

Gráficas de sollicitación y deformación en unos casos particulares de acción y de sustentación en una pieza semicircular

D. FAUSTINO N. GIMENA RAMOS, DR. ARQUITECTO

1. INTRODUCCION

Representar gráficamente la sollicitación y deformación es interesante para ver como está trabajando la pieza estructural. De esta forma se observan las secciones de la pieza sometida a un determinado esfuerzo o momento, así como los giros y desplazamientos que sufren estas secciones

En este artículo se presentan las gráficas de sollicitación y deformación en unos casos particulares de acción y de sustentación en una pieza semicircular.

2. ANALISIS DE LAS GRAFICAS

La representación en el espacio de la directriz de una pieza curva es en general difícil y lo es más la de su deformada. En este artículo se ha representado por un segmento recto la longitud total de la directriz de la pieza curva. Por tanto se puede tomar desde el extremo izquierdo del segmento (extremo I de la pieza curva) hasta un punto de este segmento la longitud del arco. El extremo derecho de la gráfica coincide con el extremo II de la pieza.

En el eje vertical se representan, en el primer conjunto de gráficas la sollicitación de cada sección, y en el segundo conjunto la deformación. Las escalas a las que se representan los valores máximo y mínimo de éstas, apareciendo indicadas las escalas de cada gráfica a su derecha. Esto permite medir directamente sobre la gráfica la sollicitación y deformación de una sección cualquiera, por lo que se indican con valor numérico solo valores significativos. Las piezas que no están sometidas a un

tipo de sollicitación o deformación son representadas por la desarrollada de la directriz.

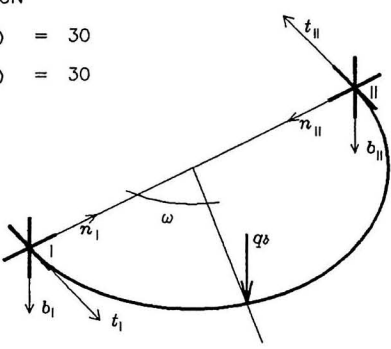
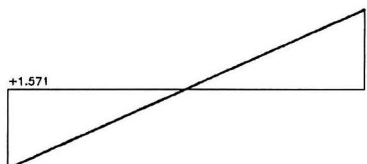

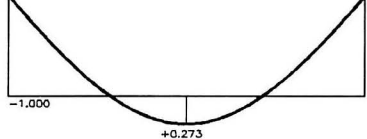


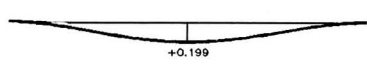
Las gráficas representan claramente los valores máximo y mínimo, y las posiciones de las secciones a las que se corresponden.

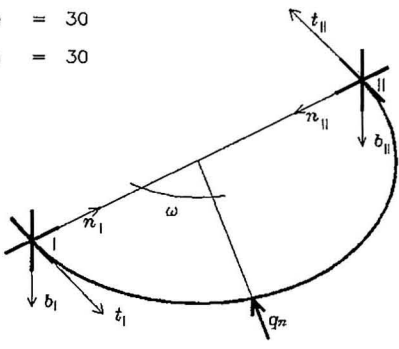
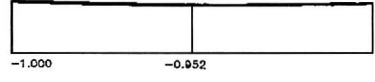





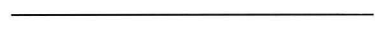


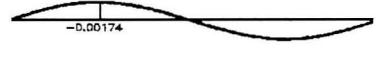
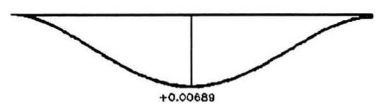

