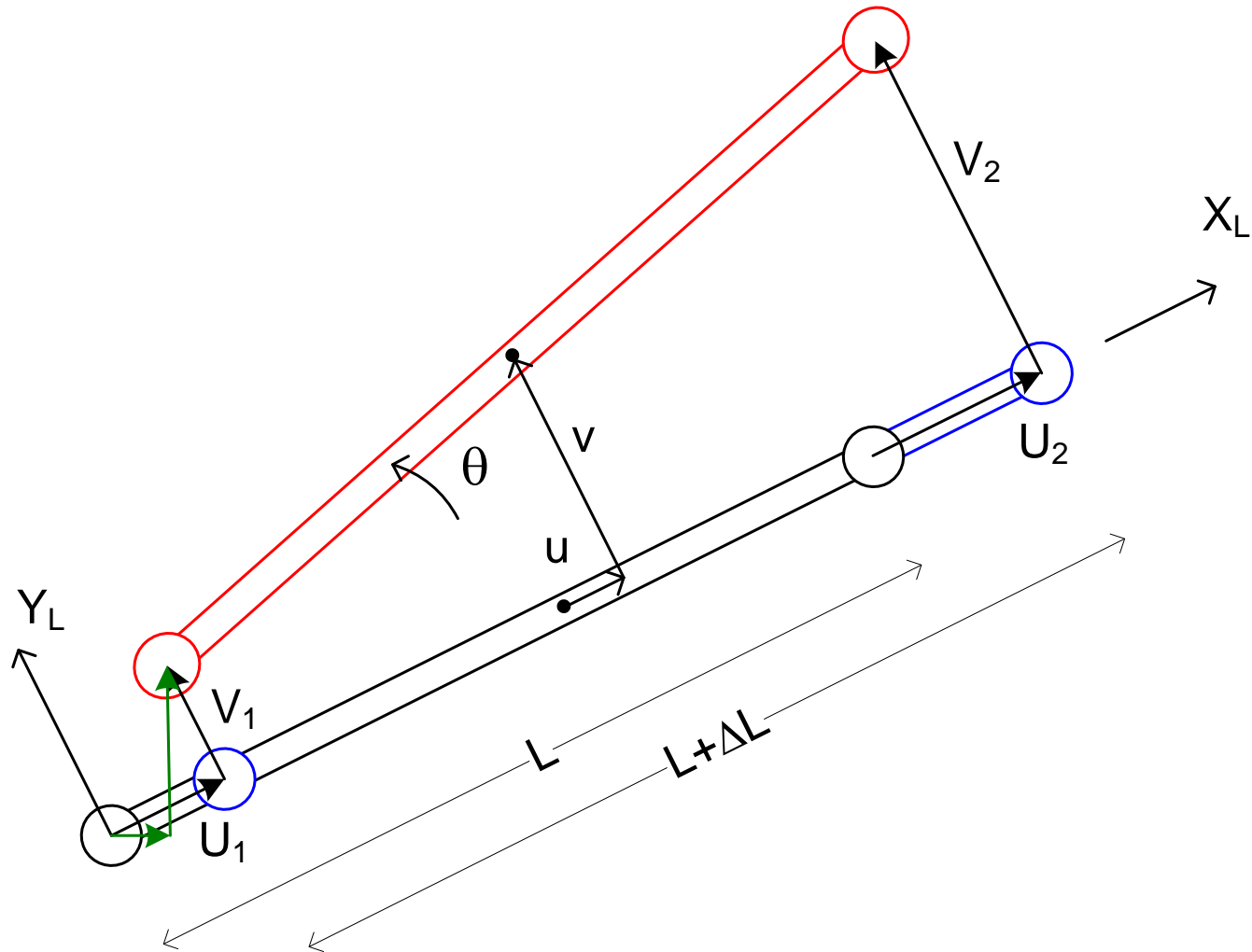


Deformación de la barra articulada plana (1)

- Deformaciones en los nudos extremos: U_1 V_1 , U_2 V_2
- Pequeñas deformaciones:
 - ◆ Traslación axial: U_1
 - ◆ Alargamiento: $\Delta_L = U_2 - U_1$
 - ◆ Traslación lateral: V_1
 - ◆ Rotación: $\theta = (V_2 - V_1)/L$ No produce cambio de longitud



