

Alternancia de sobrecargas en forjados pautados

JAVIER A. LAHUERTA, DR. ARQUITECTO

INDICE GENERAL

1. *Introducción.*
2. *Cargas aplicadas.*
3. *Cálculo de las solicitaciones.*
4. *Solicitaciones con carga superficial.*
5. *Alternancia de sobrecargas.*
6. *Coefficientes de longitud.*
7. *Ejemplo.*
8. *Uso del coeficiente de combinación.*
9. *Conclusiones.*

RESUMEN

El método de cálculo de forjados de hormigón de la Instrucción EF 88, con redistribución de momentos, da reglas de aplicación que incluyen el efecto de alternancia de sobrecargas de uso, si estas no superan 200 kp/m², pero no en otro caso. Aquí se dan reglas para considerar la alternancia en todo caso.

SUMMARY

The design method for concrete joist floors, of the spanish Code EF 88, with redistribution of bending moment, give application rules wich include the effect of alternating of live loads, if theses are not greater than 200 kp/m², but not if they do. Here are given rules to consider the alternating effect in every case.

1. INTRODUCCION

Los forjados pautados (o unidireccionales), con nervios o con viguetas prefabricadas de hormigón armado o pretensado, continúan siendo elementos fundamentales en la edificación española, y se emplean en casi todos los edificios que se construyen.

La evolución de estos forjados en los seis decenios que llevan usándose ha sido grande. Los sistemas empleados se han perfeccionado paulatinamente por:

- La competencia económica y técnica entre los distintos sistemas de forjados.
- La competencia que les han hecho los forjados reticulares.
- Las exigencias de las sucesivas Instrucciones EH 73¹, EP 77² y EF 88³.
- El establecimiento de la Ficha de Características Técnicas, con Autorización del Uso del Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo^{4,5}.

Dos exigencias, la unión entre los forjados y las sustentaciones, y la continuidad de los tramos de

forjado, son hoy incuestionables desde que la Instrucción las estableció en 1973, pero en decenios pasados no fueron siempre cumplidas.

La unión entre forjados y sus sustentaciones, vigas o muros, es necesaria para la estabilidad de la estructura del edificio. Esta unión se efectuará en cada caso de sustentación, como sigue:

- **Muros de fábrica.** Mediante cadenas de hormigón armado en las que penetran las armaduras superiores e inferiores del forjado y la de reparto, según la Norma MV 201-1972⁶, sustituida actualmente por la FL 90⁷.
- **Vigas de acero laminado.** Cuando el forjado apoya en el ala inferior de la viga se dispone el supradós de aquel 3-4 centímetros por encima del ala superior, y se pasan las armaduras de los apoyos y la de reparto. Cuando apoya en el ala superior de la viga ésta llevará conectores que se hormigonan en las cadenas de apoyo del forjado, u otro sistema eficaz, no bastando la unión confiada al rozamiento.
- **Vigas de hormigón armado.** Se incluyen en éstas las armaduras superiores e inferiores del forjado y la de reparto, según la

Instrucción EF 88.

La **continuidad** de tramos de forjado, cuando dos o más contiguos tienen pautas en prolongación, es inevitable, pero además técnica y económicamente es muy conveniente, porque se reducen las solicitaciones y las deformaciones. Esta continuidad no es posible cuando los tramos tienen pautas encontradas. La compatibilidad de deformación entre un tramo de forjado y la sustentación del otro, exige disponer armadura superior sobre ésta.

2. CARGAS APLICADAS

Carga superficial uniforme puede admitirse para el cálculo de la mayoría de los tramos de forjado de los edificios. La Norma Básica AE 88⁸ lo establece así; para la concarga: peso propio, pavimento y cielorraso, en el Art. 2.3 y Tabla 2.5; para la sobrecarga de uso en el Art. 3.2 y Tabla 3.1. La tabiquería se asimila también a una carga superficial uniforme, en el Art. 3.3, cuando está constituida por tabiques ordinarios, cuyo peso unitario no sea superior a 120 kp/m²; así los de ladrillo hueco, o de placas ligeras, de grueso total, incluso guarnecido, no superiores a 7 cm. Según EF 88.6.1, Comentario, puede incluirse en la concarga.

Carga lineal sobre un tramo de forjado es preciso considerar, según AE 88.3.3, cuando sobre el tramo actúa un cerramiento o partición de peso unitario superior a 120 kp/m²: tabicón, cítara, o muro, en una terraza remetida, o en un ático, que a veces sustenta forjado o cubierta. Esta carga, que no puede asimilarse a una carga superficial, requiere un cálculo propio.

