

# APROXIMACIÓN A LA PROBABILIDAD EN EL AULA DE EDUCACIÓN PRIMARIA. UN ESTUDIO DE CASO SOBRE LOS PRIMEROS ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS

## Approach to the probability in the Primary Education classroom. A case study about first linguistic elements

Vásquez-Ortiz, C.<sup>a</sup> y Alsina, A.<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Pontificia Universidad Católica de Chile, <sup>b</sup>Universidad de Girona

### Resumen

*El lenguaje desempeña un rol fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, especialmente de la probabilidad, debido a la estrecha relación existente entre las expresiones de uso común y el lenguaje de corte matemático o probabilístico. En este trabajo se presenta un análisis de los primeros elementos lingüísticos vinculados al lenguaje probabilístico presentes en dos sesiones de clase de un segundo curso de Educación Primaria de una escuela chilena. Para ello, nos hemos centrado en cuatro grandes focos que promueven el lenguaje probabilístico y el desarrollo de la alfabetización probabilística: lenguaje verbal, lenguaje numérico, lenguaje tabular y lenguaje gráfico. Los resultados muestran un fuerte predominio de términos y expresiones verbales provenientes del lenguaje común vinculadas principalmente al significado intuitivo de la probabilidad, que transitan hacia conceptos de corte probabilístico.*

**Palabras clave:** *probabilidad, lenguaje tabular, lenguaje numérico, aproximación a la probabilidad.*

### Abstract

*Language plays a fundamental role in the teaching and learning of mathematics due to the close relationship between expressions of common use and mathematical or probabilistic language style, especially about probability. This work shows an analysis of the first linguistic elements related to probabilistic language present in two second grade classes of a Chilean Primary Education school. To carry out this, we have focused on four major sources that promote probabilistic language and the development of probabilistic literacy: verbal language, numerical language, tabular language and graphic language. Results show a strong predominance of words and verbal expressions from common language, mainly linked to intuitive meaning of probability, and which move towards probabilistic concepts.*

**Keywords:** *probability, tabular language, numerical language, approach to probability.*

### INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se observa una fuerte tendencia por incorporar la probabilidad en los currículos de Educación Primaria, con el objeto de promover que los alumnos aprendan conocimientos probabilísticos que les sirvan de base para la recogida, descripción e interpretación de datos. En definitiva, se trata de ofrecerles herramientas que faciliten la toma de decisiones en situaciones en las que la incertidumbre es relevante, para que progresivamente sean ciudadanos bien informados y consumidores inteligentes. Es en este contexto que la probabilidad es considerada

como “una excelente oportunidad para mostrar a los alumnos cómo matematizar, cómo aplicar la matemática para resolver problemas reales” (Godino, Batanero y Cañizares, 1997, p. 12). Por tanto, surge la necesidad de educar a los alumnos en esta área desde temprana edad, para así, contar con ciudadanos alfabetizados probabilísticamente “capaces de hacer frente a una amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones” (Gal, 2005, p. 40).

En este sentido, el *National Council of Teachers of Mathematics* incluyó a “Datos y Azar” como área temática en *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics* (NCTM, 1989), y posteriormente se reforzó esta iniciativa en *Principles and Standard for School Mathematics* (NCTM, 2000), los cuales enfatizan la necesidad de contar con programas de enseñanza orientados a capacitar a los alumnos para aprender conocimientos relacionados con el análisis de datos y probabilidad a partir del nivel Pre-K (tres años). Esta tendencia se ha reflejado en los currículos de matemáticas de muchos países, entre ellos Chile, que ha incorporado la probabilidad en Educación Primaria con el fin de proporcionar a los alumnos una experiencia estocástica desde las primeras edades (Mineduc, 2012). Es así como, producto de esta necesidad científica, profesional y social, Chile ha incluido en las Bases Curriculares (2012) el estudio de la probabilidad a lo largo de todo el currículo escolar, con el propósito de que “todos los alumnos se inicien en temas relacionados con las probabilidades” (Mineduc, 2012, p. 5), y de este modo cumplir con parte de los objetivos generales propuestos en la Ley General de Educación (2009) para la Educación Básica, referidos explícitamente a que

“los educandos desarrollen los conocimientos, habilidades y actitudes que les permitan: pensar en forma reflexiva, evaluando y utilizando información y conocimientos, de manera sistemática y metódica, para la formulación de proyectos y resolución de problemas; comprender y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos básicos en la resolución de problemas cotidianos, y apreciar el aporte de la matemática para entender y actuar en el mundo” (Mineduc, 2009, LGE, artículo 29, p. 10).

