

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y TALENTO MATEMÁTICO

Aleida Yepes

Profesora Instituto Alberto Merani
Bogotá D.C, Colombia
ayepes@institutomerani.edu.co

Uldarico Mosquera

Profesor Instituto Alberto Merani
Bogotá D.C, Colombia
umosquera@institutomerani.edu.co

Resumen

Las investigaciones sobre resolución de problemas matemáticos y talento matemático en los últimos años ha sido una constante en el pensamiento y los trabajos de psicólogos, pedagogos y matemáticos. El presente ensayo recoge la experiencia (2003 - 2004) que ha tenido el parte equipo del área de matemática del Instituto Alberto Merani sobre el respecto, en donde la pregunta sobre los tipos de conocimiento necesarios para la resolución de problemas matemáticos se entrelaza con la pregunta del talento matemático dando como producto una serie de indicadores que podrían dar pistas en la detección de posibles talentos matemáticos.

Introducción

El estudio sobre los procesos de pensamiento para la resolución de problemas a partir de los últimos 50 años ha tomado gran importancia sobre todo con la inclusión del enfoque del procesamiento de la información.

La indagación realizada en esta área devela dos aspectos importantes: El primero, el progreso en la formulación de una nueva conceptualización de las relaciones entre la resolución de problemas y el conocimiento y, en segundo lugar, que se ha favorecido el desarrollo de una comprensión diferenciada de los procesos cognoscitivos involucrados en esta actividad, de naturaleza tan multicausada.

Teniendo en cuenta lo anterior, el presente ensayo presentara de manera sucinta un marco teórico que mostrara una serie de conceptos básicos que ayudarán a dar una cohesión a la investigación¹, por nosotros realizada, sobre la correlación que existe entre los tipos de conocimientos necesarios para resolver problemas matemáticos y la solución de los mismos.

Por último, nos permitimos dar a conocer una serie de indicadores que evidencian, según la investigación realizada, una serie de indicadores que dan pistas sobre el comportamiento de los talentos matemáticos en la resolución de problemas matemáticos.

¹La investigación didáctica se realizo en el año 2004, como trabajo para el seminario de docentes de Instituto Alberto Merani.

Marco teórico

No es nuestra intención declarar como acabada la siguiente conceptualización, pero si recoge una investigación bibliográfica sobre el respecto.

Problema

En general nosotros entenderemos problema como una situación problémica, que tiene unas ciertas condiciones iniciales que requieren ser modificadas. Entendiendo que se dice que hay una situación problema cuando se dispone de algunos elementos o condiciones conocidos y otros elementos o condiciones o elementos desconocidos, y la situación depende de descubrir cómo tratar los factores desconocidos de la situación.

En palabras de Raaheim², una situación problémica es un miembro desviante de una serie de situaciones anteriores del mismo género. Lo que introduce la posibilidad de recurrir a información o conocimientos previos para resolver la situación, pero estos no son suficientes para dar una respuesta inmediata.

Ejemplos de situaciones problémicas pueden ser: La duda, la incertidumbre, el dilema y el problema. En el caso del problema podemos encontrarnos con que el problema es una situación en la que aparece una pregunta de manera implícita o explícita que requiere ser resuelta. Esta solución a su vez requiere de la integración de una o más variables, a través de un cierto conjunto de relaciones propias del contexto en el que se da el problema.

Sin embargo el curso de acción para poner en acción las relaciones y las variables y lograr la modificación de las condiciones iniciales no es completamente claro, aunque posible, para la persona que lo enfrenta; lo que nos lleva considerar que el problema no es una realidad de orden físico si no psicológico, en la que se ponen en juego ciertas habilidades propias del solucionador, de tal suerte que una situación puede constituirse como un problema pero para otro sencillamente es un ejercicio. Esto es lo que Pozo llama “diferencia entre expertos y novatos”.