Carga puntual puede presentarse, en raras ocasiones, debida generalmente al peso de elementos fijos que actúan en un área pequeña.

3. CALCULO DE LAS SOLICITACIONES

La **solicitación unitaria**, o sea por metro de ancho de forjado, en cada tramo de éste, se compone en general de momento flector unitario m (kp) y esfuerzo cortante unitario v (kp/m), que se calculan con las hipótesis, los esquemas y los métodos que se indican seguidamente.

Las **hipótesis** simplificadoras que se emplean en el cálculo de las solicitaciones son:

- Unión rígida entre tramos en continuidad.
 - Apoyo simple sobre las vigas de sustentación exteriores o interiores. La unión entre los tramos y las vigas induce torsión en éstas, variable con la distancia a los pilares y difícil de evaluar. Siendo torsión de compatibilidad de deformaciones es lícito despreciarla.
 - Unión rígida con los muros de sustentación.
- Los **esquemas** de cálculo para forjados sustenta-

dos sobre vigas son: tramo aislado, o tramos continuos sobre apoyos simples. Para los sustentados en muros los esquemas son los pórticos correspondientes.

Los **métodos** empleados para calcular las solicitaciones en forjados sustentados sobre vigas, en estados límites últimos, o en estados límites de utilización, pueden ser:

- **Elásticos:** mediante ecuaciones, diagramas de Cross, etc. Convienen siempre para estados límites de utilización.
- **Anelásticos:** considerando redistribución por plasticidad⁹, según EF 88.6.2, que como máximo llegue a igualar en valor absoluto los máximos momentos de vano con los momentos de apoyo contiguos.

En forjados sustentados sobre muros suele emplearse el método anelástico de FI 90.5.5.

En el **extremo** de un tramo aislado, o externo, los momentos debidos a la unión rígida con las vigas, se desprecian para calcular las solicitaciones. Sin embargo existen; mayores junto a los pilares, y menores en el centro de las vigas de apoyo; y se requiere en dicho extremo armadura superior. Esta se dimensionará según EF 88.6.2, con un momento flector negativo no inferior en valor absoluto a 1/4 del máximo positivo calculado para el vano.

4. SOLICITACIONES CON CARGA SUPERFICIAL

El **método anelástico** de cálculo de la Instrucción EF 88, con redistribución hasta igualación en valor absoluto de los momentos flectores de vano y apoyo, tiene dos ventajas: una pequeña reducción del coste y una gran simplificación del cálculo de las solicitaciones de cada tramo, comparativamente con otros métodos¹⁰.

Con carga superficial uniforme en valor ponderado, $q_d = \gamma_f q$ (kp/m²), las fórmulas para el cálculo de las solicitaciones de cálculo, momentos flectores

TRAMO	EN VANO	EN APOYOS
Aislado	$m = q_d l^2/8$	$m' = m'' = -m/4$ $v' = v'' = 0,5 q l$
Externo, con continuidad a la derecha	$m = q_d l^2/11,6$	$m' = -m/4$ $m'' = -m$ $v' = 0,42 q l$ $v'' = 0,58 q l$
Interno, con continuidad en ambos extremos	$m = q_d l^2/16$	$m' = m'' = -m$ $v' = v'' = 0,5 q l$

Tabla 1:
Solicitación con carga superficial uniforme

unitarios m (kp) y esfuerzos cortantes unitarios v (kp/m), se dan en la Tabla 1.

Las viguetas y , o las armaduras de un forjado continuo se calculan por el método simplificado:

En cada vano, con el momento flector m dado por la fórmula dada para el tipo de tramo.

En cada apoyo entre dos tramos, con el momento flector del tramo adyacente m'' o m' que sea mayor en valor absoluto.

5. ALTERNANCIA DE SOBRECARGAS

La carga superficial ponderada sobre el forjado, se descompone en:

- Concarga g_d
- Sobrecarga p_d
- Carga total q_d

El rateo ρ , concarga/carga total, es:

$$\rho = g_d/q_d$$

En este método anelástico puede admitirse que la alternancia no produce variación de los momentos flectores últimos en los apoyos, y que el efecto de un tramo descargado es aumentar las longitudes en que actúan momentos flectores negativos.

