

# RESOLUCIÓN POR SKYPE DE UNA TAREA DE VISUALIZACIÓN COOPERATIVA POR UNA PAREJA DE ESTUDIANTES DE TALENTO

## A talented pair of students solving via Skype a cooperative task on visualization

Ramírez, R.<sup>a</sup>, Beltrán-Meneu, M. J.<sup>b</sup>, Jaime, A.<sup>b</sup> y Gutiérrez, A.<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Dpto. de Didáctica de la Matemática, Univ. de Granada, <sup>b</sup> Dpto. de Didáctica de la Matemática, Univ. de Valencia

### Resumen

*En este trabajo analizamos la transmisión de información entre dos estudiantes de alta capacidad matemática mientras resuelven, a través de videoconferencia, una tarea cooperativa de visualización. Las categorías que más afloraron en el análisis del discurso fueron informar, demandar información, sugerir, parafrasear y confirmar. Los indicadores que más manifestaron fueron validación, ampliación y paráfrasis. Los estudiantes manifestaron características del talento matemático como un alto compromiso con la tarea, a pesar de su dificultad, y buena capacidad para organizar los datos y para desarrollar estrategias eficientes de resolución.*

**Palabras clave:** *estudiantes de altas capacidades matemáticas, trabajo cooperativo, análisis discursivo, visualización, videoconferencia.*

### Abstract

*We analyze the transmission of information between two mathematically talented students while solving, via videoconference, a cooperative task of visualization. The categories that emerged in our analysis of the discourse were inform, demand information, suggest, paraphrasing, and confirm. The more frequent indicators were validation, expansion and paraphrase. Students expressed characteristics of mathematical talent such as a high commitment to the task, despite its difficulty, and good ability to organize data and to develop efficient strategies of resolution.*

**Keywords:** *mathematically talented students, cooperative work, discursive analysis, visualization, videoconference.*

## INTRODUCCIÓN

Sigue siendo una línea abierta de investigación en el ámbito de la atención a estudiantes de altas capacidades cómo planificar actuaciones para subgrupos especiales que aporten evidencias del desarrollo de sus habilidades (Davis, Rimm y Siegle, 2014; Gallaguer, 2003, 2010). En particular, los alumnos con talento matemático son considerados alumnos de necesidades educativas especiales (Ministerio de Educación y Cultura, 2000; NCTM, 2000).

El trabajo cooperativo con otros estudiantes de alta capacidad ha resultado ser una estrategia educativa beneficiosa (Davis, Rimm y Siegel, 2014), si bien se necesitan investigaciones específicas que profundicen en los efectos de dichos agrupamientos (Robinson, 2003).

Para realizar estas tareas cooperativas, una primera dificultad es encontrar en el entorno escolar de un estudiante otros compañeros que, además de talento matemático, compartan un interés similar. Y más difícil todavía es ajustar los horarios. En este sentido, el uso de las nuevas tecnologías, en

particular plataformas virtuales que permitan videoconferencias, como es el caso de Skype, pueden aportar un medio de comunicación adecuado para salvar las dificultades señaladas.

En este texto analizamos la resolución de una tarea cooperativa de visualización por dos estudiantes con talento matemático, conectados a través de videoconferencia, y apoyados por un tutor experto que intervenía sólo cuando lo consideraba imprescindible. Para facilitar la interacción, cada estudiante conoce unas pistas diferentes y complementarias a las de su compañero. Los objetivos de esta investigación son:

- Analizar el proceso discursivo de transmisión de información entre dos estudiantes con talento matemático durante la resolución de un problema de visualización de tipo cooperativo a través de videoconferencia.
- Localizar los indicadores discursivos que se manifiestan al intercambiar información sobre los datos y el proceso de resolución del problema y detectar las características de talento matemático exteriorizadas por los estudiantes en este contexto.

Ng y Nicholas (2007) presentan un marco conceptual para el aprendizaje online de estudiantes de alta capacidad, incluyendo características específicas de estos alumnos y adaptando las teorías de aprendizaje de Mayes y Garrison, Anderson y Archer. Este modelo enfatiza la interacción social como elemento de aprendizaje y da un papel importante al discurso mediante el cual los estudiantes comparten sus razonamientos al resolver problemas. Es precisamente en el diseño de estas tareas donde se manifiesta la necesidad de particularizar el modelo para el caso del talento matemático.