Por otro lado, la búsqueda de la modificación de las condiciones iniciales, está dada en general en tres fases que según Koestler (citado por Mauro Díaz) son propias de todo proceso innovador:

- Fase Lógica
Formulación, Recopilación de datos, Búsqueda de soluciones.
- Fase intuitiva
Medida, maduración y aclaración, iluminación.
- Fase crítica
Examen del descubrimiento, Verificación.

El problema a su vez está compuesto por una serie de componentes que se han organizado en 4 categorías cada una con sus especificidades:

²Citado por Sternberg (1987)

Las *metas* establecen lo que se desea lograr en una situación determinada. En un problema puede haber una o varias metas, las cuales pueden estar bien o mal definidas. Los *datos* consisten en la información numérica o verbal disponible con que cuenta el solucionador para comenzar a analizar la situación problema. Al igual que las metas, los datos pueden ser pocos o muchos, pueden estar bien o mal definidos o estar explícitos o implícitos en el enunciado del problema. Las *restricciones* son los factores que limitan la vía para llegar a la solución. De igual manera, pueden estar bien o mal definidos y ser explícitos o implícitos. Los *métodos u operaciones* se refieren a los procedimientos utilizados para resolver el problema.

Los problemas se han clasificado teniendo en cuenta o bien el tipo de razonamiento que se requiere para ser solucionado, su espacio de definición o el tipo de tarea que plantean. Y si bien existe otro grupo bastante amplio de clasificación no entraremos a profundizar en este aspecto.

- *Según el tipo de razonamiento que se requiere para su solución:* Esta clasificación obedece fundamentalmente al tipo de razonamiento que se ve involucrado en la solución del problema, de tal manera que los problemas pueden clasificarse en deductivos o inductivos.

Este tipo de problema se encuentra de manera más generalizada un la lógica formal, en las matemáticas, la física teórica y en aquellas ciencias cuya estructura esté total o parcialmente formalizada.

- *Según los espacios de definición:* La diferencia³ que caracteriza a estos tipos de problema está dada por la explicitación de sus componentes. Esto quiere decir, que los espacios de problema pueden ser bien definidos o mal definidos.
- *Según la tarea:* La clasificación de problemas a través del criterio del tipo de tarea establece esencialmente dos subclases, que se diferencian por el enfoque de los procesos por los que se llega a la meta, estos pueden ser productivos o reproductivos.
- *Según el contexto:* La clasificación en términos del contexto en el que se formulan los problemas plantea la división de tres clases, por lo menos, los problemas de las ciencias sociales, los problemas de las ciencias naturales y los problemas matemáticos.

Esta última clasificación vinculada a los propósitos del presente trabajo nos lleva a la precisión de otro concepto básico: *Problema matemático*.

Problema matemático

Los problemas matemáticos tratan de los entes matemáticos (p.e. números, figuras geométricas, la continuidad, las transformaciones,...), las relaciones que se establecen entre ellos y las leyes que los rigen. Para la aritmética, por ejemplo, los problemas giran en torno a los números las relaciones que se establecen entre ellos y las propiedades de éstas;

³Entendiendo diferencia como característica que divide a una clase en subclases.

para la geometría euclidiana los problemas tratan de las figuras, los cuerpos su composición y sus relaciones métricas; para la trigonometría tratan del estudio de los triángulos y las relaciones y funciones que se originan en la relaciones que se establecen entre sus componentes, etc.

En general se tratan de objetos cuya naturaleza (según la posición filosófica que se tenga: realista, conceptualista, nominalista, apriorista, empirista, objetivista o existencialista) puede caracterizarse por su preexistencia frente a las cosas, por lo que puede considerarse que su realidad es ontológica y son intermediarios entre la realidad sensible y la inteligible; pueden verse también como objetos cuyo origen está en la realidad y esta los precede en existencia, por lo tanto son conceptos que no pertenecen a la categoría de constructos meramente mentales; es posible considerarlos también como nombres que se adoptan en virtud de las necesidades de modelación de la realidad, gracias a su carencia de contenido. Otras visiones sobre los objetos matemáticos afirman que son concepciones innatas, que si bien no tienen origen en la realidad son completamente aplicables a ella; o que son abstracciones de nuestras percepciones sensibles. En el contexto de otras posturas filosóficas pueden ser observados entes que carecen de existencia pero que subsisten (como objetos ideales).