Sobre un apoyo interior, una armadura encimera compuesta de dos barras, que es lo más frecuente, requerirá a partir del eje de apoyo las longitudes de la Tabla 2.

TRAMO	LONGITUD DE LAS BARRAS
Izquierdo i	$a''_i = \alpha''_i l_i + h_u + l_b$ $b''_i = \beta''_i l_i + h_u + l_b$
Derecho $i+1$	$a'_{i+1} = \alpha'_{i+1} l_{i+1} + h_u + l_b$ $b'_{i+1} = \beta'_{i+1} l_{i+1} + h_u + l_b$

$\alpha''_i \beta''_i \alpha'_{i+1} \beta'_{i+1}$: Coeficientes de longitud que se determinan en las Tablas 3 y 4.
 h_u : Canto útil del forjado (EH 88.40.1).
 l_b : Longitud de anclaje correspondiente al diámetro de la barra, en posición II, con $\sigma_s = 0$ (EH 88.40.1.3).

Tabla 2:

Longitudes de barras con alternancia de sobrecargas

6. COEFICIENTE DE LONGITUD

El cálculo de los coeficientes de longitud se efectúa como sigue:

Tramo externo 1, con apoyo interior a la derecha.

Momento flector último en el apoyo derecho, en valor absoluto:

$$m'_1 = q_d l^2_1 / 11,6 < m_2$$

m_2 : momento del tramo a la derecha.

La parábola de momentos flectores de la concarga g_d pasa a la derecha por:

$$-\rho m_1; \text{ o por } -m_2 \text{ si } m_2 > \rho m_1$$

Se forma: $\mu'' = \rho m'_1 / m_2 > 1$. De la ecuación de la citada parábola se deducen las distancias unitarias al apoyo interior de los siguientes momentos flectores:

Máximo positivo: $\delta'' = 0,5 + 1/11,6 \mu''$

Nulo: $\alpha'' = 2\delta'' - 1$

Igual a la mitad del momento del apoyo:

$$\beta'' = \delta'' - [0,5 - \delta'' (1 - \delta'')]^{1/2}$$

Valores numéricos de estos coeficientes, en función de μ'' se dan en la Tabla 3.

Tramo interno 2, con apoyo interior a derecha e izquierda.

Momento flector último en los apoyos en valor absoluto:

Apoyo izquierdo: $m'_1 = q_d l^2_1 / 16 < m_1$

m_1 : momento del tramo a la izquierda.

Apoyo derecho: $m''_2 = q_d l^2_2 / 16 < m_3$

m_3 : momento del tramo a la derecha.

La parábola de momentos flectores de la concarga g_d pasa a la izquierda por:

$$-\rho m'_2; \text{ o por } -m_1 \text{ si } m_1 > \rho m_2.$$

Y a la derecha por:

$$-\rho m'_2; \text{ o por } -m_3 \text{ si } m_3 > \rho m'_2.$$

Se forman: $\mu' = \gamma m'_2 / m_1 > 1;$

$$\mu'' = \gamma m'_2 / m_3 > 1.$$

De la ecuación de esta parábola se deducen las dis-

μ''	δ''	α''	β''
1,0	0,586	0,172	0,079
0,9	0,596	0,196	0,087
0,8	0,608	0,216	0,097
0,7	0,673	0,246	0,108
0,6	0,644	0,287	0,124
0,5	0,672	0,345	0,143
0,4	0,716	0,431	0,172
0,3	0,727	0,575	0,212
0,2	0,931	0,862	0,291
0,1	> 1,000	1,000	0,365
0,0	> 1,000	1,000	0,500

Tabla 3:

Coefficientes de longitud en tramo extremo

tancias unitarias de los siguientes momentos flectores al apoyo izquierdo y derecho respectivamente:

Igual a la mitad del momento de apoyo:

Máximo positivo: $\delta' = 0,5 + 1/16 \mu' - 1/16 \mu''$
 $\delta'' = 1 - \delta'$

$\beta' = \delta' - (\delta'^2 - 1/16 \mu')^{1/2}$
 $\beta'' = \delta'' - (\delta''^2 - 1/16 \mu'')^{1/2}$

Nulo: $\alpha' = \delta' - (\delta'^2 - 1/8 \mu')^{1/2}$
 $\alpha'' = \delta'' - (\delta''^2 - 1/8 \mu'')^{1/2}$

Los valores numéricos de estos coeficientes, en función de μ' y de μ'' se dan en la Tabla 4.

