

## Calculando el pasado. La bóveda del palacio de Ctesifonte

AGUSTIN NOVAL MELIAN  
FRANCISCO ORTEGA ANDRADE, DR. ARQUITECTO

**RESUMEN.** Este artículo analiza la estabilidad de la bóveda del Palacio de Ctesifonte, basándose en métodos de la estática clásica, mediante los cuales, una vez evaluada la sollicitación en cada punto de la bóveda y fijado el coeficiente de seguridad, puede garantizarse que aun habiendo desaparecido las bóvedas transversales que la arriostraban, la bóveda puede seguir afrontando el paso del tiempo sin que medien obras de consolidación.

**SUMMARY.** This article analyzes the stability of the dome in the Palace of Ctesifonte. Based on methods from classical statics through which stress analysis is carried out on each point of the dome, and by which the security coefficient is set, it can be guaranteed that despite the disappearance of the oblique domes bracing it, the dome can continue to face the passage of time without the need for consolidation work.

### INDICE GENERAL

1. Historia 2. Aspectos formales y compositivos del palacio 3. Aspectos formales y constructivos de la bóveda de Ctesifonte 4. Estudio mecánico de la bóveda de Ctesifonte

Uno se sorprende ante la magnífica estabilidad con la que determinadas construcciones afrontan el paso de la Historia. Sin lugar a duda una de esas dignas construcciones es la bóveda del Palacio de Ctesifonte (figura 1), en la que ni siquiera la mutación de algunos elementos estructurales, como son los contrarrestos laterales, ha puesto en duda su estabilidad. Preguntándonos cual fue su coeficiente de seguridad nos acercamos a dicha bóveda y, mediante métodos de la estática clásica tratamos de palpar factores intelectuales o artificiosos, como isostáticas, momentos flectores, cortantes, etc., inventados mucho tiempo más tarde, pero a los cuales se le dio respuesta desde que en la antigüedad se puso un ladrillo sobre otro.

### 1. HISTORIA

El Palacio de Ctesifonte fue atribuido, primero a Cosroes II y más tarde a Khusrau (Cosroes I), lo cual supone que debía haberse construido con posterioridad al año 530. Otros autores han atribuido la construcción de este palacio a la etapa aqueménida. Hoy parece seguro que el palacio de la verdadera capital persa de los períodos parto y sasánida debió levantarlo Shapur I, hijo del gran Ardashir y segundo rey de la dinastía sasánida y, por tanto, construido hacia la mitad del siglo III. Más tarde, en el año 435, fue redecorado por Baharam V, sufriendo importantes cambios en sus revestimientos interiores. Se sabe que debió sufrir varias reformas

y que quizás una de ellas fuese llevada a cabo por Cosroes, quien lo ocupó cuando, como monarca sasánida, accedió al trono el año 531, pero esta reforma debió quedarse reducida a pequeños cambios y a la introducción de nuevos elementos ornamentales.

Un terremoto ocurrido en Irak en 1880 lesionó fuertemente al Palacio, dejando a la bóveda en la porción de ella que hoy podemos ver. No obstante, la fachada y el enorme arco que embocaba a la bóveda y al iwán aguantó con toda dignidad dicho azote.

Sin embargo, el viento de un fuerte ciclón desatado el año 1909 vino a dejarla bastante debilitada; no en balde, desde hacía treinta años, dicha parte de la fachada había permanecido expuesta como un parapeto sin contrafuertes. Siete años más tarde, la artillería inglesa, tratando de acallar al pueblo iraquí, derrumbo la mayor parte de la construcción, el ala derecha de la fachada y el importante arco de embocadura.

## 2. ASPECTOS FORMALES Y COMPOSITIVOS DEL PALACIO

La planta, casi cuadrada ( $104 \times 118 \text{ m}^2$ ), aunque a primera vista parece planteada bajo los mismos principios compositivos y funcionales que propuso la planta rectangular del Palacio de Firuzabad, atiende, en este caso, a una residencia menos doméstica y permanente. Allí, destacaba un eje principal de simetría, perpendicular a la fachada principal, en tanto que en el Palacio de Ctesifonte se establecía la doble simetría de sus dos ejes ortogonales; no obstante, ambos edificios mantienen un primer cuerpo frontal de uso público, de recepción y audiencia, simétrico, en cuyo eje se emplaza el *iwán* (figura 2), la gran sala que sustituyó a las apadanas de la etapa aqueménida y que ahora se

mantiene abierta a fachada y cubierta por la gran bóveda. A uno y otro lado del iwán se establecían unas salas de audiencias de amplias dimensiones, cubierta con bóvedas paralelas a la del iwán. Entre el iwán y estas salas de audiencias, se constituía un pasillo cubierto con pequeñas bóvedas transversales, que conformaban el gran elemento de contrarresto.

Tanto en Ctesifonte como en Firuzabad, la amplitud del citado cañón corrido del *iwán*, ocupaba exactamente la cuarta parte de la fachada, e igualmente en los dos edificios, se mantenía un cuerpo, central y transversal, en el que se emplazan pequeñas salas cuadradas. Este cuerpo transversal e intermedio separaba, de manera rotunda, la zona pública de la zona privada, dejando a esta última en la parte posterior.

En el caso de la planta del Palacio de Ctesifonte (figura 3), sobre las ruinas de su cimentación, encontramos en el cuerpo posterior, un espacio que recuerda al patio del Palacio de Firuzabad. Pero este gran espacio, que es de las mismas proporciones que las del iwán y que está sobre su mismo eje, es difícil de justificar como patio, pues a pesar de que la construcción responde totalmente a una