Bajo estas condiciones, lo único que vincula a todas las posturas sobre la naturaleza es el carácter de constructo que se rige por leyes y relaciones dadas por la matemática, que se constituye como una ciencia que erige su propio lenguaje, de cual se sirven otras ciencias para formalizar sus observaciones.

En este sentido surge una clasificación de los problemas matemáticos:

A este respecto se puede decir que dada la naturaleza de los objetos matemáticos (un poco desde el apriorismo), su aplicabilidad abre dos contextos en los que se generan los problemas matemáticos: *las matemáticas aplicadas y las matemáticas puras*.

De manera que la aplicación y el uso del lenguaje matemático para generar modelos en otras ciencias no sacan al problema del espacio matemático, pues si bien el fenómeno que dio origen al problema y estableció los elementos para la representación matemática tiene origen en observaciones de naturaleza no matemática, son el lenguaje matemático y sus gramática las que dan el contexto de solución al problema y este es el de las matemáticas. El otro contexto que se abre es el de las matemáticas puras, en las que las observaciones, los objetos, las relaciones y el lenguaje no se encuentran en un espacio diferente al de las matemáticas.

Otra clasificación ya no fundada en la naturaleza de los objetos, si no en las metas de los problemas, es la que abre la posibilidad de encontrar problemas cuyas soluciones sean números o observaciones cualitativas (sobre un fenómeno matemático o no). Así que dependiendo del tipo de resultado que se espere los problemas pueden ser *cuantitativos* o *cualitativos*.

Resolución de problemas

La definición más precisa de resolución de problemas, es a nuestro entender, es la Andre (1986), según él, el proceso de resolución de problemas puede describirse a partir de los

elementos considerados a continuación:

1. Una situación en la cual se quiere hacer algo, pero se desconocen los pasos precisos para alcanzar lo que se desea.
2. Un conjunto de elementos que representan el conocimiento relacionado con el problema.
3. El solucionador de problemas o sujeto que analiza el problema, sus metas y datos y se forma una representación del problema en su sistema de memoria.
4. El solucionador de problemas que opera sobre la representación para reducir la discrepancia entre los datos y las metas. La solución de un problema está constituida por la secuencia de operaciones que pueden transformar los datos en metas.
5. Al operar sobre los datos y las metas, el solucionador de problemas utiliza o puede utilizar los siguientes tipos de información:
 - Información almacenada en su memoria de largo plazo en forma de esquemas o producciones.
 - Procedimientos heurísticos.
 - Algoritmos.
 - Relaciones con otras representaciones.
6. El proceso de operar sobre una representación inicial con el fin de encontrar una solución al problema, se denomina búsqueda. Como parte del proceso de búsqueda de la solución, la representación puede transformarse en otras representaciones.
7. La búsqueda continúa hasta que se encuentra una solución o el solucionador de problemas se da por vencido.

Las estrategias de resolución de problemas

Las estrategias se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los solucionadores para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de convertirlos en metas y obtener una solución. Las estrategias incluyen los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente.

A. Los métodos heurísticos

Los **métodos heurísticos** son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los solucionadores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución.

Los métodos heurísticos varían en el grado de generalidad. Algunos se pueden aplicar a una gran variedad de dominios, otros pueden ser más específicos y se limitan a un área

particular del conocimiento. La mayoría de los programas de entrenamiento en solución de problemas enfatizan procesos heurísticos generales como los planteados por Polya (1965) o Hayes (1981).

Los métodos heurísticos específicos están relacionados con el conocimiento de un área en particular. Este incluye estructuras cognoscitivas más amplias para reconocer los problemas, algoritmos más complejos y una gran variedad de procesos heurísticos específicos.