3. PROCESO DE CALCULO

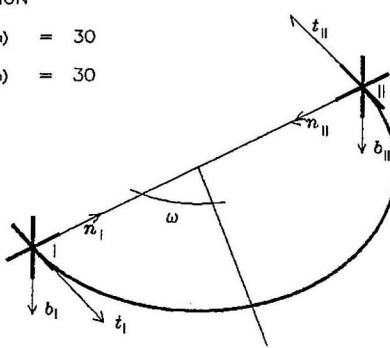
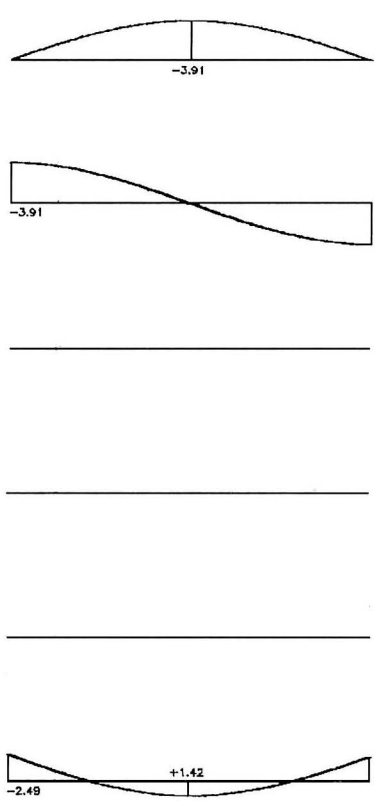
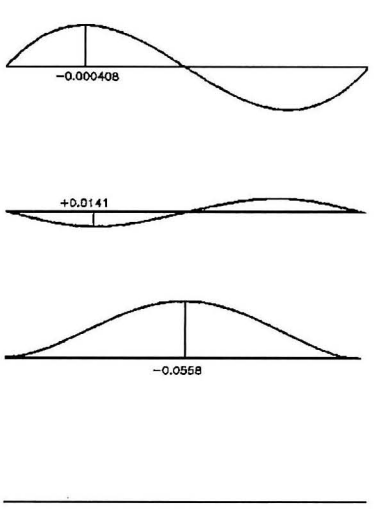
El proceso de cálculo mediante el cual se han realizado estas gráficas queda explicado en el artículo Tablas para el cálculo de una pieza circular, incluido en el número anterior de esta misma revista.

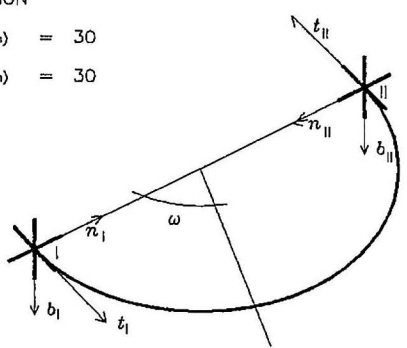
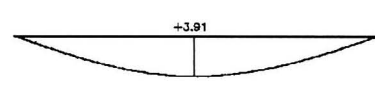
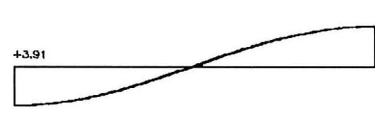




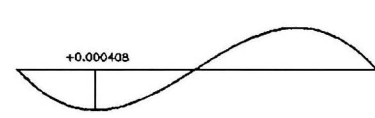


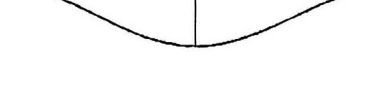

4. COMENTARIO SOBRE LAS GRAFICAS

Se ha elegido como pieza tipo en el ejemplo que nos ocupa, una pieza semicircular plana. La elección responde al hecho de ser posiblemente la pieza de directriz curva más comúnmente utilizada en obras de arquitectura o ingeniería. Las acciones consideradas se indican en las mismas tablas y son acciones uniformes totales, directas o indirectas. Sin embargo se podrían realizar las mismas gráficas de sollicitación y deformación para cualquier otro tipo de acción. Lo mismo se puede decir en referencia a la sustentación. Aunque la elegida para los ejemplos que siguen es biempotrada, pudiera también considerarse la pieza para cualquier otro tipo de sustentación, tanto isostática como hiperestática. Es interesante señalar la existencia de gráficas que representan la sollicitación y deformación de la pieza como resultado de acciones indirectas, como es el caso de variación de temperatura.