μ''		Coeficientes de δ' α' β' α'' β'' siendo μ' :								
		1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
1	δ'	0,500	0,507	0,516	0,527	0,542	0,563	0,594	0,646	0,750
	α'	0,146	0,163	0,185	0,212	0,250	0,305	0,394	0,625	---
	β'	0,067	0,074	0,082	0,093	0,107	0,125	0,151	0,189	0,250
	α''	0,146	0,149	0,153	0,159	0,167	0,180	0,206	0,333	---
	β''	0,067	0,068	0,070	0,071	0,074	0,078	0,086	0,103	0,250
0,9	δ'	0,493	0,500	0,509	0,520	0,535	0,556	0,587	0,639	0,743
	α'	0,149	0,167	0,189	0,217	0,256	0,313	0,408	---	---
	β'	0,068	0,075	0,084	0,094	0,108	0,127	0,153	0,192	0,254
	α''	0,163	0,167	0,171	0,177	0,187	0,202	0,235	---	---
	β''	0,074	0,075	0,077	0,079	0,082	0,087	0,095	0,114	---
0,8	δ'	0,484	0,491	0,500	0,511	0,526	0,547	0,578	0,630	0,734
	α'	0,153	0,171	0,194	0,224	0,265	0,325	0,431	---	---
	β'	0,070	0,077	0,085	0,096	0,111	0,130	0,156	0,196	0,258
	α''	0,185	0,189	0,194	0,201	0,212	0,232	0,274	---	---
	β''	0,082	0,084	0,085	0,088	0,091	0,096	0,106	0,128	---
0,7	δ'	0,473	0,480	0,489	0,500	0,515	0,536	0,567	0,619	0,723
	α'	0,159	0,177	0,201	0,233	0,277	0,343	0,472	---	---
	β'	0,071	0,079	0,088	0,099	0,114	0,133	0,161	0,201	0,264
	α''	0,212	0,217	0,224	0,233	0,247	0,272	0,338	---	---
	β''	0,093	0,094	0,096	0,099	0,103	0,109	0,120	0,145	---
0,6	δ'	0,458	0,465	0,474	0,485	0,500	0,521	0,552	0,604	0,708
	α'	0,167	0,187	0,212	0,247	0,296	0,375	---	---	---
	β'	0,074	0,082	0,091	0,103	0,118	0,138	0,167	0,208	0,273
	α''	0,250	0,256	0,265	0,277	0,296	0,333	---	---	---
	β''	0,107	0,108	0,111	0,114	0,118	0,125	0,137	0,167	---
0,5	δ'	0,438	0,444	0,453	0,464	0,479	0,500	0,531	0,583	0,688
	α'	0,180	0,202	0,232	0,272	0,333	0,500	---	---	---
	β'	0,078	0,087	0,096	0,109	0,125	0,146	0,176	0,220	0,287
	α''	0,305	0,313	0,325	0,343	0,375	0,500	---	---	---
	β''	0,125	0,127	0,130	0,133	0,138	0,146	0,161	0,196	---
0,4	δ'	0,406	0,413	0,422	0,433	0,448	0,469	0,500	0,552	0,656
	α'	0,206	0,235	0,274	0,338	---	---	---	---	---
	β'	0,086	0,095	0,106	0,120	0,137	0,161	0,194	0,241	0,313
	α''	0,394	0,408	0,431	0,472	---	---	---	---	---
	β''	0,151	0,153	0,156	0,161	0,167	0,176	0,194	0,237	---
0,3	δ'	0,354	0,361	0,370	0,381	0,396	0,417	0,448	0,500	0,604
	α'	0,333	---	---	---	---	---	---	---	---
	β'	0,103	0,114	0,128	0,145	0,167	0,196	0,237	0,296	0,375
	α''	0,625	---	---	---	---	---	---	---	---
	β''	0,189	0,192	0,196	0,201	0,208	0,220	0,241	0,296	---
0,2	δ'	0,250	0,257	0,266	0,277	0,292	0,313	0,344	0,396	0,500
	α'	---	---	---	---	---	---	---	---	---
	β'	0,250	---	---	---	---	---	---	---	---
	α''	---	---	---	---	---	---	---	---	---
	β''	0,250	0,254	0,258	0,264	0,273	0,287	0,313	0,375	---

--- indica que $\alpha' + \alpha'' > 1$, o sea, una barra de las dos se mantiene en todo el vano