Diversos investigadores han estudiado el tipo de conocimiento involucrado en la resolución de un problema, encontrándose que los resultados apoyan la noción de que la eficiencia en la resolución de problemas está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión (Mayer, 1992; Sternberg, 1987). En este sentido, estos autores coinciden en señalar que los tipos de conocimiento necesarios para resolver problemas incluyen:

- Conocimiento declarativo: Principios, fórmulas y conceptos.
- Conocimiento lingüístico: Conocimiento de palabras, frases, oraciones. Decodificación, representación.
- Conocimiento semántico: Dominio del área relevante al problema.
- Conocimiento esquemático: Conocimiento de los tipos de problema.
- Conocimiento procedimental: Conocimiento acerca de las acciones necesarias para resolver un tipo de problema en particular conocimiento del o de los algoritmos necesarios para resolver el problema.
- Conocimiento estratégico: Conocimiento de los tipos de conocimiento y de los procedimientos heurísticos.

Investigación sobre los tipos de conocimientos involucrados en la resolución de problemas matemáticos

La investigación partía del siguiente supuesto:

Tesis: Existe una mayor correlación en algunos tipos de conocimiento necesarios para la resolución de problemas matemáticos y su solución que en otros.

Para probar lo anterior se creo una prueba que consta de 12 items que evalúa cada tipo de conocimiento con referencia a un problema matemático determinado. Esta prueba se aplicó a una población de 120 estudiantes de I.A.M. de diferentes edades y grados de escolaridad.

La prueba anteriormente nombrada se realizo teniendo en cuenta los siguientes indicadores.

CONOCIMIENTO LINGÜÍSTICO: APLICA EL PROCESO DE CODIFICACIÓN PARA OBTENER LA REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA O ECUACIONES DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO: DA CUENTA DE POR LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS QUE PUEDEN HABER SIDO INTRODUCIDOS EXPLÍCITAMENTE EN EL ENUNCIADO DEL PROBLEMA.

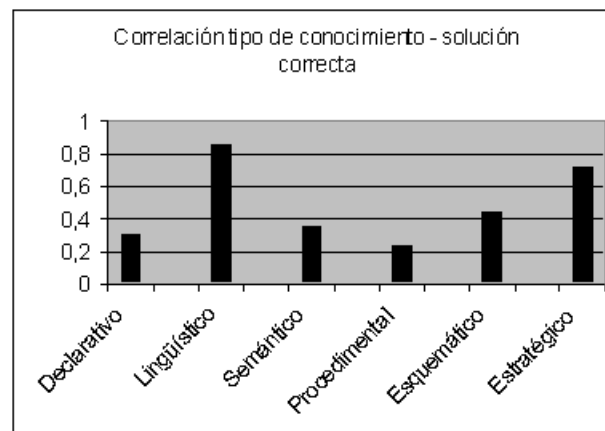
CONOCIMIENTO SEMÁNTICO: INTERPRETA EL CONTEXTO DEL PROBLEMA Y LE DA SENTIDO.

CONOCIMIENTO ESQUEMÁTICO: CATEGORIZA EL PROBLEMA DENTRO DE UN DETERMINADO CONJUNTO TIPO DE PROBLEMA.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL: CONOCE Y UTILIZA LOS PROCEDIMIENTOS (ALGORITMOS ARITMÉTICOS Y ALGEBRÁICOS) QUE SE USAN EN LA MATEMÁTICA PARA RESOLVER PROBLEMAS.

CONOCIMIENTO ESTRATÉGICO: UTILIZA LOS TIPOS DE CONOCIMIENTO Y LOS PROCEDIMIENTOS HEURÍSTICOS.

Los resultados de la prueba arrojaron las siguientes correlaciones:



Datos

1. Todos los tipos de conocimiento tienen correlaciones positivas con la solución correcta.
2. El conocimiento lingüístico tuvo la más alta correlación con la solución correcta del problema con un coeficiente de 0,86.
3. Según los resultados de la prueba el conocimiento procedimental fue el que obtuvo menos correlación con respuesta correcta.