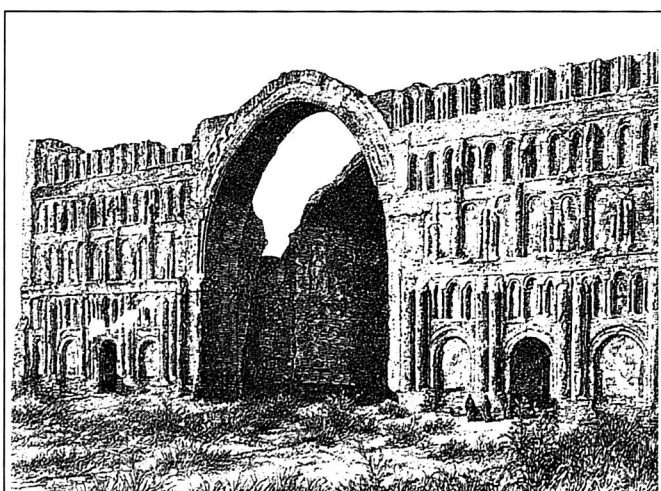


Figura 1  
Fachada del Palacio de Ctesifonte según un grabado anterior a 1919

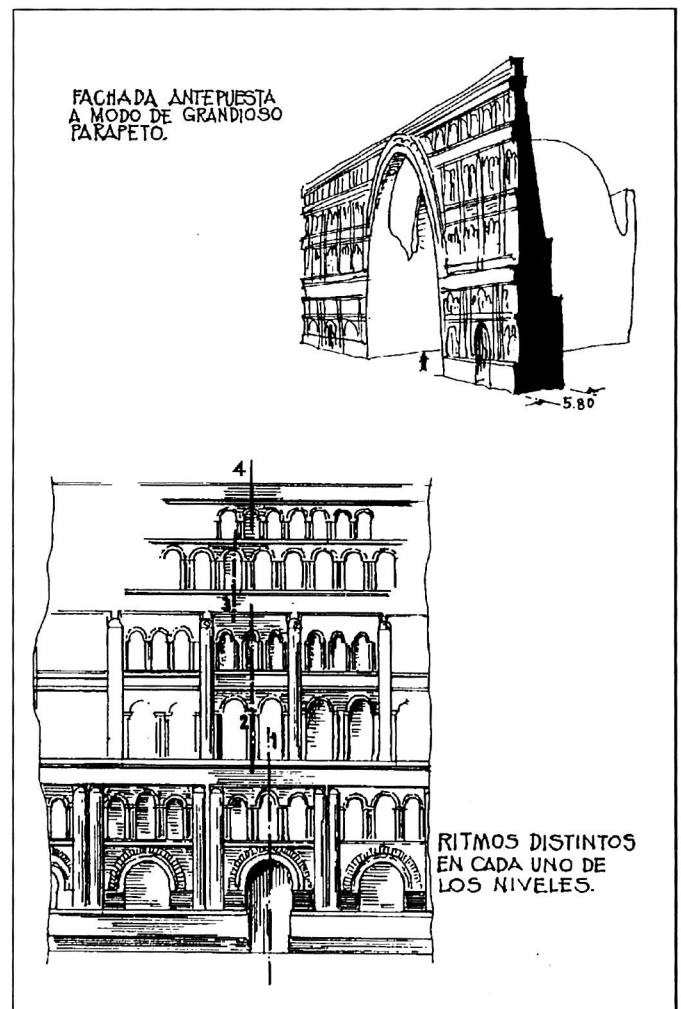


Figura 2  
Plano de la fachada del iwán de Ctesifonte

doble simetría, el gran espesor de sus muros laterales, idénticos y en prolongación a los del iwán que estamos estudiando, es muy probable que estuviera cubierto o que se proyectase cubrir con una bóveda de categoría similar a la que cubre el gran iwán de la fachada principal. Esto hace suponer que el Palacio pudo haberse planteado con dos salas de recepción o apadanas, por razón de alarde, propio del **Rey de reyes** de las dinastías persas, pues, como recordaremos, así resultó en Persépolis, donde después de la Apadana de Darío se levantó la Sala de las Cien columnas como audiencia de Jerjes.

Su enorme y potente fachada y las dimensiones de la bóveda que cubre el iwán hicieron que el edificio presentara un aspecto colosal (figura 4). Aún hoy, contemplando la citada bóveda, uno queda asombrado de las dimensiones de ella. Igualmente ocurre con la calidad con que se aparejó la fábrica de ladrillo que podemos observar en el ala izquierda, ligeramente restaurada, de la enorme fachada. Esta fábrica, que hoy se muestra vista, fue proyectada y terminada revestida de estuco.

Estructuralmente, parece haberse planteado la construcción de una gran bóveda de directriz parabólica (figura 5) y que el resto del edificio se dispuso para servirle de contrarresto. Lo abierto del espacio, sus proporciones y sobre todo la delgada lámina que conforma la bóveda, hace que se perciba o recuerde la teoría de que el iwán es el vasto salón de banquetes, que derivaba de las tiendas de recepción de los jeques de las grandes tribus nómadas.

Si bien las ruinas de Persépolis simbolizan a la arquitectura aqueménida, la fachada del Palacio de Cosroes o de Ctesifonte constituye una magnífica síntesis de la historia y tradición de la arquitectura persa. Desde el análisis general, se trata de una gran pared que recoge, con total fidelidad, la propuesta parta planteada en el gran muro que se antepone al iwán. Por otro lado, retoma la tradición mesopotámica de los resaltos verticales, capaces de generar un inquieto ritmo que contrarreste al sereno equilibrio que impone la fábrica de ladrillo, sobre todo cuando ésta se presenta como un plano de gran potencia. Desde la observación minuciosa, se conjuga la semi-columna o pseudo-columna, adosada al muro, con los arcos ciegos dotados de planos neutros y nichos cubiertos por bóvedas de cuarto de esfera. La columna adosada al muro, el arco