Un aspecto clave para asegurar que estas nuevas propuestas curriculares tengan éxito es la formación del profesorado, pues la mayoría de los maestros de Educación Primaria tienen poca o ninguna preparación sobre probabilidad y su didáctica (Vásquez y Alsina, 2015). De acuerdo con Gómez, Batanero, Contreras, J.M. y Fernández (2012), es primordial que el profesorado cuente con herramientas que les permitan abordar el proceso de enseñanza de la probabilidad. En nuestro caso, consideramos que la formación inicial y permanente del profesorado, sobre todo de las primeras etapas educativas, es de vital importancia, por lo que es necesario que estos dispongan de los conocimientos necesarios para promover el desarrollo de la alfabetización probabilística a partir de nociones básicas, abordadas de manera informal en los primeros niveles. En estas situaciones informales es fundamental el lenguaje probabilístico asociado a situaciones problemáticas centradas en los juicios que emiten los alumnos con base en sus propias experiencias, pues es a partir del lenguaje informal y cotidiano que los alumnos desarrollarán, paulatinamente, un razonamiento más abstracto y cuantitativo que permitirá transitar hacia la construcción de un conocimiento probabilístico de un nivel de abstracción mayor, y de este modo avanzar hacia el desarrollo de la alfabetización probabilística (Gal, 2005).

Este estudio que se enmarca en otro de mayor envergadura, busca dar mayor claridad respecto de cómo alcanzar una comprensión en profundidad de la naturaleza y las características del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en el aula de Educación Primaria. Es en este contexto que la investigación que aquí presentamos se centra en describir y analizar cómo emergen los primeros elementos lingüísticos en el desarrollo de dos clases introductorias de probabilidad con alumnos de Educación Primaria que no han recibido instrucción previa sobre este tema.

Para ello, se ha optado por realizar un estudio exploratorio, por medio de la observación no participante, durante un proceso de instrucción con un grupo de alumnos de segundo curso de Educación Primaria (años 7-8 años) que contempla el análisis de un proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad. En concreto, se analiza la multiplicidad de términos, expresiones orales y escritas, símbolos y representaciones (tablas y gráficos) que se usan cuando se pretende que los alumnos aprendan gradualmente la noción de probabilidad y adquieran el respectivo lenguaje probabilístico asociado, sin haber recibido instrucción previa sobre el tema.

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### **El lenguaje probabilístico: un soporte para la alfabetización probabilística**

Como parte de la matemática, la probabilidad no ha estado exenta de desafíos que, en su búsqueda por dar respuesta a situaciones problemáticas, han contribuido a su desarrollo, fundamentando lo que hoy conocemos como la *Teoría de la Probabilidad* (Batanero, Henry y Parzyz, 2005). A lo largo de su desarrollo histórico, se observan distintos significados vinculados a su interpretación que en la actualidad coexisten y son estudiados, con mayor o menor énfasis, en el contexto de la matemática escolar: significado intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático (Fine, 1971). En lo que respecta al tratamiento de la probabilidad en el currículo chileno se observa un fuerte predominio del significado intuitivo sobre todo en los primeros niveles educativos, que enfatiza el trabajo con situaciones cotidianas en las que emergen o están presentes los conceptos posible, seguro, imposible, etc., para luego continuar con un enfoque frecuentista de la probabilidad el cual permitirá que los alumnos complementen gradualmente estos significados con los demás (Vásquez y Alsina, 2014). De ahí la importancia de centrarse en describir y analizar cómo emergen los primeros elementos lingüísticos, sobre todo si consideramos que en muchas ocasiones “utilizar el lenguaje matemático puede ser una barrera para el aprendizaje de los alumnos debido a los requerimientos y convenciones específicas necesarias para expresar los conceptos matemáticos” (Lee, 2010, p. 19). Por tanto, dado el estrecho vínculo existente entre las expresiones de uso común y el lenguaje probabilístico, es que los primeros elementos lingüísticos que sustentan dicho lenguaje resultan ser un elemento fundamental para el estudio de la probabilidad en los primeros niveles educativos.