Análisis de los datos

Bajo la óptica de los resultados de las pruebas podemos corroborar la gran importancia que tiene el conocimiento lingüístico en la resolución de problemas matemáticos, dicho conocimiento nos da la capacidad para decodificar el enunciado del problema y luego codificarlo en diferentes clases de posibles representaciones que nos darán improntas hacia la solución del problema, es decir, el hecho de saber decodificar y codificar el enunciado del problema, el de hacer representaciones adecuadas del mismo, le da una amplia posibilidad al solucionador para que resuelva acertadamente el problema.

El hecho significativo consiste en la representación que mostraron los solucionadores en la prueba, es decir que, es difícil que un solucionador actué eficientemente sobre el problema sin representarlo, el hecho de solucionar el problema se convierte en inabarcable sin esta habilidad.

Así pues, la representación del enunciado del problema matemático no será siempre, ni en todos los casos única. Es precisamente la habilidad para cambiar de un código a otro la que refleja la habilidad del solucionador en esta área.

La resolución de problemas matemáticos podría ser considerada también como un proceso de traducción entre representaciones. Los problemas matemáticos se presentan como representaciones verbales de una situación que ha de traducirse finalmente a una representación matemática o a una sucesión de ellas.

Representación

Dadas las distintas representaciones de los enunciados de los problemas que arroja la prueba, observamos que bajo el criterio de profundidad pueden identificarse niveles de representación:

Representación verbal superficial, representación verbal del significado, representación profunda del significado, representación verbal profunda de la estructura relacional.

Consecuentemente, consideraremos que la representación de un problema es la construcción de un modelo mental de sus componentes. Es entonces el producto del tipo de conocimiento lingüístico que se refiere a la traducción, a diferentes lenguajes, de las partes constitutivas del problema.

Por lo tanto, la representación consiste en la adaptación de la información del problema a una forma más sencilla de manejar, este ajuste implica el manejo de diferentes lenguajes en los que se puedan abstraer de manera eficiente los datos, las relaciones y las metas de un problema.

Por todo lo anterior, el equipo de investigación decidió crear una prueba que tenía como fin establecer los niveles de representación del estudiante medio y los que son considerados talentos matemáticos, con una muestra de 30 estudiantes; 15 estudiantes de resultados medios en matemática y 15 considerados como talentos o prospectos en matemática. La prueba maneja dos problemas del mismo esquema la misma cantidad de datos, asignaciones y representaciones similares.

Los niveles se nombraron como sigue:

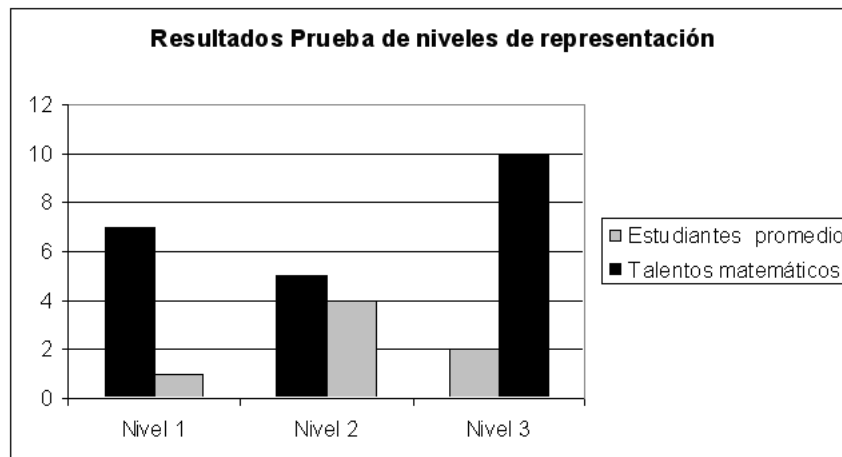
Nivel 1: Representación verbal superficial: El solucionador hace una operación para dar la respuesta al problema, pero esta no refleja manejo de la información del problema

Nivel 2: Representación verbal del significado: El solucionador olvida y no hace explícitos algunos datos del problema.

Nivel 3: Representación profunda del significado: Identifica asignaciones y hace proposiciones, o identifica relaciones y hace proposiciones.