Son muchas las habilidades a las que los investigadores hacen referencia cuando observan las resoluciones de problemas por parte de estudiantes de talento matemático; algunas de ellas, sugeridas por Greenes (1981), Miller (1990) y/o Freiman (2006) son las habilidades para organizar y manipular hábilmente los datos, generalizar, trabajar los problemas de una forma flexible, transferir con destreza los conocimientos adquiridos a una nueva situación, desarrollar estrategias eficientes, cambiar de una estrategia a otra, buscar patrones y relaciones, y para mantener bajo control los problemas y su resolución.

Utilizar un problema de visualización en esta experiencia es adecuado porque juega un papel importante en las tareas de matematización (Arcavi, 2003; Guillén, 2010) y porque la exploración visual puede mejorar la resolución de problemas (Ozdemir et al., 2012) habiéndose encontrado en investigaciones recientes evidencias significativas de relación entre la habilidad de percepción visual y la habilidad matemática (Rabab'h y Veloo, 2015; Rivera, 2011). Sin embargo, numerosos autores han destacado la visualización como el núcleo de gran parte de la dificultad de aprendizaje de la geometría (Guillén, 2010) y, en relación con el talento matemático, diferentes estudios han mostrado la preferencia de estos estudiantes en general por los métodos no visuales (Presmeg, 1986) y las dificultades que manifiestan al comunicar argumentaciones visuales (Ramírez, 2012).

En relación a las características de la interacción en el trabajo cooperativo, aunque no contextualizados en alumnos con talento ni en tareas online, destacamos el trabajo de Cobo y Fortuny (2000), que analiza la naturaleza y la calidad de las interacciones que tienen lugar en la resolución de problemas entre parejas de niños de 16-17 años, el de Soller (2001), para identificar indicadores para que el aprendizaje sea efectivo, y el de Dekker, Elshout-Mohr y Wood (2006), donde se analiza la autogestión del trabajo cooperativo.

Aunque la videoconferencia como herramienta de aprendizaje ha sido poco utilizada en primaria y secundaria (Chua, 2006), algunos estudios han mostrado cómo estudiantes utilizando este medio mejoran sus habilidades de comunicación matemática (Gage, 2003), aumentan su motivación y mejoran su rendimiento en resolución de problemas (Martin, 2005) y han evaluado positivamente el uso de plataformas como Skype para el trabajo cooperativo (Alagic y Alagic, 2013).

En las actas de los simposios de la SEIEM, Gutiérrez y Jaime (2013) señalan que son escasas las presentaciones sobre estudiantes de altas capacidades matemáticas. En la Tabla 1 destacamos las comunicaciones relacionadas con el talento matemático, la visualización y otros trabajos que analizan aspectos del discurso utilizado en el trabajo en grupo o en entornos online.

De la revisión bibliográfica se concluye que es pertinente indagar sobre la interacción entre estudiantes con talento matemático que resuelven online y de manera cooperativa problemas, en particular problemas de visualización.

Tabla 1. Trabajos presentados en la SEIEM relacionados con este estudio

Visualización	Talento	Trabajo en grupo	Online
Revisión de investigaciones (Fernández, 2013).	Revisión de investigaciones (Castro, 2008).	Chico y Planas (2011).	Roig, Llinares y Penalva (2010).
	Unidad de enseñanza (Reyes-Santander y Karg, 2009).	Rosich, Rodríguez y García (2014).	
	Estrategias de resolución (Gutiérrez y Jaime, 2013).	Montoro y Gil (2015)	
Habilidades de visualización (Ramírez, Flores y Castro, 2010).			

