

Criterios de rotura en miembros de madera

J. M. Cabrero¹⁾, K. G. Gebremedhin²⁾, J. Elorza³⁾

¹⁾ Departamento de Estructuras. Escuela de Arquitectura. Universidad de Navarra. Pamplona (Navarra) España.
jcabrero@unav.es

²⁾ Department of Biological and Environmental Engineering. Cornell University. Ithaca (NY) EE.UU.
kgg1@cornell.edu

³⁾ Departamento de Física y Matemática Aplicada. Universidad de Navarra. Pamplona (Navarra) España.
jelorza@unav.es

Resumen(Abstract)

Los procedimientos de diseño tienden a simplificar los estados multitensionales de tensión como uniaxiales. Esta simplificación puede no ser adecuada en el caso de materiales ortotrópicos como la madera, uno de cuyos modos de rotura habituales es la tracción perpendicular a la fibra. No es el único inconveniente al analizar la rotura de la madera: sus propiedades resistentes se obtienen a partir de especímenes libres de defectos, y las teorías de rotura aplicadas se derivan de las desarrolladas para materiales compuestos. Pero algunos de estos criterios de rotura, relativamente sencillos, sólo son válidos bajo ciertas condiciones: Norris y Tsai-Hill asumen que las resistencias a tracción y compresión son iguales (lo que no es cierto en el caso de la madera). Otros criterios se basan habitualmente en superficies cuadráticas, y algunas de sus restricciones se derivan de criterios estrictamente geométricos para asegurar una envolvente cerrada. Puesto que estas condiciones no se basan en criterios físicos, parte de ellas puede carecer de sentido. En otros casos, se requiere evaluar un término de interacción, para lo que se requieren numerosos ensayos experimentales. La investigación aquí presentada revisa y compara algunos de los criterios de rotura más comúnmente empleados. Sus predicciones se comparan con los resultados de ensayos biaxiales en madera de abeto libre de defectos.

In most cases, design procedures assume uniaxial stress conditions. This assumption may not be adequate for orthotropic materials such as timber. Initial failure mode in lumber is usually tension perpendicular to the grain or axial tension around natural defects such as knots. It is not the only problem when analyzing wood failure: strength properties of lumber have been obtained from clear-wood specimens and in-grade testing of full-scale lumber, whereas failure criteria are usually those originally developed for composite materials. Some of the existing failure criteria are relatively easy to use, but prove valid only under special orthotropic conditions. Norris and Tsai-Hill criteria assume the tension and compression strengths to be equal, which is not the case for wood. Other criteria are usually based on quadric surfaces, in which certain constraints are taken strictly from geometrical considerations to achieve a closed envelope. Since these conditions are not defined from a physical stand point, some parts of the resulting curve leads to errors in failure predictions. These quadric criteria also require evaluation of interaction coefficients for bi-axial stress conditions, which demands extensive experimental testing. The proposed paper will review the existing failure criteria. Their predictions will be validated by means of biaxial experimental results on clear spruce wood.

Palabras Clave(Keyboards)

Criterios de rotura (*failure criteria*), modelos de rotura (*failure models*), carga uniaxial inclinada (*uniaxial off-axis loading*), madera (*wood*), estados de tensión biaxiales (*biaxial stress states*).

1. Introducción. Objetivos

Aunque los estados multitensionales existen en casi todas las aplicaciones estructurales, la mayoría de los procedimientos de diseño asumen la existencia de estados uniaxiales de tensión. Este enfoque funciona bien cuando una tensión predomina, y las demás pueden considerarse despreciables, y por tanto omitirse. Pero en el caso de cargas combinadas, todas las tensiones producidas deben ser tomadas en cuenta.

Muchos de los criterios y modelos de rotura existentes han sido desarrollados para materiales isótropos. Para este tipo de materiales, las predicciones obtenidas son bastante fiables. La mayoría de los desarrollados para materiales no isótropos lo han sido para materiales compuestos. Algunos de ellos se han aplicado a la madera. No existen prácticamente modelos desarrollados específicamente para la madera.