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA CARGA VERTICAL UNIFORME SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION ESCALAS																
	<div style="margin-bottom: 10px;"> ESFUERZO NORMAL N en Mp </div> <hr/> <div style="margin-bottom: 10px;"> ESFUERZO CORTANTE V_n en Mp </div> <hr/> <div style="margin-bottom: 10px;"> ESFUERZO CORTANTE V_b en Mp </div>  <div style="margin-bottom: 10px;"> MOMENTO TORSOR T en Mpm </div>  <div style="margin-bottom: 10px;"> MOMENTO FLECTOR M_n en Mpm </div>  <div style="margin-bottom: 10px;"> MOMENTO FLECTOR M_b en Mpm </div> <hr/>																
DATOS INTRODUCIDOS DIMENSIONES=1000																	
DE LA PIEZA $\lambda_1 = \omega_1$ (rad) = 0 $\lambda_2 = \omega_2$ (rad) = π $ds/d\lambda = 1$ χ (m ⁻¹) = 1 φ (m ⁻¹) = 0 E (Mp/m ²) = 300 G (Mp/m ²) = 125 $\alpha_n = 0$ $\alpha_b = 0$ A (cm ²) = 900 I_n (cm ⁴) = 67500 I_b (cm ⁴) = 67500 I_x (cm ⁴) = 114000																	
ACCIONES UNITARIAS <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">Fuerzas (Mp/m)</td> <td style="width: 50%;">Momentos (Mpm/m)</td> </tr> <tr> <td>$q_t = 0$</td> <td>$k_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_n = 0$</td> <td>$k_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_b = 1$</td> <td>$k_b = 0$</td> </tr> <tr> <td colspan="2">Giros (rad/m)</td> </tr> <tr> <td>$\Theta_t = 0$</td> <td>$\Lambda_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta_n = 0$</td> <td>$\Lambda_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta_b = 0$</td> <td>$\Lambda_b = 0$</td> </tr> </table>	Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)	$q_t = 0$	$k_t = 0$	$q_n = 0$	$k_n = 0$	$q_b = 1$	$k_b = 0$	Giros (rad/m)		$\Theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$	$\Theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$	$\Theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$	<div style="margin-bottom: 10px;"> DEFORMACION ESCALAS </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> GIRO TANGENCIAL β en rad </div>  <div style="margin-bottom: 10px;"> GIRO NORMAL Θ_z en rad </div>  <div style="margin-bottom: 10px;"> GIRO NORMAL Θ_b en rad </div> <hr/> <div style="margin-bottom: 10px;"> DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm </div> <hr/> <div style="margin-bottom: 10px;"> DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm </div> <hr/> <div style="margin-bottom: 10px;"> DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm </div> 
Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)																
$q_t = 0$	$k_t = 0$																
$q_n = 0$	$k_n = 0$																
$q_b = 1$	$k_b = 0$																
Giros (rad/m)																	
$\Theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$																
$\Theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$																
$\Theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$																
VINCULOS DE EXTREMO Coartado: 0 Libre: 1 <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td>$\phi' = 0$</td> <td>$\phi' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta'_n = 0$</td> <td>$\Theta'_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta'_b = 0$</td> <td>$\Theta'_b = 0$</td> </tr> <tr> <td>$w' = 0$</td> <td>$w' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$v' = 0$</td> <td>$v' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$u' = 0$</td> <td>$u' = 0$</td> </tr> </table>	$\phi' = 0$	$\phi' = 0$	$\Theta'_n = 0$	$\Theta'_n = 0$	$\Theta'_b = 0$	$\Theta'_b = 0$	$w' = 0$	$w' = 0$	$v' = 0$	$v' = 0$	$u' = 0$	$u' = 0$					
$\phi' = 0$	$\phi' = 0$																
$\Theta'_n = 0$	$\Theta'_n = 0$																
$\Theta'_b = 0$	$\Theta'_b = 0$																
$w' = 0$	$w' = 0$																
$v' = 0$	$v' = 0$																
$u' = 0$	$u' = 0$																