## MARCO TEÓRICO

La comunicación entre los participantes en el experimento (estudiantes y tutor experto) y las intervenciones de emisor y receptor son codificadas según la *Collaborative Learning Conversation Skill Taxonomy (CLCST)* de Soller (2001). Esta taxonomía ha sido usada para clasificar las habilidades de conversación en la resolución de problemas colaborativos de forma online en tiempo real. Para las interacciones emisor-receptor utilizamos los cuatro indicadores discursivos de Chico y Planas (2011): Refutación, validación, cuestionamiento y paráfrasis. La *refutación* se pone de manifiesto cuando una parte no acepta lo que se ha dicho, pudiendo rebatir con razones. La *validación* se presenta cuando una parte aprueba lo que se ha dicho, pudiendo afirmar con razones. El *cuestionamiento* surge cuando una parte expresa dudas o directamente pide razones en relación a lo que se ha dicho. La *paráfrasis* aparece cuando una parte repite o reformula lo que ha dicho el otro, pudiendo generar refutación, validación y/o cuestionamiento. También consideran que en un contenido matemático hay *ampliación* cuando una parte amplía o completa lo que ha dicho la otra parte, pudiendo adjuntar/complementar con razones. Estos indicadores, mirados en su conjunto, señalan implicación en la tarea matemática e intención argumentativa, están influidos por los respectivos significados habituales en situaciones de habla y, a su vez, inspirados en los intercambios de Cobo y Fortuny (2000).

Chico y Planas (2011) indican que existe una relación entre el uso de ciertos indicadores discursivos y los avances en la intención argumentativa de las estudiantes. La mayoría de intercambios con intención argumentativa vienen precedidos o acompañados por refutación y cuestionamiento y, en menor grado, validación.

## METODOLOGÍA

Para este trabajo seleccionamos a dos estudiantes de 1º de ESO de Valencia y Granada, con alta capacidad matemática y que no se conocían previamente. La conexión entre los estudiantes, que nombraremos E1 y E2, se realizó a través de Skype. Cada estudiante estaba en su ciudad, acompañado por alguno de los investigadores.

Como tarea cooperativa se propuso resolver un problema de visualización del que cada estudiante desconocía la información de la que disponía el otro estudiante.

Antes de proponer la tarea, se presentó un ejemplo de cómo pasar de la representación isométrica de un módulo multicubo, situado en una cuadrícula, a la representación de sus vistas ortogonales: norte, sur, este y oeste. También se les mostró su representación en planta. A continuación, los dos estudiantes recibieron una hoja de instrucciones y una cuadrícula de 9x7 cuadrados con los puntos cardinales situados en los lados de la misma y casillas en las calles sur y oeste, para indicar su numeración. También se proporcionó a cada estudiante un juego de cubos Multilink de colores. Se proponen dos actividades, en la primera tienen que nombrar las calles de la cuadrícula y en la segunda tienen que utilizar dicha cuadrícula para colocar sobre ella unos edificios.

Para poder realizar la actividad cada estudiante dispone de unas pistas, recogidas en la Tabla 2, y de las imágenes de dos vistas (Figuras 1 y 2). Se les informa que pueden compartir todas las pistas pero que no pueden enseñarse por la cámara las vistas de los edificios que tienen cada uno.

Tabla 2. Pistas dadas a los estudiantes

	Jugador E1	Jugador E2
Nombre de las calles	Dirección norte-sur: números arábigos del 1 al 9, de oeste a este.	Dirección oeste-este: números romanos I-VII, de sur a norte.
Cantidad de edificios	Hay edificios de cuatro colores. Uno amarillo, dos verdes y tres rojos.	Hay 9 edificios en total.
Número de plantas	A igual altura, mismo color.	Los azules tienen tres plantas.
Perspectivas/vistas	Sur y oeste.	Norte y Este.
Normas de ubicación	Coinciden con cuadrados y no se tocan en ningún punto	-----

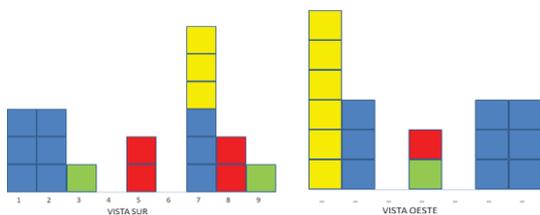


Figura 1: Vistas estudiante E1 (sur y oeste)

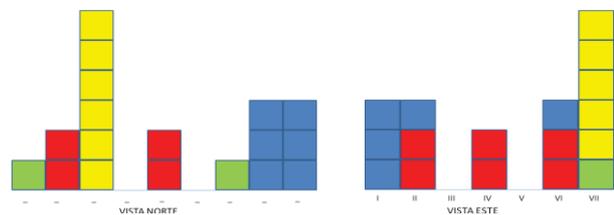


Figura 2: Vistas estudiante E2 (norte y este)

La resolución de la tarea requiere poner en juego varias de las características del talento matemático señaladas. Para poder compartir la información visual de la que disponen, deben organizar y manipular los datos, tanto los propios como los aportados por el compañero. Al enfrentarse a un problema novedoso, deben transferir con destreza sus conocimientos a esta nueva situación y, especialmente, deben desarrollar una estrategia eficiente en la resolución.