Los criterios fenomenológicos de rotura (sobre los que versa este artículo) no tratan de explicar o identificar el mecanismo de rotura. Su expresión es la expresión matemática de una envolvente. La sencillez es su principal ventaja. Los más empleados tienen forma cuadrática. Para su definición, se requieren las siguientes resistencias uniaxiales del material: compresión (X') y tracción (X) longitudinales, compresión (Y') y tracción (Y) transversales, y cortante (S). En este documento, se toman como iguales la resistencia en las direcciones radial y tangencial de la madera.

Los objetivos específicos de este estudio son:

- (1) evaluar los criterios de rotura (los modelos) aplicados a la madera;
- (2) validar dichos modelos utilizando los datos experimentales disponibles.

2. Materiales y métodos

2.1. Resultados experimentales

Aunque la literatura científica sobre madera es prolija acerca de estados uniaxiales de tensión, no lo es tanto en el caso de estados multitensionales. Eberhardsteiner (2002) recoge los resultados de numerosos ensayos a carga biaxial realizados en especímenes cruciformes de madera de abeto sin defectos. Los ensayos presentados abarcan un amplio rango de estados tensionales para un material ortotrópico en tensión plana. En este

documento se emplean estos resultados experimentales (Eberhardsteiner, 2002) para la evaluación y comparación de los criterios de rotura existentes.

En una serie de los ensayos de Eberhardsteiner (2002) se aplicaba una única fuerza inclinada respecto al grano de la madera. Expresada en las coordenadas del material, se aprecia cómo esta única fuerza inclinada produce en realidad un estado tensional biaxial. Tensiones o cargas uniaxiales aplicadas en una dirección no paralela a la del material se refieren en este documento como inclinadas.

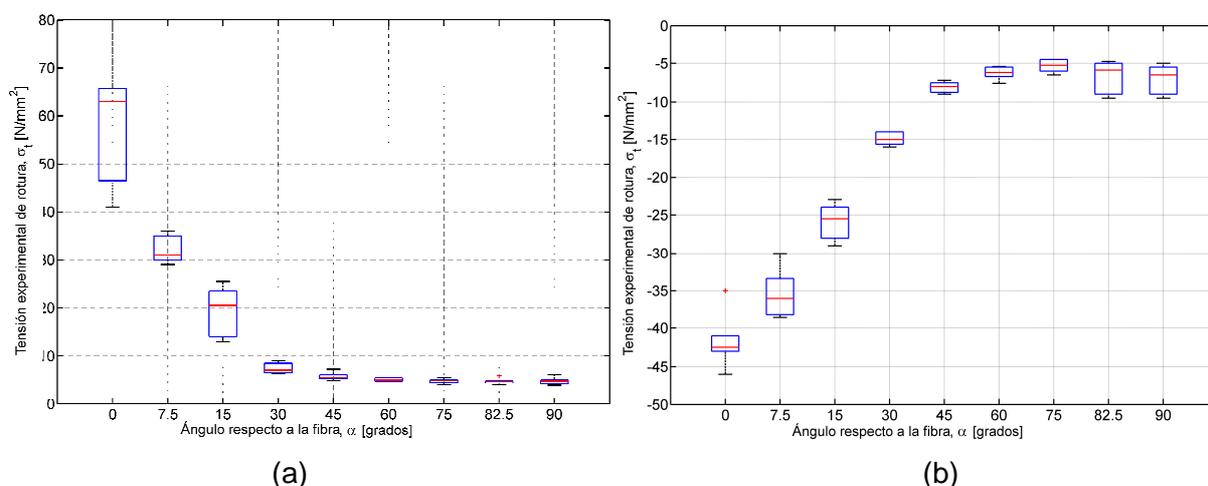


Figura 1. Valores experimentales de rotura en función del ángulo de inclinación de la madera (a) tracción, (b) compresión (a partir de Eberhardsteiner, 2002).