Tabla 4:
Coeficientes de longitud en tramo externo

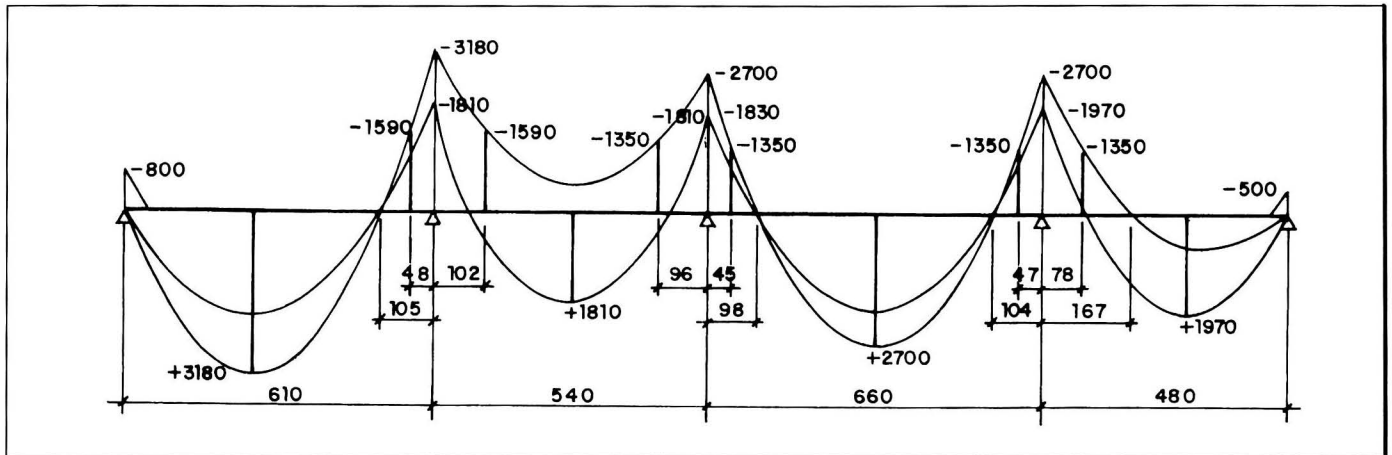


Figura 1:
Gráfica de momentos con redistribución y alternancia de sobrecargas

7. EJEMPLO

Forjado F 20+5, con hormigón H 200, armado con acero AE 400, empleado en viviendas. Su Ficha de Características resumida se da en la Tabla 5.

Cuatro tramos (fig. 1) de luces:

$$l_1 = 6,1 \text{ metros. } l_2 = 5,4 \text{ metros.}$$

$$l_3 = 6,6 \text{ metros. } l_4 = 4,8 \text{ metros.}$$

Cargas, en kp/m^2 , con $\gamma_f = 1,6$ (Tabla 6).

Momentos flectores de cálculo m_d de cada tramo, según Tabla 1, y armaduras con Tabla 5.

$m_1 = 992 \times 6,1^2 / 11,6 = 3\ 180 \text{ kp}$	2ø14
$m_2 = 992 \times 5,4^2 / 16 = 1\ 810 \text{ kp}$	2ø10
$m_3 = 992 \times 6,6^2 / 16 = 2\ 700 \text{ kp}$	ø14 + ø12
$m_4 = 992 \times 4,8^2 / 11,6 = 1\ 970 \text{ kp}$	ø12 + ø10

La longitud de anclaje en posición II, con $\sigma_s = 0$, para las barras de diámetros ø10 a ø14, es $l_b = 0,15$ metros.

El canto útil del forjado es $h_u = 0,233$ m, y la suma $l_b + h_u = 0,373$ metros.

ARMADURA	MOMENTO FLECTOR ULTIMO	
	Positivo m_u (kp)	Negativo m'_u (kp)
2ø6	670	-670
1ø8 + 1ø16	930	-930
2ø8	1190	-1190
1ø10 + 1ø8	1500	-1500
1ø12 + 1ø10	2210	-2210
2ø12	2580	-2580
1ø14 + 1ø12	3000	-3000
2ø14	3430	-3430

Tabla 5:

Ficha parcial de características del forjado F20+5

Tramo 1.