En relación con los primeros elementos lingüísticos vinculados a la probabilidad, en este trabajo se asume que se trata de la parte ostensiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos al resolver situaciones-problemas, representar por medio de objetos concretos aquellos más abstractos, posibilitando una correspondencia semiótica entre objeto representante y representado (Font y Godino, 2006). Para su análisis nos situamos, principalmente, en la perspectiva del significado intuitivo de la probabilidad, dado que de acuerdo con los *Principles and Standard for School Mathematics* (NCTM, 2000) y con las orientaciones curriculares chilenas para la Educación Primaria (Mineduc, 2012), en las primeras edades (5 a 8 años) las ideas probabilísticas deben ser tratadas de manera informal. En estas edades, los alumnos usan lenguaje cotidiano e informal propio que les permita introducir y resaltar nociones de probabilidad necesarias para avanzar progresivamente hacia una comprensión y aplicación de conceptos básicos de la probabilidad. Es por esta razón, que el significado intuitivo de la probabilidad constituye un elemento central y de base en las primeras edades, ya que se refiere a aquellos términos de uso común para referirse a la incertidumbre y expresar por medio de frases coloquiales la cuantificación y el grado de creencia en relación con sucesos inciertos (posible, previsible, presumible, probable, factible, viable, etc.).

De acuerdo con los componentes básicos del modelo de alfabetización probabilística (Tabla 1) propuesto por Gal (2005), consideramos que este lenguaje cotidiano e informal vinculado al significado intuitivo de la probabilidad constituye un elemento de base para construir una conexión

con el lenguaje probabilístico, que permitirá que los alumnos comiencen a utilizar un lenguaje preciso y especializado para expresar de forma cualitativa la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso.

Tabla 1. Componentes básicos del modelo de alfabetización probabilística.

Elementos de conocimientos	Elementos disposicionales
Grandes ideas de probabilidad: variabilidad, aleatoriedad, independencia, predicción/incertidumbre.	Postura crítica
Asignación de probabilidades: diversas maneras para encontrar o estimar la probabilidad de ocurrencia de un evento.	Creencias y actitudes
Lenguaje: términos y métodos para comunicar el azar.	Sentimientos personales para el desarrollo de una postura positiva hacia la información probabilística.
Contexto: comprensión del rol e impacto de la probabilidad en diversos eventos y procesos.	
Preguntas críticas: incorporación de temas que permitan reflexionar y evaluar la calidad de la información proveniente de diversos contextos en que la probabilidad se encuentra presente.	

Por tanto, a partir de lo propuesto por Gal (2005) y de acuerdo con Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras (2013), es posible distinguir cuatro grandes focos en la adquisición del lenguaje probabilístico -entendido este como un lenguaje especializado para comunicar el azar- que los alumnos requieren desarrollar para una comprensión adecuada de la probabilidad como una progresión de sus intuiciones probabilísticas:

- Lenguaje verbal: se refiere a la diversidad de términos y expresiones verbales. Dentro de este tipo de lenguaje es posible distinguir tres categorías (Shuard y Rothery, 1984): a) expresiones verbales específicas que no forman parte del lenguaje común; b) expresiones vinculadas a contextos matemáticos y cotidianos, pero no siempre con el mismo significado; y c) expresiones comunes y con significados muy próximos tanto en el contexto matemático como cotidiano.
- Lenguaje numérico: se asocia a la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y a la comparación de probabilidades. Dadas sus características se vincula con el significado clásico de la probabilidad.
- Lenguaje tabular: se refiere a la utilización de tablas para la representación de datos. Se utiliza principalmente para la presentación de frecuencias relativas y en la estimación de probabilidades a partir de ellas. Este tipo de lenguaje se encuentra fuertemente vinculado al significado frecuentista de la probabilidad.
- Lenguaje gráfico: se relaciona con la diversidad de representaciones gráficas ligadas a conceptos probabilísticos y que son utilizadas en estimaciones de probabilidades, como por ejemplo: pictogramas, diagramas de barra y diagramas de árbol. Este tipo de lenguaje, al igual que el anterior, está vinculado con el significado frecuentista de la probabilidad.

Estos tipos de lenguaje desempeñan un rol fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, especialmente de la probabilidad, debido a la estrecha relación existente entre las expresiones de uso común y el lenguaje de corte matemático o probabilístico.

## MÉTODO

Se registraron en vídeo dos sesiones de clase de 90 minutos de un segundo curso de primaria de una escuela chilena. En el estudio han participado 20 alumnos cuyas edades fluctúan entre los 7 y 8 años, y que no han recibido instrucción previa sobre el tema. El maestro a cargo de las sesiones de clase es maestro de primaria con especialización en matemática, tiene 5 años de experiencia en aula y es reconocido por sus pares y alumnos por la buena calidad de sus clases y el dominio del contenido que enseña. Cabe señalar que este maestro ha realizado durante los últimos años cursos de formación permanente orientados a la enseñanza de la estadística y probabilidad en la Educación Primaria.