La figura 1 muestra las tensiones de rotura para cargas uniaxiales inclinadas según el ángulo de inclinación α respecto a la fibra de la madera. Se trata de relaciones que decrecen rápidamente al aumentar la inclinación, y prácticamente asintóticas al valor resistente perpendicular para inclinaciones superiores a 45°. Particularmente reseñable es la gran dispersión en los resultados a tracción con ángulos inferiores a 30°; mientras es prácticamente despreciable en el resto de orientaciones.

2.2. Transformación de las tensiones inclinadas a las coordenadas del material

La tensión uniaxial no aplicada en el eje se expresa en las coordenadas propias del material según la ecuación de transformación (Bodig y Jayne, 1982)

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

donde $m = \cos \alpha$, $n = \sin \alpha$, x e y representan el eje longitudinal (x), el eje radial o tangencial (y), y 1,2, etc las tensiones inclinadas aplicadas, definidas en un sistema de coordenadas 1-2 inclinado un ángulo α ; τ_{xy} y τ_6 son las tensiones tangenciales de cortante, en coordenadas paralelas o inclinadas, respectivamente.

Si se aplica una única tensión σ_t (compresión o tracción) inclinada un ángulo α , las tensiones inclinadas antes definidas (Ec. 1) se convierten en $\sigma_1 = \sigma_t$ y $\sigma_2 = \tau_6 = 0$. Dicha tensión uniaxial inclinada (σ_t) se expresa entonces en las coordenadas materiales como

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_t \cos^2 \alpha, \\ \sigma_y &= \sigma_t \sin^2 \alpha, \\ |\tau_{xy}| &= \sigma_t \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

Para cada criterio de rotura puede obtenerse la resistencia (a compresión o tracción) inclinada asociada como una función de α , a partir de la ecuación de transformación (2).

2.3. Criterios de rotura

En las tareas preliminares de diseño, es importante disponer de modelos adecuados para la predicción las tensiones de rotura en presencia de tensiones normales y tangenciales. Para esta fase, además, el análisis debería requerir un número mínimo de datos, obtenidos preferentemente a partir de ensayos sencillos o que resultaran fácilmente accesibles al diseñador.

Muchos de los modelos existentes para materiales anisotrópicos son extensiones de criterios desarrollados para materiales isótropos, como el criterio de von Mises (1928). En esta sección se muestran las principales teorías aplicables a la madera. Los resultados obtenidos con estas teorías serán analizados posteriormente a la luz de los resultados experimentales.

Modelos lineales

El criterio de rotura más sencillo es aquél que describe una interacción lineal (Aicher y Klöck, 2001). En el caso de tensión biaxial plana, se expresa como

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} = 1 \quad (3)$$

donde X , Y y S son los valores de resistencia del material (longitudinal, transversal y cortante, respectivamente).

Modelos cuadráticos

La mayoría de los criterios de rotura son polinomios cuadráticos. El más sencillo de ellos corresponde a una envolvente elipsoidal (Aicher y Klöck, 2001)

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 = 1 \quad (4)$$

Esta ecuación representa un caso particular de una cuadrática más general. La ec. (4) es aplicable al caso en el que las resistencias a tracción y compresión tienen el mismo valor. Además, no introduce ninguna interacción entre las tensiones normales, σ_x y σ_y .

Tsai-Hill

Hill (1950) desarrolló a partir del criterio de distorsión de Hencky-von Mises (von Mises, 1928) su teoría plástica anisotrópica. En esta teoría, se supone que el material tiene la misma resistencia a tracción y a compresión. La formulación incluye interacción entre las tensiones, y por tanto incluye modos combinados de rotura. Azzi y Tsai (1965) adaptaron posteriormente la teoría de Hill (1950) para el caso de materiales compuestos. El modelo Tsai-Hill (1965) de rotura se define como

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{X^2} + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 = 1 \quad (5)$$

Al tratarse de materiales compuestos, Azzi y Tsai (1965) suponen las resistencias Y y Z (ejes perpendiculares a la dirección longitudinal) iguales. Esta simplificación es también adecuada en el caso de la madera, en la que habitualmente, se identifican las direcciones radial y tangencial.