Extremo derecho :

$$2\text{ø}14 \quad \mu'' = 0,677 \times 3\ 180 / 1\ 810 = 1,19 > 1$$

$$\delta''_1 = 0,414.$$

$$1\text{ø}14 \quad a''_1 = 0,172 \times 6,1 + 0,373 = 1,42 \text{ m}$$

(= 6,1 x 0,23)

$$1\text{ø}14 \quad b''_1 = 0,79 + 6,1 + 0,373 = 0,82 \text{ m}$$

(= 6,1 x 0,13)

Tramo 2.

Extremo izquierdo:

$$2\text{ø}14 \quad \mu' = 0,677 \times 1810 / 3180 = 0,384$$

Extremo derecho:

$$\text{ø}14 + \text{ø}12 \quad \mu'' = 0,677 \times 1810 / 2700 = 0,454$$

$$\delta'_2 = 0,525$$

$$1\text{ø}14 \quad a'_2 + a''_2 = 5,4 \text{ m}$$

$$1\text{ø}14 \quad b'_2 = 0,189 \times 5,4 + 0,373 = 1,39 \text{ m}$$

(= 5,4 x 0,26)

$$1\text{ø}12 \quad b''_2 = 0,178 \times 5,4 + 0,373 = 1,34 \text{ m}$$

(= 5,4 x 0,25)

Tramo 3.

Extremo izquierdo:

$$1\text{ø}14 + 1\text{ø}12 \quad \mu' = 0,677 \times 2700 / 1810 = 1,01 > 1$$

Extremo derecho:

$$1\text{ø}12 + 1\text{ø}10 \quad \mu'' = 0,677 \times 2700 / 1970 = 0,928$$

$$\delta'_3 = 0,495$$

$$1\text{ø}14 \quad a'_3 = 0,149 \times 6,6 + 0,373 = 1,36 \text{ m}$$

(= 6,6 x 0,21)

CARGAS	VALOR CARACTERISTICO	VALOR DE CALCULO
Concarga	$g = 420$	$g_d = g \gamma_f = 672$
Sobrecarga	$p = 200$	$p_d = p \gamma_f = 320$
Total	$q = 620$	$q_d = q \gamma_f = 992$
RATEO	$\rho = 672 / 992 = 0,677$	

Tabla 6:

Cargas, en kp/m^2 , con $\gamma_f = 1,6$

$$\begin{aligned}
 1\phi 12 \quad b'_3 &= 0,068 \times 6,6 + 0,373 = 0,82 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 6,6 \times 0,12) \\
 1\phi 12 \quad a''_3 &= 0,158 \times 6,6 + 0,373 = 1,42 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 6,6 \times 0,21) \\
 1\phi 10 \quad b''_3 &= 0,071 \times 6,6 + 0,373 = 0,84 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 6,6 \times 0,13)
 \end{aligned}$$

Tramo 4.

Extremo izquierdo:

$$\begin{aligned}
 1\phi 12 + 1\phi 10 \quad \mu' &= 0,677 \times 1970/1900 = 0,494 \\
 \delta''_4 &= 0,675 \\
 1\phi 12 \quad a''_4 &= 0,349 \times 4,8 + 0,373 = 2,05 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 4,8 \times 0,43) \\
 1\phi 10 \quad b''_4 &= 0,145 \times 4,8 + 0,373 = 1,07 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 4,8 \times 0,22)
 \end{aligned}$$

8. USO DEL COEFICIENTE DE COMBINACION

El empleo del rateo $\rho = g/q$ es excesivamente pesimista, pues la probabilidad de que un tramo tenga sobrecarga p nula, cuando los contiguos estn cargados con su valor ponderado tiene una probabilidad mucho más baja que la general de cculo.

Por ello, con un tramo descargado, la sobrecarga p de los tramos contiguos puede multiplicarse por un coeficiente de combinación ψ_0 , cuyo valor pudiera variar entre 0,7 y 0,3 según CEB¹²,  0,5 y 0,7 y, según propuesta de los Eurocdigos¹³. Esto reduce las amplitudes de los momentos negativos.