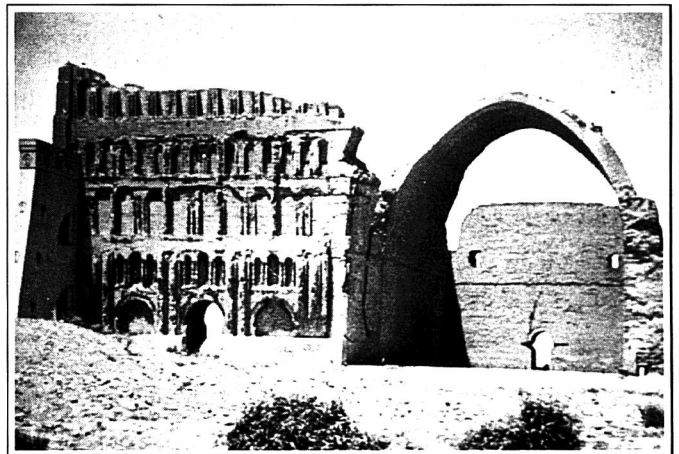


Figura 4

Aspecto del palacio del iwán de Ctesifonte, después de 1919

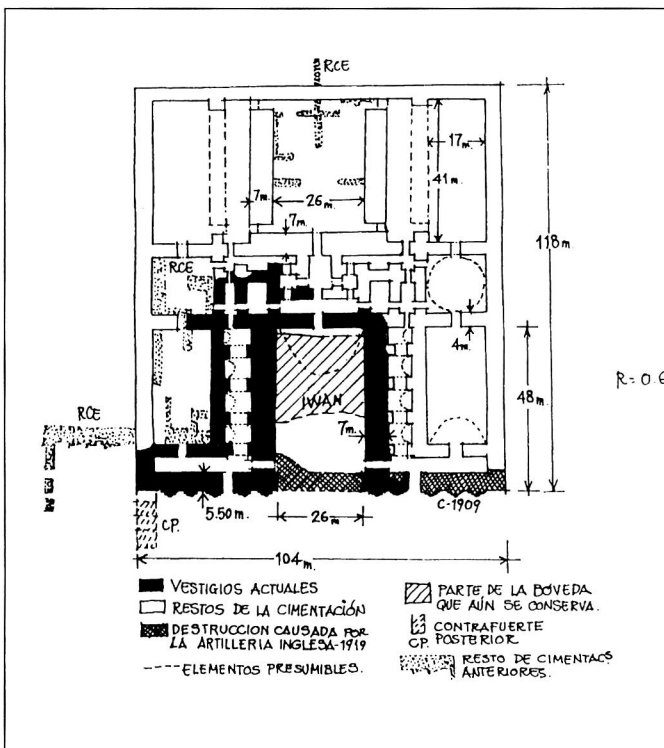


Figura 3

Planta del Palacio de Ctesifonte

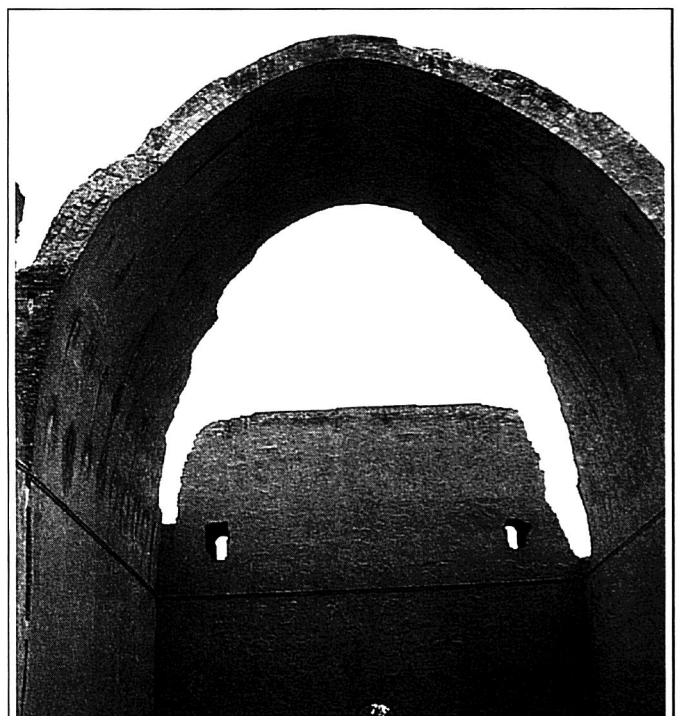


Figura 5

Aspecto actual de la bóveda del iwán de Ctesifonte

de medio punto, y otros elementos que venían proponiéndose desde los tiempos del helenismo-parto (palacios de Asur y Hatra), fueron asumidos desde el principio por la arquitectura sasánida, que los utilizó ampliamente y los desarrolló hasta la máxima perfección.

La fachada se ordena en cuatro niveles o pisos (figura 6), generando en cada uno de ellos un ritmo u orden distinto. Los diferentes niveles, van tomando alturas menores según se asciende por la fachada y, del mismo modo y con toda lógica, el espesor del muro va disminuyendo según crece en altura. No obstante, el paramento exterior mantiene total verticalidad, siendo por la cara posterior por donde el muro tomaba menores espesores, según la altura.

En cada nivel, columnas, o pares de ellas, empotradas en el muro, enmarcan juegos de arcos ciegos o nichos con fondos neutros, estableciendo un ritmo que en nada coincide con el que se establece en los niveles superiores e inferiores a él. De esta forma, la fachada es una continua destrucción de ejes secundarios de simetría, siendo el eje principal definido por el *iwán* el único que permanece y se potencia.



Figura 6  
Fachada del Palacio. Situación actual

### 3. ASPECTOS FORMALES Y CONSTRUCTIVOS DE LA BOVEDA DE CTESIFONTE

La directriz de la bóveda de cañón corrido de la construcción persa-sasánida responde a la forma elíptica que tiene por base el triángulo pitagórico 3/4/5, conocido también, cuando se duplica adosándolo por su cateto menor, como el triángulo egipcio de base 8 y altura 3. Si se dibujan porciones de arcos con centro en los extremos de la base del triángulo y radio igual a la longitud de dicha base (8), girando para ello un ángulo de 36,87 grados, habremos avanzado hasta la prolongación de la hipotenusa del triángulo pitagórico **puntos M** y estaremos a una cota de  $8 \times \cos(90-36,87)$ , es decir  $8 \times 0,6 = 4,8$  unidades, de las que la base del triángulo contiene 8. Desde los dos puntos simétricos citados, **puntos M**, hallados anteriormente y separados entre sí una distancia de  $2 \times 3 \times \cos(36,87)$ , es decir, igualmente a sólo 4,8 unidades de las 8 en que se ha dividido la base, se trazará una porción de arco de circunferencia que si el radio es 3 tendrá total continuidad con los arcos anteriores y su centro se encontrará en el vértice superior del triángulo egipcio **punto D** (figura 7).

Esta directriz tan complicada de relatar y describir matemáticamente, es tan inmediata a la hora de construir una bóveda con ella, que aún hoy se construyen así viviendas abovedadas sin cimbra, de primera necesidad, en muchas localidades de Siria o del Irán. Basta para ello colocar un cordel en cada extremo del arranque de la bóveda y una guía vertical en el centro de la distancia que separan dichos puntos; sobre esta guía, se sitúa una referencia o tope **D**, a la altura o cota de los 3/8 de la distancia entre los arranques, respecto al plano del que emerge dicha bóveda.

El cordel ha de mantenerse, en todo momento estirado y con una dimensión igual a la distancia en-

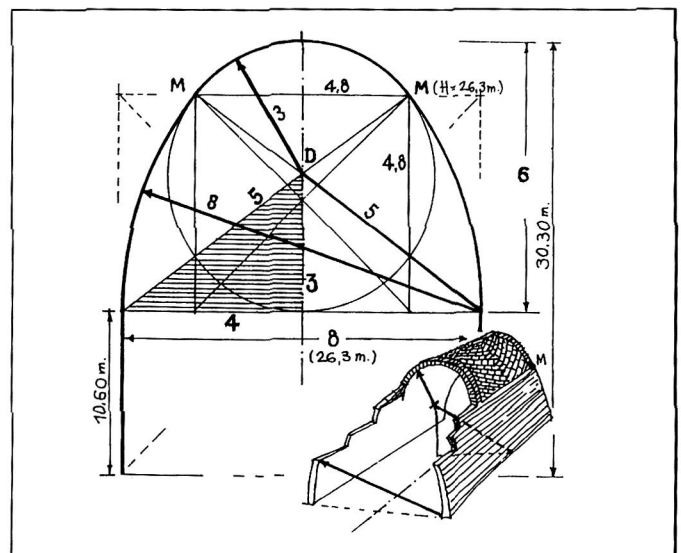


Figura 7  
Trazado de la directriz de la vóveda del iwán

tre dichos extremos. El extremo libre del cordel determina la posición que ha de ocupar el siguiente ladrillo. En estas condiciones la parte más alta de la bóveda se situará a una altura de 6 unidades de las 8 de la base, es decir a  $6/8$  (0,75) de la amplitud de la bóveda en su pie.

Bajo esta directriz fueron construidas todas las bóvedas parabólicas de cañón corrido y las cúpulas o bóvedas elípticas de revolución de la arquitectura sasánida. En el Palacio de Firuzabad, las pequeñas cúpulas que cubrieron las tres salas de audiencias de planta cuadrada que se emplazaron detrás del iwán, respondían igualmente a esta directriz elíptica. También se construyeron con ella las cúpulas y bóvedas de cañón corrido del Palacio de Sarvistán y la bóveda del Rameseum egipcio. Del mismo modo, con este perfil se alzó la impresionante bóveda que aún cubre parte del iwán del Palacio de Ctesifonte.

Si llevamos las anotaciones matemáticas que hemos apuntados anteriormente sobre los 26,30 m de ancho o amplitud del iwán del Palacio de Ctesifonte, cuya bóveda dispone sus arranques en una imposta situada a 20 codos persas, equivalentes a  $20 \times 0,55 = 11$  (10,60 metros), tendremos que el punto de unión entre los arcos de distinto radio **puntos M** se sitúan a una altura de  $10,6 + 4,8$  ( $26,3/8$ ) = 26,3 m del suelo, y podremos comprobar que la altura de la bóveda es de  $10,6 + 6$  ( $26,3/8$ ) = 30,30 metros. Algo así como la altura con la que se desarrolla hoy un edificio de diez plantas.