Para describir cómo emergen estos primeros elementos lingüísticos ligados al lenguaje probabilístico, hemos realizado un análisis de corte cualitativo que consideró los siguientes pasos:

- Transcripción de las clases grabadas en vídeo.
- Identificación de episodios de las clases (a partir de la transcripción) en los que se aborden términos, expresiones orales y escritas, símbolos y representaciones (tablas y gráficos) asociados a la probabilidad, que constituyen las unidades de análisis.
- Categorización de los diversos términos, expresiones orales y escritas, símbolos y representaciones (tablas y gráficos) asociados a la probabilidad.
- Descripción de cómo los alumnos de primaria construyen la noción de probabilidad y adquieren un lenguaje probabilístico a partir del uso de diversos términos, expresiones orales y escritas, símbolos y representaciones (tablas y gráficos).

## RESULTADOS

A continuación se presenta un resumen de los resultados del análisis para cada uno de los focos considerados en este estudio.

### Lenguaje verbal

Al inicio de la case el maestro propone un conjunto de situaciones en las que está presente la incerteza, en el sentido de que, aun existiendo algunos patrones de comportamiento, resulta imposible predecir una situación futura con toda seguridad. Una de las situaciones propuesta es la siguiente: *“Supongamos que nos interesa saber si mañana tendremos un día soleado”* y luego les solicita que expresen qué tan posible es que esto suceda. Algunos alumnos señalan que la respuesta “depende de muchos factores” como por ejemplo el clima del lugar, la estación del año, el tiempo del día de hoy, etc. En este momento el maestro hace hincapié en que estos “factores” pueden llevar a asignar distintos grados de posibilidad de ocurrencia de este suceso, y es aquí donde plantea ciertos posibles escenarios, para situar sus respuestas. Por ejemplo: *“Si estos últimos días han sido lluviosos y nos encontramos en el mes de junio, ¿será posible que mañana sea un día soleado?”* Luego, el maestro pide a los alumnos que hagan algunas predicciones, con el objeto de que identifiquen diferentes grados de posibilidad de que ocurra un determinado suceso y posteriormente, con base en la diversidad de expresiones dadas por los propios alumnos, llegar a establecer una escala cualitativa que permita valorar las oportunidades de ocurrencia de un conjunto de situaciones dado. De este modo, a partir de diversas suposiciones de contextos diversos comienzan a emerger los primeros elementos lingüísticos por medio de expresiones tales como imposible, más posible, menos posible, etc. Lo que lleva a que los alumnos guiados por el maestro identifiquen diferentes grados de posibilidad de ocurrencia de un suceso que pueden ir desde lo imposible hasta lo seguro (Figura 1).

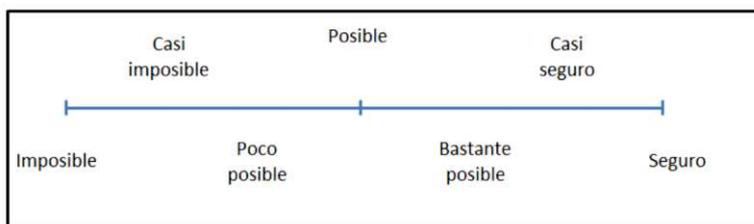


Figura 1. Grados de posibilidad de ocurrencia de un suceso.

Una vez establecida la escala que va desde lo imposible hasta lo seguro, el maestro solicita a los alumnos proponer situaciones que provengan de experiencia de vida cotidiana y clasificarlas y ubicarlas de acuerdo con su grado de posibilidad de ocurrencia en el “*tablero de las posibilidades*”, las cuales posteriormente son compartidas y discutidas con sus compañeros quienes a partir de la discusión grupal consensuan una clasificación de acuerdo con la escala cualitativa de posibilidad de ocurrencia (Figura 2).