Como en el caso anterior, la teoría de Tsai-Hill (1965) asume que las resistencias a tracción y compresión para cada eje tienen el mismo valor ($|X| = |X'|$ y $|Y| = |Y'|$). Esta igualdad no se cumple en la madera. Siguiendo el procedimiento apuntado por Rowlands (1985), se toma en este estudio la resistencia correspondiente de tracción o compresión. Por tanto, este criterio (al igual que los anteriores) se divide en cuatro ecuaciones diferentes, una por cuadrante en el espacio $\sigma_x - \sigma_y$.

Al contrario del modelo lineal o cuadrático, aquí se incluye la posibilidad de interacción entre los modos de rotura. Pero la cuantía de esta interacción está fijada a priori por la teoría, y se define según las resistencias uniaxiales. Algunos de los modelos siguientes incluyen términos de interacción independientes.

Norris

Norris (1950) propuso que la rotura en madera sometida a tensión plana ocurría si se cumplía alguna de las siguientes ecuaciones:

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{XY} + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 = 1 \quad \text{o} \quad \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 = 1$$

donde, X , Y y S son las resistencias longitudinal, transversal y a cortante, respectivamente. Como ocurre en la mayoría de los criterios cuadráticos ortotrópicos, la primera ecuación es similar a la ec. (5). Van der Put (2005) indica que este modelo de Norris (Ec. 7), aunque se emplea habitualmente, no es por lo general válido para madera.

Tsai-Wu

Tsai y Wu (Tsai, 1992) desarrollaron un criterio de rotura con la siguiente fórmula general

$$f(\sigma) = F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad i, j = x, y, z \quad (8)$$

Donde F_i y F_{ij} son tensores de resistencia de segundo y cuarto orden. Los términos cuadráticos son similares a los del modelo de Tsai-Hill (1965) (Ec. 6), y describen un elipsoide. En las condiciones de tensión plana, el criterio se expresa como

$$\left(\frac{1}{X} - \frac{1}{X'}\right) \sigma_x + \left(\frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}\right) \sigma_y + \frac{1}{XX'} \sigma_x^2 + \frac{1}{YY'} \sigma_y^2 + 2a_{xy} \sqrt{\frac{1}{XX'} \frac{1}{YY'}} \sigma_x \sigma_y + \frac{1}{S^2} \tau_{xy}^2 = 1 \quad (9)$$

donde X' e Y' son las resistencias longitudinal y transversal a compresión, respectivamente. Este modelo permite considerar que los valores de resistencia a tracción (X, Y) y a compresión (X', Y') tengan diferente valor.

Pero el mayor problema es el factor de interacción, a_{xy} : las resistencias uniaxiales no permiten determinarlo. Para obtener su valor, se necesitan ensayos experimentales. Además, debe cumplir la condición de estabilidad $-1 \leq a_{xy} \leq 1$, de modo que la envolvente del criterio sea cerrada.

En los modelos previamente presentados (lineales o cuadráticos), dicho factor de interacción bien no estaba presente, o su valor se definía a partir de los valores resistentes uniaxiales (Norris, 1950; Tsai-Hill, 1965). En el caso del modelo de Tsai-Wu (Ec. 9), el factor de interacción ha de ser asignado por el usuario. Esta tarea no resulta sencilla. Tsai (1991) propone tomar de forma general $a_{xy} = -0.5$, que se corresponde con un criterio von Mises generalizado. En este documento, además, el modelo de Tsai-Wu se evalúa con el valor $a_{xy} = 0.04$, obtenido a partir de las ecuaciones de ajuste de segundo grado a los resultados experimentales de Eberhardsteiner (2002).