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA PRESION HIDROSTATICA SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION																
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 60%;"> <p>ESFUERZO NORMAL N en Mp</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS +1 Mp</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>ESFUERZO CORTANTE V_n en Mp</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS +0.1 Mp</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>ESFUERZO CORTANTE V_b en Mp</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>MOMENTO TORSOR T en Mpm</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>MOMENTO FLECTOR M_n en Mpm</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>MOMENTO FLECTOR M_b en Mpm</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS +0.1 Mpm</p> </div> </div>																
<p>DATOS INTRODUCIDOS DIVISIONES=1000</p>																	
<p>DE LA PIEZA</p> <p>$\lambda_1 = \omega_1$ (rad) = 0</p> <p>$\lambda_{II} = \omega_{II}$ (rad) = π</p> <p>$ds/d\lambda = 1$</p> <p>χ (m⁻¹) = 1</p> <p>φ (m⁻¹) = 0</p> <p>E (Mp/m²) = 300</p> <p>G (Mp/m²) = 125</p> <p>$\alpha_n = 0$</p> <p>$\alpha_b = 0$</p> <p>A (cm²) = 900</p> <p>I_n (cm⁴) = 67500</p> <p>I_b (cm⁴) = 67500</p> <p>I_x (cm⁴) = 114000</p>																	
<p>ACCIONES UNITARIAS</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">Fuerzas (Mp/m)</td> <td style="width: 50%;">Momentos (Mpm/m)</td> </tr> <tr> <td>$q_t = 0$</td> <td>$k_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_n = 1$</td> <td>$k_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_b = 0$</td> <td>$k_b = 0$</td> </tr> </table> <table style="width: 100%; border: none; margin-top: 5px;"> <tr> <td style="width: 50%;">Giros (rad/m)</td> <td style="width: 50%;">Desplazamientos (m/m)</td> </tr> <tr> <td>$\theta_t = 0$</td> <td>$\Lambda_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_n = 0$</td> <td>$\Lambda_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_b = 0$</td> <td>$\Lambda_b = 0$</td> </tr> </table>	Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)	$q_t = 0$	$k_t = 0$	$q_n = 1$	$k_n = 0$	$q_b = 0$	$k_b = 0$	Giros (rad/m)	Desplazamientos (m/m)	$\theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$	$\theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$	$\theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$	
Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)																
$q_t = 0$	$k_t = 0$																
$q_n = 1$	$k_n = 0$																
$q_b = 0$	$k_b = 0$																
Giros (rad/m)	Desplazamientos (m/m)																
$\theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$																
$\theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$																
$\theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$																
<p>VINCULOS DE EXTREMO</p> <p>Coartado: 0 Libre: 1</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">$\phi' = 0$</td> <td style="width: 50%;">$\phi'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta'_n = 0$</td> <td>$\theta''_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta'_b = 0$</td> <td>$\theta''_b = 0$</td> </tr> <tr> <td>$u' = 0$</td> <td>$u'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$v' = 0$</td> <td>$v'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$w' = 0$</td> <td>$w'' = 0$</td> </tr> </table>	$\phi' = 0$	$\phi'' = 0$	$\theta'_n = 0$	$\theta''_n = 0$	$\theta'_b = 0$	$\theta''_b = 0$	$u' = 0$	$u'' = 0$	$v' = 0$	$v'' = 0$	$w' = 0$	$w'' = 0$					
$\phi' = 0$	$\phi'' = 0$																
$\theta'_n = 0$	$\theta''_n = 0$																
$\theta'_b = 0$	$\theta''_b = 0$																
$u' = 0$	$u'' = 0$																
$v' = 0$	$v'' = 0$																
$w' = 0$	$w'' = 0$																
	<p>DEFORMACION</p> <p>ESCALAS</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>GIRO TANGENCIAL β en rad</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>GIRO NORMAL θ_n en rad</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>GIRO NORMAL θ_b en rad</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS +0.00001 rad</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS +0.01 mm</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS +0.01 mm</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div>																