Hay elementos que aportan complejidad a la tarea. El problema no tiene solución única, ya que los edificios azules admiten varias posiciones posibles. Una pista importante, que los edificios no puedan tocarse, solo es conocida por uno de los estudiantes. Además la distribución de dos de los edificios rojos en una misma calle y el hecho de no ser perceptibles desde varias de las vistas, requiere una estrategia de colocación teniendo en cuenta otros edificios y todas las pistas del compañero. La recogida de información se efectuó mediante la grabación en video de cada alumno, así como del escritorio del ordenador que utilizó cada uno. Para el análisis de las interacciones de los estudiantes se utilizaron la taxonomía de Soller (2001) y los indicadores discursivos de Chico y Planas (2011), ya detallados.

## ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN DE LOS ESTUDIANTES

La variable de estudio es la interacción llevada a cabo por la pareja de estudiantes en la transmisión y recepción de los datos del problema y el proceso de resolución. La dificultad de transmisión de información observada en algunos momentos, puso de manifiesto la importancia de considerar el papel del experto como guía en este tipo de tareas. Aunque los alumnos no solicitaron su ayuda en ningún momento, las intervenciones del experto fueron fundamentales para desbloquear situaciones y permitir el avance de la actividad. Una relación de las mismas se incluye en la Tabla 5.

Procedemos ahora a analizar el discurso de los estudiantes. Como se indica en las Tablas 3 y 4, hemos dividido el análisis en dos fases diferenciadas, según el sistema de referencia empleado para comunicar la situación de los edificios: sistema de referencia no unificado (30 primeros minutos de la tarea) o sistema unificado no estándar (30 minutos siguientes), y sistema de referencia estándar (30 últimos minutos). Las interacciones de los estudiantes las hemos clasificado según el tipo de indicador discursivo de Chico y Planas (2011): refutación (R), validación (V), cuestionamiento (C), paráfrasis (P) y ampliación (A), y en función del tipo de intervención del emisor y del receptor, según la taxonomía de Soller (2001). Indicamos también en las tablas las acciones producidas como resultado de cada interacción.

La Tabla 3 resume las intervenciones durante la primera fase del diálogo. En esta fase, los alumnos empezaron utilizando un sistema de referencia que les permitía leer de forma ascendente la numeración desde cada una de sus vistas. Al ser distinto el sistema de referencia utilizado por cada estudiante, hubo problemas en la comunicación de los datos. La comunicación era efectiva cuando tanto el emisor como el receptor indicaban el sistema de referencia que estaban utilizando:

- E2: Tengo el 1 a la derecha del todo. O sea, las calles del norte van de derecha a izquierda. No, de izquierda a derecha. ¿Vale?
- E1: Y en el oeste pasa lo mismo. En el oeste van de arriba abajo, y en el este de abajo a arriba.
- E2: Claro, sí [...] Entonces, yo tengo el amarillo en el 7 romano desde el este, o sea, tu 1 romano, y en el 7 de los normales.
- E1: Sí, en mi 7 normal.

En cambio, cuando no concretaban respecto de qué sistema de referencia tomaban las coordenadas, cometían errores en la situación de los edificios. Tras darse cuenta por sí mismos de que esta estrategia comunicativa era poco operativa, decidieron unificar el sistema de referencia:

- E2: Pero... un momento, creo que mejor que estar diciendo tu norte, mi sur, no sé qué, sería mejor que pusiésemos números comunes, porque, si no, va a ser un lío.

Tabla 3. Interacciones de la Fase 1

Fase	Emisor	Receptor	I. D.	Acción producida
Descripción de vistas sin unificación del sistema de referencia o con sistema unificado no estándar	Informa/pregunta por coordenadas.	Repite e informa.	P	Situación de cubos en la cuadrícula, con errores.
	Demanda confirmación de coordenadas ajenas.	Confirma posiciones.	A	
	Sugiere posiciones de edificios.	Confirma.	V	
	E2 duda, sugiere recapitular.	E1 acepta.	C	Recapitulación.
			V	Clarificación sistema de numeración. Se muestra situación de edificios por pantalla.