Von Mises

Tsai (1988) y Kim (1995) sugirieron el empleo de este modelo, desarrollado a partir de la ecuación de Von Mises (1928) invariante del tensor de tensión. Expresado en forma normalizada

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{XY} + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 = 1 \quad (10)$$

La ecuación (10) es similar al criterio de Norris (1950). La única diferencia es el factor en el término de cortante, que en este caso es multiplicado por 3.

Van der Put

Van der Put (2005) propuso un polinomio general basado en la teoría de tensores,

$$\left(\frac{1}{X} - \frac{1}{X'}\right)\sigma_x + \left(\frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}\right)\sigma_y + \frac{1}{XX'}\sigma_x^2 + \frac{1}{YY'}\sigma_y^2 + \frac{1}{S^2}\tau_{xy}^2 = 1 \quad (11)$$

La expresión resultante (ec. 11) es muy parecida a la ec. (9) del modelo de Tsai-Wu (Tsai, 1992). De hecho, ambos modelos se basan en la misma teoría de tensores. La diferencia es que, en este modelo de van der Put, el factor de interacción, a_{xy} , adopta el valor cero.

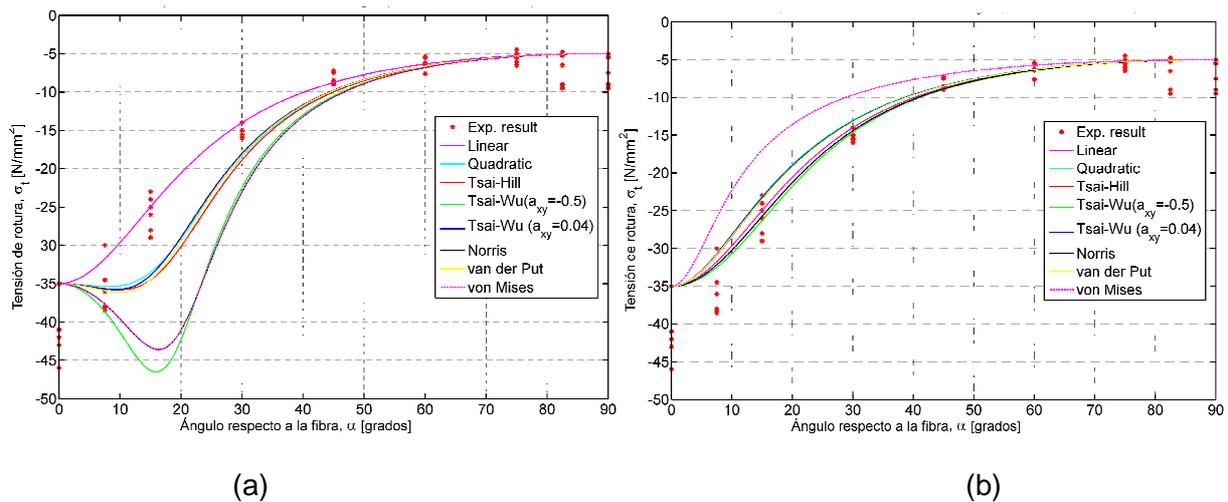


Figura 3. Comparación de la resistencia uniaxial experimental a compresión en función del ángulo respecto a la fibra y las predicciones de cada modelo (a) omitiendo el término de cortante (b) incluyendo el término de cortante.