Figura 1. Trabajando con el “tablero de posibilidades”

Esta tarea implica que los alumnos usen una diversidad de términos y expresiones verbales vinculadas a nociones y conceptos básicos iniciales de probabilidad, los cuales hemos categorizado (Tabla 2) de acuerdo con Shuard y Rothery (1984) quienes clasifican las expresiones utilizadas en la enseñanza de la matemática en:

- Expresiones verbales específicas de las matemáticas: son aquellas expresiones que no forman parte del lenguaje común y corresponden más bien a un lenguaje técnico de las matemáticas.
- Expresiones verbales vinculadas a las matemáticas: son expresiones que se utilizan tanto en el contexto matemático como en el cotidiano, pero no siempre tienen el mismo significado en ambos contextos.
- Expresiones verbales comunes: expresiones que tienen el mismo significado o significados muy próximos tanto en el contexto matemático como en el cotidiano.

Tabla 2. Términos y expresiones verbales presentes en la primera sesión analizada.

Expresiones verbales específicas	Expresiones verbales vinculadas	Expresiones verbales comunes
Suceso	Seguro	Suerte
Evento	Acertar	Más posible
Aleatorio	Azar	Menos posible
Experimento	Imposible	Adivinar
Probabilidad	Estimar	Sin querer
	Anticipar	Casualidad
	Juegos de azar	Conocer el resultado

---

Predecir  
 Poco probable  
 Más fácil  
 Más difícil  
 Resultados  
 Posibilidad de ocurrir

---

Los términos y expresiones identificadas se vinculan principalmente a la categoría de expresiones comunes, cuyos significados son muy próximos tanto en el contexto matemático como en el cotidiano, lo que concuerda con las orientaciones curriculares nacionales y la edad de los alumnos. Además se observa que la gran mayoría de las expresiones utilizadas en esta sesión inicial se vinculan al concepto de “aleatorio” y se asocian con el significado intuitivo de la probabilidad.

Durante la clase siguiente (2º sesión) el maestro plantea diversas situaciones en las que los alumnos deben realizar experimentos aleatorios o juegos de azar sencillos, como por ejemplo, el lanzamiento de una moneda (Figura 3) para luego plantear, de acuerdo con los datos observados, preguntas orientadas a la predicción de tendencias. En este contexto surgen los siguientes términos y expresiones verbales (Tabla 3).



Figura 3. Realizando experimentos aleatorios

Tabla 3. Términos y expresiones verbales presentes en la segunda sesión analizada.

Expresiones verbales específicas	Expresiones verbales vinculadas	Expresiones verbales comunes
Suceso	Seguro	Suerte
Evento	Acertar	Casualidad
Aleatorio	Azar	Más posible
Experimento aleatorio	Estimar	Menos posible
Tabla de resultados	Igual probabilidad	Muy posible
Probabilidad	Imprevisible	Adivinar
		Predecir
		Más fácil
		Más difícil
		Resultados posibles
		Posibilidad de ocurrir
		Lanzamiento de una moneda
		Lanzamiento de un dado
		Cara o cruz

En esta segunda sesión ya se evidencia un tránsito hacia un lenguaje de corte probabilístico, puesto que se incluyen términos más específicos a la probabilidad, además de la incorporación de forma

indirecta de conceptos como “espacio muestral”, “aleatoriedad” y “experimento aleatorio”. Contribuyendo de esta forma a propiciar y fundamentar el desarrollo de la alfabetización probabilística a partir de la comprensión y utilización de las diversas formas que se utilizan para comunicar el azar y la probabilidad (Gal, 2005).

### Lenguaje numérico

En las dos sesiones analizadas se observa una baja utilización de lenguaje numérico asociado a la probabilidad, aun cuando en la segunda sesión uno de los alumnos afirma que *“la posibilidad de obtener cara al lanzar una moneda es la misma que la de obtener cruz, y que por lo tanto es 1 de 2”*. Esta intervención es obviada por el profesor, quizás debido a que el propósito de la clase no era la asignación numérica de probabilidad sino la adquisición del concepto de experimento aleatorio así como una primera aproximación al concepto de espacio muestral.

### Lenguaje tabular

Respecto a la representación de datos a través del uso de tablas, se observa un primer acercamiento a la utilización de éstas para el registro de información, en este caso los resultados obtenidos en un número determinado de lanzamientos de una moneda (Figura 4).



Figura 4. Registro de información por medio de tablas

### Lenguaje gráfico

En cuanto al lenguaje gráfico, no se observa el uso de ningún tipo de representación grafica pese a que en de acuerdo con lo planteado por las orientaciones curriculares chilenas, en este nivel, los alumnos deben ser capaces de comprender nociones tales como: posible, poco posible, muy posible e imposible, asimismo deben ser capaces de registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas (Mineduc, 2012). Quizás esto se deba a que nos encontramos en la segunda sesión de un curso que no había recibido instrucción previa sobre el tema.