E2 sugiere unificar el sistema de referencia.	E1 acepta.	V	Acuerdan el origen. No adaptan las vistas al nuevo sistema de referencia.
---	------------	---	---

Tras probar con distintas opciones, llegaron a un acuerdo sobre dónde situar un origen de coordenadas común, pero no lo hicieron en la posición estándar de la primera actividad. En esta etapa transmitieron información errónea por no unificar la nueva numeración de la cuadrícula con la notación de las vistas. Esto provocó fallos tanto a la hora de emitir como de recibir la información. Como eran conscientes de que algo no cuadraba, decidieron comunicar la situación de algunos edificios mostrándolos por pantalla, pasando de un lenguaje oral a un lenguaje visual, inequívoco. En este punto tuvo que intervenir el experto para recomendar la numeración de las calles de la cuadrícula obtenida en la primera actividad. También tuvo que intervenir para que los alumnos tuvieran en cuenta la pista que indicaba que los edificios no podían tocarse por ningún punto.

Durante esta fase se produjeron las siguientes intervenciones por parte del emisor (ver Tabla 3): para informar o pedir información sobre las coordenadas de los edificios, para aventurar coordenadas de vistas ajenas (demandar confirmación), para sugerir posiciones de edificios, para expresar duda y pedir una recapitulación, y para sugerir la unificación de un sistema de referencia. Las respuestas por parte del receptor fueron: repetir, confirmar o estar de acuerdo con la información emitida, informar, ampliar la información o aceptar sugerencias.

La siguiente fase se inició tras la intervención del experto, que sugirió situar el origen de coordenadas en el lugar estándar. De nuevo, los alumnos modificaron la numeración de la cuadrícula pero no la de las vistas. Esto provocó incoherencias que se reflejaron en la transmisión de información incorrecta por cada estudiante. Las intervenciones del emisor en este punto (Tabla 4) fueron para informar sobre coordenadas, para aventurar coordenadas de vistas ajenas (demandar confirmación), para demandar información y para sugerir posiciones de edificios. Las respuestas del receptor fueron informar, asentir, dudar o cuestionar, pues en ocasiones la información interpretada no cuadraba con sus vistas. La reacción del receptor en estos puntos fue sugerir una recapitulación aunque, debido a la incoherencia en la notación, no sirvió para solucionar el conflicto. Esto se tradujo en una nueva intervención del experto, que propuso la numeración correcta de las vistas.

Tabla 4. Interacciones de la Fase 2

Fase	Emisor	Receptor	I. D.	Acción producida
Descripción de vistas con sistema de referencia estándar	Informa sobre coordenadas de sus vistas (erróneamente).	Acepta, cuestiona, duda.	V C	Situación de cubos Multilink.
	Demanda confirmación de coordenadas ajenas.	Confirma, niega.	V R	
	Pregunta por coordenadas de edificios.	Informa.	V	
	Sugiere posiciones.	Acepta, cuestiona.	V C	
	Duda, sugiere recapitular.	Acepta.	C V	Recapitulación.
	Asegura posiciones de edificios que se tocan en un punto.	Cuestiona pista.	V C	Sugieren pasar a otra parte.
	Informa correctamente, sugiere y justifica.	Asiente y confirma.	V P	Situación de cubos Multilink.

A partir de este momento, la transmisión de las coordenadas por parte de los estudiantes fue correcta, así como la recepción. El problema mayor se produjo en la colocación de los edificios azules situados en las calles 1 y 2. En el siguiente diálogo vemos cómo los alumnos afirman erróneamente, con un alto grado de seguridad, que los edificios están en las casillas (1, I) y (2, II), lo que les lleva a cuestionar la pista sobre el no contacto de los edificios.

- E1: Pues yo tengo otro azul en el (2, II). Estoy completamente seguro de que va ahí.
- E2: Vale, a mí también me cuadra [...] Yo estoy completamente seguro de que hay uno en el (1, I) [...] Pero el problema es que se tocan en diagonal. [...] No sé si en las instrucciones te pondrá que en diagonal se pueden poner [...] Vamos a dejar este y vamos a pasar a otro.