Nos hemos referido insistentemente al punto o línea de encuentro entre las superficies de distintos radios **puntos M** no sólo porque a partir de él cambiaba la curvatura, sino porque hasta esta altura los ladrillos o lajas de piedra, se aparejaban por hiladas horizontales, paralelas a la imposta, como si se tratara de un muro. También hasta este punto los ladrillos se colocaban acostados, ligeramente inclinados pero casi horizontal, con una inclinación incluso inferior a la radial que marcaba el cordel y, desde luego, sin necesidad de cimbras.

A partir de esta cota el aparejo y la forma de construcción cambiaban, como veremos seguidamente.

Por último y en relación con la directriz de esta bóveda, hemos realizado el estudio mecánico, que exponemos seguidamente, comparando la inversa de la catenaria o antifunicular de los pesos. Mediante dicho trabajo, hemos encontrado que el funicular se acerca de forma sorprendente a la directriz de la bóveda, y que ambas curvas se dibujan muy próxima en el referido punto **M**. Esto significa que en este punto, la compresión está muy cerca de una sollicitación simple o centrada.

Aunque se asegura que la gran bóveda del Palacio de Ctesifonte se construyó con total ausencia de cimbra, nosotros apreciamos, por la forma

de la rotura escalonada en tramos planos verticales, que debieron cimbrarse unos arcos directores de directriz circular, separados algo más de cuatro metros entre sí. Estos arcos, porciones de circunferencias que cerraban la clave, nacían a la altura del referido **punto M** (esto puede apreciarse claramente en las fotos con que se ilustran estas líneas) y disponían de una cuerda algo menor a los 16 metros y una flecha o peralte que no superaban los 4 metros. De esta forma los vanos entre arcos se cerraban por tajadas o hiladas oblicuas apoyadas en los mismos.

De esta forma, admitimos que no se utilizaran cimbras completas, pues de haberse usado, sólo a partir de la altura citada, se trataría de un encofrado curvo cuya luz habría sido de  $4,8(26,3/8) = 15,78$  metros, que aunque se reduce a casi la mitad la distancia entre los arranques de la bóveda, su desarrollo ocuparía una porción de arco de 106,26 grados ( $1,85 \pi$  radianes) y 9,86 m de radio.

Esto equivale a una longitud de arco de 18,15 metros y una superficie curva, para abarcar toda esta parte alta del cañón, de  $18,15 \times 43 = 780\text{m}^2$ . de madera en tablas, más todo el soporte y arriostramiento inferior que ello requeriría. Esto era inabordable para un país carente de bosques, pues aunque antes se habían usado las vigas de cedro procedentes del Líbano, para los Palacios de Persépolis, la etapa de esplendor de Darío y Jerjes no volvió a repetirse. Además, estas vigas eran consideradas como piezas preciosas y, acarrear madera para uso de encofrado sería un lujo aún mayor.

Por ello y como ya hemos señalado en párrafos anteriores, para evitar esta forma de construcción cimbrada, recurrieron a su forma tradicional de bóvedas por tajada. Sólo se requeriría una cimbra muy ligera, probablemente de cañas, rigidizada con yeso, para la construcción de la parte más alta o circular de dichos arcos fajones. Con todo, y aunque estos operarios trabajaban prácticamente en el vacío, lo que más esfuerzo suponía era la construcción de las plataformas de trabajo. Esta era una práctica de carácter militar, pero que, mediante la asociación de cañas atadas y rigidizadas con yeso, dominaban estos pueblos.

Una vez construidos los arcos directores, mediante tres roscas de ladrillo colocados radialmente, las superficies comprendidas entre ellos o plementerías, se rellenaban con igual número de hojas, aparejadas por tajadas, como acabamos de exponer.

Ya hemos anunciado que una de las técnicas que los constructores sasánidas manejaron con gran soltura fue el de los contrarrestos de las bóvedas, generalmente entestando cañones perpendiculares, a distintas alturas para evitar el cruce de los mismos. Sin ser el único ejemplo que podríamos traer a este trabajo, el caso del Palacio de

Ctesifonte o de Cosroes, quizás por las grandes dimensiones de la bóveda de su iwán, puede ser el más característico.

A uno y otro lado del iwán se formaban cuatro cortos cañones transversales a la gran bóveda (figura 8), que la contrarrestaban y acodalaban contra otras bóvedas menores paralelas al iwán, así se establecía un conjunto mecánicamente bien equilibrado. No obstante, parte de la bóveda se mantiene en pie, hoy contrarrestada exclusivamente por el grueso muro en el que descansa.

Antes de cerrar este amplio punto dedicado al Palacio de Cosroes, queremos reseñar la decoración

de lóbulos que lucía el gran arco de embocadura del iwán, pues es aquí donde por primera vez encontramos esta decoración que tanto se repetiría en la construcción bizantina y que generaría el arco lobulado (figura 9), elemento fundamental en la construcción musulmana.

**4. ESTUDIO MECÁNICO DE LA BÓVEDA DEL PALACIO DE CTESIFONTE**

Para el estudio estático de la bóveda hemos analizado las características físicas de una rosca de am-