Deformación de la barra articulada plana



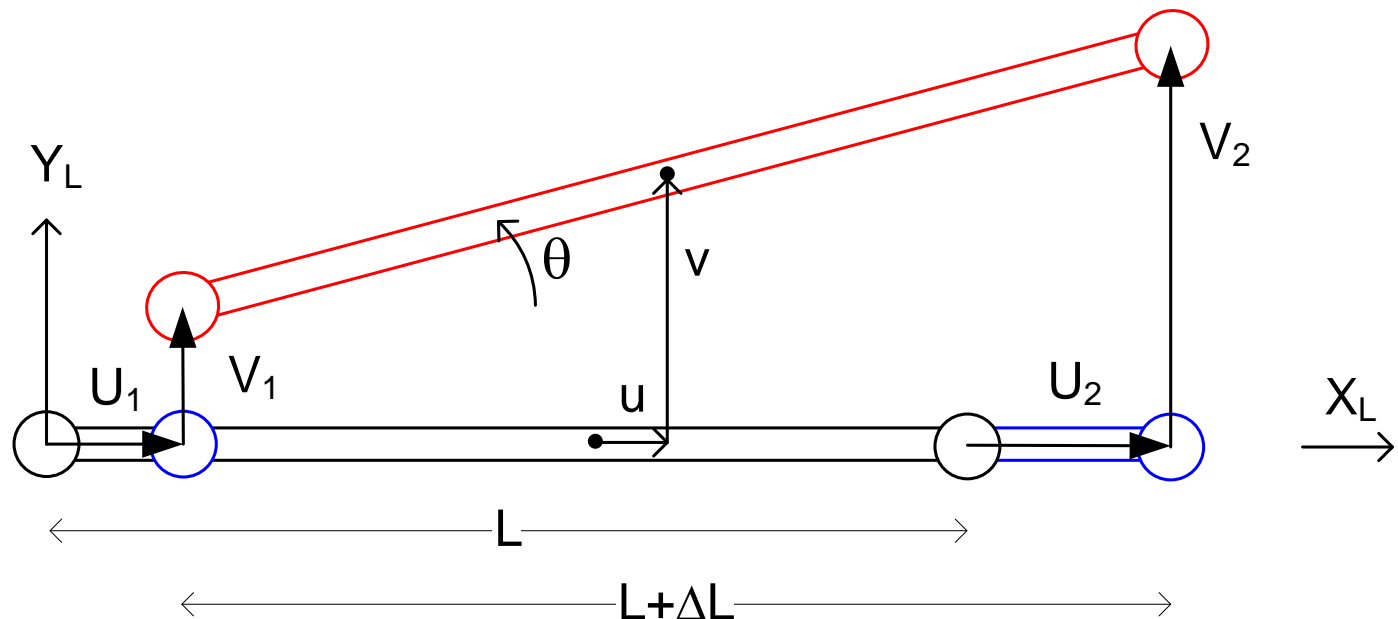
Deformación de la barra articulada plana (2)

- Deformación lineal entre los extremos deformados

$$u = U_1 + \frac{U_2 - U_1}{L} x$$

$$v = V_1 + \frac{V_2 - V_1}{L} x$$

Rotación constante: $\theta = \frac{dv}{dx} = \frac{V_2 - V_1}{L}$



Deformación de la barra articulada plana (3)

En sus sistema de ejes local

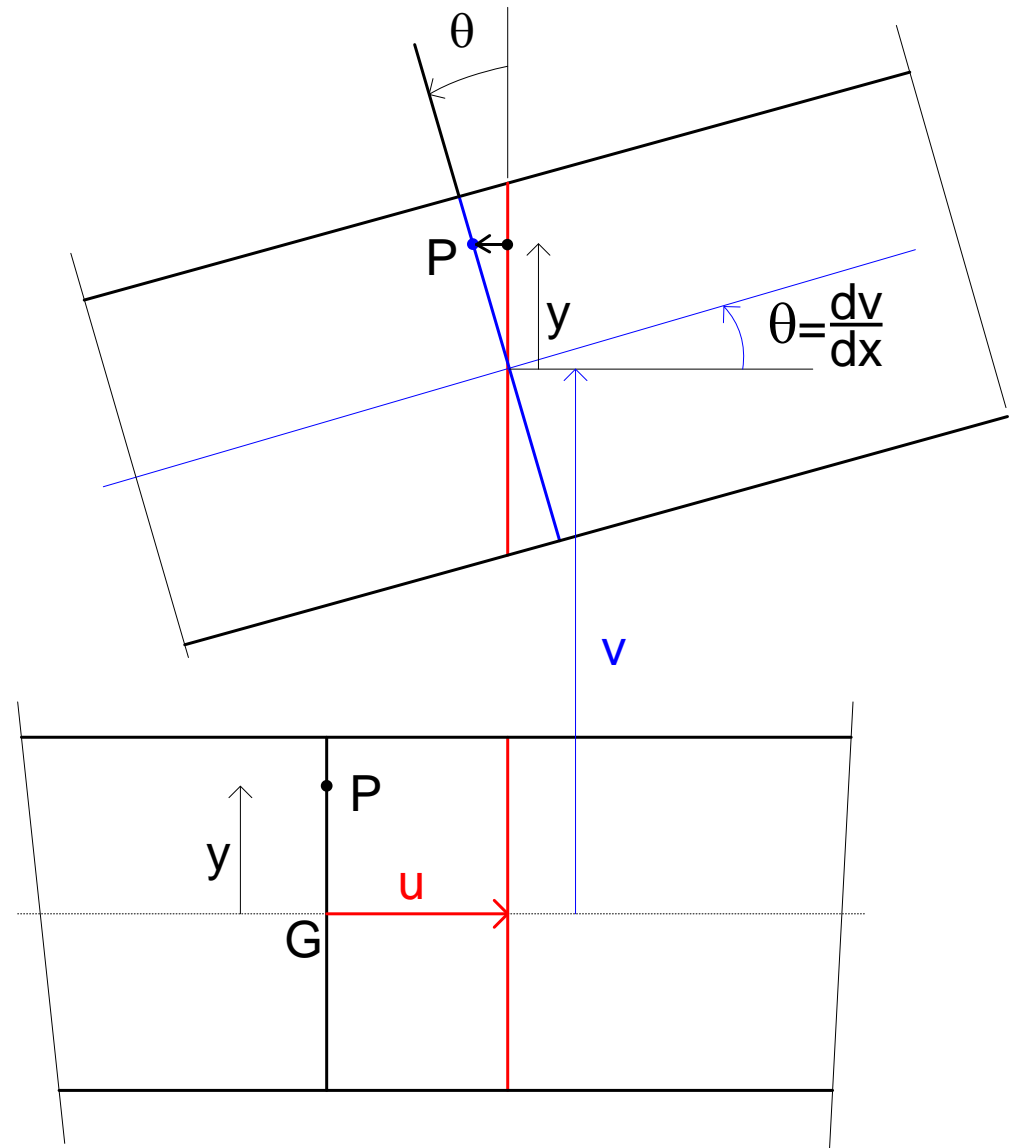
Centro de gravedad G:

$$u(x) \quad v(x)$$

Punto P cualquiera:

$$u_P = u - \theta y = u - \frac{dv}{dx} y$$

$$v_P = v$$



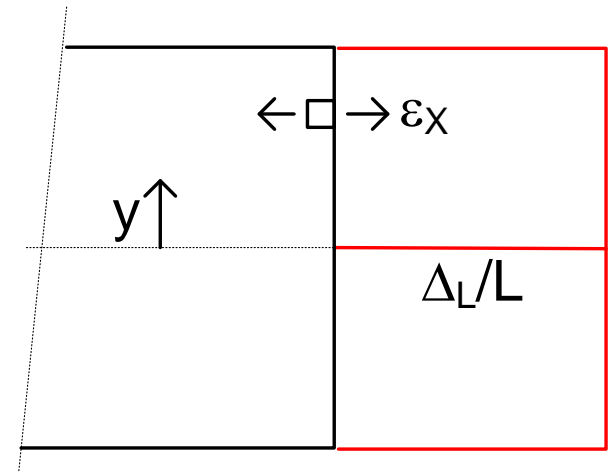
Deformaciones unitarias de la barra articulada plana

Punto P cualquiera:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_P}{\partial x} = \frac{du}{dx} - \frac{d\theta}{dx} y = \frac{U_2 - U_1}{L} = \frac{\Delta_L}{L}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_P}{\partial y} = 0$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_P}{\partial y} + \frac{\partial v_P}{\partial x} = 0$$



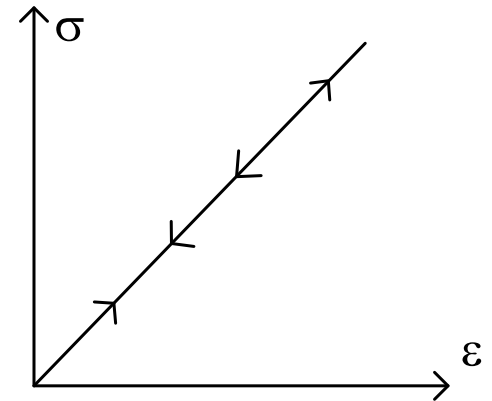
- Deformación unitaria ε **uniforme en toda la barra**, debida sólo a su alargamiento Δ_L
- La deformación lateral v y la rotación θ no producen deformaciones unitarias

$$\varepsilon = \frac{\Delta_L}{L}$$

Ecuación constitutiva

- Relación entre la tensión σ y la deformación unitaria ε
- Material **lineal**. Ecuación constitutiva es una línea recta.

$$\sigma = E \varepsilon$$



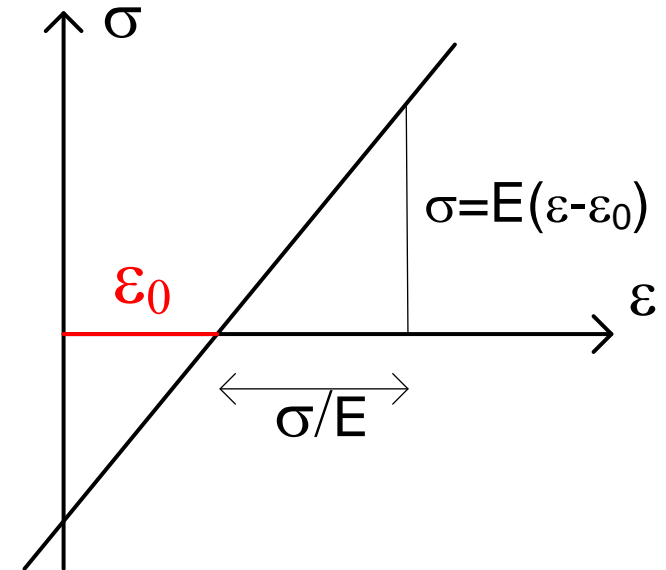
Material lineal con temperatura

- Deformaciones iniciales térmicas

$$\varepsilon_0 = \alpha T$$

- Relación tensión – deformación unitaria

$$\sigma = E \varepsilon - \varepsilon_0 = E \varepsilon - \alpha T$$



- Deformación unitaria total: suma de deformación unitaria térmica αT y la debida a la tensión σ/E

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \sigma / E$$

Comportamiento N- Δ de la barra articulada

- Esfuerzo axial N. Sustituyendo la ecuación constitutiva:

$$N = \sigma A = EA \varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{EA}{L} \Delta_L - \alpha TL$$