3. Resultados y discusión

Las predicciones de tensión inclinada de rotura para cada criterio han sido calculadas a partir de la ec. (2). Como caso reseñable, hay que indicar que cuando dicha transformación (Ec. 2) se aplica al modelo lineal, la fórmula de la resistencia a tensiones inclinadas resulta

$$\sigma_t = \frac{X}{\frac{X}{Y} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{X}{S} \cos \alpha \sin \alpha} \quad (12)$$

Dicha ecuación (12) es similar al criterio de Hankinson (1921), habitualmente empleado en la normativa (como en el Código Técnico, DB-SE M: Madera). La única diferencia es la inclusión en la ec. 12 de un término de cortante, habitualmente omitido para madera y productos derivados. La validez de la fórmula de Hankinson se ha probado como razonable (Bodig y Jayne, 1982; Aicher y Klöck, 2001). También en esta investigación se demuestra cómo este criterio obtiene una predicción razonablemente adecuada (con un error medio del 10%, ver cuadro 1).

El término de cortante no es omitido de forma habitual en la práctica. En la investigación aquí presentada, se contemplaron ambas posibilidades: tomando y omitiendo el término de cortante. Como en el trabajo experimental de Eberhardsteiner (2002) no se realizaron ensayos de resistencia a cortante, se adoptó una resistencia de 8 N/mm², considerada adecuada para la madera de abeto libre de defectos.

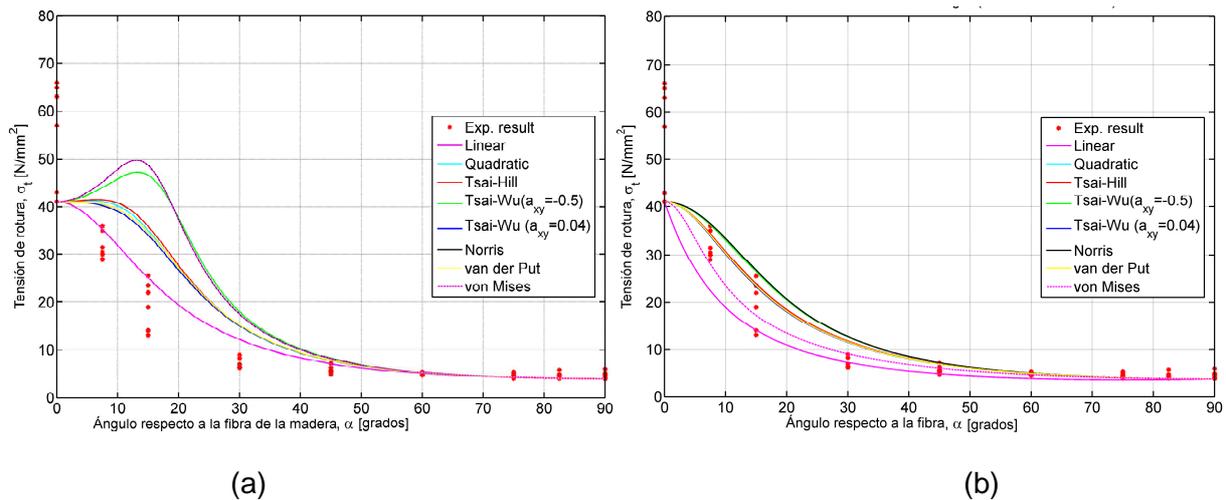


Figura 3. Comparación de la resistencia uniaxial experimental a tracción en función del ángulo respecto a la fibra y las predicciones de cada modelo (a) omitiendo el término de cortante (b) incluyendo el término de cortante.

Cuadro 1. Error absoluto medio en comparación con los valores experimentales.

	Compresión		Tracción	
	sin t. cortte	con t. cortte	sin t. cortte	con t. cortte
Lineal	11.21%	21.20%	38.74%	11.35%
Cuadrático	25.98%	9.56%	61.63%	35.00%
Tsai-Hill	27.53%	9.87%	63.28%	35.68%
Tsai-Wu, $a_{xy} = -0.5$	41.32%	13.65%	84.46%	42.32%
Tsai-Wu, $a_{xy} = 0.04$	25.69%	9.69%	60.31%	34.01%
Norris	39.98%	12.69%	85.79%	43.06%
van der Put	26.54%	9.86%	61.61%	34.55%
von Mises	39.98%	14.44%	85.79%	16.55%
<i>Error.min.abs.</i>	Lineal	Cuadrático	Lineal	Lineal
<i>Error.máx.abs.</i>	Tsai-Wu, $a_{xy} = -0.5$	Lineal	Norris	Norris