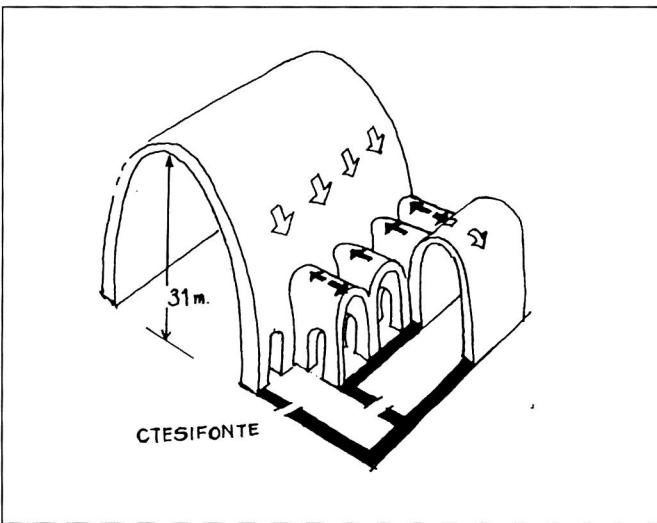


Figura 8  
Forma de contrarresto de la bóveda del iwán

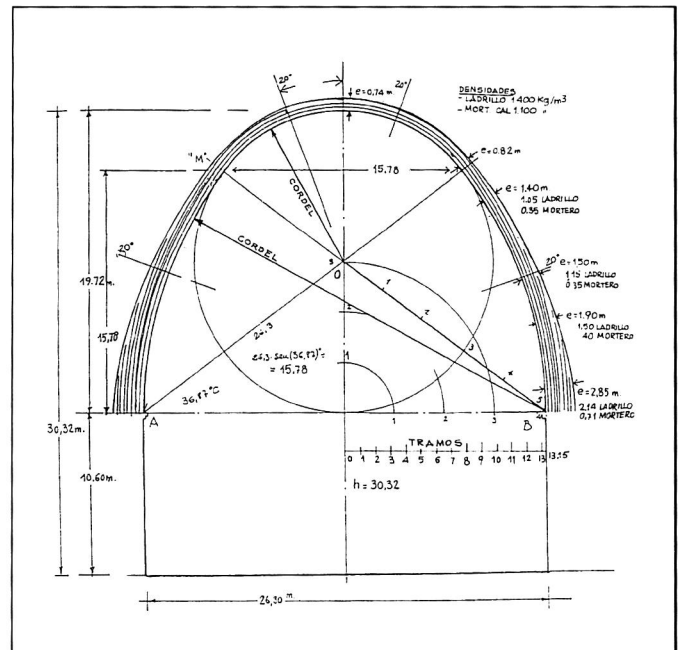


Figura 10  
Consideración de espesores y pesos en la bóveda

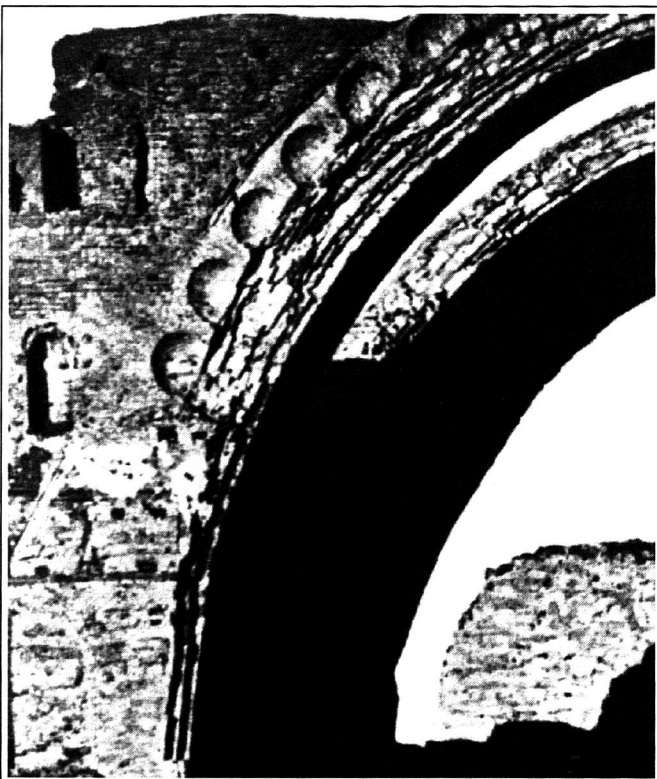


Figura 9  
Arco lobulado

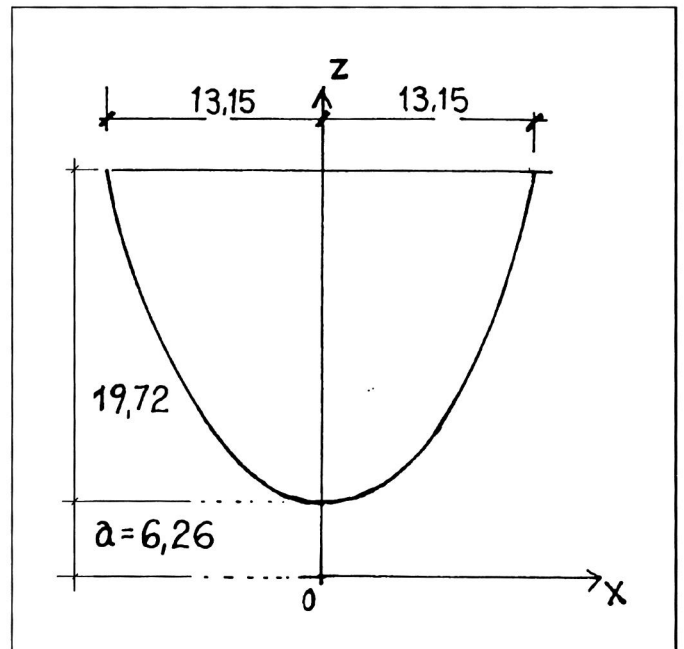


Figura 11  
Estudio de la catenaria

plitud de generatriz de un metro. Para ello se ha dividido la directriz del arco en 26 tramos cuya proyección horizontal es de 1,00 m y dos tramos de proyección horizontal de 0,15 m, de forma que abordamos el problema admitiendo la simetría perfecta de la bóveda, y en consecuencia, a partir del eje de la directriz encontramos 13 de los citados 26 tramos de 1,00 m y uno de 0,15 m localizado en el extremo. Con ello se pretende comprobar si las condiciones de peso propio o cargas permanentes son, o están muy cerca, de las que en el problema funicular representarían a la inversión de la bóveda (figura 10).

En el caso ideal de carga constante, por unidad de longitud de proyección horizontal, el diseño parabólico adecuado, nos llevaría a que todos los puntos trabajarían a compresión pura. En el caso de que la carga fuera constante por unidad de longitud del arco se obtendría el mismo tipo de sollicitación si la directriz del mismo respondiese a una curva catenaria (figura 11).

En las tablas que a continuación se exponen aparecen los pesos para las dos situaciones enunciadas. En la figura 12 aparecen las longitudes de cada uno de los tramos, definidos por sus proyecciones horizontales constantes e igual a un metro, y los pesos, en Kg, de cada uno de los tramos en que queda dividida la directriz del arco. En la figura 13 aparecen los pesos por unidad de longitud de arco en cada uno de los tramos y para una banda o porción de directriz de arco, de un metro.

Del análisis de los resultados de ambas tablas, observamos lo siguiente: de la figura 12 deducimos que aunque es posible que la bóveda fuese

construida como elíptica, los pesos que toman cada tramo en función del espesor que va adquiriendo el mismo (columna 3) no podemos abordar el estudio estático por el método del puente parabólico, ya que la carga por unidad de proyección horizontal del tramo 0/1 se duplica al llegar al tramo 6/7 y se hace nueve veces mayor en el tramo 12/13.

En la figura 13 comprobamos que aunque los valores de los pesos, por metro de arco, no son constantes, la moderada variación que existe, al menos hasta el tramo 7/8, nos invita a tantear el estudio mediante la búsqueda de la analogía entre el trazado del arco de la bóveda y el ideal de una catenaria que tuviera igual luz e igual flecha, evidentemente tras aceptar la hipótesis de que dichos pesos constituyen una constante. Como podemos ver en la figura 13 para los dos tramos últimos en los que el arco es prácticamente vertical, los pesos se duplican, pero estamos ya en las zonas donde las distorsiones tensionales son controladas por las bóvedas transversales de contrarresto.

Como hemos expuesto en el párrafo anterior, afrontaremos el problema buscando la ecuación de la catenaria que disponga de una luz igual a 26,3 m y una flecha de 19,72 metros. Una vez establecida su geometría, analizaremos en el supuesto de sección homogénea y espesor constante, la magnitud en que se aparta el trazado de la bóveda, en cada punto, de la solución ideal de la catenaria invertida, es decir, de aquella solución ideal en la que todos sus puntos estarían sometidos a compresión pura y, consecuentemente, evitando fuerzas cortantes y sollicitación de momentos flectores.

| Tramo de proyección horizontal = 1m | Longitud real del arco (m) | Peso del tramo (kg) |
|-------------------------------------|----------------------------|---------------------|
| 0-1                                 | 1,001                      | 985,61              |
| 1-2                                 | 1,011                      | 995,07              |
| 2-3                                 | 1,036                      | 1062,16             |
| 3-4                                 | 1,069                      | 1146,50             |
| 4-5                                 | 1,122                      | 1257,81             |
| 5-6                                 | 1,209                      | 1405,53             |
| 6-7                                 | 1,332                      | 1640,70             |
| 7-8                                 | 1,547                      | 2016,95             |
| 8-9                                 | 1,761                      | 2423,31             |
| 9-10                                | 1,972                      | 2932,96             |
| 10-11                               | 2,299                      | 3642,99             |
| 11-12                               | 2,898                      | 4874,15             |
| 12-13                               | 4,991                      | 8879,98             |
| 13-13,15                            | 2,973                      | 7749,46             |