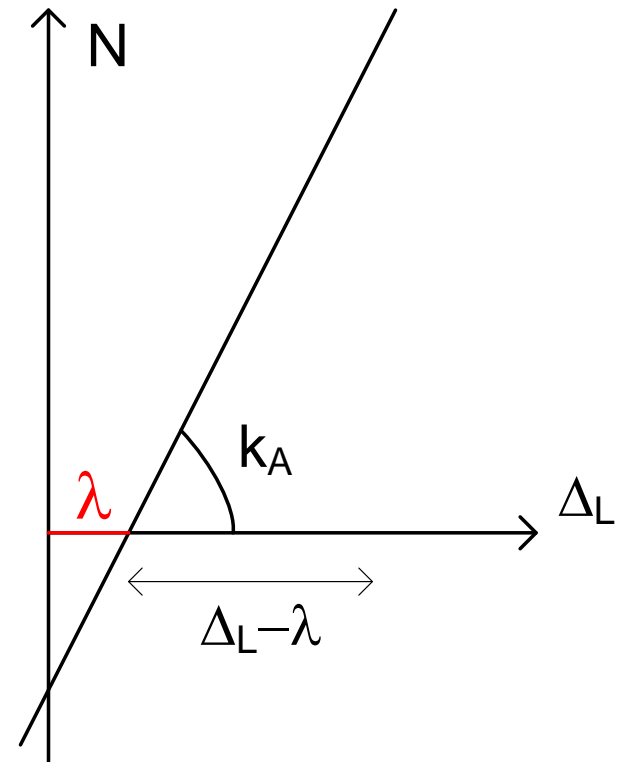
$$N = k_A \Delta_L - \lambda$$

$$k_A = \frac{EA}{L}$$

Rigidez axial de la barra

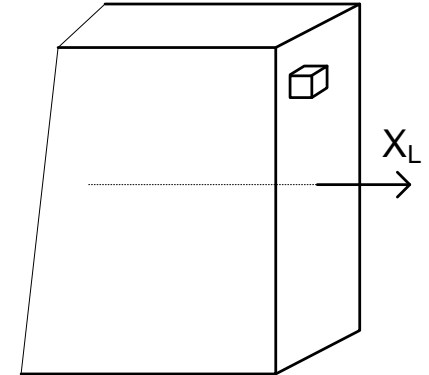
$$\lambda = \alpha TL$$

Alargamiento inicial debido a T, con N nulo



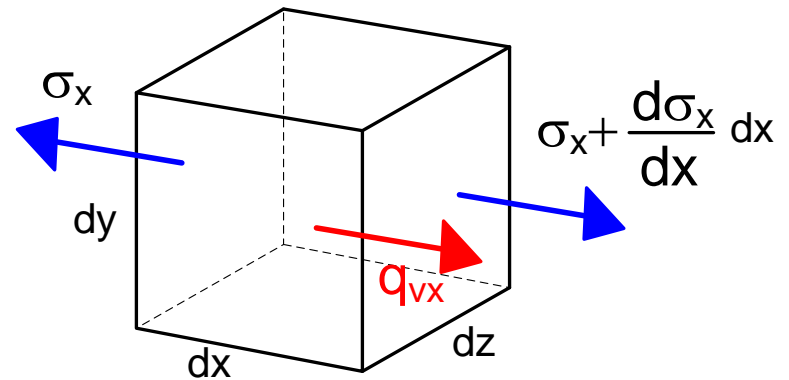
Elasticidad en 1 dimensión. Ecuaciones de equilibrio (1)

- Tensión $\sigma_x(x)$.
- Fuerzas de volumen q_{vx}
- Equilibrio estático del cubo diferencial



$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dy dz - \sigma_x dy dz + q_{vx} dx dy dz = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + q_{vx} = 0$$



- Es necesario definir el comportamiento del material

Elasticidad en 1 dimensión. Ecuaciones de equilibrio (2)

- Equilibrio estático $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + q_{vx} = 0$

- Material elástico lineal $\sigma = E \varepsilon$

- Pequeñas deformaciones $\varepsilon = \frac{du}{dx}$

- Ecuación de equilibrio $E \frac{d^2 u}{dx^2} + q_{vx} = 0$

- Sin fuerzas aplicadas s/X $\frac{d^2 u}{dx^2} = 0 \quad u = Ax + B$

Deformación u lineal

Cálculo de deformaciones en celosías planas

Método de flexibilidad

Punto de partida

- Estructura ya resuelta:
 - ◆ Fuerzas exteriores P
 - ◆ Esfuerzos interiores N conocidos (valores numéricos)

- Teorema de Crotti- Engesser: $\Delta_r = \frac{\partial U^*}{\partial P_r}$

- Energía complementaria. Propiedades uniformes:

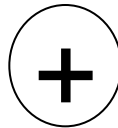
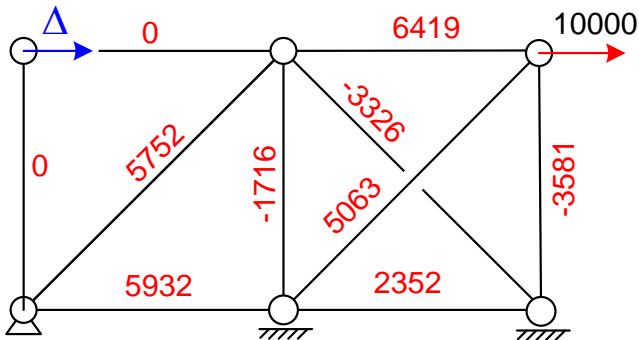
$$U^* = \sum_i \frac{N_i^2 \rho_i}{2} + \sum_i \lambda_i N_i \quad \rho = \frac{L}{EA} \quad \lambda = \alpha T L$$

- No se conoce N en función de P , luego no se puede derivar.
- Puede que no haya una P_r en la dirección Δ_r .