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA ELEVACION DE TEMPERATURA +30° SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION	ESCALAS
	ESFUERZO NORMAL N en Mp ESFUERZO CORTANTE Vz en Mp ESFUERZO CORTANTE Vb en Mp MOMENTO TORSOR T en Mpm MOMENTO FLECTOR Mz en Mpm MOMENTO FLECTOR Mb en Mpm	
DATOS INTRODUCIDOS DIVISIONES=1000		
DE LA PIEZA $\lambda_1 = \omega_1$ (rad) = 0 $\lambda_{11} = \omega_{11}$ (rad) = π $ds/d\lambda = 1$ χ (m ⁻¹) = 1 φ (m ⁻¹) = 0 E (Mp/m ²) = 300 G (Mp/m ²) = 125 $\alpha_n = 0$ $\alpha_b = 0$ A (cm ²) = 900 I_n (cm ⁴) = 67500 I_b (cm ⁴) = 67500 I_t (cm ⁴) = 114000		
ACCIONES UNITARIAS Fuerzas (Mp/m) Momentos (Mpm/m) $q_t = 0$ $k_t = 0$ $q_n = 0$ $k_n = 0$ $q_b = 0$ $k_b = 0$ Giros (rad/m) Desplazamientos (m/m) $\theta_t = 0$ $\Lambda_t = 0.0003$ $\theta_n = 0$ $\Lambda_n = 0$ $\theta_b = 0$ $\Lambda_b = 0$	DEFORMACION	ESCALAS
VINCULOS DE EXTREMO Coartado: 0 Libre: 1 $\phi' = 0$ $\phi'' = 0$ $\theta'_n = 0$ $\theta''_n = 0$ $\theta'_b = 0$ $\theta''_b = 0$ $u' = 0$ $u'' = 0$ $v' = 0$ $v'' = 0$ $w' = 0$ $w'' = 0$	GIRO TANGENCIAL ϕ en rad GIRO NORMAL θ_n en rad GIRO NORMAL θ_b en rad DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm	

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA DISMINUCION DE TEMPERATURA -30° SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION	ESCALAS
	ESFUERZO NORMAL N en Mp ESFUERZO CORTANTE V_n en Mp ESFUERZO CORTANTE V_b en Mp MOMENTO TORSOR T en Mpm MOMENTO FLECTOR M_n en Mpm MOMENTO FLECTOR M_b en Mpm	     
DATOS INTRODUCIDOS DIVISIONES=1000		
DE LA PIEZA $\lambda_1 = \omega_1$ (rad) = 0 $\lambda_{11} = \omega_{11}$ (rad) = π $ds/d\lambda = 1$ χ (m ⁻¹) = 1 φ (m ⁻¹) = 0 E (Mp/m ²) = 300 G (Mp/m ²) = 125 $\alpha_n = 0$ $\alpha_b = 0$ A (cm ²) = 900 I_n (cm ⁴) = 67500 I_b (cm ⁴) = 67500 I_t (cm ⁴) = 114000		
ACCIONES UNITARIAS Fuerzas (Mp/m) Momentos (Mpm/m) $q_t = 0$ $k_t = 0$ $q_n = 0$ $k_n = 0$ $q_b = 0$ $k_b = 0$ Giros (rad/m) Desplazamientos (m/m) $\theta_t = 0$ $\Lambda_t = 0.0003$ $\theta_n = 0$ $\Lambda_n = 0$ $\theta_b = 0$ $\Lambda_b = 0$	DEFORMACION GIRO TANGENCIAL ϕ en rad GIRO NORMAL θ_n en rad GIRO NORMAL θ_b en rad DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm	ESCALAS     
VINCULOS DE EXTREMO Coartado: 0 Libre: 1 $\phi' = 0$ $\phi'' = 0$ $\theta_n' = 0$ $\theta_n'' = 0$ $\theta_b' = 0$ $\theta_b'' = 0$ $u' = 0$ $u'' = 0$ $v' = 0$ $v'' = 0$ $w' = 0$ $w'' = 0$		