Longitud de la directriz del arco: 52,442 m  
 Peso de una semi-franja de bóveda de un metro de profundidad: 41,014 t

Figura 12

| Tramo del arco | Peso para una porción de tramo de 1m (kg) |
|----------------|---|
| 0-1            | 894,62                                    |
| 1-2            | 984,24                                    |
| 2-3            | 1025,25                                   |
| 3-4            | 1072,49                                   |
| 4-5            | 1121,04                                   |
| 5-6            | 1162,56                                   |
| 6-7            | 1231,76                                   |
| 7-8            | 1283,78                                   |
| 8-9            | 1376,30                                   |
| 9-10           | 1487,30                                   |
| 10-11          | 1584,60                                   |
| 11-12          | 1681,90                                   |
| 12-13          | 1779,20                                   |
| 13-13,15       | 2606,78                                   |

Longitud de la directriz del arco: 52,442 m  
 Peso de una semi-franja de bóveda de un metro de profundidad: 41,014 t

Figura 13

Así, analizamos el funicular que representa el problema inverso al descrito, esto es, un cable homogéneo que cuelga suspendido de dos puntos situados al mismo nivel y separados 26,3 m y cuyo punto más bajo y central se localiza a una cota de 19,72 m por debajo de los dos puntos de los que se suspende.

Sea la ecuación de la catenaria:

$$Z = a \operatorname{Ch} (X/a)$$

Para determinar el valor del parámetro *a* particularizamos la ecuación para cualquiera de los

puntos de cuelgue A y obtenemos la igualdad:

$$19,72 + a = a \operatorname{Ch} (13,15/a)$$

$$(19,72+a)/a = \operatorname{Ch} (13,15/a)$$

Ecuación hiperbólica trascendente que resolvemos de forma aproximada por la intersección de las curvas(figura 14) que representan a las dos funciones siguientes:

$$Y = (19,72 + a)/a$$

$$Y = \operatorname{Ch} (13,15/a)$$

Representadas ambas curvas sobre unos ejes cartesianos, su intersección nos determina el valor de «a» en la ecuación. *a* = 6,26

Con lo cual la ecuación de la catenaria buscada queda en la forma siguiente:

$$Z = 6,26 \operatorname{Ch} (X/6,26)$$

Dándole a esta ecuación los distintos valores de X, hemos establecido la tabla siguiente con el fin de determinar y comparar los valores geométricos de esta catenaria ideal e invertida con los puntos reales de la bóveda.

En la figura 15 podemos observar como la catenaria se ajusta relativamente bien al trazado de la directriz de la bóveda en los diez tramos centrales (5 a cada lado del eje).

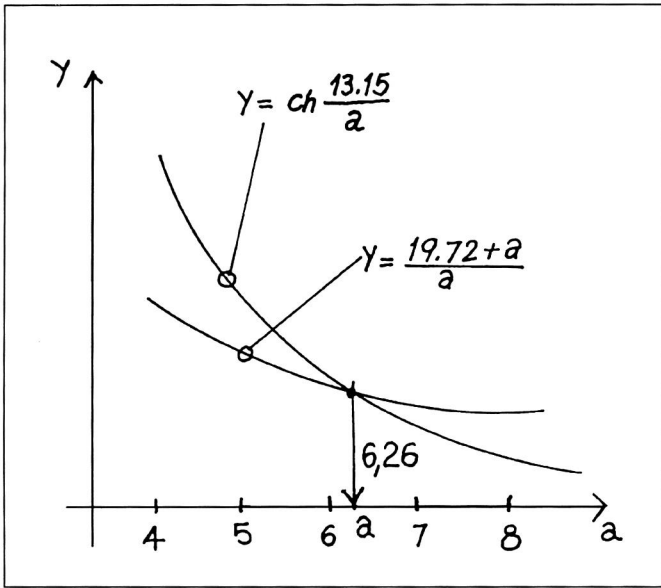


Figura 14

Intersección de las funciones hiperbólicas transcendentales

| Punto. Valores de «X» en metros | Z = altura de los puntos de la catenaria (m) | Cota de la catenaria invertida respecto a sus arranques 19,72 + a - Z | Cota de los puntos de la bóveda construida (m) | Diferencia entre ambas cotas | % respecto a la cota de la bóveda |
|---------------------------------|--|---|--|------------------------------|-----------------------------------|
| X = 0                           | 6,26   | 19,72   | 19,72  | 0,00                         | 0,00                              |
| X = 1                           | 6,34   | 19,64   | 19,67  | 0,03                         | 0,15                              |
| X = 2                           | 6,58   | 19,40   | 19,51  | 0,11                         | 0,56                              |
| X = 3                           | 6,99   | 18,99   | 19,25  | 0,26                         | 1,35                              |
| X = 4                           | 7,58   | 18,39   | 18,87  | 0,48                         | 2,54                              |
| X = 5                           | 8,36   | 17,61   | 18,36  | 0,75                         | 4,08                              |
| X = 6                           | 9,36   | 16,62   | 17,68  | 1,06                         | 5,99                              |
| X = 7                           | 10,60  | 15,38   | 16,80  | 1,42                         | 8,45                              |
| X = 8                           | 12,11  | 13,87   | 15,67  | 1,76                         | 11,26                             |
| X = 9                           | 13,92  | 12,06   | 14,18  | 2,12                         | 14,95                             |
| X = 10                          | 16,09  | 9,88  | 12,48  | 2,60                         | 20,83                             |
| X = 11                          | 18,68  | 7,30  | 10,41  | 3,11                         | 29,87                             |
| X = 12                          | 21,74  | 4,23  | 7,69   | 3,46                         | 44,99                             |
| X = 13                          | 25,36  | 0,62  | 2,80   | 2,18                         | 77,87                             |
| X = 13,15                       | 25,98  | 0,00  | 0,00   | 0,00                         | 0;00                              |

Figura 15



También puede verse como hasta el tramo 7/8, dicha curva ideal no se aparta más del 10% del valor de la ordenada de bóveda. Todo esto, junto con lo que hemos visto en las figuras 12 y 13, nos afirma que en los tramos centrales, los cuales coinciden con el arco circular central, la sollicitaciones en la lámina están presididas por una compresión muy centrada, con momentos flectores, y esfuerzos cortantes muy reducidos.

A partir del tramo 7/8 ambas curvas (catenaria y real) se apartan y por ello los momentos y esfuerzos cortantes pueden empezar a tomar valores considerables.

**4.1 Estudio de las sollicitaciones por el método de Bresse para los arcos biarticulados**

Partimos de que la bóveda descarga sobre los muros laterales sin momentos de empotramiento, con un axil  $N = 41,014 T$  para una franja de bóveda de un metro de profundidad y un empuje horizontal  $H$  que determinamos seguidamente:

**4.2 Determinación del valor del «H» (empuje horizontal en el arranque de la bóveda)**

Para la determinación del valor del empuje horizontal  $H$  aplicamos la formula propuesta por Bresse, para el empuje horizontal en cualquier punto del arco biarticulado:

$$H = \gamma \int \frac{1}{Y^2 dx} \int \frac{\mu dx}{EI}$$

donde:

$\mu$  = Momento flector de la viga plana con igual carga.