En el ejemplo anterior, tomando $\psi_0 = 0,5$ será

Tramo descargado: $g_d = \frac{672 \text{ kp/m}^2}{p_d = 0 \text{ kp/m}^2}$
 $q_d = 672 \text{ kp/m}^2$

Tramos cargados: $g_d = \frac{672 \text{ kp/m}^2}{p_d = 0,5 \times 320 = 160 \text{ kp/m}^2}$
 $q_d = 832 \text{ kp/m}^2$

Rateo: $\rho = 672/832 = 0,808$

Los momentos flectores unitarios de cculo, en kp , de ambos casos será:

$$m_{01} = 2 \ 150; \ m_{02} = 1 \ 230; \ m_{03} = 1 \ 830; \ m_{04} = 1 \ 330 \\
 m_{c1} = 2 \ 670; \ m_{c2} = 1 \ 520; \ m_{c3} = 2 \ 260; \ m_{c4} = 1 \ 650$$

Longitudes de las barras superiores:

Tramo 1.

$$\begin{aligned}
 \mu''_1 &= 2150/1520 = 1,41 > 1 \\
 1\phi 14 \quad a''_1 &= 0,172 \times 6,1 + 0,373 = 1,42 \\
 & \quad \quad \quad (= 6,1 \times 0,23) \\
 1\phi 14 \quad b''_1 &= 0,079 + 6,1 + 0,373 = 0,82 \\
 & \quad \quad \quad (= 6,1 \times 0,13)
 \end{aligned}$$

Tramo 2.

$$\begin{aligned}
 \mu'_2 &= 1230/2670 = 0,461 \\
 \mu''_2 &= 1230/2260 = 0,544 \\
 \delta'_2 &= 0,521 \\
 1\phi 14 \quad a'_2 + a''_1 &= 5,4 \text{ m} \\
 1\phi 14 \quad b'_2 &= 0,167 \times 5,4 + 0,373 = 1,28 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 5,4 \times 0,24) \\
 1\phi 12 \quad b''_2 &= 0,141 \times 5,4 + 0,373 = 1,13 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 5,4 \times 0,21)
 \end{aligned}$$

Tramo 3.

$$\begin{aligned}
 \mu'_3 &= 1830/1520 = 1,20 > 1 \\
 \mu''_3 &= 1830/1650 = 1,1 > 1 \\
 \delta_3 &= 0,5 \\
 1\phi 14 \quad a'_3 &= 0,146 \times 6,6 + 0,373 = 1,34 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 6,6 \times 0,20) \\
 1\phi 12 \quad b'_3 &= 0,067 \times 6,6 + 0,373 = 0,82 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 6,6 \times 0,0) \\
 1\phi 12 \quad a''_3 &= 0,146 \times 6,6 + 0,373 = 1,34 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 0,66 \times 0,20) \\
 1\phi 10 \quad b''_3 &= 0,064 \times 6,6 = 0,343 = 0,82 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 6,6 \times 0,12)
 \end{aligned}$$

Tramo 4.

$$\begin{aligned}
 \mu'_4 &= 1330/2260 = 0,588 \\
 \delta'_4 &= 0,616 \\
 1\phi 12 \quad a''_4 &= 0,292 \times 4,8 + 0,373 = 1,44 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 4,8 \times 0,37) \\
 1\phi 10 \quad b''_4 &= 0,125 \times 4,8 + 0,373 = 0,97 \text{ m} \\
 & \quad \quad \quad (= 4,8 \times 0,20)
 \end{aligned}$$