Los diferentes criterios se evaluaron a partir de los valores uniaxiales cinco-percentil de los resultados experimentales de Eberhardsteiner (2002), y se compararon también con el valor cinco-percentil experimental para cada ángulo. Las figuras 2 y 3 muestran las relaciones entre los valores de resistencia a compresión y tracción, respectivamente, y el ángulo de inclinación respecto a la fibra de la madera (α).

Considerado teóricamente, los valores resistentes máximo y mínimo del modelo lineal se localizan para los ángulos de 0° y 90° . En cambio, no suele ser así en los resultados experimentales, y el modelo lineal no permite muchas posibilidades de ajuste *a posteriori* a los resultados experimentales. Los modelos cuadráticos permiten un mejor ajuste *a posteriori* a los valores experimentales: sus valores máximo y mínimo pueden estar

comprendidos en ángulos intermedios. Sin embargo, la labor de ajuste implícita no se ha realizado en este trabajo. En la evaluación de todos los modelos se han introducido las mismas resistencias uniaxiales, correspondientes a las obtenidas experimentalmente. En este trabajo se trata de evaluar la validez práctica de los modelos, cómo de adecuada es la predicción a partir de los valores de resistencia uniaxiales de los que el diseñador normalmente dispone.

En las figuras 2(a) y 3(a) (en las que se omite el término de cortante) se hacen evidentes algunas diferencias. El valor máximo se sitúa alrededor de $\alpha = 15^\circ$ para Norris, Von Mises y Tsai-Wu ($a_{xy} = -0.5$). Este pico es además su mayor desviación respecto a los valores experimentales. Para estos modelos, su error se sitúa entre el 40-90% (Cuadro 1). El valor máximo para el resto de modelos se sitúa entre 0° y 15° , y es menos acusado. Esta diferencia puede atribuirse al diferente factor de interacción de cada modelo. Para $\alpha > 70^\circ$, todos los modelos referidos aportan resultados similares.

Cuando se incluye el término de cortante, los modelos cuadráticos se comportan relativamente mejor (Figuras 2(b) y 3(b)).

Los errores absolutos asociados a cada criterio de rotura se muestran en el Cuadro 1. El modelo lineal resulta el mejor criterio en compresión cuando se omite el término de cortante (es el que comete mayor error cuando se incluye el término de cortante). Este modelo, que se corresponde con la fórmula de Hankinson es el mejor en compresión. El modelo de Tsai-Wu con $a_{xy} = -0.5$ arroja el mayor error, superior al 40%.

El modelo cuadrático resulta el de menor error en el caso de compresión al considerar el término de cortante. Los modelos sin o con un valor de interacción cercano a cero (como Tsai-Hill, Tsai-Wu con $a_{xy} = 0.04$, y van der Put) obtienen errores muy similares, inferiores al 10%. El resto de modelos cuadráticos, con valores de interacción mayores, tienen errores cercanos al 15%. El modelo lineal resulta el peor, con un error del 20%.

Todos los modelos obtienen peores predicciones para el caso de tracción inclinada. Si se omite el término de cortante, los errores se sitúan entre el 40% y el 85% (puede observarse el acusado error de predicción en la figura 3). El modelo lineal, con un error cercano al 40%, proporcionaría la mejor predicción relativa (aunque a todas luces inadecuada). Al incluir el término de cortante, el error del modelo lineal se reduce al 10%, y se constituye en el mejor

criterio. Con excepción del modelo de von Mises (cuyo error es del 16%), el resto de modelos cometen errores superiores al 30%. Los modelos de Tsai-Wu (con $a_{xy} = -0.5$) y Norris, aunque habitualmente empleados en la práctica, son los que cometen el mayor error. A la vista de estos resultados, parece adecuada la sugerencia de Van der Put (2005) de ignorar el factor de interacción en los modelos de tensores.