$E$  = Modulo de elasticidad.

$I$  = Momento de Inercia de la sección.

$X, Y$  = Coordenada de cada punto del arco.

La resolución de la integral puede resultar compleja por lo cual, estas integrales pueden ser sustituidas por el sumatorio para los 14 puntos concretos que vamos a determinar, desde  $X = 0$  hasta  $X = 13,15$ . Con lo cual la fórmula quedaría de la forma siguiente para su aplicación:

$$H = \gamma \frac{\sum \mu_i X_i Y_i}{\sum Y_i^2 X_i}$$

donde:

$\gamma = 0,9$  (Coeficiente de Bresse para nuestro caso).

$i$  tomará los valores desde 1 a 14

Realizando esta operación, después de determinar el cálculo del momento flector  $\mu_i$ , en cada pun-

to, de la viga plana imaginaria de igual distribución de carga, hemos obtenido como valor del empuje horizontal:

$$H_o = 6,709 T$$

para cada franja de un metro de la bóveda, aplicado en el arranque de la misma y constante en todos los puntos de la franja.

En este punto, el axil es el semi-peso de la franja, es decir:

$$N = 41,014 T$$

$$N_o = 41,014 T$$

$$M_o = 0$$

$$H_o = 6,709 T$$

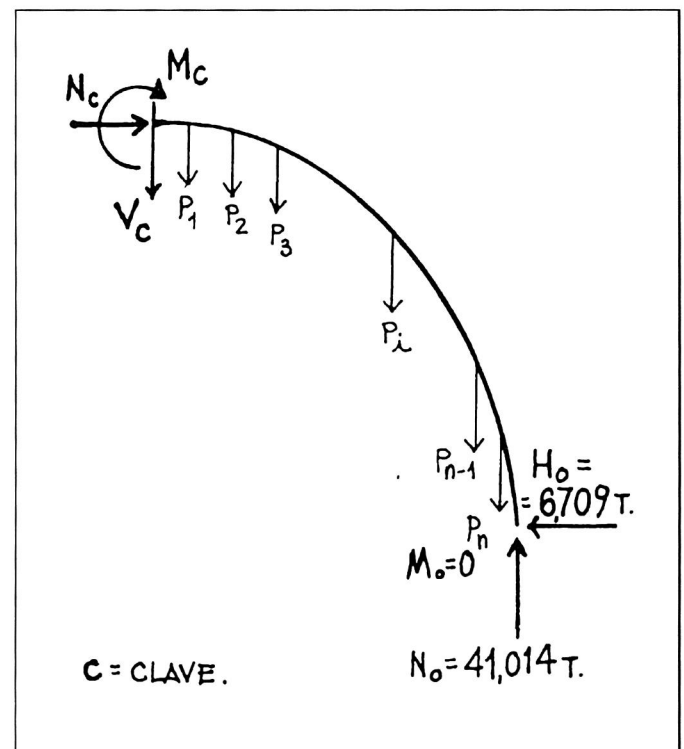
**4.3 Determinación de las sollicitaciones en la clave de la bóveda**

Para ello consideramos las acciones sobre la semi-bóveda y tomamos momento respecto dicho punto (clave del arco) (figura 16).

$$M_c = 41,014 \times 13,15 - 6,709 \times 19,72 - \sum P_i X_i$$

Donde el último sumando es el momento, referido a este punto de los pesos de la semi-bóveda considerándola discretizada en trece tramos y que realizado dicho cálculo, encontramos que:

$$\sum P_i X_i = 402,932 Tm$$



C = CLAVE .

Figura 16

Determinación de las sollicitaciones en la clave

con lo cual:

$$M_c = 41,01 \times 13,15 - 6,71 \times 19,72 - 402,93 = 4,10 \text{ Tm}$$

$$N_c = 6,709 \text{ T}$$

$$M_c = 4,101 \text{ Tm}$$

$$V_c = 0$$

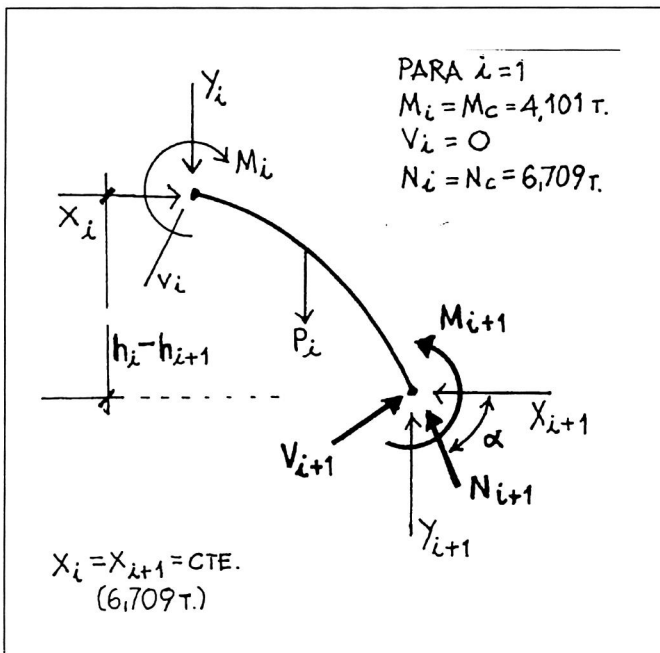


Figura 17

Determinación de las solicitaciones encada punto de la directriz de la bóveda

**4.4 Determinación de las solicitaciones en cada punto de la bóveda**

Para ello iremos aislando cada uno de los tramos en que hemos dividido la directriz de la misma, encontrando las solicitaciones que los mantienen en equilibrio, a partir del punto anterior conocido (figuras 17 y 18). Así tendremos, en general:

$$X_{i+1} = X_i$$

$$Y_{i+1} = Y_i + P_i$$

$$N_{i+1} = X_{i+1} \cos \alpha + Y_{i+1} \operatorname{sen} \alpha$$

$$M_{i+1} = M_i + X_i (h_i - h_{i+1}) - Y_i \cdot 1 - 1/2 P_i$$

$$V_{i+1} = Y_{i+1} \cos \alpha - X_{i+1} \operatorname{sen} \alpha$$

A continuación extraemos los valores de: el Momento, el axil y el Cortante en los puntos en los que estos se hacen máximos o en los puntos en los que la bóveda encuentra cambios en su espesor, a fin de establecer la peritación de su solicitación actual de trabajo (figuras 19, 20 y 21).