Nivel 4: Representación verbal profunda de la estructura relacional: representa simbólicamente el problema incluyendo todos los datos asignaciones y relaciones.

Los datos que arrojaron las pruebas fueron los siguientes:



Como conclusión de las diferentes investigaciones encontramos que:

LOS NIÑOS TALENTOS TIENEN CAPACIDAD DE REPRESENTACIÓN MÚLTIPLE DE UN PROBLEMA Y SUS ELEMENTOS.

LOS NIÑOS TALENTOS USAN DE DIFERENTES LENGUAJES Y ESQUEMAS DE REPRESENTACIÓN.

Bibliografía

- [1] ANDRE, T., *Problem solving and education*. En G.D. Phye y T. Andre (Eds.), *Cognitive classroom learning. Understanding, thinking, and problem solving*. New York: Academic Press. 1986.
- [2] BAÑUELOS, A., *Resolución de problemas matemáticos en estudiantes de bachillerato*. *Perfiles Educativos*, N° 67, 50-58. 1995.
- [3] BRIARS, D.; LARKIN, J., *An integrated model of skill in solving elementary word problems*. *Cognition & instruction*, 1, 245-296. 1984.

- [4] BROWN, J.; BURTON, R., *Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills*. Cognitive Science, 2, 155-192. 1978.
- [5] BROWN, J.; VANLEHN, K., *Repair theory: A generative theory of bugs in procedural skills*. Cognitive Science, 4, 379-426. 1980.
- [6] CARPENTER, T., *Learning to add and subtract: An exercise in problem solving*. En E.A. Silver (Ed.), Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives. Hillsdale, NJ: L.E.A. 1985.
- [7] CARPENTER, T.; MOSER, J., *The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three*. Journal of Research in Mathematics Education, 15, 170-202. 1984.
- [8] CHI, M.; GLASER, R., *Problem solving abilities*. Material mimeografiado. 1983.
- [9] CHI, M.; FELTOVICH, P; GLASER, R., *Categorization and representation of physics problems by experts and novices*. Cognitive Science, 5, 121-152. 1981.
- [10] CHI, M.; GLASER, R.; REES, E., *Expertise in problem solving*. En R. Sternberg (Ed.), Advances in the psychology of human intelligence. Vol. 1. Hillsdale, NJ: Erlbaum. 1981.
- [11] DIJKSTRA, S., *Instructional design models and the representation of knowledge and skills*. Educational Technology, 31, (6), 19-26. 1991.
- [12] DUHALDE, M.; GONZÁLEZ, M., *Encuentros cercanos con la matemática*. Buenos Aires: Aique. 1997.
- [13] GAGNÉ, R.; GLASER, R., *Foundations in learning research*. En R.M. Gagné (Ed.), Instructional technology: Foundations. Hillsdale, NJ: Erlbaum. 1987.
- [14] GOLDMAN, S., *Strategy instruction in mathematics*. Learning Disability Quarterly, 12, 43-55. 1989.
- [15] GREENO, J., *Trends in the theory of knowledge for problem solving*. En D.T. Tuma y F. Reif (Eds.), Problem solving and education. Issues in teaching and research. Hillsdale, NJ: Erlbaum. 1980.
- [16] GROEN, G.; PARKMAN, J., *A chronometric analysis of simple addition*. Psychological Review, 79, 329-343. 1972.
- [17] HAYES, J., *The complete problem solver*. Philadelphia: Franklin Institute Press. 1981.
- [18] HEGARTY, M.; MAYER, R.; MONK, C., *Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers*. Journal of Educational Psychology, 87, 18-32. 1995.