En este punto fue necesaria otra intervención del experto para permitir el avance de la actividad: situar un edificio azul en la casilla (1, VI). A partir de este momento la interacción entre los estudiantes fue fluida y correcta, y los estudiantes rápidamente pudieron llegar a la solución del problema sin dudas ni cuestionamientos, justificando además algunas configuraciones.

Las Tablas 3 y 4 muestran que, durante ambas fases, las categorías de la taxonomía de Soller que más afloraron fueron informar, demandar información, sugerir, parafrasear y confirmar.

Otras categorías como la duda y el cuestionamiento aparecieron en menor medida. En paralelo, los indicadores discursivos de Chico y Planas que más se pusieron de manifiesto fueron validación, ampliación y paráfrasis. La refutación y el cuestionamiento aparecieron poco. Quizás esto se deba a una falta de confianza entre los alumnos, que no se conocían, o sea un indicador de que los alumnos estaban al mismo nivel y producían el mismo tipo de razonamientos.

Las intervenciones del experto se limitaron a evitar situaciones de bloqueo y a hacer notar a los estudiantes un error en las estrategias de resolución al no considerar una de las pistas de un jugador. En la Tabla 5 se resumen estas intervenciones.

Tabla 5. Intervenciones del experto

	Intervención experto	Acción estudiantes
Fase 1	Solicita leer pistas de nuevo.	El lee la pista olvidada, revisión.
	Sugiere tomar sistema de referencia estándar.	Cambian el origen de coordenadas pero no la numeración de las vistas.
Fase 2	Ayuda: Indica numeración vistas.	Cambian numeración vistas.
	Ayuda: da la pista de un edificio.	Se soluciona la tarea sin problemas.

## CARACTERÍSTICAS DE TALENTO MATEMÁTICO MOSTRADAS

De entre las diferentes características diferenciadoras de los estudiantes con talento matemático propuestas en la literatura, el análisis del desarrollo del experimento nos ha permitido identificar algunas de ellas.

Los estudiantes manifestaron un *alto compromiso con la tarea*, ya que, a pesar de las dificultades que encontraron, no dieron muestras en ningún momento de querer abandonar. Sus reacciones en momentos de bloqueo fueron revisar y recapitular la información o cambiar el enfoque para abordar otras partes del problema. También manifestaron otras características del talento matemático como la *capacidad de organización de los datos* y el *desarrollo de estrategias eficientes*, por ejemplo organizando su trabajo según la altura de los edificios (de mayor a menor), descartando ubicaciones imposibles, o analizando las combinaciones posibles utilizando ensayo y error.

El hecho de resolver la tarea de visualización, que no era sencilla, también es un indicador de su alta capacidad. En investigaciones relacionadas con objetos tridimensionales y sus representaciones bidimensionales, se ha detectado la dificultad para comunicar con éxito la información visual (Hershkowitz, 1990; Ramírez, 2012). El rendimiento de los estudiantes en actividades que usan

términos verbales de visualización (por ejemplo, arriba, cara, vistas anteriores, etc.) puede ser comprometido por el uso de un lenguaje no convencional más que por falta de cognición visual (Sack y Vazquez, 2008). En algunos estudios se han detectado errores de comunicación relacionados con el uso de códigos verbales y gráficos, como los errores relacionados con el uso de códigos verbales que llevaban a nombrar las partes de los objetos usando palabras de la vida diaria, o correspondiente a la geometría 2D (por ejemplo lado en vez de cara, cuadrado en vez de cubo), y usar expresiones ambiguas o expresiones incorrectas referidas a la posición o el movimiento del objeto (Gorgorió, 1998). Estas dificultades se evidenciaron durante el desarrollo de la tarea, en la que se vio que a los alumnos les costó más entenderse que deducir la ubicación de los edificios, una vez unificado el uso del lenguaje.

A pesar de que la resolución de esta tarea se prolongó durante aproximadamente 90 minutos, los estudiantes *no dieron muestras de cansancio*, como lo prueba el hecho de que aceptaron resolver otro problema a continuación.

## CONCLUSIONES

El diseño de la tarea, repartiendo los datos entre los estudiantes, ha favorecido la necesidad de comunicación y transmisión de la información, dando un papel relevante a los dos participantes, uno de los requerimientos metodológicos beneficiosos en el trabajo cooperativo (Robinson, 2003). Los dos estudiantes de nuestro experimento han manifestado un rol similar en cuanto a los tipos de razonamiento, si bien el estudiante E2 tenía una participación más activa a la hora de promover el diálogo, preguntando o sugiriendo información cuando E1 se quedaba callado, y hacía uso de la recapitulación para organizar y validar la información obtenida hasta el momento.