Aplicando, a los valores de las tres últimas columnas de las figuras 20 y 21, las formulas siguientes:

$$\sigma = \frac{N}{bh} = \frac{N}{1 e}$$

VALORES DE LAS SOLICITACIONES

| Tramo ( $x_i$ ) | Peso del tramo (T) | $\alpha$ (Grados) | $h_i - h_{i-1}$ (m) | $N_i$ (T) | $M_i$ (m T) | $V_i$ (T) |
|-----------------|--------------------|-------------------|---------------------|-----------|-------------|-----------|
| 0               | 0                  | 0,00              | 0,00                | 6,709     | 4,101       | 0,00      |
| 1               | 0,986              | 2,86              | 0,05                | 6,749     | 3,944       | -0,649    |
| 2               | 0,995              | 8,57              | 0,15                | 6,929     | 3,467       | -0,959    |
| 3               | 1,062              | 15,11             | 0,27                | 7,270     | 2,766       | -1,189    |
| 4               | 1,146              | 20,81             | 0,38                | 7,759     | 1,670       | -1,533    |
| 5               | 1,258              | 27,02             | 0,51                | 8,451     | 0,303       | -1,805    |
| 6               | 1,406              | 34,21             | 0,68                | 9,401     | -1,284      | -1,895    |
| 7               | 1,641              | 41,35             | 0,88                | 10,647    | -3,054      | -1,944    |
| 8               | 2,017              | 49,47             | 1,17                | 12,356    | -4,707      | -2,031    |
| 9               | 2,423              | 55,41             | 1,45                | 14,456    | -6,706      | -2,149    |
| 10              | 2,933              | 59,53             | 1,70                | 17,095    | -9,701      | -2,274    |
| 11              | 3,643              | 64,21             | 2,07                | 20,485    | -13,502     | -2,447    |
| 12              | 4,874              | 69,81             | 2,72                | 25,201    | -17,201     | -2,119    |
| 13              | 8,880              | 78,45             | 4,89                | 33,932    | -7,300      | 0,087     |
| 13,15           | 7,749              | 90,00             | 2,80                | 41,014    | 0,00        | 6,709     |

Nota: Para  $X = 12,96$   $Z = 3,16$   
 $M_i = 17,500 \text{ m T}$ ;  $V_i = 0,00$

Figura 18

$$\sigma = 2 \frac{M}{h} : \frac{bh^3}{12} = 6 \frac{M}{bh^2} = 6 \frac{M}{1 e^2}$$

$$\tau = \frac{V}{bh} = \frac{V}{1 e}$$

Suponemos (sin ensayos de las piezas de la bóveda) para los ladrillos que conforman la construcción una capacidad de trabajo de 20 Kg/cm<sup>2</sup> (muy baja, dudando de su grado de cochura); 10 Kg/cm<sup>2</sup> para el mortero de cal (muy envejecido) y 2 Kg/cm<sup>2</sup> coeficiente de rozamiento del ladrillo (considerando al mortero sin adherencia).

Con todo ello vemos que las solicitaciones nos permiten asegurar que la construcción presenta frente a su estabilidad un alto valor en su coeficiente de seguridad y que, salvo otros ataques violentos, inclemencias o accidentes, la bóveda puede seguir afrontando el paso de la historia sin obras de consolidación. Aunque su rehabilitación realizada con el debido respecto histórico siempre la estaremos esperando.

| X     | Y     | Espesor de hoja<br>m | Sección Normal<br>m <sup>2</sup> | Axil (N)<br>Kp | Mom. (M)<br>Kp×m | Cort. (V)<br>Kp |
|-------|-------|----------------------|----------------------------------|----------------|------------------|-----------------|
| 9     | 25,10 | 1,00                 | 1,30×1                           | 14.452         | -6.706           | -2.150          |
| 12    | 20,10 | 1,50                 | 1,85×1                           | 25.200         | -17.200          | -2.119          |
| 12,2  | 18,80 | 1,90                 | 2,90×1                           | 25.200         | -17.200          | -2.119          |
| 13,15 | 10,60 | 2,85                 | 3,85×1                           | 41.014         | 0                | 6.709           |

Figura 19

| X     | Sección Normal<br>m <sup>2</sup> | Tensión max. debida a N<br>Kp/cm <sup>2</sup> | Tensión max. debida a M<br>Kp/cm <sup>2</sup> | Tensión suma anteriores<br>Kp/cm <sup>2</sup> (*) | Tensión rasante debida a V<br>Kp/cm <sup>2</sup> (**) |
|-------|----------------------------------|---|---|---|---|
| 9,00  | 1,00                             | 1,40  | 4,00  | 5,40  | 0,15  |
| 12,00 | 1,50                             | 1,68  | 3,65  | 5,33  | 0,14  |
| 12,20 | 1,90                             | 1,33  | 2,85  | 4,18  | 0,11  |
| 13,15 | 2,80                             | 1,44  | 0,00  | 1,44  | 0,23  |

Las tensiones de la 5ª columna (\*) son las solicitaciones a la compresión a que se encuentran trabajando los morteros y ladrillos en cada hilada. Las tensiones de la 6ª columnas (\*\*) son las solicitaciones rasantes a la que han de hacer frente, fundamentalmente por rozamiento, el contacto entre el mortero y los ladrillos.

Figura 20

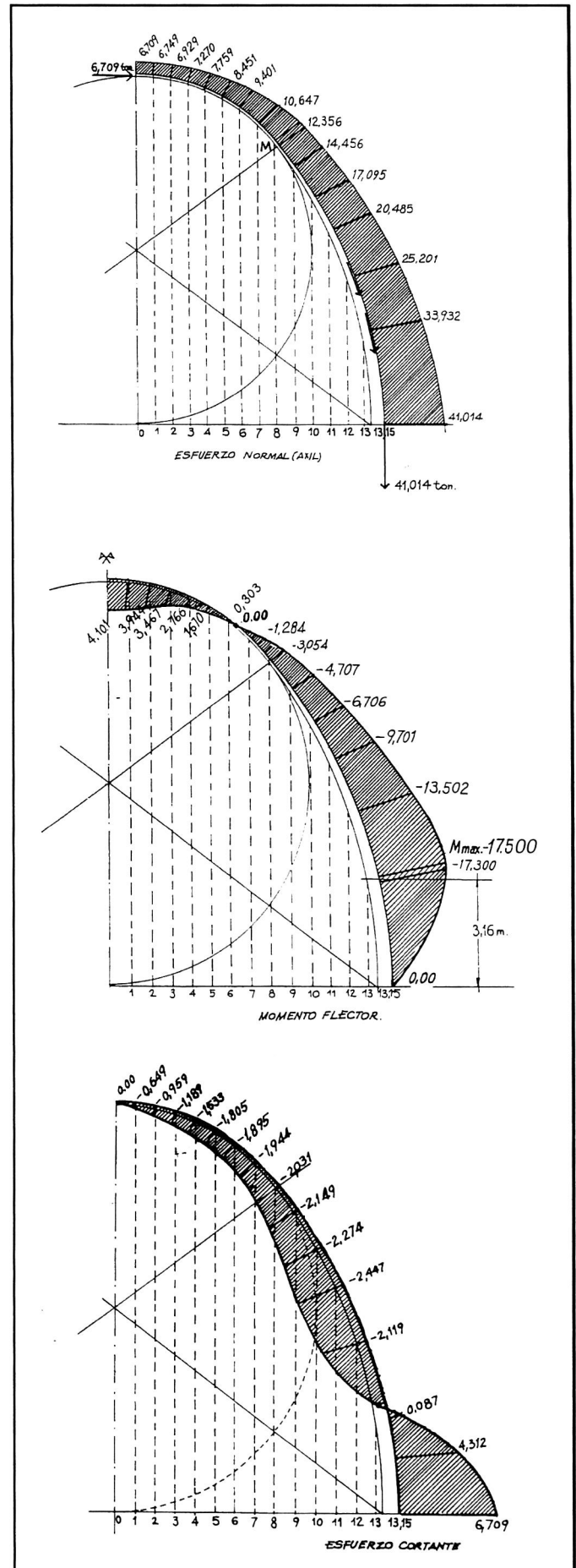


Figura 21