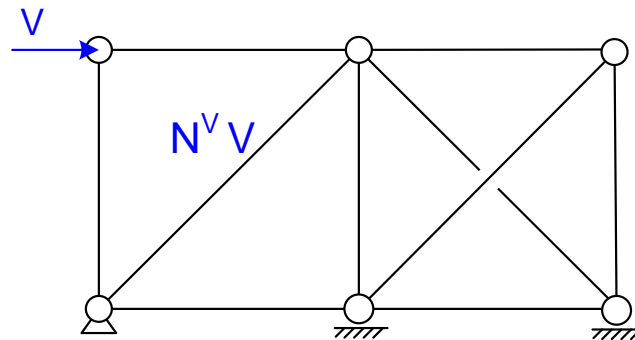
1. Planteamiento

- Añadir al sistema una fuerza virtual V , en la dirección de la deformación buscada, para poder derivar $U^*(V)$ respecto a ella, y luego hacer $V=0$.
- Nuevo sistema $RV = R + V$

Caso real



Caso virtual



+ $V=0$

$$N_i^{RV} = N_i + N_i^V V$$

N^V : esfuerzos para $V=1$

$$U^{*RV} = \sum_i \frac{\rho_i (N_i^{RV})^2}{2} + \sum_i \lambda_i N_i^{RV}$$

2. Desarrollo

$$U^{*RV} = \sum_i \frac{\rho_i (N_i + N_i^V V)^2}{2} + \sum_i \lambda_i (N_i + N_i^V V)$$

■ Deformación buscada $\Delta_r = \left(\frac{\partial U^{*RV}}{\partial V} \right)_{V=0}$

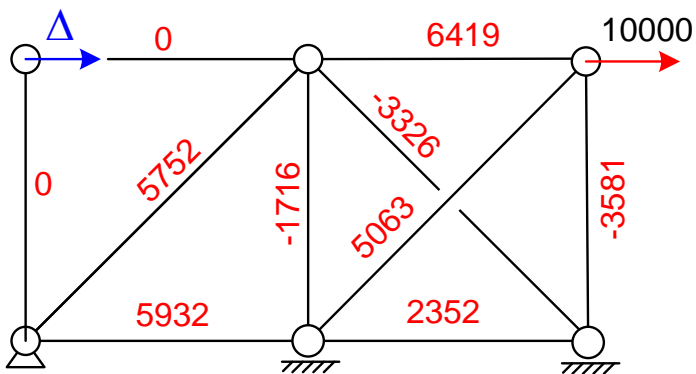
$$\Delta_r = \left(\frac{\partial U^{*RV}}{\partial V} \right)_{V=0} = \left(\sum_i \rho_i (N_i + N_i^V V) N_i^V + \sum_i \lambda_i N_i^V \right)_{V=0}$$

$$\Delta_r = \sum_i \rho_i N_i N_i^V + \sum_i \lambda_i N_i^V$$

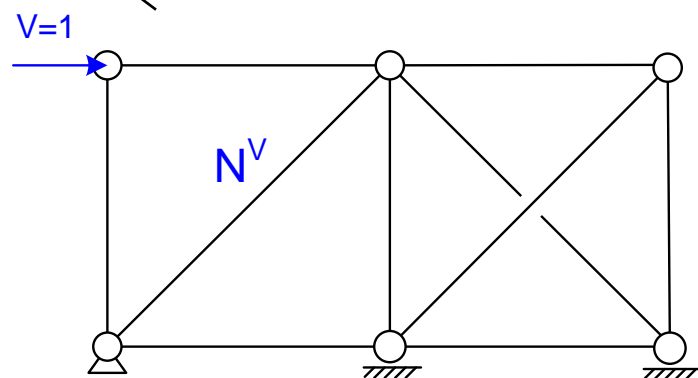
3. Resultado

$$\Delta_r = \sum_i \rho_i N_i N_i^V + \sum_i \lambda_i N_i^V$$

Caso real (N)