## CONCLUSIONES

En este trabajo hemos presentado un estudio sobre los primeros elementos lingüísticos que emergen en el contexto de una clase de probabilidad con alumnos de Educación Primaria que no han recibido instrucción previa sobre el tema. A partir del análisis de los distintos tipos de lenguajes que promueven la adquisición del lenguaje probabilístico (verbal, numérico, tabular y gráfico), podemos señalar que se observa un fuerte predominio del lenguaje verbal y cotidiano en la introducción de las primeras nociones y conceptos básicos sobre el azar y la probabilidad. Este dato coincide, a grandes rasgos, tanto con las orientaciones curriculares vigentes (Mineduc, 2012; NCTM, 2003) como con diversos trabajos que han señalado las fases de adquisición de los conocimientos probabilísticos en las primeras etapas educativas (Alsina, 2013; Vásquez y Alsina, 2014; Alsina,

2016; Alsina y Vásquez, 2016; Vásquez, 2016). En estos trabajos se señala que la primera fase de adquisición de conocimientos probabilísticos se caracteriza por la adquisición de lenguaje probabilístico elemental (nociones como “seguro”, “probable” o “imposible”), asociado al significado intuitivo de la probabilidad. Lo anterior, propicia el desarrollo progresivo de la alfabetización probabilística al cimentar el camino para la adquisición del pensamiento probabilístico por medio de la construcción de conocimiento matemático en situaciones donde este tenga sentido, así como a través de la experimentación, intuición y capacidad para relacionar y abstraer conceptos (Alsina, 2013).

También fue posible observar, en concordancia con el planteamiento de las orientaciones curriculares nacionales e internacionales, cómo los alumnos van avanzando hacia la adquisición de nuevos conceptos vinculados al azar y a la probabilidad (lenguaje más específico) a partir de sus intuiciones e ideas previas (lenguaje cotidiano común). No obstante, cabe señalar que este lenguaje probabilístico más específico no se desarrolla ni se propicia en toda su magnitud, ya que se observa una baja utilización del lenguaje numérico, tabular y gráfico, pese a que estos dos últimos se explicitan en las orientaciones curriculares de Educación Primaria.

Desde esta perspectiva, nuestro análisis sugiere que en el momento de iniciar el estudio de la probabilidad se considere el desarrollo de las primeras nociones y elementos de aproximación hacia la adquisición y el desarrollo del lenguaje probabilístico. En otras palabras, los conceptos de probabilidad son conceptos complejos con un alto grado de abstracción, por lo que es necesario avanzar de manera gradual hacia la comprensión adecuada del lenguaje específico de la probabilidad para así aproximarse a la cuantificación de la incerteza, y finalmente al cálculo de probabilidades en los últimos cursos de Educación Primaria.

## Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT N° 11150412 financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile.

## Referencias

- Alsina, Á (2013). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2016). La estadística y la probabilidad en Educación Primaria. ¿Dónde estamos y hacia dónde debemos ir? *Aula de Innovación Educativa*, 251, 12-17.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2016). La probabilidad en Educación Primaria. De lo que debería enseñarse a lo que se enseña. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 71, 46-52
- Batanero, C., Henry, M. y Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Nueva York: Springer.
- Lee, C. (2010). *El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Fine, T. L. (1971). *Theories of probability. An examination of foundations*. Londres: Academic Press.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1997). *Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.

- Gómez, E.; Batanero, C.; Contreras, J.M.; Fernández, J.A. (2012). Formación de profesores para enseñar probabilidad: un estudio comparativo entre Colombia y España. En M. Marín-Rodríguez; N. Climent-Rodríguez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 119-132). Ciudad Real: SEIEM.
- Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Unión*, 35, 75-91
- Mineduc (2009). *Ley General de Educación*. Santiago: MINEDUC. Recuperado de: <http://www.mineduc.cl>
- Mineduc (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Shuard, H. y Rothery, A. (Eds.) (1984). *Children reading mathematics*. Londres: Murray.
- Vásquez, C. (2016). Bolas, fichas, monedas ... ¿Cómo podemos ir introduciendo la probabilidad en primaria? *Aula de Innovación Educativa*, 251, 23-27.
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2014). Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado. *Números*, 85, 5-23.
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). *Evaluación del conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad en profesores de Educación Primaria*. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 511-520). Alicante: SEIEM.