La taxonomía de Soller (2001) y los indicadores discursivos utilizados por Chico y Planas (2011) han resultado operativos para analizar la transmisión de información por parte de los estudiantes con talento matemático a la hora de resolver problemas de visualización de manera cooperativa a través de videoconferencia. Las categorías que más afloraron fueron informar, demandar información, sugerir, parafrasear y confirmar, y los indicadores que más manifestaron fueron validación, ampliación y paráfrasis. Esto se puede interpretar como una confirmación del nivel análogo de razonamiento de los estudiantes.

El problema propuesto ha resultado ser un reto interesante y motivador para estos estudiantes (Diezmann, Carmel y Watters, 2002), al tratarse de un campo novedoso para ellos y del que desconocían estrategias previas para abordar la solución. Ello ha permitido identificar algunos rasgos de talento matemático de los estudiantes, como el compromiso con la tarea, a pesar de su dificultad, la ausencia de cansancio, el uso de estrategias eficaces o la forma de organización de los datos.

Respecto al papel del experto, ha resultado evidente la conveniencia de que exista un control por su parte. No ha sido necesario moderar el discurso o la falta de comunicación. Las actuaciones del experto han consistido en intervenciones puntuales, para resolver situaciones de bloqueo. Las dos intervenciones principales se debieron a una falta de entendimiento en cuanto a la utilización del sistema de referencia y la no consideración de una de las pistas sobre la ubicación de los edificios.

El uso de videoconferencias se ha destacado positivamente para aumentar la motivación y el trabajo cooperativo de estudiantes (Martin, 2005; Alagic y Alagic, 2013). Consideramos un aporte original de este trabajo la utilización de este medio para favorecer el trabajo cooperativo entre estudiantes de alta capacidad matemática y facilitar el análisis de las interacciones entre los estudiantes, ya que, en una situación de aula ordinaria, pueden no darse condiciones favorables para estos agrupamientos ni para este tipo de interacciones. En esta línea, este trabajo forma parte de un proyecto más general en el que se analizan otros elementos de la resolución de este tipo de tareas, como las estrategias utilizadas y las habilidades de visualización puestas en juego.

La investigación presentada es parte de las actividades de los proyectos de investigación *Análisis de procesos de aprendizaje de estudiantes de altas capacidades matemáticas de E. Primaria y ESO en contextos de realización de actividades matemáticas ricas* (EDU2012-37259, MINECO) y *Modelos de enseñanza y procesos de aprendizaje de las matemáticas: análisis multidimensional* (EDU2015-69731-R, MINECO/FEDER).

## Referencias

- Alagic, G., y Alagic, M. (2013). Collaborative mathematics learning in online environments. En *Visual mathematics and cyberlearning* (pp. 23-48). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. J. Nieto (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 113-140). Versión electrónica disponible en <<https://dl.dropbox.com/u/104572257/Actas/Actas12SEIEM.zip>>.
- Cobo, P. y Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 115-140.
- Chico, J. y Planas, N. (2011). Interpretación de indicadores discursivos en situaciones de aprendizaje matemático en pareja. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 319-328). Ciudad Real: SEIEM.
- Chua, B. L. (2006). Video-conferencing for the mathematics classroom: Mathematics and music for secondary school students. *The Mathematics Educator*, 9(2), 80-96.
- Davis, G. A., Rimm, S. B., y Siegle, D. (2014). *Education of the gifted and talented* (6th ed.). Boston, MA: Pearson.
- Dekker, R., Elshout-Mohr, M., y Wood, T. (2006). How children regulate their own collaborative learning. *Educational Studies in Mathematics*, 62(1), 57-79.
- Diezmann, Carmel M y Watters, J. J. (2002) Summing up the education of mathematically gifted students. En *Proceedings 25th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, pages 219-226, Auckland.
- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM.
- Freiman, V. (2006). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A Challenging Situations Approach. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(1), 51-75.
- Gage, J. (2003) Videoconferencing in the mathematics lesson. Comunicación presentada en *British Educational Research Association Annual Conference*, Heriot-Watt University, Edinburgh.
- Gallagher, J. J. (2003). Issues and challenges in the education of gifted students. En N. Colangelo y G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gifted education* (third edition) (pp. 11-23). Boston: Allyn and Bacon.
- Gallagher, J. J. (2010). Psychology, psychologists, and gifted students. En S. Pfeiffer (Ed.), *Handbook of giftedness in children* (pp. 1-11). Nueva York: Springer.
- Gorgorió, N. (1998). Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 207-231.
- Greenes, C. (1981). Identifying the Gifted Student in Mathematics. *Arithmetic Teacher*, 28(8), 14-17.
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿Y en la investigación? En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 21-68). Lleida: SEIEM.