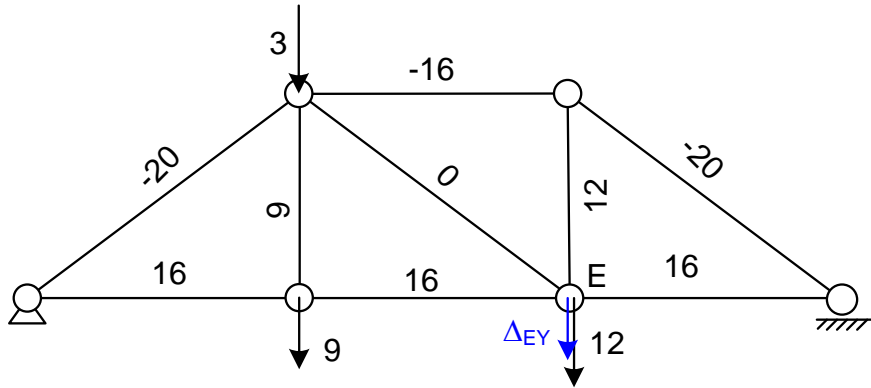
Caso virtual



- Nuevo caso a resolver: caso V (con V=1)
 - ◆ Es isostático si la estructura lo es (N^V fácil)
 - ◆ Es hiperestático si la estructura lo es (N^V difícil)
- La expresión anterior es de aplicación directa a estructuras isostáticas
- Se debe elaborar más para estructuras hiperestáticas

Ejemplo. Celosía isostática. Deformación

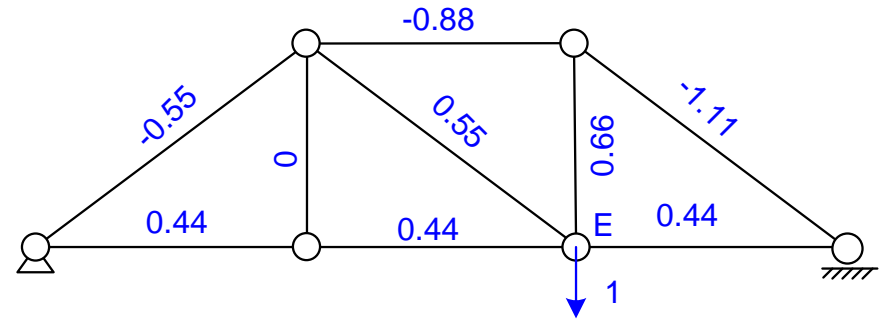
Caso real (Tn)



$E=2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$ Tubo 40.40.3 $A=4.13 \text{ cm}^2$

Deformación vertical en E

Caso Virtual



$$\Delta = \sum_i \rho_i N_i N_i^V + \sum_i \lambda_i N_i^V$$

$$\Delta_r = (-20 \cdot 10^3)(-0.55) \cdot 500 / EA + 16 \cdot 10^3 \cdot 0.44 \cdot 400 / EA + \dots$$

$$\Delta_r = \frac{36132.6}{EA} = 4.166 \text{ cm}$$

4. Deformaciones en celosías hiperestáticas (1)

$$\Delta_r = \sum_i \rho_i N_i N_i^V + \sum_i \lambda_i N_i^V$$

- Resolución del nuevo caso V (hiperestático)
- Se aplica el método general para grado h
- Descomposición en casos: 0, 1, 2, ... h
- Elegimos cualquier incógnita X_j

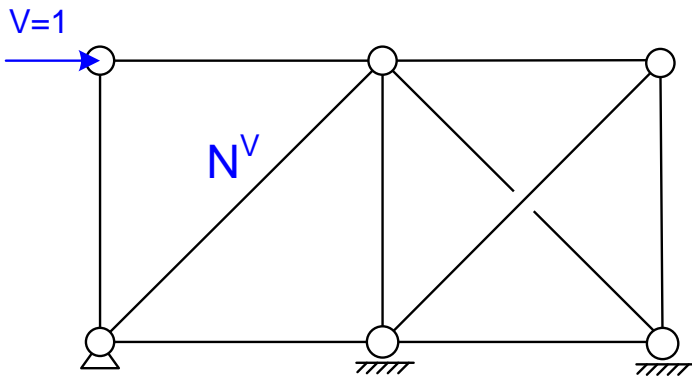
$$N_i^V = N_i^{0V} + \sum_{j=1, h} X_j N_i^j$$

- Caso 0V: Isostático con la carga exterior V=1. Nuevo
- Casos 1, 2, ... h: ya resueltos cuando se calculó la celosía

4. Deformaciones en celosías hiperestáticas (2)

$$N_i^V = N_i^{0V} + \sum_{j=1,h} X_j N_i^j$$

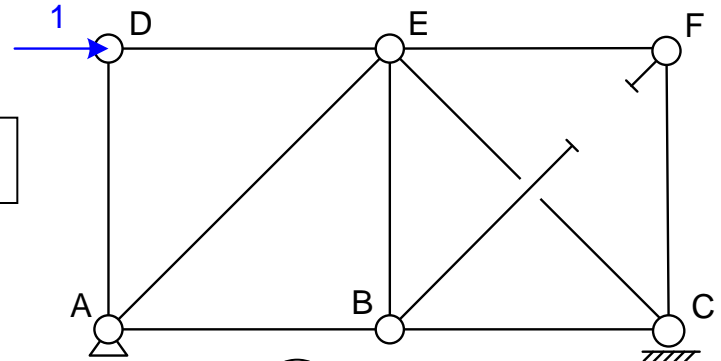
Caso V



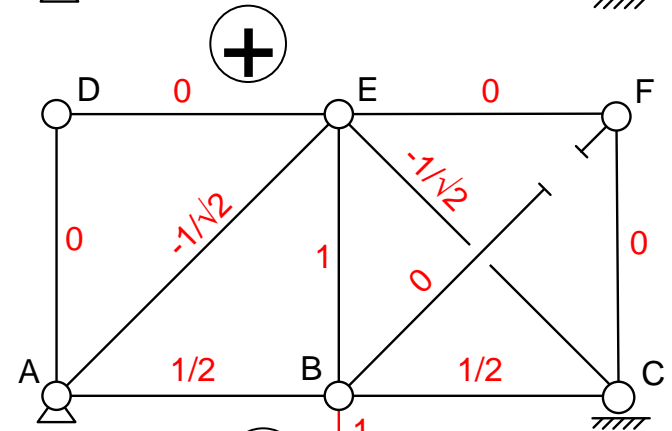
Casos 1 y 2: ya calculados cuando se calcularon los esfuerzos en la estructura

