

# Efecto deformador de la sollicitación normal

FAUSTINO N. GIMENA RAMOS, DR. ARQUITECTO

**RESUMEN.** Partiendo de las hipótesis de comportamiento se determina la deformación que produce la sollicitación normal en un punto de la directriz de la pieza estructural.

**SUMMARY.** Beginning with the hypothesis of Behaviour, the distortion produced by normal application is determined in a point of the geometrical direction of the structural piece.

## INDICE GENERAL

1. Hipótesis de comportamiento 2. Dilatación y tensión normal 3. Deformación de la sollicitación normal

### 1. HIPOTESIS DE COMPORTAMIENTO

En las piezas de sección llena o hueca, las tensiones y dilataciones pueden determinarse admitiendo las siguientes hipótesis simplificadoras:

**Primera hipótesis.** Las componentes  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$ ,  $\tau_{yz}$  del tensor de tensión son nulos.

**Segunda hipótesis.** La componente normal de la tensión  $\sigma_x$  es función únicamente de la sollicitación normal  $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  y las componentes tangenciales  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  únicamente de la sollicitación tangencial  $V_y$ ,  $V_z$ ,  $I$ .

De esta hipótesis se deduce (figura 1):

$$N = \iint_A \sigma_x \, dy \, dz$$

$$M_y = \iint_A \sigma_x \, z \, dy \, dz$$

$$M_z = \iint_A \sigma_x \, y \, dy \, dz$$

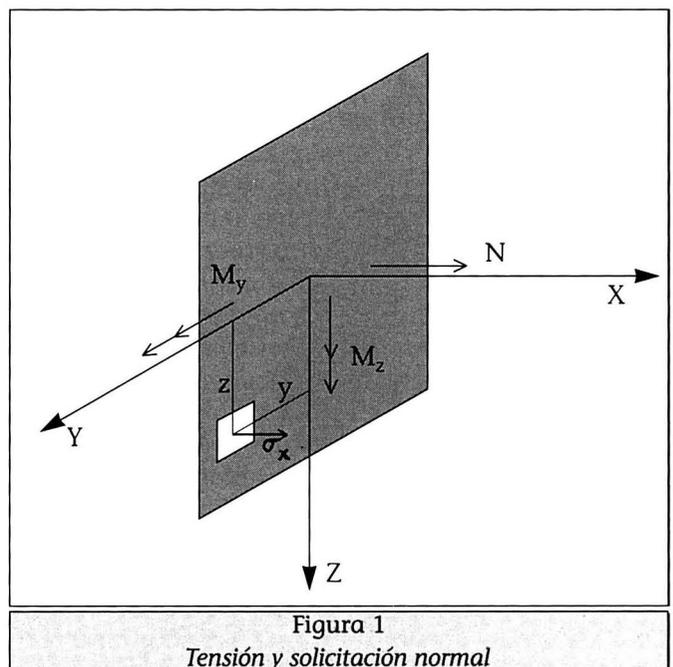


Figura 1  
Tensión y sollicitación normal

**Tercera hipótesis o de NAVIER-BERNOULLI.** Una sección después de la deformación se mantiene plana, es decir gira alrededor de una recta L (figura 2), denominada línea neutra.

**2. DILATACION Y TENSION NORMAL**

La dilatación, al admitir las tres hipótesis de comportamiento, tiene la expresión matemática de un plano:

$$\epsilon_x = \alpha + \beta y + \gamma z$$

donde el valor de  $\alpha$  es igual a la dilatación en el punto P de la directriz  $y = 0, z = 0$ , por tanto se puede expresar como  $\epsilon_{px}$ .

Derivando respecto de  $y$  la función dilatación, se determina el valor de  $\beta$ , cuya expresión es:

$$\beta = \frac{\partial \epsilon_x}{\partial y} = \text{tg } \theta_{pz} \approx \theta_{pz}$$

siendo  $\theta_{pz}$ , el giro unitario de un punto P de la directriz respecto a  $z$ .

Derivando respecto de  $z$  la función dilatación, se determina el valor de  $\gamma$ , cuya expresión es:

$$\gamma = \frac{\partial \epsilon_x}{\partial z} = \text{tg } \theta_{py} \approx \theta_{py}$$

siendo  $\theta_{py}$ , el giro unitario de un punto P de la directriz respecto a  $y$ .

En consecuencia la expresión de la función dilatación es:

$$\epsilon_x = \epsilon_{px} + \theta_{pz} y + \theta_{py} z$$

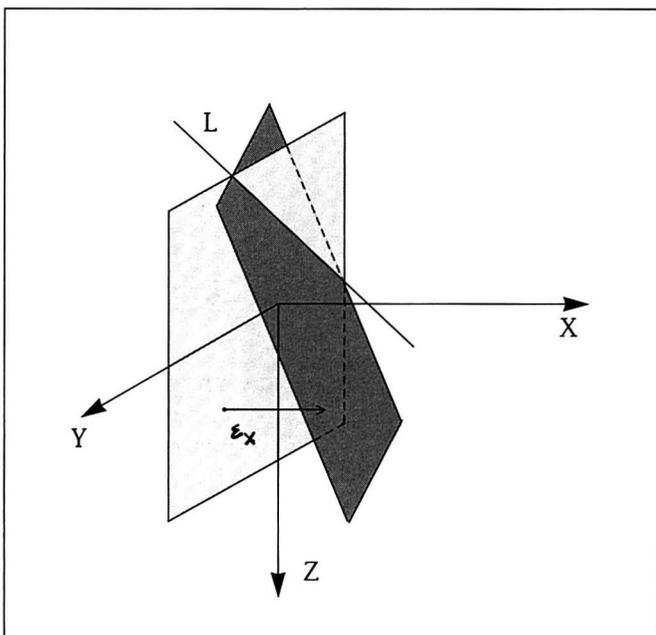


Figura 2  
Deformación plana

Si la pieza está constituida por un material elástico homogéneo e isótropo se puede aplicar la ley de Hooke, por tanto:

$$\sigma_x = E \epsilon_x = E \epsilon_{px} + E \theta_{pz} y + E \theta_{py} z$$

y sustituyendo en las expresiones deducidas de la segunda hipótesis, se obtiene:

$$N = E \epsilon_{px} A$$

$$M_y = E \theta_{pz} I_{yz} + E \theta_{py} I_y$$

$$M_z = E \theta_{pz} I_z + E \theta_{py} I_{yz}$$

de donde, las expresiones de dilatación y tensión son:

$$\epsilon_x = \frac{N}{E A} + \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{E (I_y I_z - I_{yz}^2)} y + \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{E (I_y I_z - I_{yz}^2)} z$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z$$

**3. DEFORMACION DE LA SOLICITACION NORMAL**

Igualando las dos expresiones de la dilatación, se obtiene la deformación producida por la sollicitación en un punto P de la directriz de la pieza, que son:

$$\epsilon_{px} = \frac{N}{E A}$$

$$\theta_{pz} = \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{E (I_y I_z - I_{yz}^2)}$$

$$\theta_{py} = \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{E (I_y I_z - I_{yz}^2)}$$

En casos particulares, los ejes Y, Z, coinciden con los ejes de inercia de las sección, por tanto el efecto deformador de la sollicitación es:

$$\epsilon_{px} = \frac{N}{E A}$$

$$\theta_{pz} = \frac{M_z}{E I_z}$$

$$\theta_{py} = \frac{M_y}{E I_y}$$

Estos valores se utilizan para determinar la deformación de la pieza.