4. Conclusiones

La literatura nos presenta muy diversos modelos de rotura. La mayoría de ellos se basan en una formulación cuadrática, y su diferencia principal se relaciona con el factor de interacción. En este estudio se han evaluado algunos de los modelos usados más habitualmente. Se compararon sus predicciones con los resultados experimentales para madera de abeto libre de defectos realizados por Eberhardsteiner (2002).

El modelo lineal fue, de modo general, el mejor modelo. La fórmula de Hankinson (correspondiente a un modelo lineal con el término de cortante omitido) fue el mejor modelo para compresión inclinada. Este modelo ha sido tradicionalmente aplicado para este tipo de carga. Los modelos cuadráticos proporcionaron resultados comparables al incluir el término de cortante en su formulación.

Los modelos cuadráticos en los que el factor de interacción es cero (modelo propuesto por Van der Put, 2005) o muy cercano a cero, realizan predicciones más acertadas para madera libre de defectos. Resulta por tanto razonable sugerir la omisión del factor de interacción para madera libre de defectos.

Pero en el caso de tracción inclinada, ninguno de los modelos resulta adecuado cuando se omite el término de cortante. Los errores cometidos son superiores al 38%. Al tener en cuenta el cortante, el modelo lineal obtiene el mejor resultado, con un error ligeramente superior al 10%. El resto de modelos (con excepción de von Mises, cuyo error es del 16%) cometen errores superiores al 35%. No son adecuados por tanto para este tipo de tensión.

Los modelos obtienen distinto rango de exactitud para los casos de compresión y tracción. Debe por tanto considerarse si es adecuado emplear el mismo criterio en ambos casos. Sirvan para ello dos apreciaciones: mientras podría ser adecuado omitir el término de cortante en el caso a compresión, no lo es a tracción; mientras los modelos cuadráticos resultan adecuados para compresión, no lo son tanto en tracción.

Referencias

- Aicher, S. y W. Klöck. 2001. Linear versus quadratic failure criteria for in-plane loaded wood based panels. *Otto-Graff-Journal*. 12: 187-199.
- Azzi, V.D. y S.W. Tsai. 1965. Anisotropic strength of composites. *Experimental Mechanics* 5(9): 283-288.
- Bodig, J. y B.A. Jayne. 1982. *Mechanics of Wood and Wood Composites*. New York: Van Nostrand Reinhold.
- DB-SE M: Madera. 2009. Código Técnico de la Edificación. Documento Básico SE-M. Seguridad Estructural. Madera
- Eberhardsteiner, J. 2002. *Mechanisches Verhalten von Fichtenholz*. Vienna, Austria: Springer.
- Hankinson, R.L. 1921. Investigation on crushing strength of spruce at varying angles of grain. Air service information circular, Vol. III, No. 259 (Material Section Report, No. 130, McCook Field, Dayton, OH).
- Kim, D.-H. 1995. *Composite structures for civil and architectural engineering*. E & F Spon.
- Norris, C.B. 1950. Strength of Orthotropic Materials subjected to Combined Stress. U.S. Forest Products Laboratory Report # 1816.
- Rowlands, R.E. 1985. Strength (failure) theories. In *Handbook of Composites*. Volume 3: Failure Mechanics of Composites, 71-126. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science Publishers.
- Tsai, S.W. 1988. *Composite Design*, 4th edition. Dayton: Think Composites.
- Tsai, S.W. 1992. *Theory of Composites Design*. Dayton: Think Composites.
- Van der Put, T.A.C.M. 2005. *The tensorpolynomial failure criterion for wood*. Delft, the Netherlands: Delft Wood Science Foundation.
- Von Mises, R. 1928. *Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen*. *Angewandte Mathematik und Mechanik*. 8: 161-185.