≡

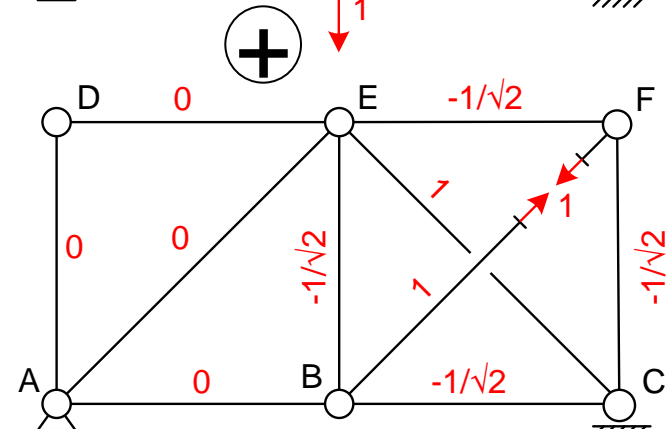
0V



1



2



4. Deformaciones en celosías hiperestáticas (3)

$$\Delta_r = \sum_i \rho_i N_i N_i^V + \sum_i \lambda_i N_i^V$$

Sustituyendo N^V

$$N_i^V = N_i^{0V} + \sum_{j=1,h} X_j N_i^j$$

$$\Delta_r = \sum_i \rho_i N_i \left(N_i^{0V} + \sum_{j=1,h} X_j N_i^j \right) + \sum_i \lambda_i \left(N_i^{0V} + \sum_{j=1,h} X_j N_i^j \right)$$

Reordenando Σ

$$\Delta_r = \sum_i \rho_i N_i N_i^{0V} + \sum_i \lambda_i N_i^{0V} + \sum_{j=1,h} X_j \left(\sum_i \rho_i N_i N_i^j + \sum_i \lambda_i N_i^j \right)$$

Siempre =0

Condición de compatibilidad de X_j .

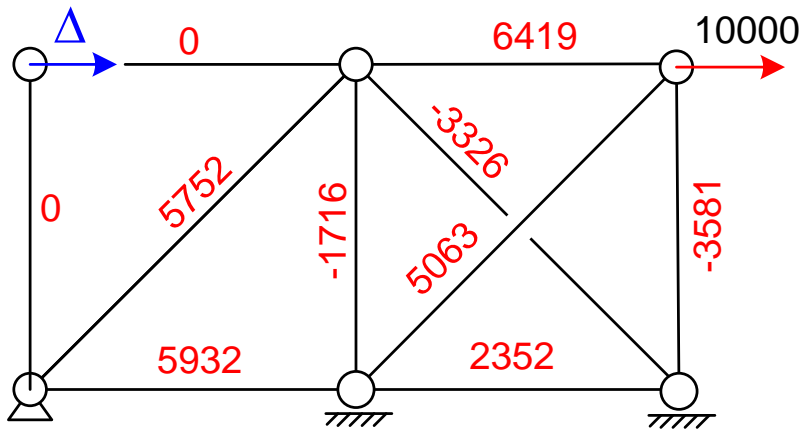
4. Deformaciones en celosías hiperestáticas

$$\Delta_r = \sum_i \rho_i N_i N_i^{0V} + \sum_i \lambda_i N_i^{0V}$$

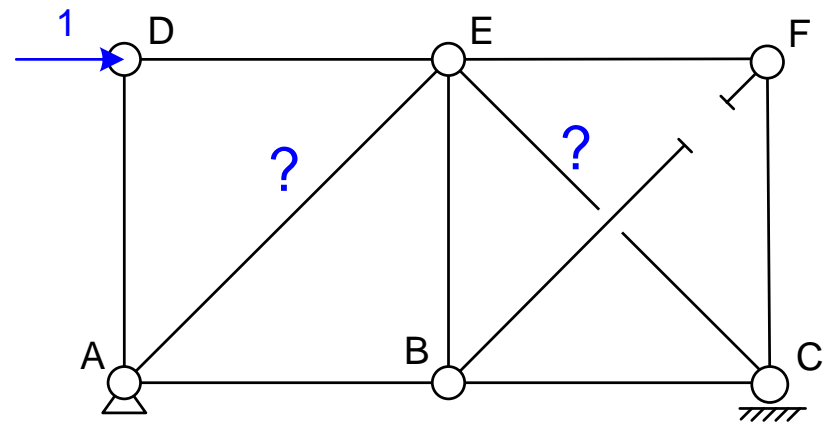
No hace falta hallar N^V . Basta con hallar los N^{0V}

Caso 0V fácil (isostático)