- Gutiérrez, Á., y Jaime, A. (2013). Exploración de los estilos de razonamiento de estudiantes con altas capacidades matemáticas. *Investigación en Educación Matemática XVII*, 319-326. Bilbao: SEIEM.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge, G.B.: Cambridge U. P.
- Martin, M. (2005). Seeing is believing. The role of video-conferencing in distance learning. *British Journal of Education Technology*, 36(3), 397-405.
- Miller, R. C. (1990). *Discovering Mathematical Talent*. ERIC Digest E482. Washington, D.C.: Office of Educational Research and Improvement.
- Ministerio de Educación y Cultura (2000). *Alumnos precoces, superdotados y de altas capacidades*. Madrid: Secretaría General Técnica del Ministerio de Educación y Cultura.
- Montoro, A. B. y Gil, F. (2015). Explorando el flujo que experimentan los estudiantes para maestro de primaria al enfrentarse a tareas en grupo. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 391-400). Alicante: SEIEM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Cádiz: SAEM THALES.
- Ng, W., y Nicholas, H. (2007). Technology and independent learning. *Roeper Review*, 29(3), 190-196.
- Ozdemir, S., Ayvaz-Reis, Z., y Karadag, Z. (2012). Exploring elementary mathematics pre-service teachers' perception to use multiple representations in problem solving. En Z. Karadag e Y. Devecioglu-Kaymakci (Eds.), *The Proceedings of the 1st International Dynamic, Explorative, and Active Learning (IDEAL) Conference*. Turkey: Bayburt University.
- Presmeg, N. (1986). Visualisation and mathematical giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, 17(3), 297-311.
- Rabab'h, B., y Veloo, A. (2015). Spatial Visualization as Mediating between Mathematics Learning Strategy and Mathematics Achievement among 8th Grade Students. *International Education Studies*, 8(5), 1.
- Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático* (tesis doctoral no publicada). Granada: Universidad de Granada. Disponible en <[http://fqm193.ugr.es/produccioncientifica/tesis/ver\\_detalle/7461/descargar](http://fqm193.ugr.es/produccioncientifica/tesis/ver_detalle/7461/descargar)>.
- Ramírez, R., Flores, P., y Castro, E. (2010). Visualización y talento matemático: una experiencia docente. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra, (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 499-510). Lérida: SEIEM.
- Reyes-Santander, P., y Karg A. (2009). Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas. En M. J. González, M. T. González, y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 403-414). Santander: SEIEM.
- Rivera, F. (2011). *Toward a visually-oriented school mathematics curriculum: Research, theory, practice, and issues* (Vol. 49). Springer Science and Business Media.
- Robinson, A. (2003). Cooperative Learning and high ability students. En N. Colangelo y G. A. Davis (Eds.), *Handbook of gifted education (third edition)*, 282-292. Boston: Allyn and Bacon.
- Roig, A. I., Llinares, S., y Penalva, M. C. (2010). Aprendiendo sobre la comunicación matemática. Características de las estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno on-line. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 533-544). Lérida: SEIEM.
- Rosich, N., Rodríguez, A. C., García, M. (2014). Estudio de la interacción de parejas de alumnos asiáticos china-paquistán en la resolución de problemas matemáticos. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (p. 601). Salamanca: SEIEM.

- Sack, J. y Vazquez, I. (2008). Three-dimensional visualization: children's non-conventional verbal representations. En O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*, 5 (pp. 217-224). México: Cinvestav-UMSNH.
- Soller, A. (2001). Supporting social interaction in an intelligent collaborative learning system. *International Journal of Artificial Intelligence in Education (IJAIED)*, 12, 40-62.