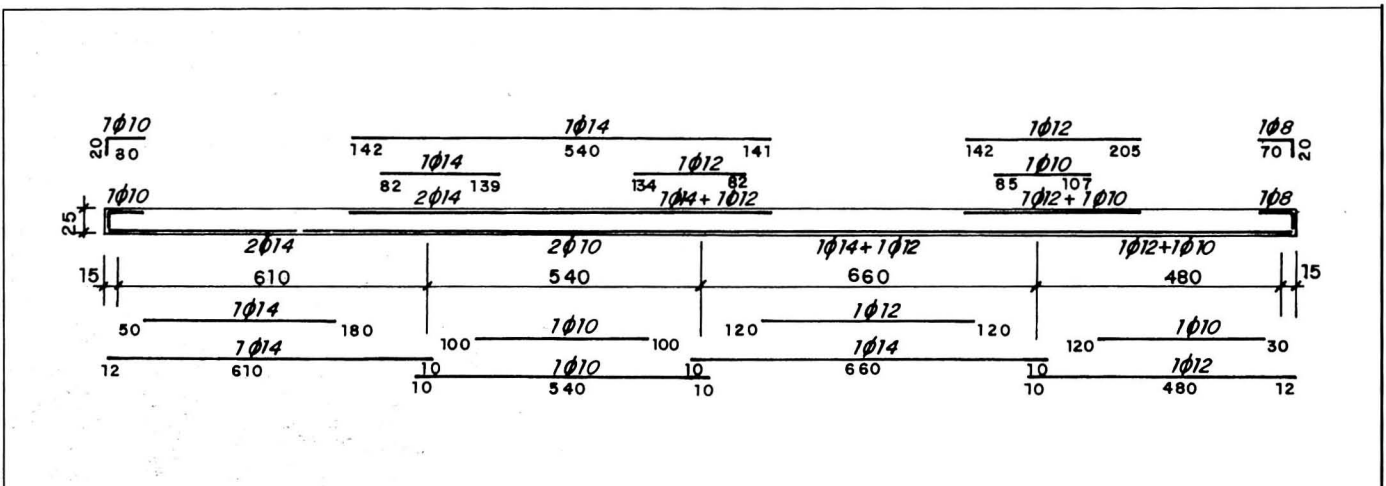


Figura 2:
Armado del forjado

Comparando estos valores con los obtenidos en 7, se ve:

Tramo 1: iguales.

Tramo 2: requiere también un $\varnothing 14$ continuo; los otros algo menores.

Tramo 3: sólo ligeramente menores.

Tramo 4: sensiblemente menores.

9. CONCLUSIONES

El método propuesto para determinar los momentos flectores unitarios de cálculo, considerando alternancia de sobrecargas, coincide con el de EH 88.6.2 en lo que se refiere a momentos flectores negativos y positivos máximos.

Las gráficas de la figura 1 indican que la alternancia de la sobrecarga de uso es preciso considerarla incluso si es inferior a la tercera parte de la carga total, y las longitudes de las armaduras superiores, dadas en la figura 2, resultan diferentes de las que se presentan en EF 88 figura 7.2.e.

El cálculo de estas longitudes complica algo la sencillez del método anelástico de EF 88. Sin embargo puede llevarse fácilmente a un programa para microordenador.

El empleo de un coeficiente de combinación, cuyo valor no está aún fijado en nuestras normas, reduce algo las longitudes de las armaduras superiores.

BIBLIOGRAFIA

- 1 *Instrucción EH 73. Proyecto y ejecución de obras de hormigón en masa o armado.* Real Decreto 8062/1973 (B.O.E. 1973.09.7/14). Madrid.
- 2 *Instrucción EP 77. Proyecto y ejecución de obras de hormigón pretensado.* Real Decreto 1408/1977 (B.O.E. 1977.06.22). Madrid.
- 3 *Instrucción EF 88. Proyecto y ejecución de forjados unidireccionales de hormigón armado o pretensado.*

Real Decreto 824/1988 (B.O.E. 1988.07.88). Madrid.

- 4 *Real Decreto 1630/1980. Fabricación y empleo de elementos resistentes para pisos y cubiertas.* (B.O.E. 1980.06.08). Madrid.
- 5 *Orden M.O.P.U. de 1981.12.02. Modelos de fichas técnicas para forjados.* (B.O.E. 1981.12.18). Madrid.
- 6 *Norma MV 201-1972. Muros resistentes de fábrica de ladrillo.* Decreto 1324/1972 (B.O.E. 1972.05.31). Madrid.
- 7 *Norma básica FL 90 Muros resistentes de fábrica de ladrillo.* Real Decreto 1723/990 (B.O.E. 1991.01.04). Madrid.
- 8 *Norma Básica AE 88. Acciones en la Edificación.* Real Decreto 1370/1988. (B.O.E. 1988.11.19). Madrid.
- 9 LAHUERTA, J. A.: *Cálculo de los forjados por el método de las rótulas plásticas.* Colegio de Arquitectos Vasco-Navarro, Bilbao 1967. Reeditado: E.T.S.A. Universidad Politécnica de Barcelona, 1971.
- 10 CALAVERA, J.: *Cálculo, construcción y patología de forjados en edificación.* INTEMAC, Madrid, 1988.
- 11 LAHUERTA, J. A.: *Estructuras de edificación.* Tomos 1 y 2: *Fundamentos.* Tomos 3 y 4: *Aplicaciones.* Tomo 5: *Formulario.* E.T.S.A. Universidad de Navarra. Pamplona, 1985.
- 12 *Code-modele CEB-FIP pour les structures en béton.* Comité Euro-International du béton. París, 1978.
- 13 *Eurocódigo nº 1. Règles communes unifiées pour divers types de constructions et matériaux.* CEEA-CEE. Bruselas, 1984.