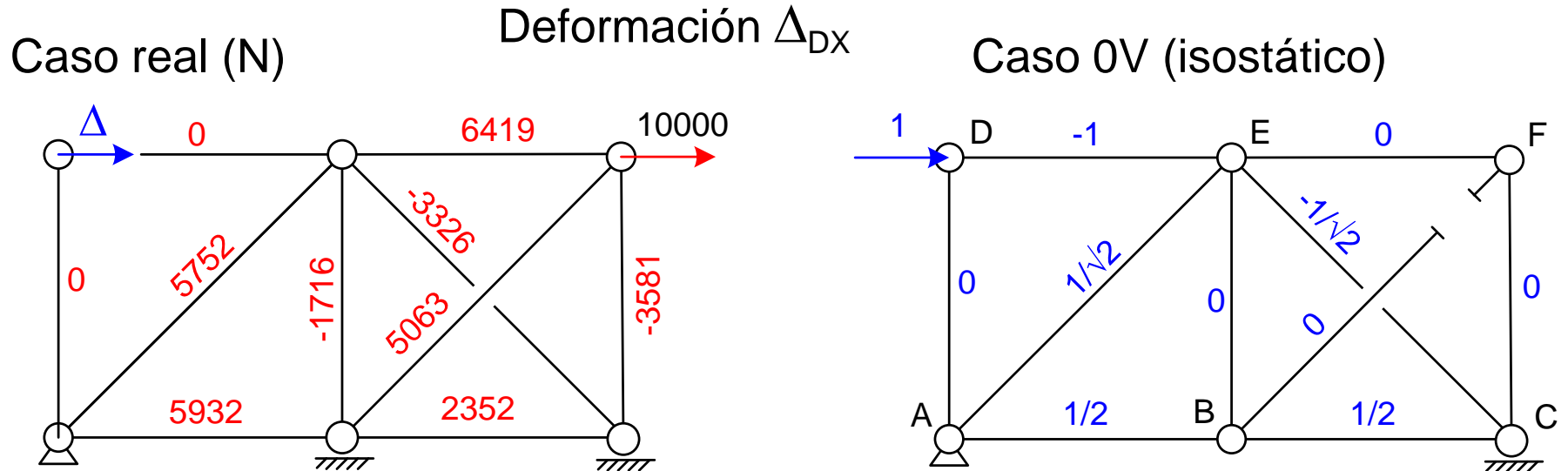
Caso real (N)



Caso 0V (isostático)



Ejemplo. Celosía hiperestática (h=2)



$$E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = 10 \text{ cm}^2$$

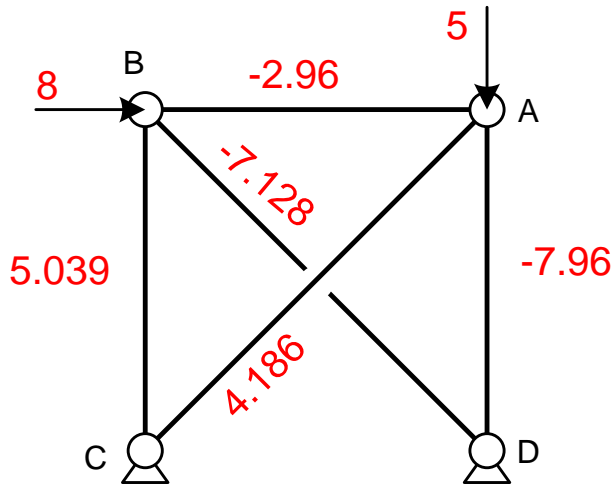
$$\Delta_{DX} = \sum_i \rho_i N_i N_i^{0V} + \sum_i \lambda_i N_i^{0V}$$

$$\Delta_{DX} = \frac{400\sqrt{2}}{EA} 5752 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \frac{400\sqrt{2}}{EA} 3326 \left(\frac{-1}{\sqrt{2}} \right) + \frac{400}{EA} 5932 \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{400}{EA} 2352 \left(\frac{1}{2} \right)$$

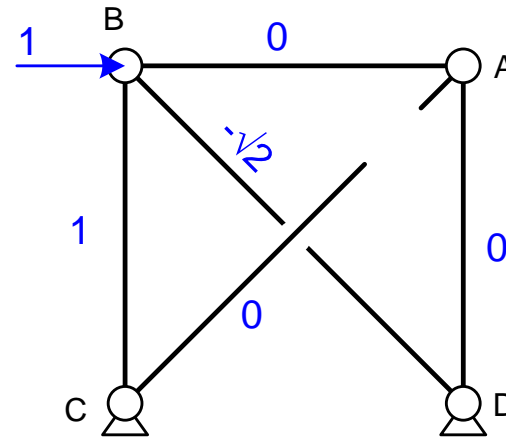
$$\Delta_{DX} = 0.2644 \text{ cm}$$

Ejemplo. Celosía hiperestática (h=1)

Caso real (N)



Caso 0V (isostático)



Otra incógnita hiperestática (N_{AC})

$$\Delta_{BX} = \sum_i \rho_i N_i N_i^{0V} + \sum_i \lambda_i N_i^{0V}$$

$$\Delta_{BX} = \frac{500}{EA} (5.039)(1) + \frac{500\sqrt{2}}{EA} (-7.128)(-\sqrt{2}) = \frac{9647}{EA}$$