- [19] HINSLEY, D.; HAYES, J.; SIMON, H., *From words to equations: Meaning and representation in algebra word problems*. En M.A. Just y P.A. Carpenter (Eds.), *Cognitive processes in comprehension*. Hillsdale, NJ: Erlbaum. 1977.
- [20] JITENDRA, A.; KAMEENUI, E., *Experts' and novices' errors patterns in solving part-whole mathematical word problems*. *The Journal of Educational Research*, 90, (1), 42-51. 1996.
- [21] KANTOWSKI, M., *The teaching experiments and soviet studies of problem solving*. En I.L. Hatfield y D.A. Bradbard (Eds.), *Mathematical problem solving: Papers from a research workshop*. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC. 1978.
- [22] KILPATRICK, J., *Analyzing the solution of word problems in mathematics. An exploratory study*. Tesis doctoral. Universidad de Stanford, California. *Dissertation Abstracts International*, 1968, 28, 4380A. 1967.
- [23] KINTSCH, W., *Learning from text*. *Cognition & Instruction*, 3, 87-108. 1986.
- [24] KINTSCH, W., *Understanding word problems: Linguistic factors in problem solving*. En M. Nagao (Ed.), *Language and artificial intelligence*. North Holland: Elsevier Science Publisher B.V. 1987.
- [25] KINTSCH, W.; GREENO, J., *Understanding and solving arithmetic word problems*. Material mimeografiado. 1984.
- [26] KINTSCH, W.; VANDIJK, T., *Toward a model of text comprehension and production*. *Psychological Review*, 85, 363-394. 1978.
- [27] KRULIK, S.; RUDNICK, J., *Teaching problem solving to preservice teachers*. *Arithmetic Teacher*, February, 42-49. 1982.
- [28] LARKIN, J.; MCDERMOTT, P.; SIMON, D.; SIMON, H. A., *Expert and novice performance in solving physics problems*. *Science*, 208, 1335-1342. 1980.
- [29] LESTER, F., *Mathematical problem solving in the elementary school: Some educational and psychological considerations*. En L.L. Hatfield y D.A. Bradbard (Eds.), *Mathematical problem solving: Papers from a research workshop*. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC. 1978.
- [30] MAYER, R., *Frequency norms and structural analysis of algebra story problems into families, categories and templates*. *Instructional Science*, 10, 135-175. 1981.
- [31] MAYER, R., *Thinking, problem solving and cognition*. New York: Freeman. 1983.
- [32] MAYER, R., *Cognition and instruction: Their historic meeting within educational psychology*. *Journal of Educational Psychology*, 84, (4), 405-412. 1992.

- [33] MONEREO, C.; Castelló, M.; Clariana, M.; Palma, M.; Pérez, M., *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Formación del profesorado y aplicación en la escuela. Barcelona: Graó. 1995.
- [34] NEWELL, A.; SIMON, H., *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. 1972.
- [35] NORMAN, D.; RUMELHART, E., *Explorations in cognition*. San Francisco: Freeman. 1975.
- [36] POLYA, G., *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving*. Vol. 2. New York: Wiley. 1965.
- [37] RESNICK, L.; FORD, W., *The psychology of mathematics for instruction*. Hillsdale, NJ: L.E.A. 1981.
- [38] RIMOLDI, H., *Solución de problemas: Teoría, metodología y experimentación*. Revista de Psicología General y Aplicada, 39, 75-96. 1984.
- [39] SCHOENFELD, A., *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press. 1985.
- [40] SIEGLER, R.; SHRAGER, J., *Strategy choices in addition: How children know what to do*. Trabajo presentado en el décimo octavo Simposio Anual Carnegie sobre Cognición. Pittsburgh, PA. 1983.
- [41] SUPPES, P.; GROEN, G.J., *Some counting models for first grade performance data on simple addition facts*. En J.M. Scandura (Ed.), Research in mathematics education. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics. 1967.
- [42] STERNBERG, R., *Razonamiento, solución de problemas e inteligencia*. En R.J. Sternberg (Ed.), Inteligencia humana, II. Cognición, personalidad e inteligencia. Buenos Aires: Paidós. 1987.
- [43] STIGLER, J.; LEE, S; STEVENSON, H., *Mathematical knowledge of Japanese, Chinese, and American elementary school children*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. 1990.
- [44] WALLAS, G., *The art of thought*. New York: Harcourt Brace Jovanovich. 1926.